CENTRO UNIVERSITÁRIO DA FUNDAÇÃO
EDUCACIONAL INACIANA Pe. SABÓIA DE MEDEIROS

RAFAEL DAS NEVES DONADIO

MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DIRECIONAL DE MOTOCICLETAS EM CURVA

São Bernardo do Campo
2009

RAFAEL DAS NEVES DONADIO

MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DIRECIONAL DE MOTOCICLETAS EM CURVA

Dissertação apresentada ao Centro Universitário da FEI, como requisito para a obtenção do Grau de Mestre em Engenheira Mecânica.
Área de Concentração: Dinâmica
Orientador: Prof. Dr. Roberto Bortolussi

São Bernardo do Campo

2009

Donadio, Rafael das Neves
Modelagem do comportamento direcional de motocicletas em curva / Rafael das Neves Donadio - São Bernardo do Campo, 2009.
124f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso – Centro Universitário da FEI.
Orientador: Prof. Dr. Roberto Bortolussi

1. Dinâmica lateral de motocicletas. 2. Multicorpos. 3. Curva em regime permanente. 4. Aquisição de dados. I. Bortolussi, Roberto, orient. II. Titulo.

CDU 629.118.6

RAFAEL DAS NEVES DONADIO

MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DIRECIONAL DE MOTOCICLETAS EM CURVA

Engenharia de Mecânica

Dissertação de Mestrado – Centro Universitário da FEI

Comissão julgadora

_____
Prof. Dr. Roberto Bortolussi

_____
Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

_____
Prof. Dr. Marcelo Augusto Leal Alves

São Bernardo do Campo

_____
/ /

Aos meus amados pais e minha esposa.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer:

Aos meus pais pela criação, educação, força e incentivo que me deram. Sem eles eu não chegaria aonde cheguei;

Aos meus irmãos que acompanharam e torceram pela minha evolução;

À minha esposa Carolina, pela paciência e apoio;

Aos professores da FEI, com ênfase a Roberto Bortolussi, Ricardo Bock, Marco A. Z. Barreto e Fernando M. Orsatti, pela constante atenção e a todos os funcionários do CLM por fazerem parte da minha carreira acadêmica;

Aos amigos Hugo Martins, Marcos Paulo Pinheiro, Rafael Serralvo Neto, Paulo Hasegawa, Ricardo Galvão, que me ajudaram com relatos importantes e experiências sobre motocicletas enriquecendo o meu trabalho ou apoiando este estudo;

E é claro, a todos os membros do projeto Mini-Baja FEI.

RESUMO

MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DIRECIONAL DE MOTOCICLETAS EM CURVA.

O mercado de motocicletas vem apresentando um aumento crescente de vendas nos últimos anos. Este resultado positivo é estimulado pela mudança de percepção por parte dos consumidores em não desprezar o veículo de duas rodas como meio de transporte. Economia de combustível, facilidade de estacionamento e rapidez na locomoção confirmam a absorção deste produto no mercado. Porém o crescimento dos trabalhos científicos em dinâmica de motocicletas não cresce na mesma taxa do mercado, tornando-se assim um tema a ser explorado para aprimorar a segurança do condutor ou auxiliar o desenvolvimento de novos projetos. Este trabalho utiliza um modelo multicorpos de motocicleta contendo 4 corpos rígidos conectados por juntas de revolução e parametrizados por 7graus de liberdade. O modelo contempla as principais características geométricas e inerciais da motocicleta. Utilizou-se no modelo matemático equações não lineares algébricas. O modelo é submetido a trajetória curvilínea com raio e velocidade constante, permitindo-se conhecer o comportamento da motocicleta em regime permanente, utilizando-se dois parâmetros de entrada impostos pelo piloto: ângulo de esterço e ângulo de rolagem. Os resultados das simulações são discutidos e apresentados de forma gráfica. Com o objetivo de validar o modelo matemático, utilizou-se uma motocicleta instrumentada com equipamento de aquisição de dados e compara-se os valores reais com os obtidos no modelo matemático.

Palavras chave: Dinâmica lateral de motocicleta. Multicorpos. Curva em regime permanente. Aquisição de dados.

ABSTRACT

MOTORCYCLE CORNERING BEHAVIOR MODELING

The market for motorcycles has been showing a continuously increase in sales in last years. This result is driven by the change of perception by the consumers not to despise the two-wheeled vehicle as a transport. Fuel economy, ease of parking and speed of locomotion confirm the absorption of this product on the market. But the growth of scientific research in dynamics of motorcycles do not grow in the same market rate, making it an issue to be exploited to improve the safety of the driver or assist in the development of new projects. This work uses a multi body motorcycle model containing 4 rigid bodies connected by revolution joints parameterized by 7 degrees of freedom. The model includes the major geometric and inertial characteristics of the motorcycle. It was used in the mathematical model nonlinear algebraic equations. The model is subjected to curvilinear trajectory with constant radius and speed, allowing to know the behavior of the motorcycle on a permanent basis, using two input parameters imposed by the pilot: angle of dung and roll angle. The results of simulations are discussed and presented in graphical form. Aiming to validate the mathematical model, using an instrumented motorcycle with equipment of acquisition and comparing the actual values with those obtained in the mathematical model.

Keywords: Motorcycle lateral dynamics. Multi body system. Steady state cornering. Data acquisition.

LISTA DE SIMBOLOS

(X, Y, Z)	sistema de coordenada da pista
(X_1, Y_1, Z_1)	sistema de coordenada rotativo
(x_d, y_d, z_d)	referência do sistema de coordenada dianteiro (f)
(x_t, y_t, z_t)	referência do sistema de coordenada traseiro (t)
a	*mechanical trail*
a_n	*normal trail* da roda dianteira
A_t	origem do sistema de coordenada da estrutura traseira
a_t	*trail* do pneu
B	fator de rigidez do pneu
b_n	*normal trail* da roda traseira
b_t	posição longitudinal do centro de massa traseiro
C	fator de forma
d	*fork offset*
D	fator de pico da função
d_p	parâmetro de atrito a rolagem
D_s	pico do coeficiente de força lateral do pneu
E	fator de curvatura
e_d	excentricidade do centro de massa dianteiro
F	força lateral no pneu
f	sistema de coordenada dianteiro
F_D	força de *drag*
Fd	força lateral no pneu dianteiro
F_L	força de *lift*
F_s	força lateral do vento
Ft	força lateral no pneu traseiro
f_w	coeficiente de resistência à rolagem
F_w	força de resistência à rolagem
g	aceleração gravitacional
G_d	centro de massa dianteiro
G_t	centro de massa traseiro
h_t	altura do centro de massa da estrutura traseira
I_{CXZd}, I_{CYZd}	componentes do tensor de inércia da estrutura dianteira em relação a (X_1, Y_1, Z_1)
I_{CXZd}, I_{CYZt}	componentes do tensor de inércia da estrutura traseira em relação a (X_1, Y_1, Z_1)
I_{Wd}	inércia da roda dianteira
I_{Wt}	inércia da roda traseira
I_{xd}, I_{yd}, I_{zd}	componentes do tensor de inércia da estrutura dianteira em relação a (x_d, y_d, z_d)
I_{xt}, I_{yt}, I_{zt}, I_{xzt}	componentes do tensor de inércia da estrutura traseira em relação a (x_d, y_d, z_d)

K_d	momento angular da estrutura dianteira
K_t	momento angular da estrutura traseira
K_{Wd}	momento angular da roda dianteira
K_{Wt}	momento angular da roda traseira
k_λ	coeficiente de rigidez a curvatura
k_φ	coeficiente de rigidez a cambagem
l_z	posição do centro de massa da estrutura dianteira em relação ao eixo *z* do sistema de coordenas *d*
m	massa total da motocicleta
M_{ax}	componente de torque aerodinâmico no eixo x
M_{ay}	componente de torque aerodinâmico no eixo y
M_{az}	componente de torque aerodinâmico no eixo z
m_d	massa da estrutura dianteira
m_t	massa da estrutura traseira
M_{tz}	*twisting torque*
M_w	momento de resistência à rolagem
M_z	momento auto-alinhante
N	carga vertical
N_d	carga vertical na roda dianteira
N_t	carga vertical na roda traseira
p	entre-eixos
P_d	ponto de contato do pneu dianteiro
p_e	pressão de enchimento dos pneus
P_t	ponto de contato do pneu traseiro
Q	ponto no eixo de esterço
R	raio do pneu quando não carregado
R_0	altura de rolagem
R_A	raio de curvatura interno
R_B	raio de curvatura externo
R_c	raio de curvatura da motocicleta
R_d	raio da roda dianteira
R_n	razão entre o normal trail dianteiro e traseiro
R_t	raio da roda traseira
s	deslocamento do ponto de contato do pneu
S_d	força longitudinal do pneu dianteiro
S_{fre}	força de frenagem
S_h	translação da curva "*Magic Formula*" ao longo do eixo x do gráfico do pneu
s_p	deformação lateral do pneu
S_t	força longitudinal do pneu traseiro
S_{tra}	força trativa

S_v	translação da curva "*Magic Formula*" ao longo do eixo y do gráfico do pneu
t	sistema de coordenada traseiro
t_0	máximo valor do trail do pneu
t_d	raio da secção transversal da roda dianteira
t_t	raio da secção transversal da roda traseira
V	velocidade a frente
V_{esc}	velocidade de escorregamento
X_{Gd}, Y_{Gd}, Z_{Gd}	coordenadas do centro de massa da estrutura dianteira em relação a (X_1, Y_1, Z_1)
X_{Gt}, Y_{Gt}, Z_{Gt}	coordenadas do centro de massa da estrutura traseira em relação a (X_1, Y_1, Z_1)
X_{pd}, Y_{pd}	coordenada do ponto de contato do pneu dianteiro em relação a (X_1, Y_1, Z_1)
X_{pt}, Y_{pt}	coordenada do ponto de contato do pneu traseiro em relação a (X_1, Y_1, Z_1)
α	ângulo toroidal da roda dianteira
β	ângulo de cambagem da roda dianteira
β'	ângulo poloidal da roda traseira
Δ	ângulo de esterço cinemático
δ	ângulo de esterço
Δ^*	ângulo de esterço efetivo
ε	ângulo de caster
Θ	curvatura
κ	escorregamento longitudinal do pneu
λ	ângulo de escorregamento lateral
λ_d	ângulo de escorregamento lateral dianteiro
λ_{max}	ângulo de escorregamento quando o *trail* é zero
λ_t	ângulo de escorregamento lateral traseiro
μ	ângulo de *pitch*
ξ	comportamento direcional
ρ_d	raio do centro do toróide dianteiro
ρ_t	raio do centro do toróide traseiro
φ	ângulo de rolagem
ψ	ângulo de *yaw*
Ω	velocidade angular
ω_d	velocidade angular da roda dianteira
ω_t	velocidade angular da roda traseira
Γ_V, $\Gamma_{\omega t}$, $\Gamma_{\omega d}$	coeficientes de velocidade

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Estrutura cinemática da motocicleta. 21
Figura 2: Graus de liberdade de uma motocicleta. 22
Figura 3: Geometria da motocicleta. 24
Figura 4: Classificação de motocicletas (a) scooter, (b) sport, (c) trail, (d) super sport, (e) custom, (f) touring. 25
Figura 5: Efeito estável do trail durante um deslocamento frontal. 27
Figura 6: Efeito instável do trail negativo durante um deslocamento frontal. 28
Figura 7: Motocicleta com alto valor de trail. 29
Figura 8: Resumo dos efeitos do trail em um movimento frontal. 29
Figura 9: Geometria do sistema de direção, com a motocicleta na posição vertical e *fork offset* nulo. 33
Figura 10: Geometria do sistema de direção com *fork offset* não nulo. 34
Figura 11: Movimentação vertical da roda dianteira quando esterçada. 36
Figura 12: Motocicleta em uma curva. 37
Figura 13: Roda traseira em uma curva: deslocamento do ponto de contato. 38
Figura 14: Movimento puramente de rolagem (esq.) e com escorregamento lateral (dir.). 39
Figura 15: Deslocamento lateral dos pontos de contato sem escorregamento. 41
Figura 16: Deslocamento lateral do ponto de contato P_d. 42
Figura 17: Geometria de esterço (roda sem espessura). 43
Figura 18: Pitch da motocicleta e ângulos de cambagem da roda dianteira e traseira. 44
Figura 19: Ângulo de esterço cinemático. 45
Figura 20: Forças e torques do contato entre o pneu e o plano da pista. 47
Figura 21: Tensão de cisalhamento longitudinal na área de contato e forças atuantes em uma roda propulsora. 48
Figura 22: Tensões de cisalhamento longitudinais na área de contato e forças atuantes na roda em frenagem. 49
Figura 23: Momentos gerados pela força trativa e frenagem. 49
Figura 24: Área de contato do pneu na presença de escorregamento lateral. 51
Figura 25: Raio efetivo de rolagem do pneu. 52
Figura 26: Descrição da pressão de contato e forças atuantes em uma roda em movimento... 53
Figura 27: Curva de ângulo de escorregamento lateral do pneu em função do ângulo de cambagem e a força normalizada. 55
Figura 28: Máquina de teste de pneu com disco rotativo. 55
Figura 29: Origem do twisting moment. 57
Figura 30: Momentos gerados pela força trativa e frenagem. 59
Figura 31: Motocicleta em trajetória curvilínea. 61
Figura 32: Comportamento direcional da motocicleta em uma curva. 62
Figura 33: Sistema de coordenada t em motocicleta em posição vertical(esq.) e em configuração qualquer(dir.). 64
Figura 34: Forças no ponto de contato, e momentos principais. 67
Figura 35: Forças atuantes no ponto de intersecção entre o plano de simetria da roda e a pista. 68
Figura 36: Detalhe do ponto de contato do pneu. 68
Figura 37: curva de escorregamento lateral do pneu traseiro. 73
Figura 38: curva de escorregamento lateral do pneu dianteiro. 74
Figura 39: Sensor indutivo utilizado para aquisitar velocidade das rodas. 77
Figura 40: Potenciômetro utilizado no sistema de direção. 78

Figura 41: Módulo e antena GPS. 78
Figura 42: LVDT utilizado no braço articulado. 79
Figura 43: Sensor infravermelho de controle de volta. 79
Figura 44: Transmissor de infravermelho. 80
Figura 45: Conectores utilizados. 80
Figura 46: AIM Evo3 Pista - Sistema de aquisição de sinais. 81
Figura 47: Tela do software Race Studio 2. 82
Figura 48: Cálculo do centro de massa da motocicleta. 83
Figura 49: Sensor de velocidade da roda dianteira. 84
Figura 50: Sensor de velocidade da roda traseira. 84
Figura 51: Potenciômetro do ângulo de esterço 84
Figura 52: Módulo AIM instalado sobre a caixa de marchas da motocicleta. 85
Figura 53: Posicionamento da antena do sistema de GPS. 86
Figura 54: Equipamento de aquisição do ângulo de rolagem da motocicleta. 87
Figura 55: Detalhe do braço de aquisição do ângulo de rolagem da motocicleta. 87
Figura 56: Curva de calibração do potenciômetro. 88
Figura 57: Motocicleta instrumentada. 88
Figura 58: Motocicleta durante o teste em curva de raio e velocidade contante. 89
Figura 59: Coleta dos dados armazenados no AIM. 90
Figura 60: Variação do ângulo cinemático de esterço. 92
Figura 61: Variação da força vertical no pneu dianteiro. 93
Figura 62: Variação da força vertical no pneu traseiro. 94
Figura 63: Variação da força lateral no pneu dianteiro. 95
Figura 64: Variação da força lateral no pneu traseiro. 95
Figura 65: Variação do ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro. 96
Figura 66: Variação do ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro. 97
Figura 67: Verificação da trajetória com auxílio do GPS. 98
Figura 68: Orientação da motocicleta em relação ao satélite. 99
Figura 69: Dados referente a 14° volta do teste em regime permanente. 100
Figura 70: Sobreposição dos dados coletados com os simulados. 101
Figura 71: Curva do pneu dianteiro com coeficiente de rigidez à cambagem maior em 10%. 102
Figura 72: Curva do pneu dianteiro com coeficiente de rigidez à cambagem menor em 10%. 103
Figura 73: Variação da diferença entre o escorregamento lateral do pneu traseiro e dianteiro (pneu dianteiro e traseiro “standard”). 104
Figura 74: Variação da diferença entre o escorregamento lateral do pneu traseiro e dianteiro (pneu dianteiro com coeficiente de rigidez à cambagem maior em 10% e traseiro standard). 105
Figura 75: Variação da diferença entre o escorregamento lateral do pneu traseiro e dianteiro (pneu dianteiro com coeficiente de rigidez à cambagem menor em 10% e traseiro standard). 106

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 16

1.1 Motivação 18
1.2 Objetivos 18
1.2.1 Objetivo Geral 18
1.2.2 Objetivos Específicos: 19
1.3 Estrutura do Trabalho 19

2 DESCRIÇÃO DA MOTOCICLETA 21

2.1 Definição da motocicleta 21
2.2 A geometria de motocicletas (COSSALTER, 2006) 23
2.3 A importância do trail 27
2.4 Cinemática do Mecanismo de Direção 31
2.4.1 Mecanismo de direção com *fork offset* zero. 31
2.4.2 Mecanismo de direção com *fork offset* não nulo 34
2.4.3 Comparação do deslocamento vertical do centro da roda com e sem *fork offset*. 35
2.5 Movimento de rolagem e esterço 36
2.6 O pitch em motocicletas 39
2.7 O ponto de contato da roda traseira 40
2.7.1 Efeito do camber e da seção transversal dos pneus 40
2.7.2 O efeito combinado da rolagem e do esterço 41
2.8 Ângulo de cambagem da roda dianteira 43
2.9 Ângulo de esterço cinemático 44
2.10 Curvatura 45

3 PNEUS DA MOTOCICLETA 46

3.1 Forças de contato entre o pneu e a pista 46
3.2 Força longitudinal (trativa – frenagem) 47
3.3 Força vertical 49
3.4 Força lateral 50
3.4.1 Força lateral produzida pelo escorregamento lateral 50
3.5 Resistência à rolagem 51
3.6 Curva dos pneus. 54
3.7 Momentos entre pneu e a pista 56
3.7.1 Momento auto-alinhante 56
3.7.2 Twisting torque 57
3.7.3 Torque produzido pela força propulsora ou frenagem 58

4 CURVA EM REGIME PERMANENTE 60

4.1 Ângulo efetivo de rolagem 60
4.2 Comportamento direcional da motocicleta em curva 60

4.2.1 Razão de esterço 61

5 DESCRIÇÃO DO MODELO 63

5.1 Equações cinemáticas 65
5.2 Modelo do pneu 67
5.3 Equações em regime permanente 70
5.4 Solução das equações 72

6 MATERIAIS E MÉTODOS 76

6.1 Sensores e transdutores 76
6.2 Cabos e conexões 80
6.3 Condicionador de sinal / hardware de aquisição 81
6.4 Software 81
6.5 Instrumentação 82

7 RESULTADOS E ANÁLISES 91

7.1 Resultados da simulação 91
7.2 Resultados experimentais 98
7.3 Modificação do modelo 101

8 CONCLUSÃO 107

8.1 Recomendações e trabalhos futuros 108

REFERÊNCIAS 109

APÊNDICE A – Programação Matlab® 112

1 INTRODUÇÃO

A descrição técnica para um veículo "*single track*", como a motocicleta é chamada na literatura, é atrelada a impressão única que ela deixa para trás quando passa sobre a areia, por exemplo.

Esta peculiaridade é fonte de tudo que torna o estudo desse veículo tão inegavelmente complexo, e ainda, ao mesmo tempo tão fascinante.

Outro fator é que os meios de transporte utilizados geralmente no dia-a-dia, e tão familiares que são dirigidos com facilidade, podem essencialmente ser reduzidos a duas categorias, veículos com duas e quatro rodas.

A primeira categoria são as bicicletas e motocicletas, que são equivalentes em termos cinemáticos, e a segunda os automóveis, que certamente é o veículo mais estudado atualmente, com vasta bibliografia.

Uma consideração crucial sobre estes veículos é que, quando um automóvel está em repouso, com ou sem passageiros a bordo, mantêm-se em equilíbrio estável. Todavia, uma motocicleta em posição vertical tende a cair, a menos que esteja em um suporte apropriado ou suportado pelo piloto.

Um pouco de observação traz à tona algumas diferenças fundamentais no comparativo dos dois veículos em movimento:

Uma pessoa inexperiente ao volante de um automóvel, intuitivamente e rapidamente compreende que quando o volante é girado para uma direção, o automóvel orienta-se na mesma direção; assim são capazes de conduzir o automóvel precisamente na direção que pretendem ir;

Entretanto, mesmo um adulto inevitavelmente passa por potencial embaraço e dificuldade, associados com a tentativa de conduzir uma bicicleta pela primeira vez – condutores iniciantes são forçados a colocar os pés no solo, na tentativa de manter o balanço enquanto tentam manter a bicicleta na direção correta. Inicialmente, a bicicleta é conduzida

apoiando-se com os pés, evitando-se uma queda, mas depois de um certo treino, verifica-se que quanto mais veloz a bicicleta é conduzida, mais fácil é mantê-la balanceada.

Controlar um veículo de duas rodas é, de fato, nada simples e intuitivo, porém não há duvidas que a motocicleta além de um meio de transporte funcional, é também uma eletrizante fonte de diversão.

No passado, alguns estudos foram desenvolvidos utilizando veículos do tipo "*single track"*. Whipple (1899) estudou a estabilidade do movimento de bicicletas assumindo os pneus como rígidos. Sharp (1971) foi um dos primeiros a investigar a estabilidade da motocicleta usando as propriedades dos pneus. Em 1980, Koenen publicou um estudo em estabilidade que atende a grandes acelerações laterais envolvendo grandes ângulos de rolagem. Devido aos modelos representarem o veículo de forma mais complexa com a interação entre o pneu e o solo tornou-se necessário o desenvolvimento de modelos de pneus mais detalhados. Iffelsberger (1991), Wisselman et al. (1993), Breur (1998), Sharp et al. (2001) e Berrita et al. (2000) produziram trabalhos nesta direção . Em 1999 Cossalter publicou trabalhos desenvolvendo equações dinâmicas não lineares em curva em regime constante.

Meijaard (2006) apresentou um modelo tipo "*single track"* com equações lineares de um modelo de quatro corpos rígidos, muito próximo com o modelo que será estudado neste trabalho, porém o autor definiu que os pneus possuem contato ideal com o solo em formato de cunha. Este modelo foi descartado, pois não oferece os ângulos de escorregamentos.

O modelo desenvolvido neste trabalho foi apresentado por Cossalter (1999). Nele a motocicleta é modelada com equações algébricas não-lineares, considerando os escorregamentos laterais e longitudinais da roda propulsora. O modelo apresentado é valido para grandes valores de ângulo de rolagem da motocicleta.

Utilizando-se do Matlab®, programou-se as propriedades inerciais e geométricas da motocicleta, curvas de escorregamento do pneu dianteiro e traseiro, as equações cinemáticas e as equações algébricas não-lineares. Como em uma motocicleta, a entrada do sistema é o ângulo de rolagem e ângulo de esterço. A capacidade de aceleração e frenagem da motocicleta foi desprezada, pois a manobra é realizada em regime constante. Os resultados da simulação

são representados por gráficos onde estão os valores de ângulo cinemático de esterço, força vertical e lateral dos pneus e ângulo de escorregamento lateral dos pneus.

1.1 Motivação

Este trabalho surgiu da necessidade de compreender a dinâmica lateral de motocicletas. Atualmente existe um grande avanço em softwares de simulação computacional para automóveis, porém para as motocicletas existe uma grande lacuna a ser preenchida. Outro fator é o crescimento do mercado de motocicletas. No primeiro trimestre de 2008 houve crescimento de 23% do mercado, de acordo com a Federação Nacional de Distribuição de Veículos Automotores (Fenabrave).

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Verificar o comportamento de uma motocicleta durante uma curva em regime permanente (velocidade e raio de curva constantes), comparando alterações no comportamento dinâmico com variação da rigidez ao escorregamento lateral visando ganho de estabilidade direcional durante a manobra.

Os resultados da simulação são comparados com os resultados obtidos em testes dinâmicos realizados com sistema de aquisição de dados embarcado na motocicleta.

1.2.2 Objetivos Específicos:

a) Definir a dinâmica das motocicletas e as características de projeto que influenciam no comportamento em regime permanente;
b) Aprimorar o conhecimento no desenvolvimento de modelos matemáticos dos veículos tipo "*single track"* em manobras de raio e velocidade constante;
c) Desenvolver programa de predição do comportamento direcional;
d) Incrementar os estudos relacionados a motocicleta, tema ainda com pouca referência bibliográfica.

1.3 Estrutura do Trabalho

O trabalho está organizado em 7 capítulos, descritos a seguir.

O capitulo 1 apresenta a introdução do trabalho, a motivação para realização, os objetivos e como está estruturado.

O capitulo 2 é destinado a apresentar as características geométricas e inerciais que definem a cinemática e dinâmica da motocicleta detalhando a influência destes parâmetros no comportamento do veículo.

O capítulo 3 trata dos pneus da motocicleta, determinando-se os torques e forças produzidos na interface entre o pneu e o solo. Também são detalhados os escorregamentos laterais e longitudinais.

No capitulo 4, é feito o desenvolvimento do conceito de curva em regime permanente bem como o comportamento da motocicleta durante a curva.

O capitulo 5 apresenta o modelo matemático utilizado nas simulações, demonstrando-se as simplificações utilizadas no modelo.

O capitulo 6 traz as simulações realizadas objetivando a comparação dos modelos estudados e apresenta propostas de alterações nos parâmetros da motocicleta e os procedimentos experimentais.

Estão apresentados no capitulo 7 as conclusões deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 DESCRIÇÃO DA MOTOCICLETA

2.1 Definição da motocicleta

Apesar das motocicletas serem compostas por uma grande variedade de componentes mecânicos (suspensão, motor, sistema de transmissão, etc.) do ponto de vista cinemático considera-se a suspensão rígida e demais subsistemas agrupados em quatro corpos rígidos (COSSALTER, 2006):

a) estrutura traseira (composta pelo quadro, reservatório de combustível, motor-transmissão e assento),
b) estrutura dianteira (composta pelo garfo e guidom),
c) roda dianteira,
d) roda traseira.

Estes corpos rígidos são conectados por três juntas de revolução (eixo de esterço e das duas rodas) e estão em contato com o solo por dois pontos de contato gerados pela interface pneu / solo, conforme Figura 1.

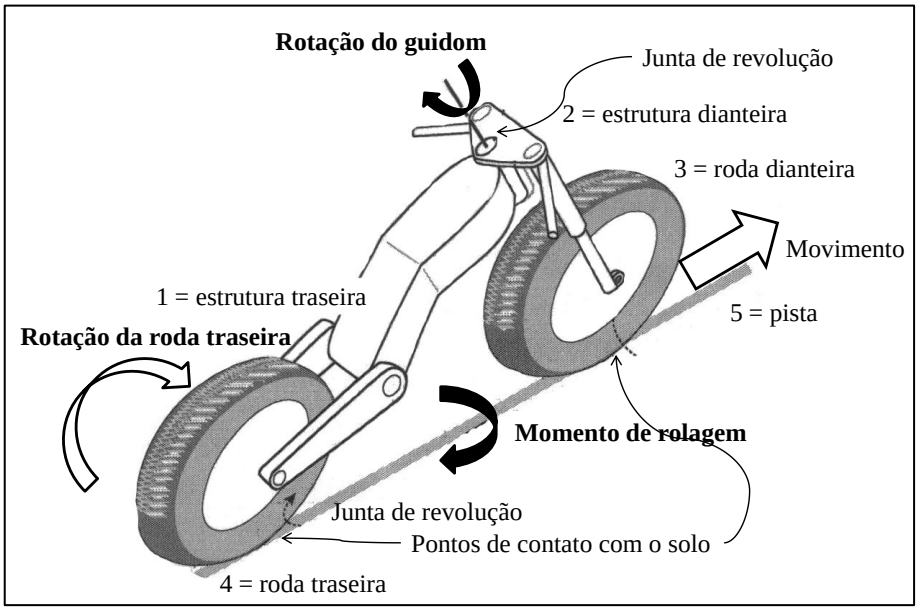

Figura 1: Estrutura cinemática da motocicleta.
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2006, p.2.

Cada junta de revolução inibe 3 graus de liberdade de translação e 2 graus de rotação, totalizando cinco graus de liberdade, enquanto cada ponto de contato pneu/solo, considerando escorregamento lateral e longitudinal, permite 5 graus de liberdade; 2 de translação (no plano da pista) e 3 de rotação.

Conclui-se que o número de graus de liberdade da motocicleta acima apresentada é igual a 7, dado que 15 graus de liberdade são inibidos por 3 juntas de revolução e 2 graus de liberdade são eliminados pelos pontos de contato pneu-solo, e devem ser subtraídos dos 24 graus de liberdade dos 4 corpos rígidos, conforme Figura 2.

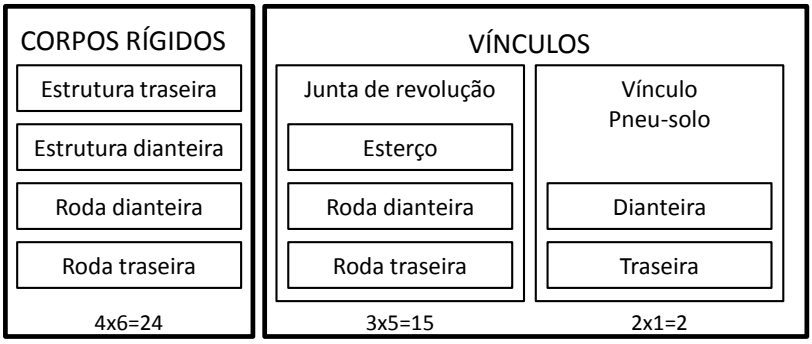

Figura 2: Graus de liberdade de uma motocicleta.
Fonte: Autor.

Dos sete graus de liberdade totais, três graus de liberdade podem ser associados aos movimentos principais:

a) movimento de avanço da motocicleta (representada pela rotação da roda traseira);
b) movimento de rolagem ao redor da linha que une o ponto de contato dos pneus com o plano do solo;
c) rotação de esterço.

Enquanto o piloto conduz a motocicleta, gerencia os três mais importantes movimentos, de acordo com o estilo e conhecimento individual: o movimento resultante da motocicleta e a trajetória correspondente (ex. curva) dependem de uma combinação, no domínio do tempo, de três movimentos relacionados com os três graus de liberdade.

Esta consideração é formulada assumindo-se que os pneus movem-se sem escorregamento, entretanto na prática, o movimento dos pneus não é apenas um processo de rotação.

Para a geração de forças longitudinais (trativa e de frenagem) e forças laterais é necessário um determinado escorregamento em ambas direções, dependendo das condições da pista. Portanto, os graus de liberdade da moto:

a) descolamento á frente da motocicleta;
b) movimento de rolagem;
c) rotação do guidom;
d) escorregamento longitudinal da roda dianteira (frenagem);
e) escorregamento longitudinal da roda traseira (tração ou frenagem);
f) escorregamento lateral da roda dianteira;
g) escorregamento lateral da roda traseira.

2.2 A geometria de motocicletas (COSSALTER, 2006)

O estudo da cinemática da motocicleta refere-se a uma motocicleta rígida, sem suspensões, com rodas montadas com pneus indeformáveis que são esquematizados como dois toróides sólidos, com secção circular.

Motocicletas podem ser descritas utilizando os seguintes parâmetros geométricos (Figura 3):

a) p entre-eixos;
b) d *fork offset*: distância perpendicular entre o eixo de rotação da estrutura dianteira e o centro da roda dianteira;
c) ε ângulo de cáster;
d) R_t raio da roda traseira;
e) R_d raio da roda dianteira;
f) t_t raio da seção transversal da roda traseira;

g) t_d raio da seção transversal da roda dianteira.

Outros parâmetros geométricos são expressos em termos destas variáveis:

$$\rho_t = (R_t - t_t) \quad \text{raio do centro do toróide traseiro,} \tag{1}$$

$$\rho_d = (R_d - t_d) \quad \text{raio do centro do toróide dianteiro,} \tag{2}$$

$$a_n = R_d \sin\varepsilon - d \quad \textit{normal trail,} \tag{3}$$

$$a = \frac{a_n}{\cos\varepsilon} = R_d \tan\varepsilon - \frac{d}{\cos\varepsilon} \quad \textit{mechanical trail.} \tag{4}$$

Estes parâmetros são medidos / quantificados com a motocicleta em posição vertical e o ângulo de esterço igual a zero.

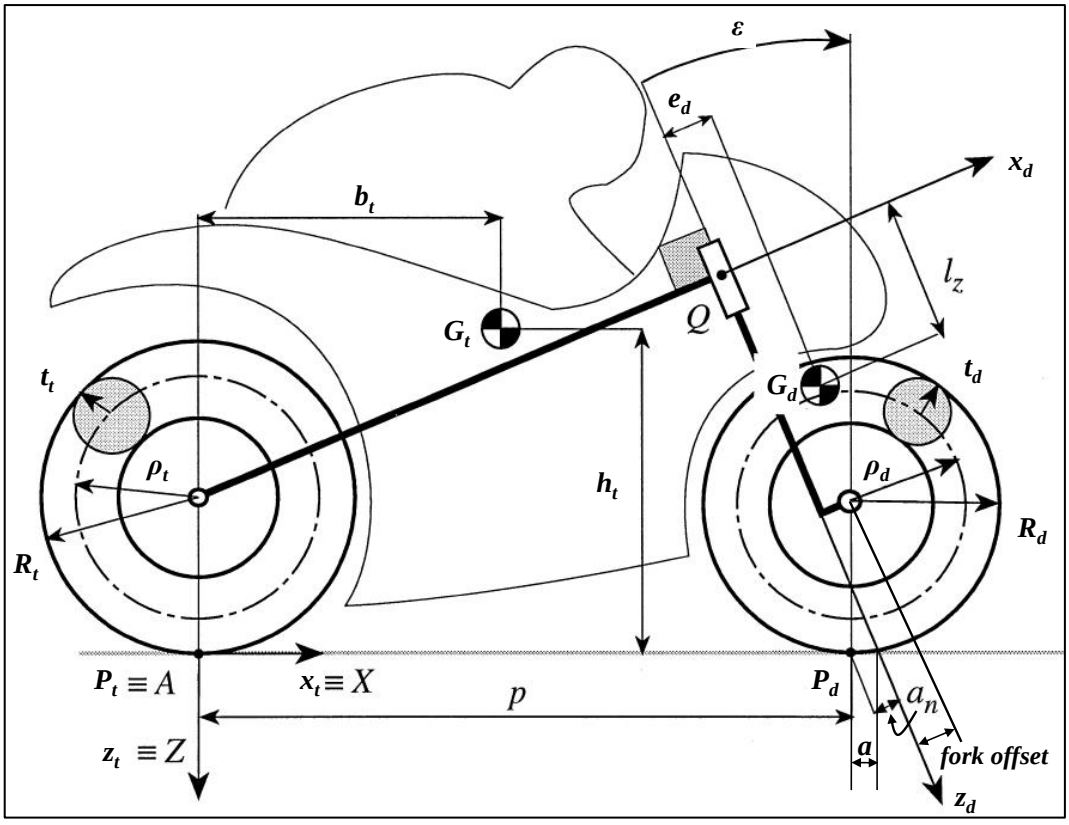

Figura 3: Geometria da motocicleta.
Fonte: Autor “adaptado de” Vehicle System Dynamics, 31(1999)., pp. 159.

O entre-eixo *p* é a distância entre os pontos de contato dos pneus com o solo. O ângulo de caster ε é o ângulo entre o eixo vertical e o eixo de rotação da seção frontal (o eixo de rotação do guidom). O *trail a* é a distância entre o ponto de contato da roda dianteira e o ponto de intersecção do eixo de rotação da direção com o solo medido no plano do solo.

Juntos estes parâmetros são importantes e definem a manobrabilidade da motocicleta. O valor do entre-eixo varia de acordo com a motocicleta. Pode ter 1200 mm no caso de pequenas motocicletas (Scooters) a 1300 mm para motocicletas de 125 cc, 1350 mm para motocicletas médias com 250 cc até 1600 mm ou mais para motocicletas do tipo touring (Figura 4).

Figura 4: Classificação de motocicletas (a) scooter, (b) sport, (c) trail, (d) super sport, (e) custom, (f) touring.
Fonte: Autor.

Geralmente, o aumento do entre-eixos, assumindo que os outros parâmetros permanecem constantes, resulta em (COSSALTER, 2006):

a) aumento na deformabilidade flexional e torcional da estrutura. Este parâmetro é muito importante para manobrabilidade (estruturas com menor rigidez produzem motocicletas com menor manobrabilidade);
b) aumento do raio mínimo de curvatura prejudicando a manobrabilidade;
c) aumento no torque aplicado ao guidom em uma curva;
d) redução da transferência de carga entre as duas rodas durante aceleração e frenagem, que resultam uma redução no movimento de *pitch*;
e) redução do movimento de *pitching* produzido por irregularidades da pista;
f) aumento na estabilidade direcional da motocicleta.

O *trail* e o ângulo de caster são muito importantes para o sistema de direção, a definição de manobrabilidade e estabilidade direcional da motocicleta estão diretamente associadas a esses parâmetros.

O ângulo de caster varia de acordo com o tipo de motocicleta: entre 21 e 24º as de competição ou Sport, entre 27 e 34º para motocicletas tipo Touring. Do ponto de vista estrutural, um pequeno ângulo de caster produz um notável esforço no garfo durante a frenagem. Uma vez que o garfo é deformável, tanto flexionalmente quanto torsionalmente, pequenos valores de deslocamento provocam vibrações perigosas na parte da estrutura dianteira (oscilação da estrutura dianteira ao redor do eixo de rotação do guidom, chamado de *Shimmy*, ou *Wobble*).

O valor do ângulo de caster é diretamente relacionado com o valor do *trail*. Geralmente, para ter uma boa manobrabilidade da motocicleta, o aumento do ângulo de caster deve ser acoplado com o correspondente aumento do *trail*.

O valor do *trail* depende do tipo de motocicletas e do entre-eixos. Pode ter valores de 75 a 90 mm em motocicletas de competição, entre 90 e 100 mm em motocicletas do tipo Touring e 120 mm em motocicletas do tipo Custom.

2.3 A importância do *trail*

Uma das peculiaridades das motocicletas é o sistema de direção, onde a função essencial é produzir uma variação da força lateral necessária, por exemplo para alterar a direção ou assegurar o equilíbrio.

O *trail* tem valor positivo quando o ponto de contato da roda dianteira com o plano do solo é atrás do ponto de intersecção do eixo de rotação da direção com o solo, como mostrado na Figura 5. O *trail* medido no solo é relacionado ao *normal trail* pela equação 4.

O valor do *trail* está relacionado a dar estabilidade de uma motocicleta, especialmente em movimento retilíneo. (COSSALTER, 2006).

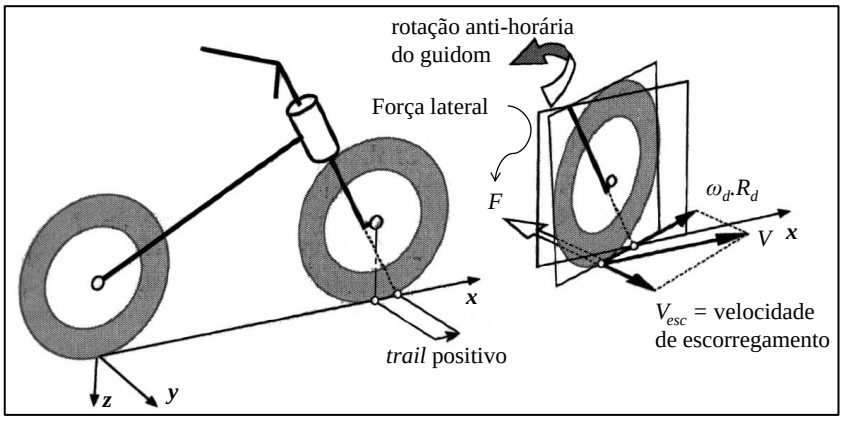

Figura 5: Efeito estável do trail durante um deslocamento frontal.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.6.

No desenvolvimento deste conceito, considera-se a motocicleta deslocando-se em linha reta, a velocidade constante *V*, e supõe-se um distúrbio externo (por exemplo, uma irregularidade na pista ou uma rajada de vento) causando uma ligeira rotação da roda dianteira para a esquerda. Considera-se também que o ponto de contato da roda dianteira possui velocidade *V* na mesma direção.

O vetor $\vec{V}$ pode ser dividido em duas componentes ortogonais:

a) $\omega_d.R_d$: componente que representa a velocidade em função a rotação do pneu: é posicionada no plano da roda e girada para esquerda a um ângulo o qual depende do ângulo de esterço;
b) $\vec{V}_{esc}$: componente que representa a velocidade de escorregamento do ponto de contato com o respectivo plano da pista.

A força de atrito *F* atua no pneu dianteiro. Esta força é paralela a velocidade de escorregamento, mas possui sentido oposto, como ilustrado na Figura 5. Desde que o *trail* seja positivo, a força de atrito produz um momento que tende a alinhar a roda dianteira. O momento auto-alinhante é proporcional ao valor do *normal trail.*

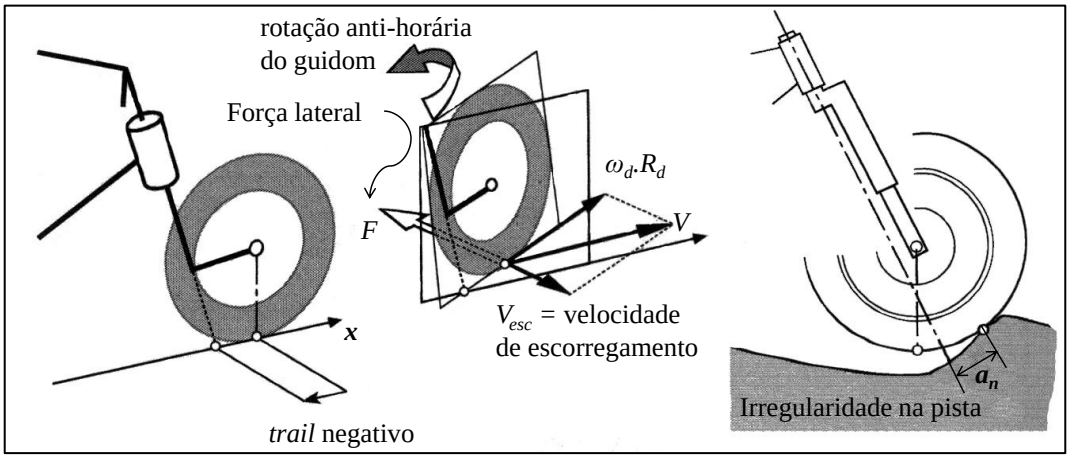

Figura 6: Efeito instável do trail negativo durante um deslocamento frontal.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.7.

Se o valor do *trail* é negativo (o ponto de contato a frente da intersecção do eixo de rotação do sistema de direção com o plano da pista) e considerando-se que a força de atrito *F* é sempre na direção oposta da velocidade de escorregamento, surge um momento ao redor do eixo de rotação da direção que tende a aumentar a rotação para a esquerda. Na Figura 6 observa-se como a força de atrito amplifica o efeito (distúrbio), comprometendo seriamente o equilíbrio da motocicleta. No lado direito da figura, demonstra-se como uma irregularidade na pista pode produzir um trail negativo em uma motocicleta que, em pista plana, possui *trail* positivo. Isto ocorre devido ao deslocamento para frente do ponto de contato do pneu com o solo.

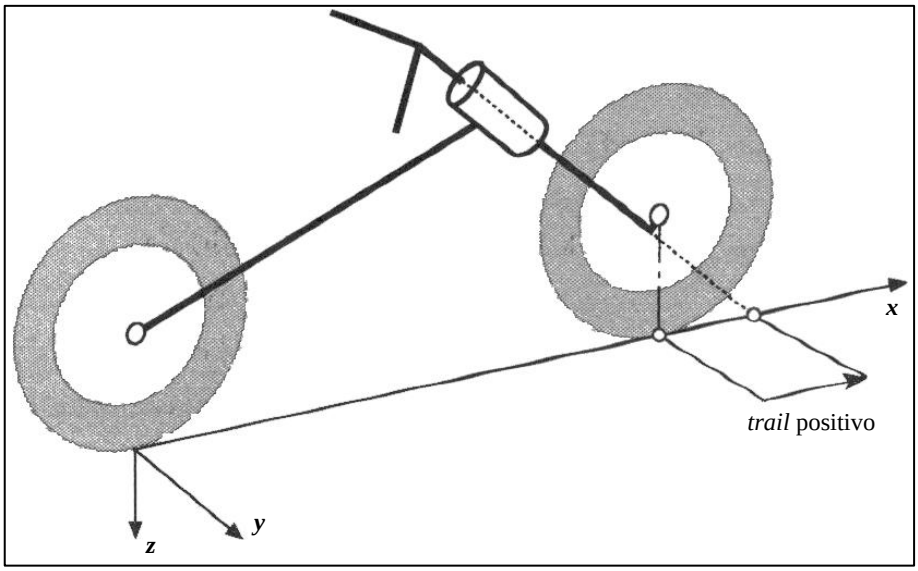

Figura 7: Motocicleta com alto valor de trail.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.7.

Valores pequenos de trail produzem pequenos momentos auto-alinhantes em função da força de atrito lateral. Mesmo que o piloto tenha a impressão que o movimento do sistema de direção é fácil, o sistema é bastante sensível a irregularidades da pista. Valores altos de *trail* (obtidos com alto valor de ângulo de caster, conforme Figura 7) aumentam a estabilidade da motocicleta em movimento retilíneo, mas reduzem drasticamente a sua manobrabilidade.

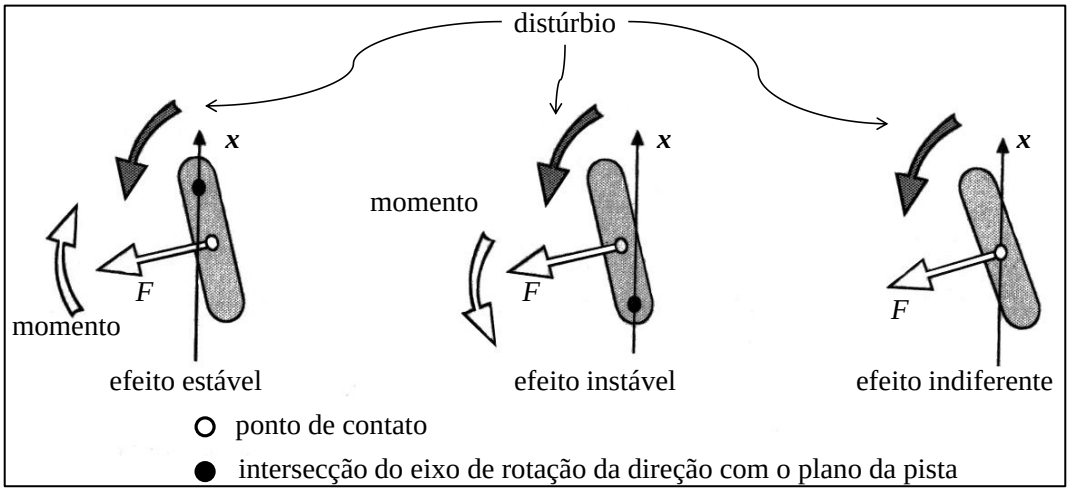

Figura 8: Resumo dos efeitos do trail em um movimento frontal.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.8.

Durante um movimento curvilíneo, a adesão a pista é garantida pela força de atrito lateral, que é perpendicular a linha de intersecção do plano da roda com a pista.

As forças laterais dianteiras e traseiras produzem momentos ao redor do eixo de rotação do sistema de direção e proporcionais às distâncias a_n e b_n respectivamente. Estas dimensões estão relacionadas ao entre-eixos e ao trail pelas seguintes equações:

$$a_n = a \cos \varepsilon \tag{5}$$

$$b_n = (p + a) \cos \varepsilon \tag{6}$$

Em que a_n representa *normal trail* da roda dianteira e b_n é o *normal trail* da roda traseira.

Esta consideração demonstra como o entre-eixo e o *trail* estão relacionados entre si e devem ser considerados juntos. Não é correto definir que o *trail* é pequeno ou grande sem referenciá-lo com o entre-eixo. Como parâmetro comparativo entre motocicletas utiliza-se a razão entre o *normal trail* dianteiro e traseiro:

$$R_n = \frac{a_n}{b_n} \tag{7}$$

Geralmente o *normal trail* dianteiro está entre 4 e 8% do valor do traseiro. O valor desta razão para motocicletas de competição é aproximadamente 6%; para motocicletas do tipo Sport e Super Sport está entre 6 e 6,5% e para Touring variam de 6 e 8%.

Motocicletas do tipo Cruiser/Custom são caracterizadas por valores de 5 e 6% e possuem *trail* modesto comparado com o seu entre-eixo. Isto é necessário para permitir que a motocicleta tenha uma boa manobrabilidade a baixa velocidade. Desde que a carga na roda dianteira seja alta comparada com o peso da motocicleta, a escolha de pequenos valores de *trail* diminui o valor do torque que o piloto deve aplicar ao guidom para executar curvas. Adicionalmente, é bom lembrar que estas motocicletas são normalmente utilizadas a baixa velocidade (até 120 km/h), e então não precisam de valores altos de *trail*, que conforme já citado, assegura estabilidade direcional em alta velocidade (acima de 120 km/h).

Esta relação é também baixa para motocicletas do tipo Scooter pois são utilizadas em baixa velocidade onde prioriza-se a manobrabilidade.

Pode-se levar em conta a distribuição de carga nas rodas da motocicleta no cálculo da razão de *trail*. Uma motocicleta com uma alta carga na roda dianteira necessita de um *trail* menor. De fato, carga maior na roda dianteira produz maior força de atrito lateral proporcionalmente ao movimento lateral do pneu. Portanto, para o mesmo torque auto-alinhante atuando sobre o eixo de rotação do sistema de direção um menor valor de *trail* é suficiente.

A correta razão fundamentada com a distribuição de carga para motocicletas do tipo Cruiser e Scooters é expressa:

$$R_n = \left(\frac{a_n}{b_n}\right)\left(\frac{N_d}{N_t}\right) \tag{8}$$

Onde N_d é a carga na roda dianteira e N_t é a carga na roda traseira.

2.4 Cinemática do Mecanismo de Direção

Quando gira-se o guidom, mantendo-se a motocicleta perfeitamente na vertical, o guidom abaixa e apenas começa a subir para valores muito altos de ângulo de esterço, seguindo os seguintes casos:

a) mecanismo de direção com *fork offset*, $d = 0$;
b) mecanismo de direção com *fork offset* não nulo, $d \neq 0$.

2.4.1 Mecanismo de direção com *fork offset* zero.

No caso do garfo sem *offset* o centro da roda está localizado no eixo de rotação do sistema de direção. Para o desenvolvimento das equações assume-se:

a) o ângulo de rolagem da motocicleta igual a zero;
b) as rodas possuem espessura igual a zero.

De acordo com a Figura 9, quando o ângulo de esterço é igual a zero, a roda está na vertical.

O ângulo de caster ε, o ângulo de esterço δ, ângulo de cambagem da roda dianteira β, o ângulo de esterço cinemático Δ (projeção do ângulo de rotação δ no plano da pista) e o ângulo α são relacionados através das seguintes equações trigonométricas (COSSALTER, 2006):

$$\tan\alpha = \tan\varepsilon \,.\cos\delta \tag{9}$$

$$\tan\Delta = \tan\delta \,.\cos\varepsilon \tag{10}$$

$$\tan\beta = \tan\alpha \,.\cos\delta \tag{11}$$

Re-escrevendo *senα* e *cosα* em função de δ e ε :

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\cos\delta \operatorname{sen}\varepsilon}{\sqrt{1-\sin^2\delta \operatorname{sen}^2\varepsilon}} \tag{12}$$

$$\cos\alpha = \frac{\cos\varepsilon}{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\delta \operatorname{sen}^2\varepsilon}} \tag{13}$$

Assume-se que o centro da roda (ponto *O*) não pode nem subir nem descer. A rotação δ da roda dianteira causa a inclinação em relação à vertical e se desloca do plano horizontal *xy*. A distância *OD* do centro da roda ao plano da pista é maior que o raio de roda *OP*. Suponha-se manter o eixo de rotação da direção imóvel, o centro da roda move-se ao longo do eixo de rotação da direção para o ponto O_1. Conseqüentemente, o ponto de contato P_1 move-se para frente, como ilustrado na Figura 9. Na posição final, a distância O_1P_1 é igual ao raio da roda *OP*.

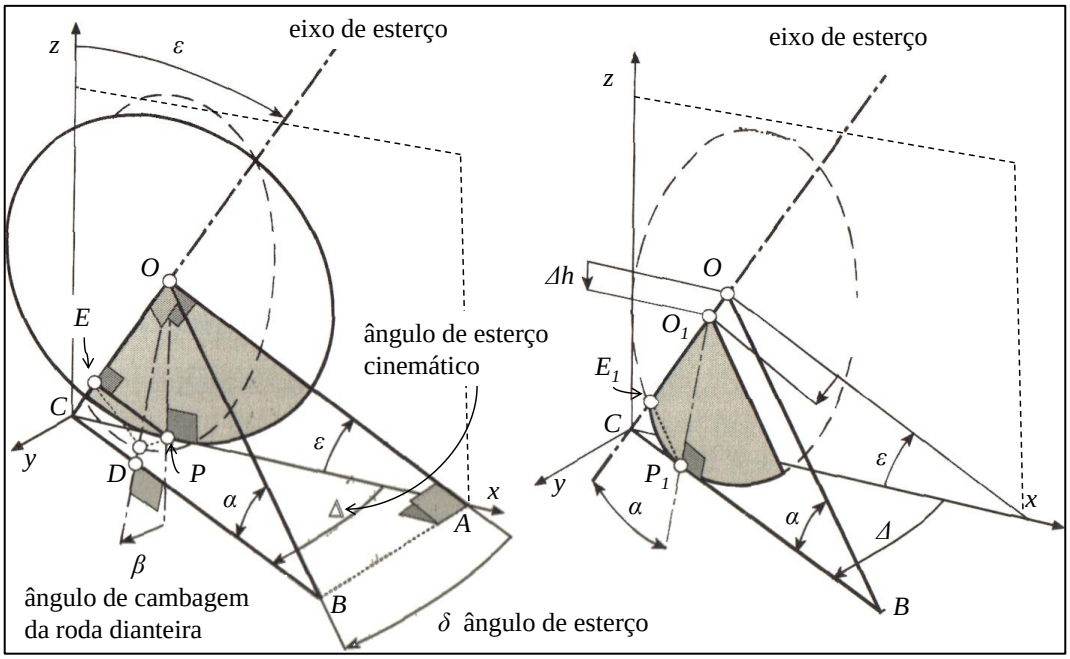

Figura 9: Geometria do sistema de direção, com a motocicleta na posição vertical e *fork offset* nulo.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.10.

Quando o ângulo de esterço é igual a zero (Figura 9, esquerda), o *normal trail* e o *mechanical trail* medidos no plano da pista são:

$$a_n = EP = R_d \operatorname{sen} \varepsilon \tag{14}$$

$$a = CP = R_d \tan \varepsilon \tag{15}$$

Em que R_d indica o raio da roda dianteira. Quando o ângulo de esterço δ não é zero, o *normal trail* $a_n = P_1E_1 = R_d.sen\alpha$ torna-se:

$$a_n = R_d \frac{\cos \delta \,.\, \operatorname{sen} \varepsilon}{\sqrt{1 - (\operatorname{sen} \delta \,.\, \operatorname{sen} \varepsilon)^2}} \tag{16}$$

O *trail* medido no plano da pista é relacionado ao *normal trail* e ao ângulo de esterço δ pela equação:

$$a = \frac{a_n}{\cos \alpha} = R_d \,.\, \tan \varepsilon \,.\, \cos \delta \tag{17}$$

O deslocamento vertical do centro da roda é dado pela diferença:

$$\Delta h = (OC - O_1C)\cos\varepsilon = \left(\frac{R_d}{\cos\varepsilon} - \frac{R_d}{\cos\alpha}\right)\cos\varepsilon \tag{18}$$

Expressando o ângulo α em termos de δ e ε obtém-se

$$\Delta h = \left(1 - \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\delta \operatorname{sen}^2\varepsilon}\right) R_d \tag{19}$$

2.4.2 Mecanismo de direção com *fork offset* não nulo

Considerando-se o efeito do *fork offset d*, a fórmula para *fork offset* nulo deve ser corrigida já que o *fork offset* produz a movimentação do ponto do centro da roda *O* para o ponto *O**, como demonstrado na Figura 10.

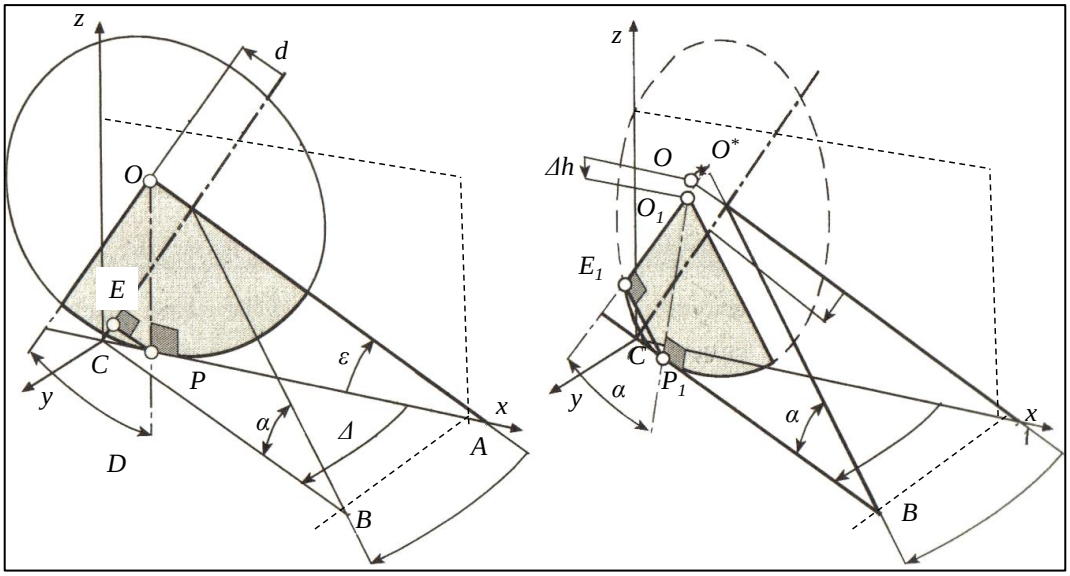

Figura 10: Geometria do sistema de direção com *fork offset* não nulo.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.11.

Com ângulo de esterço igual a zero, o *trail* é:

$$a_n = EP = R_d \operatorname{sen}\varepsilon - d \tag{20}$$

$$a = CP = R_d \tan \varepsilon - \frac{d}{\cos \varepsilon} \tag{21}$$

Com ângulo de esterço δ não nulo, o *trail* é:

$$a_n = R_d \frac{\cos \delta \operatorname{sen} \varepsilon}{\sqrt{1 - (\operatorname{sen} \delta \sin \varepsilon)^2}} - d \tag{22}$$

$$a = R_d \tan \varepsilon \cos \delta - \frac{\sqrt{1 - (\operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \varepsilon)^2}}{\cos \varepsilon} d \tag{23}$$

O deslocamento vertical do centro da roda é na presença do *fork offset é* dado por:

$$\Delta h = R_d \left(1 - \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \delta \sin^2 \varepsilon}\right) - d.\operatorname{sen} \varepsilon \, (1 - \cos \delta) \tag{24}$$

2.4.3 Comparação do deslocamento vertical do centro da roda com e sem *fork offset*.

Calculou-se o deslocamento vertical da roda dianteira com *fork offset* nulo e não nulo utilizando os seguintes parâmetros:

a) raio da roda dianteira: 0,246 m
b) *fork offset*: 0,0204 m
c) ângulo de caster: 26°
d) ângulo de esterço: 9°

Considerando-se a *fork offset* nulo, o deslocamento vertical da roda dianteira é igual a 0,57 mm. Com *fork offset* não nulo é de 0,46 mm. Estes resultados demonstram que ignorar o *fork offset* gera um significativo erro no cálculo da movimentação da roda dianteira quando esterçada. Observa-se na Figura 11.

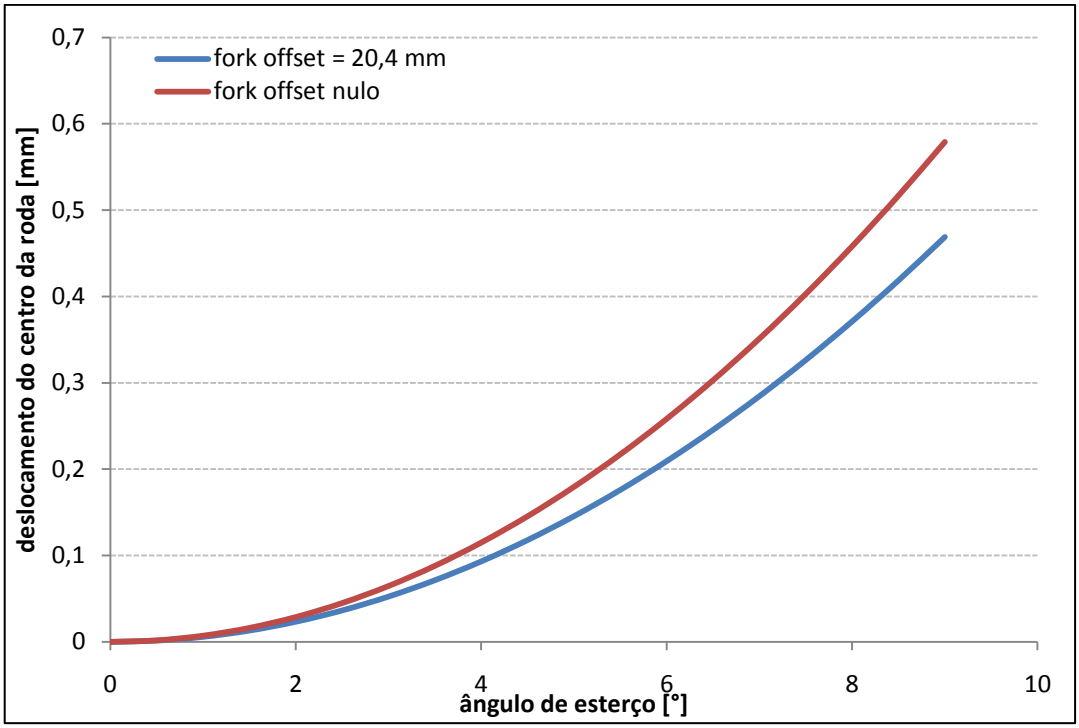

Figura 11: Movimentação vertical da roda dianteira quando esterçada.
Fonte: Autor.

Conclui-se que com o *fork offset* maior que zero existe uma movimentação para baixo menor do centro da roda dianteira que na configuração com *fork offset* nulo. Conclui-se também que quanto menor a movimentação vertical da roda dianteira durante o esterçamento melhor para a estabilidade da motocicleta. Esta movimentação produz rotação do conjunto formado pela estrutura dianteira, roda dianteira e estrutura traseira ao redor do ponto de contato do pneu traseiro. Esta rotação é denominada de *pitch* (detalhado na seção 2.6) e produz variação da posição do centro de massa da motocicleta, estas variações podem afetar a estabilidade direcional da motocicleta.

2.5 Movimento de rolagem e esterço

Considera-se uma motocicleta em movimento retilíneo a velocidade *V*, que em certo ponto entra em uma curva. A motocicleta passa da posição vertical, onde o ângulo de esterço é igual a zero, para uma posição com ângulo de rolagem φ. Para existir o balanceamento, o ângulo de rotação do guidom é alterado dependendo do raio de curvatura e da velocidade.

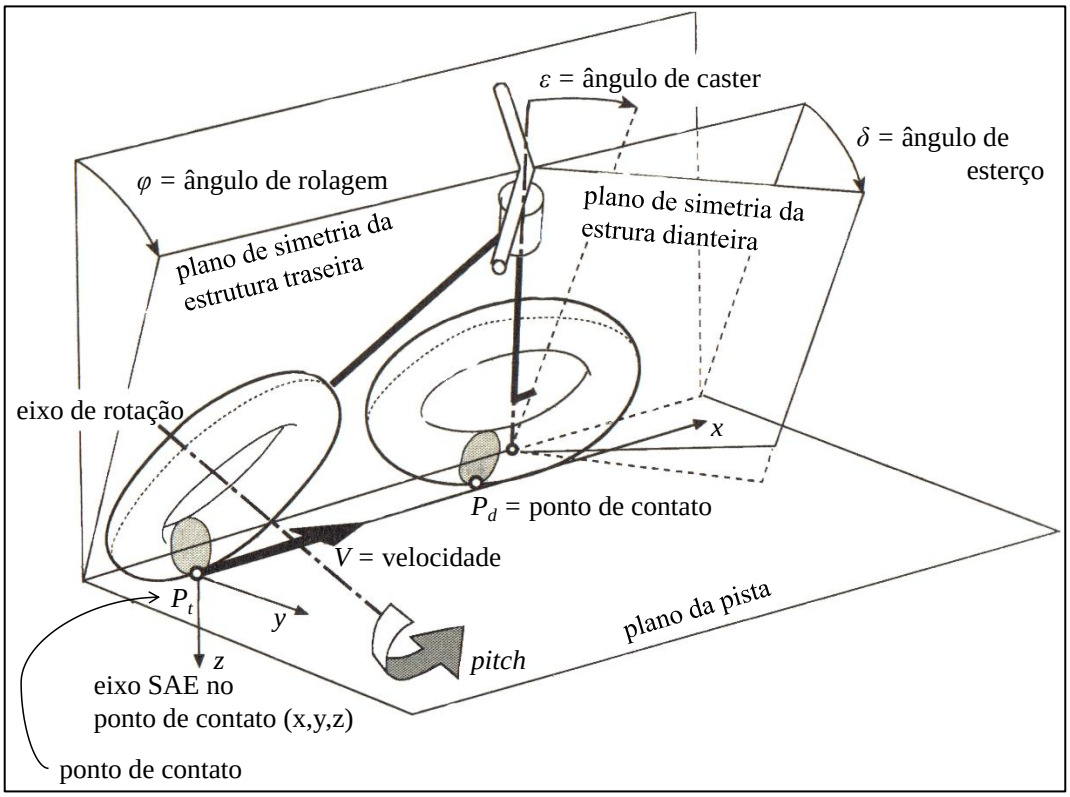

Figura 12: Motocicleta em uma curva.
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2006, p.13.

Conforme a seção 2.4.2 e 2.4.3, quando gira-se o guidom produz-se um pequeno deslocamento para baixo da mesa do sistema de direção, que produz uma pequena rotação para frente da estrutura traseira ao redor do eixo de rotação da roda traseira (rotação de *pitch*).

Para o estudo do movimento de rolagem, o ponto de contato do pneu traseiro com o plano da pista será descrito com o uso de dois sistemas de coordenadas (tríades):

a) um sistema de coordenadas móvel (P_t, x, y, z) definido de acordo com a Sociedade dos Engenheiros Automotivos (SAE). Neste sistema, a origem é estabelecida no ponto de contato P_t da roda traseira com o solo. O eixo x é horizontal e paralelo ao plano da roda traseira. O eixo z é vertical e direcionado para baixo enquanto o eixo y localiza-se sobre o plano da pista. A superfície da pista entretanto é representada pelo plano $z = 0$;

b) um sistema de coordenadas é fixo à estrutura traseira (A_t, X_t, Y_t, Z_t) cujo é sobreposto ao sistema de coordenadas definido pela SAE quando a motocicleta está perfeitamente na vertical e o ângulo de esterço δ é igual a zero.

Considera-se que a roda traseira é inclinada em um ângulo de rolagem φ, conseqüentemente o sistema de coordenadas fixo ao eixo traseiro (A_t, X_t, Y_t, Z_t) gira com mesmo ângulo ao redor do eixo x. Entretanto, a origem A_t é transladada em respeito ao P_t, como ilustrado na Figura 13(b).

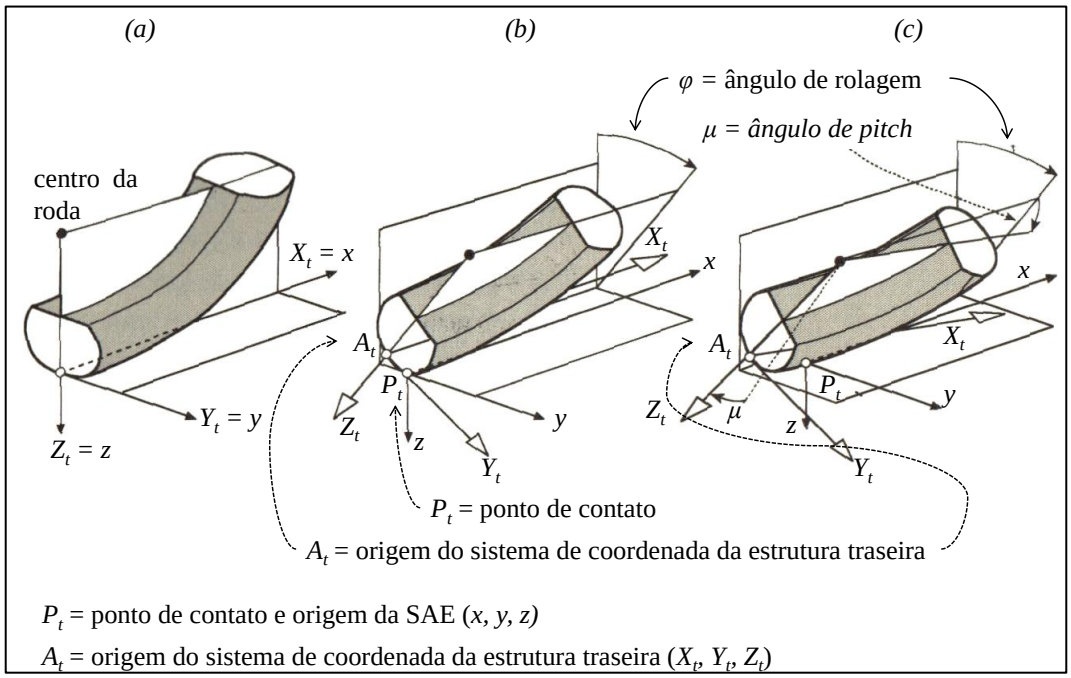

Figura 13: Roda traseira em uma curva: deslocamento do ponto de contato.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.14.

O movimento para baixo da mesa produz uma pequena rotação de *pitching* da estrutura traseira ou, em outras palavras, outra rotação do sistema de coordenadas fixo a estrutura traseira, vide Figura 13(c).

O comportamento da roda dianteira é ainda mais complexo, desde que adicionado o movimento de rolagem e *pitching*, a roda dianteira está sujeita a rotação em torno do eixo de rotação do sistema de direção. A mudança da posição vertical para a posição inclinada é

assumida como movimento de rolagem puro, quando os escorregamentos entre os pneus e o plano da pista são iguais a zero.

Observa-se na Figura 14 o caso de um movimento de rolagem puro (esq.) e o movimento com escorregamento lateral (dir.). A ausência de escorregamento significa que o vetor velocidade do movimento de avanço longitudinal do ponto de contato da roda está no plano da própria roda, mesmo que a motocicleta desloque-se em uma curva. Na seção 3.5.2 são apresentadas as forças laterais produzidas a partir do escorregamento lateral não nulo do pneu.

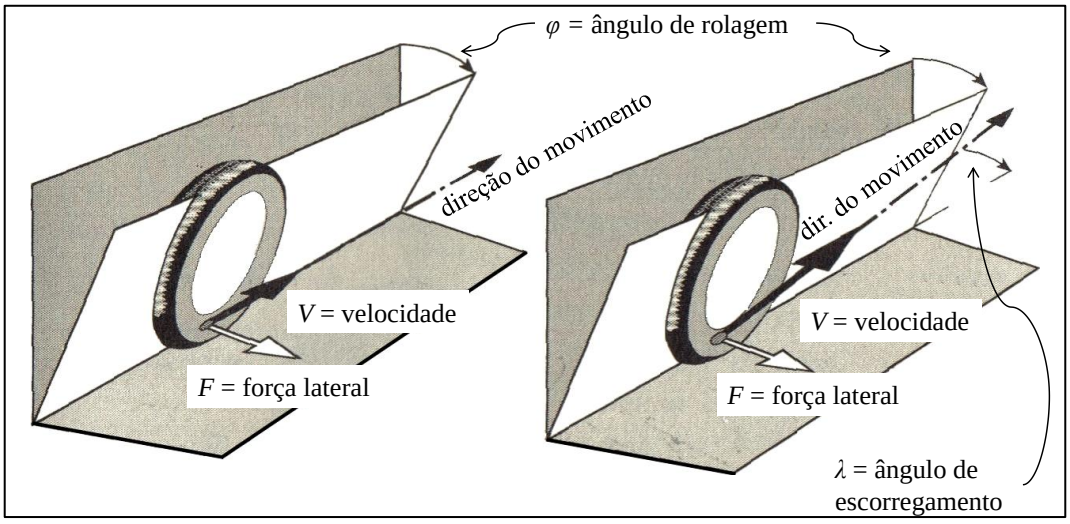

Figura 14: Movimento puramente de rolagem (esq.) e com escorregamento lateral (dir.).
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2006, p.15.

2.6 O pitch em motocicletas

Quando a motocicleta está perfeitamente na vertical ($\varphi = 0$), a rotação do guidom produz um movimento para baixo do centro da roda dianteira e uma rotação da estrutura traseira em torno do eixo de rotação da roda traseira. Em resumo, a rotação do guidom produz um movimento de *pitch*.

O ângulo de *pitch* da estrutura é indicado por μ e assume-se positivo em rotação anti-horária. Movimentando-se para baixo o centro da roda dianteira gera-se um valor negativo de

ângulo de *pitch*. Uma análise cinemática da motocicleta permite compor uma equação cinemática não linear, que conecta o valor desconhecido de *pitch* μ a diversos parâmetros conhecidos: ângulo de rolagem φ, ângulo de esterço δ, entre - eixo p, os raios das secções transversais dos pneus, t_d e t_t, os raios do centro da toróide ρ_t e ρ_d, e ângulo de caster ε. O ângulo de *pitch* é calculado utilizando-se a equação 25.

O ângulo de pitch não depende do escorregamento lateral e longitudinal, conforme (KANE, 1975, p.03), porém este modelo não oferece precisão de cálculo para valores grandes de esterço. O modelo proposto por Cossalter (1999 p.6) foi escolhido por ser válido para grandes valores de rolagem.

O *pitch* pode então ser equacionado da seguinte forma (COSSALTER, 2006):

$$\mu = -\frac{[\mathrm{B}]\mathrm{C}\,\varphi + (l_1\,\mathrm{S}\,\delta + \rho_d\,\mathrm{S}\,\delta\,\mathrm{S}\,\theta)S\varphi + t_d - t_t}{[l_1 C\varepsilon(1 - C\delta) - p]C\varphi - \rho_d(S\varepsilon C\varphi S\delta + C\delta S\varphi)C\theta S\delta} \tag{25}$$

em que cos e sen são simplificados por C e S respectivamente,

$$\begin{aligned} B = [&l_1 \operatorname{sen}\varepsilon\,(1 - \cos\delta) + t_t - t_d \\ &+ \rho_d(\cos\varepsilon\cos\theta - \cos\delta\operatorname{sen}\varepsilon\operatorname{sen}\theta - 1)] \end{aligned} \tag{26}$$

$$l_1 = r_d \operatorname{sen}\varepsilon - \omega_n \tag{27}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{\operatorname{sen}\delta\tan\varphi - \operatorname{sen}\varepsilon\cos\delta}{\cos\varepsilon} \tag{28}$$

2.7 O ponto de contato da roda traseira

2.7.1 Efeito do camber e da seção transversal dos pneus

Considerando-se a motocicleta na posição vertical, a seção transversal do pneu traseiro é maior que a do dianteiro, pois o pneu traseiro suporta maior carga e necessita transferir força

trativa ao solo. A estrutura traseira inclina-se, assumindo-se que não existe escorregamento durante a rolagem, conforme a Figura 15.

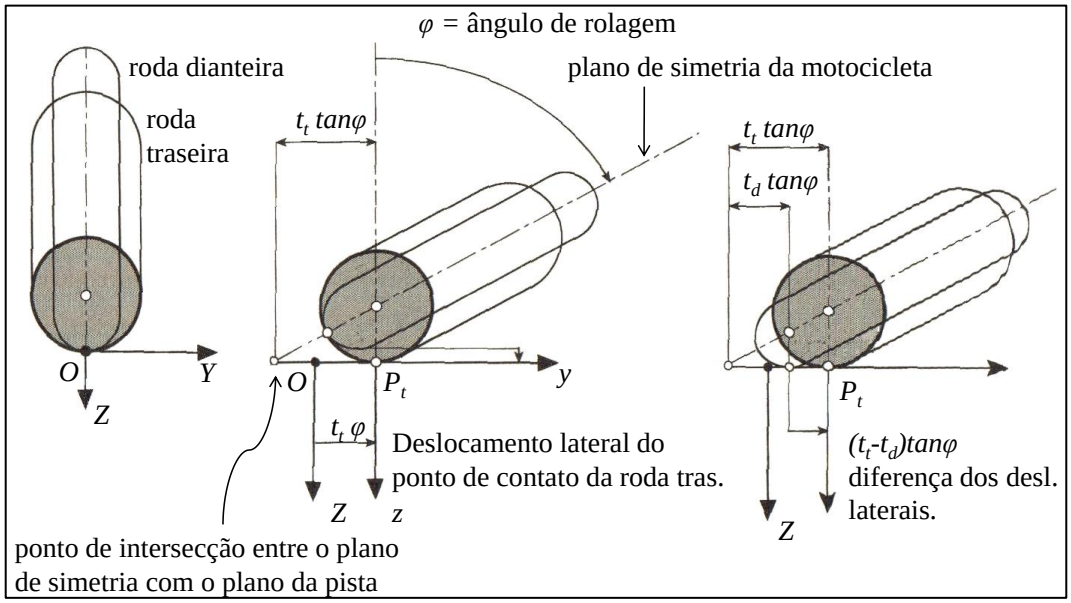

Figura 15: Deslocamento lateral dos pontos de contato sem escorregamento.
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2006, p.19.

O ponto de contato do pneu traseiro move-se lateralmente, na direção *y*, a uma distância $t_t.\varphi$, que é proporcional ao raio da seção transversal e do ângulo de rolagem da estrutura traseira.

Supõe-se que o movimento de rolagem da estrutura traseira é determinado, enquanto o ângulo de esterço é igual a zero, e não existe *pitch* da motocicleta ao redor do eixo de rotação da roda traseira. Desde que a roda dianteira tenha uma seção transversal menor que a traseira, a roda dianteira será levantada do plano da pista seguindo o movimento de rolagem. Entretanto, o contato entre o pneu dianteiro e a pista é assegurado pela rotação simultânea de toda motocicleta ao redor do eixo de rotação da roda traseira (*pitch*).

2.7.2 O efeito combinado da rolagem e do esterço

A rotação do guidom produz deslocamentos laterais e longitudinais do ponto de contato da roda dianteira.

Considerando-se inicialmente a motocicleta em posição vertical, esta é inclinada em um ângulo de rolagem φ e depois o guidom é girado através de um ângulo δ. Seguindo-se esta manobra, o ponto de contato da roda dianteira P_d move-se para fora do plano da estrutura traseira.

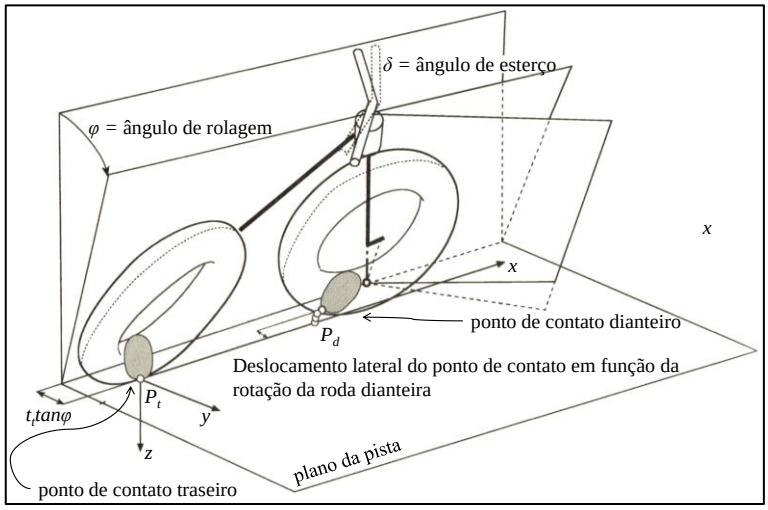

Figura 16: Deslocamento lateral do ponto de contato P_d.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.20.

Para o estudo do deslocamento do ponto de contato da roda dianteira, considera-se uma roda com espessura igual a zero (Figura 17). Quando a motocicleta permanece em posição vertical, o ponto de contato localizado em *A*, como mostra a Figura 17. Enquanto aumenta-se o ângulo de rolagem e esterço o ponto de contato P_d move-se ao longo do arco *AC* até o limite de posição *C*. O ponto P_d alcança o ponto *C* apenas quando o ângulo de rolagem da motocicleta é igual a 90º, ou seja, a motocicleta na horizontal.

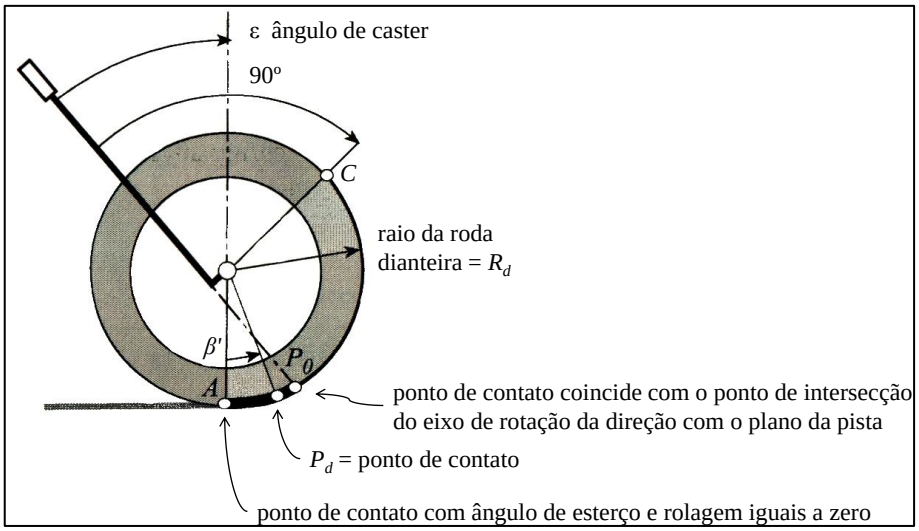

Figura 17: Geometria de esterço (roda sem espessura).
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.22.

O ponto de contato dianteiro nunca atinge o ponto *C* com os valores usuais de ângulo de rolagem e esterço. De fato o ponto de contato P_d move-se com um arco AP_0, P_0 sendo o ponto de intersecção do eixo de rotação do sistema de direção com o perfil da roda.

O ponto de contato dianteiro P_d atinge o ponto P_0 dependendo dos ângulos de esterço e rolagem, conforme a Figura 17. Quando efetua-se uma manobra de esterço para a direita com um determinado ângulo de rolagem, o ponto de contato P_d move-se para a frente ao longo do arco AP_0.

2.8 Ângulo de cambagem da roda dianteira

O ângulo de cambagem β da roda dianteira é diferente do ângulo de rolagem φ da estrutura traseira, quando o ângulo de esterço δ é diferente de zero.

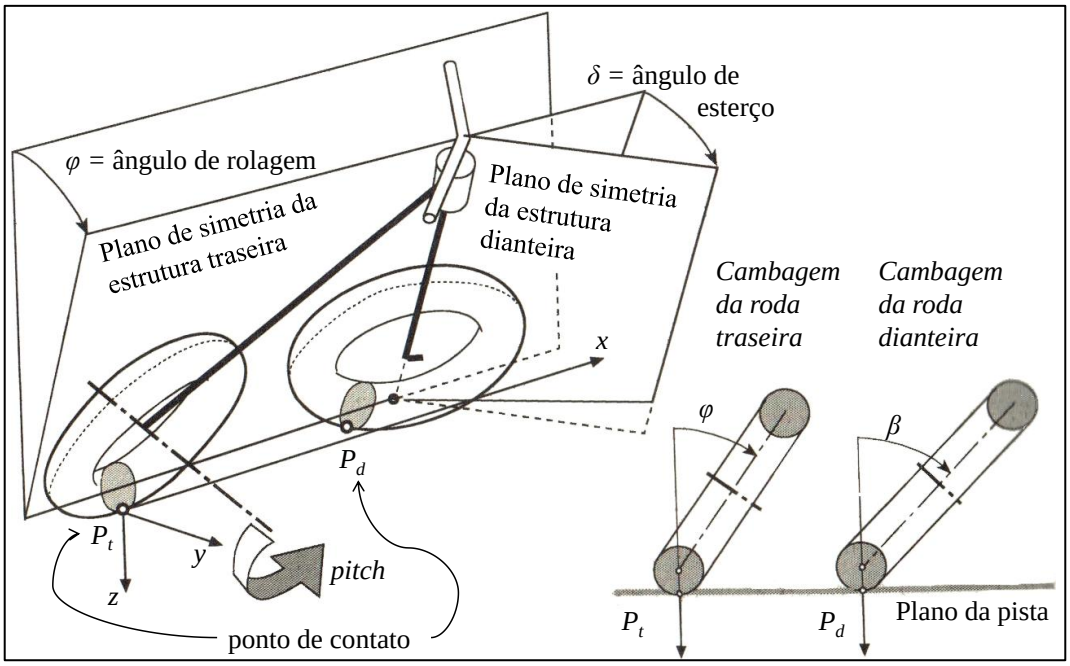

Figura 18: Pitch da motocicleta e ângulos de cambagem da roda dianteira e traseira.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.25.

O ângulo de cambagem β da roda dianteira depende da rolagem φ da estrutura traseira, o ângulo de esterço δ, ângulo de caster ε e do ângulo de *pitch* μ.

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{\tan\varphi\cos\delta + \operatorname{sen}\delta\,\operatorname{sen}(\varepsilon+\mu)}{\cos(\varepsilon+\mu)}\cos(\beta-\varepsilon)\right) \tag{29}$$

A estrutura dianteira sempre inclina-se mais que a estrutura traseira quando o ângulo de esterço é diferente de zero.

2.9 Ângulo de esterço cinemático

O ângulo de esterço cinemático Δ depende do ângulo de rolagem φ da estrutura traseira, ângulo de esterço δ, ângulo de caster ε e do ângulo de *pitch* μ (COSSALTER, 2006).

$$\Delta = \tan^{-1}\left(\frac{\sin\delta\cos(\varepsilon+\mu)}{\cos\varphi\cos\delta - \sin\varphi\sin\delta\sin(\varepsilon+\mu)}\right) \tag{30}$$

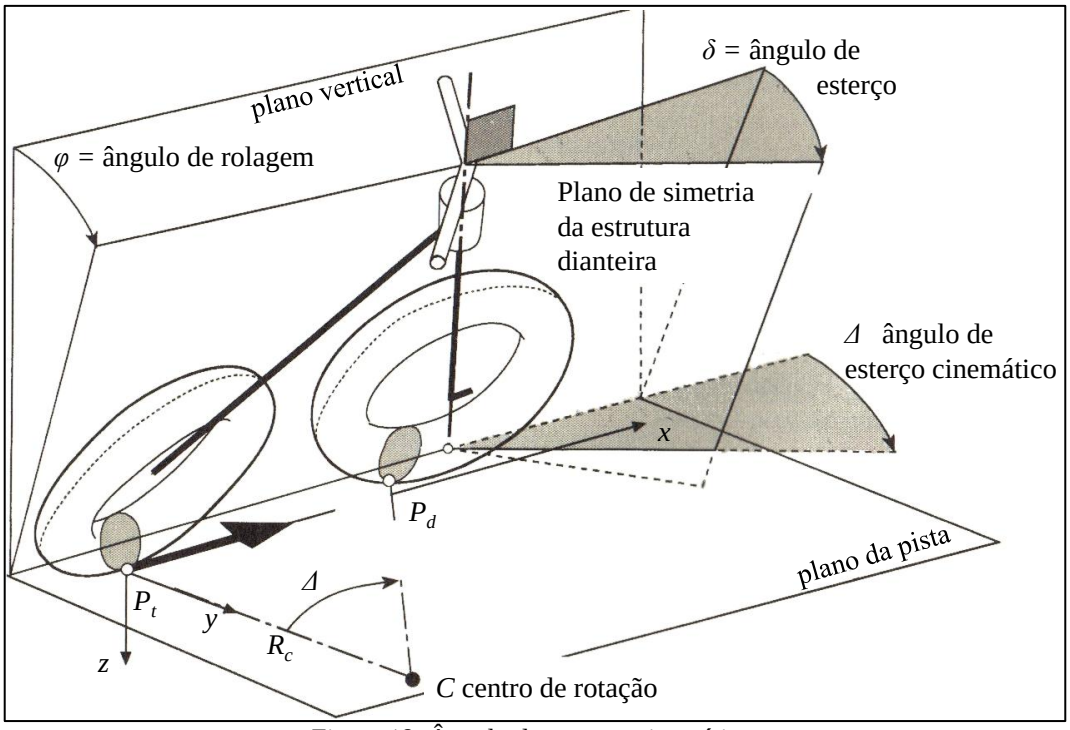

Figura 19: Ângulo de esterço cinemático.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.26.

Do ponto de vista geométrico, o ângulo de esterço é o ângulo entre os planos da roda dianteira e traseira, enquanto o ângulo de esterço cinemático Δ representa a intersecção do ângulo de esterço com o plano da pista $z = 0$.

2.10 Curvatura

De acordo com Cossalter (2006) a curvatura é definida como o inverso do raio de curvatura da motocicleta:

$$\Theta = \frac{\cos\lambda_t \sin(\Delta - \lambda_d) + \sin\lambda_t \cos(\Delta - \lambda_d)}{\left(X_{pd} - X_{pt}\right)\cos(\Delta - \lambda_{\mathrm{d}}) + \left(Y_{pd} - Y_{pt}\right)\sin(\Delta - \lambda_d)} \tag{31}$$

3 PNEUS DA MOTOCICLETA

Os pneus são componentes importantes de uma motocicleta. A fundamental característica é a deformabilidade, que permite o contato entre a roda e a pista mesmo encontrando pequenos obstáculos.

Adicionalmente, o pneu aprimora o conforto ao rodar, melhora a aderência (uma característica importante para a transferência de grandes forças ao solo produzidas por frenagens a acelerações). O desempenho de uma motocicleta é largamente influenciado pelas características dos pneus, o equilíbrio e o movimento do veículo ocorrem pela geração de forças laterais e longitudinais atuando entre os planos de contato do pneu com o da pista.

3.1 Forças de contato entre o pneu e a pista

Do ponto de vista macroscópico, a interação do pneu com a pista pode ser representada por um sistema composto de três forças e três momentos, como na Figura 20:

a) uma força longitudinal atuando ao longo do eixo paralelo a intersecção do plano da roda com o plano da pista, e passando através o ponto de contato (assumindo-se positivo se acelerando e negativo quando frenando), na direção *x*;
b) uma força vertical ortogonal ao plano da pista (a força vertical atua na roda assumindo positivo quando apontado para cima), ao longo do eixo *z*;
c) uma força lateral, no plano da pista, ortogonal a força longitudinal, na direção *y*;
d) um momento de sobre-rotação ao redor do eixo *x*;
e) um momento de resistência a rolagem ao redor do eixo *y*;
f) um momento de *yaw* ao redor do eixo *z*.

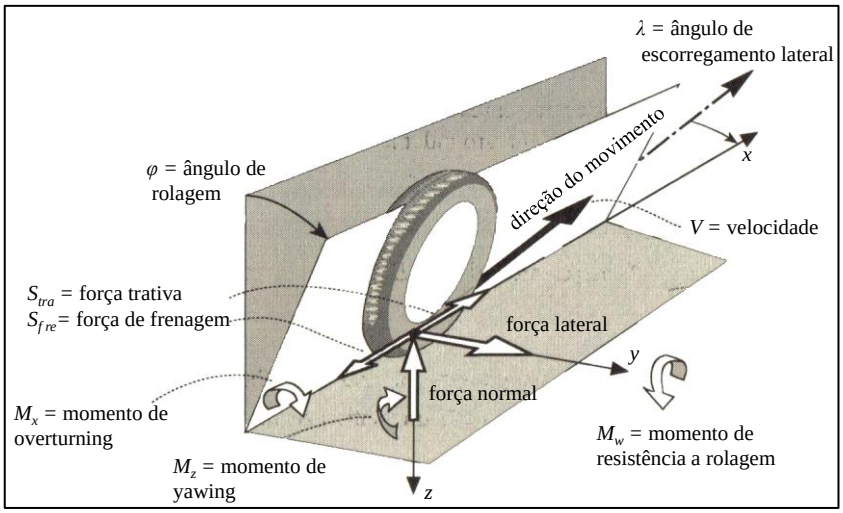

Figura 20: Forças e torques do contato entre o pneu e o plano da pista.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.38.

Na Figura 20, forças típicas laterais e longitudinais foram obtidas em condições de escorregamento puro. Escorregamento puro é a situação em que os escorregamentos longitudinal e lateral ocorrem de forma isolada.

3.2 Força longitudinal (trativa – frenagem)

A presença de força propulsoras ou de frenagem produzem tensões de cisalhamento ao longo da área de contato do pneu com o solo. A tensão circunferencial, no caso da força trativa, comprime as fibras na área de contato (Figura 21), e no caso de forças de frenagem, as fibras são tracionadas (Figura 22).

A velocidade a frente do ponto de contato é menor, no caso de tração, que a velocidade periférica do pneu. Alternadamente, no caso de frenagem, é maior que a velocidade periférica do pneu. O escorregamento longitudinal é definido pela razão entre a velocidade periférica do pneu ($V = \omega R$) e a velocidade a frente V (COSSALTER, 2006):

$$\kappa = -\frac{V - \omega R}{V} \tag{32}$$

O escorregamento longitudinal é positivo em caso de tração e negativo no caso de frenagem. Na roda propulsora, a tensão de cisalhamento longitudinal é produzida na área de contato. Separando-se a superfície de contato em duas porções, a primeira região da superfície de contato é composta pela adesão e a segunda parte da superfície ocorre o escorregamento (Figura 21).

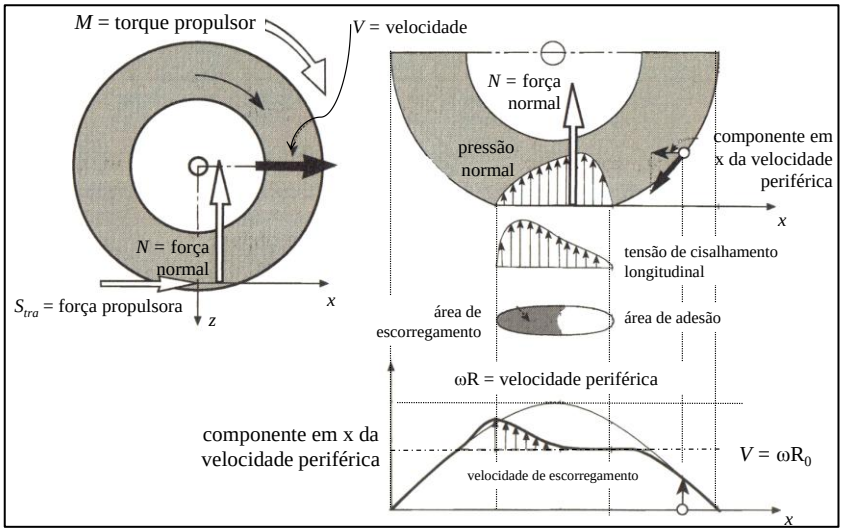

Figura 21: Tensão de cisalhamento longitudinal na área de contato e forças atuantes em uma roda propulsora.
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2006, p.43.

Na frenagem, em um certo ponto, a diferença entre a velocidade a frente e a velocidade periférica produz tensão de cisalhamento maior que as produzida em condição de adesão, e por essa razão uma zona de escorregamento é produzida (COSSALTER, 2006). O comprimento da zona de escorregamento é aproximadamente proporcional a força de frenagem. (Figura 22).

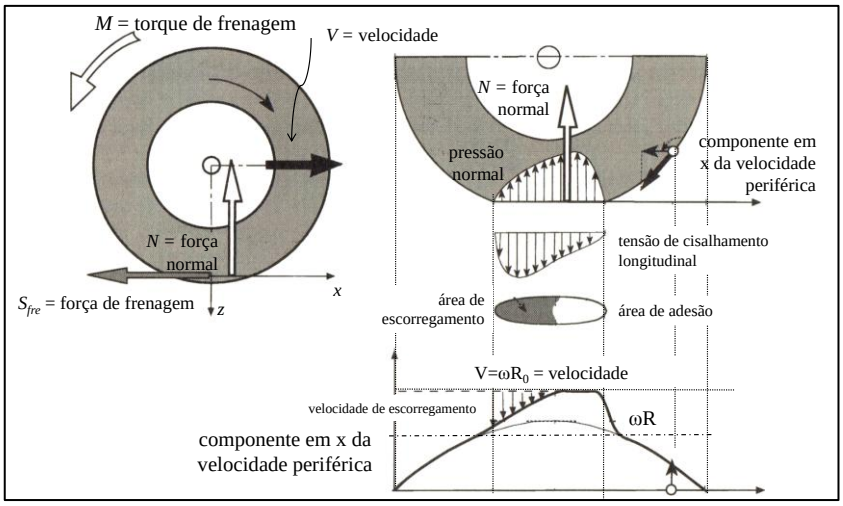

Figura 22: Tensões de cisalhamento longitudinais na área de contato e forças atuantes na roda em frenagem.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.44.

3.3 Força vertical

A força vertical é aplicada em um ponto que precede, por uma distância d_p, (vide Figura 23) o ponto de contato teórico, definido pela geometria do pneu e sistema de direção. A distância d_p depende do coeficiente de resistência à rolagem (seção 3.5) e raio do pneu (COSSALTER, 2006).

$$d_p = f_w R \tag{33}$$

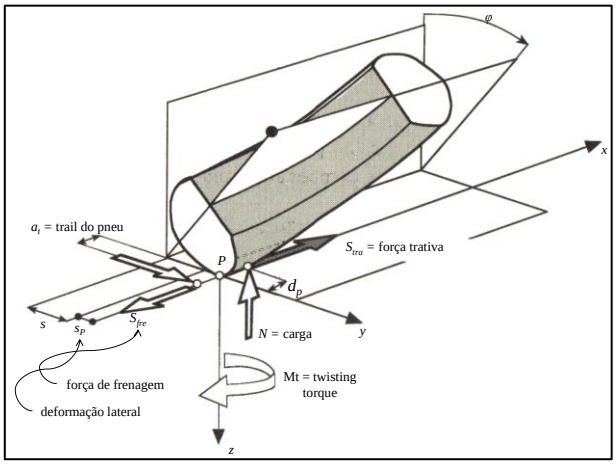

Figura 23: Momentos gerados pela força trativa e frenagem.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2002, p.63.

3.4 Força lateral

A força lateral, que o pneu exerce na pista, depende do ângulo de escorregamento lateral λ e do ângulo de cambagem φ. O ângulo de escorregamento lateral é definido como o ângulo medido no plano da pista entre a direção do movimento e a intersecção do plano da roda com o plano da pista (Figura 20). Forças de escorregamento laterais dependem da distorção da carcaça do pneu enquanto forças de cambagem dependem principalmente da geometria.

O pneu é deformado no contato com o solo, produzindo uma superfície de formato variado e dimensões de acordo com as características do pneu, ângulo de rolagem, ângulo de escorregamento lateral, bem como fatores externos como: carga, pressão de enchimento, etc. Qualquer presença de forças laterais e de frenagem ou propulsoras introduzem deformações na superfície de contato. Geralmente, a superfície não é simétrica em relação ao eixo *x* e *y*.

3.4.1 Força lateral produzida pelo escorregamento lateral

Considere uma roda girando e ao mesmo tempo escorregando lateralmente. Nesse caso, a forma da superfície de contato é distorcida como visto na Figura 24. Um ponto *P* situado na banda de rodagem do pneu atinge o contato com o solo no ponto *A*. Quando o ponto *P* move-se a um determinado ponto *B*, descreve uma trajetória retilínea. A velocidade deste deslocamento possui a mesma direção da velocidade a frente *V*. Quanto atinge o ponto *B*, recupera-se a tensão de cisalhamento devido a deformação elástica, devido a deformação da carcaça e dos elementos da borracha na banda de rodagem do pneu. Esta tensão supera as forças de adesão, desviando a trajetória, causando escorregamento no solo até o ponto C.

Duas zonas são distinguidas na área de contato:

a) uma zona frontal onde a adesão atua;
b) uma zona traseira onde ocorre o escorregamento.

A zona de escorregamento é tanto maior quanto maior o ângulo de escorregamento. Uma vez alcançado o limite de força lateral produzida pelo pneu, a zona de contato transforma-se em zona de escorregamento, perdendo-se assim o controle direcional ou de propulsão da motocicleta.

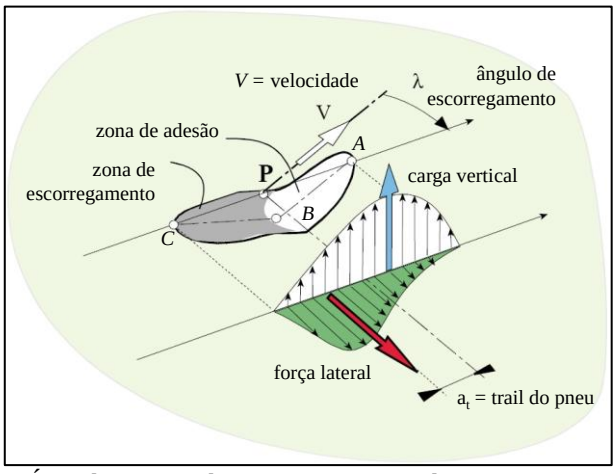

Figura 24: Área de contato do pneu na presença de escorregamento lateral.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2001, slide.02.

3.5 Resistência à rolagem

Considerando a roda girando sem escorregamento em uma superfície plana. O raio de rolagem é definido pela razão da velocidade de deslocamento para frente com a velocidade angular:

$$R_0 = \frac{V}{\omega} \tag{34}$$

O raio de rolagem efetivo em movimento livre é visto na Figura 25, menor que o raio do pneu sem carga devido a deformação do pneu. Este valor depende do tipo de pneu, da rigidez radial, da carga pressão de enchimento e da velocidade de deslocamento.

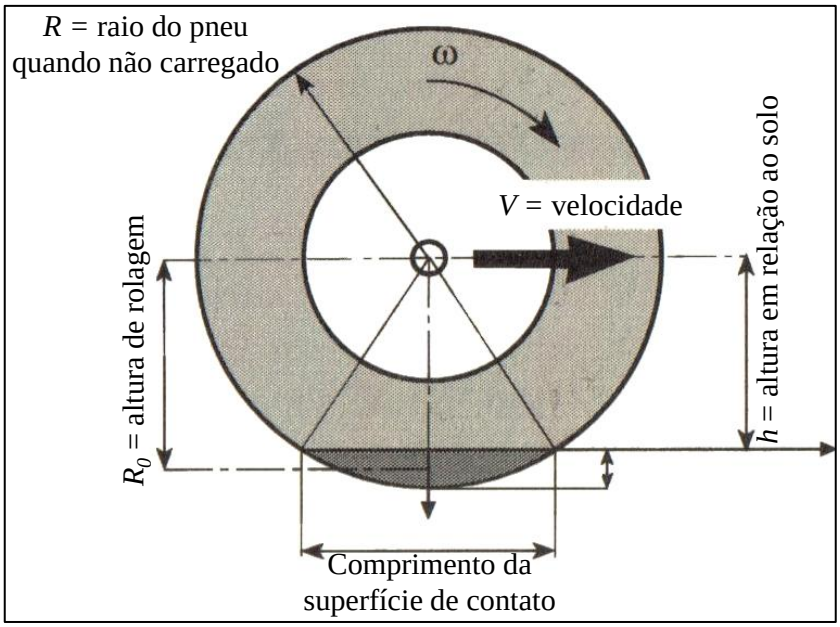

Figura 25: Raio efetivo de rolagem do pneu.
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2006, p.40.

Durante a rolagem do pneu, uma porção da circunferência que passa através da pista sofre deflexão. Na área de contato tensões são produzidas, a normal (devido a carga) e a de cisalhamento devido a diferença do comprimento do arco da circunferência e a corda da banda que representa o comprimento do contato da banda. Devido a histerese do material do pneu, parte da energia que foi gasta na deformação da carcaça não é armazenada na fase seguinte de relaxamento, ou é restaurada tardamente.

Como visto na Figura 26, a resultante da pressão normal é distribuída a frente em respeito ao centro da roda por uma distância d_p. De acordo com Cossalter (2006), este deslocamento a frente é chamado de parâmetro de atrito a rolagem. Por isso, para mover a roda com velocidade constante é necessário vencer o momento de resistência a rolagem igual a:

$$M_w = d_p N \tag{35}$$

A resistência a rolagem é expressa por uma força de resistência que se opõe ao movimento para frente, cujo o valor é dado pelo produto do coeficiente de resistência a rolagem f_w e a carga vertical (COSSALTER, 2006).

$$F_w = f_w N = \frac{d_p}{R} N \tag{36}$$

Adicionalmente ao tipo de pneu (tanto radial quanto diagonal), as dimensões, as características do pneu, a temperatura e condições de uso do coeficiente de resistência a rolagem dependem principalmente da velocidade para frente e da pressão de enchimento. O coeficiente de resistência à rolagem aumenta com o ângulo de cambagem. Tipicamente os valores estão na ordem de 0,02 (COSSALTER, 2006).

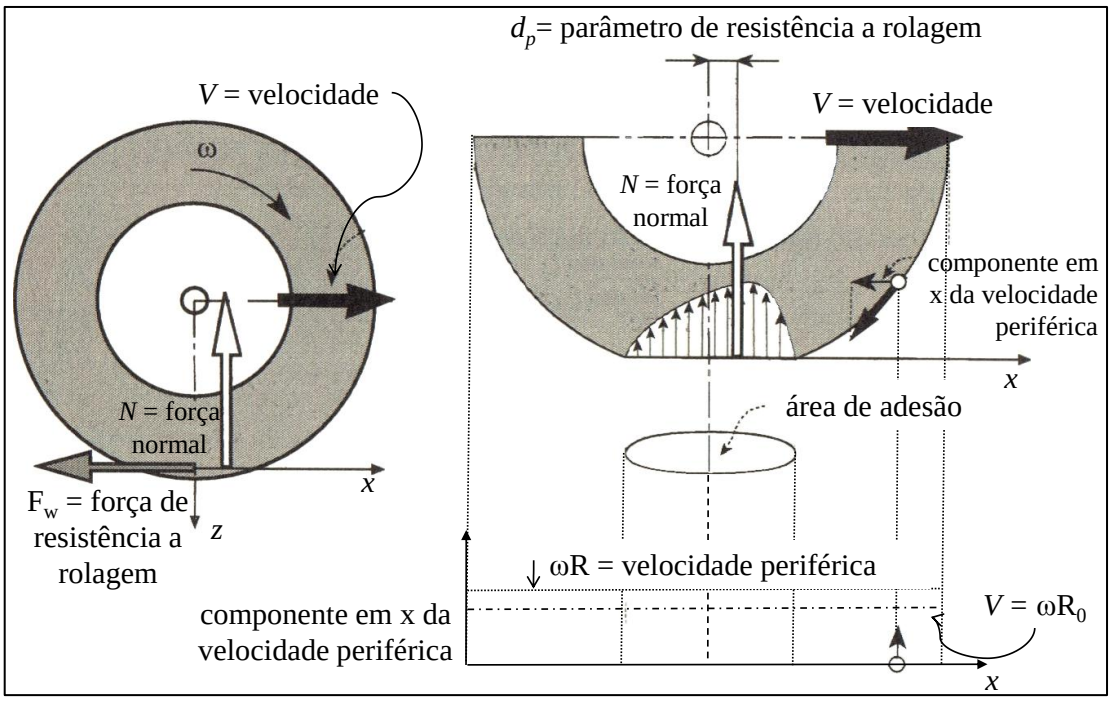

Figura 26: Descrição da pressão de contato e forças atuantes em uma roda em movimento.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2006, p.41.

Bradley (1996 apud Cossalter, 2006) propôs a seguinte fórmula empírica para cálculos de perdas através da resistência ao movimento dos pneus da motocicleta. A fórmula leva em consideração a pressão de enchimento e a velocidade:

$$f_w = 0{,}0085 + \frac{0{,}018}{p_e} + \frac{1{,}59 * 10^{-6}}{p_e} V^2 \; para \; V < 165 km/h \tag{37}$$

$$f_w = 0{,}018 + \frac{2{,}91 * 10^{-6}}{p_e} V^2 \; para \; V > 165 km/h \tag{38}$$

Onde V é a velocidade expressa em km/h e p_e é a pressão de enchimento do pneu em bar.

Resumindo a força de resistência a rolagem depende:

a) pressão de enchimento;
b) deformação do pneu (histerese do material);
c) escorregamento relativo entre o pneu e a pista;
d) resistência aerodinâmica da roda.

Perdas devido à aerodinâmica da roda são causadas pela interação entre a roda e o ar que recircula por ela, depende da geometria da roda (raiada ou fundida), o perfil do pneu e velocidade de rotação do conjunto (COSSALTER, 2006).

3.6 Curva dos pneus.

A Figura 27 mostra de forma qualitativa, a força lateral normalizada (razão entre força lateral e força vertical) em função do ângulo de camber para alguns valores de ângulo de escorregamento. O máximo valor da força que pode-se obter no pneu é fortemente dependente das condições da pista.

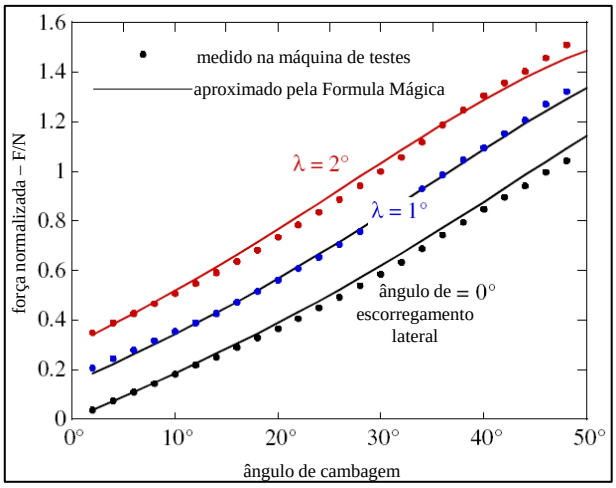

Figura 27: Curva de ângulo de escorregamento lateral do pneu em função do ângulo de cambagem e a força normalizada.
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2008.

As forças são medidas utilizando a máquina de teste descrita em Cossalter et al. 2003 conforme Figura 28. O disco gira ao redor de um eixo vertical. A roda durante o teste gira na pista e é posicionada por um braço articulado que posiciona a roda a determinados valores de camber e ângulos de escorregamento lateral.

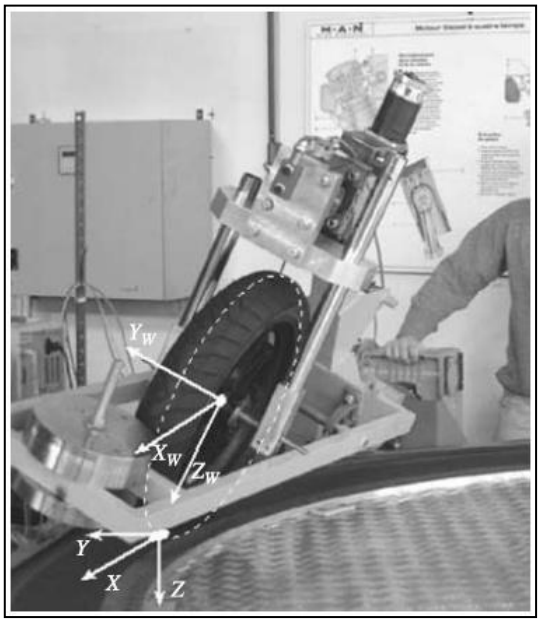

Figura 28: Máquina de teste de pneu com disco rotativo.
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2004, p.204.

A força lateral é uma função da carga vertical, escorregamento lateral e ângulo de camber. O acoplamento entre as componentes de curvatura e camber são expressas com a aproximação de força equivalente utilizando a equação abaixo (PACEJKA, 2005):

3.7 Momentos entre pneu e a pista

3.7.1 Momento auto-alinhante

A distribuição da tensão de cisalhamento lateral produzida pelo escorregamento lateral do pneu não é simétrica. A força resultante é aplicada em um ponto situado a uma certa distância a partir do centro da superfície de contato, um centro que em uma primeira aproximação pode ser assumido coincidente com o ponto de contato teórico do toróide rígido com o plano da pista. A distância a_t é designada como o *trail* do pneu. Na Figura 24 a força lateral produz um momento que tende a girar o pneu de um modo a diminuir o ângulo de escorregamento lateral. Por essa razão este momento é chamado de momento auto-alinhante do pneu.

O momento auto-alinhante M_Z é produzido pela força lateral *F*, força longitudinal (S > 0 propulsão, S < 0 frenagem) e pelo *twisting torque* (M_{Tz}) (COSSALTER, 1999)

$$M_Z = -t(\lambda)F - s_p S + M_{Tz} \tag{39}$$

Resultados experimentais mostram que o *trail* é máximo quando o ângulo de escorregamento é zero; diminui com o aumento no ângulo de escorregamento até atingir zero, e aumenta com aumento da carga vertical. O *trail* é expresso aproximadamente em função do ângulo de escorregamento pela seguinte equação (COSSALTER, 1999):

$$t = t_0 \left(1 - \left|\frac{\lambda}{\lambda_{max}}\right|\right) \tag{40}$$

$$a_t = 0 \; se \; |\lambda| > \lambda_{max} \tag{41}$$

Em que t_0 representa o valor máximo do *trail* do pneu (t_0 atinge de 1,5 a 5 cm) e λ_{max} o ângulo de escorregamento onde o *trail* do pneu torna-se zero.

3.7.2 Twisting torque

Considere uma roda inclinada que rola sobre o plano da pista com velocidade angular ω ao redor do eixo de rotação dela, conforme a Figura 29.

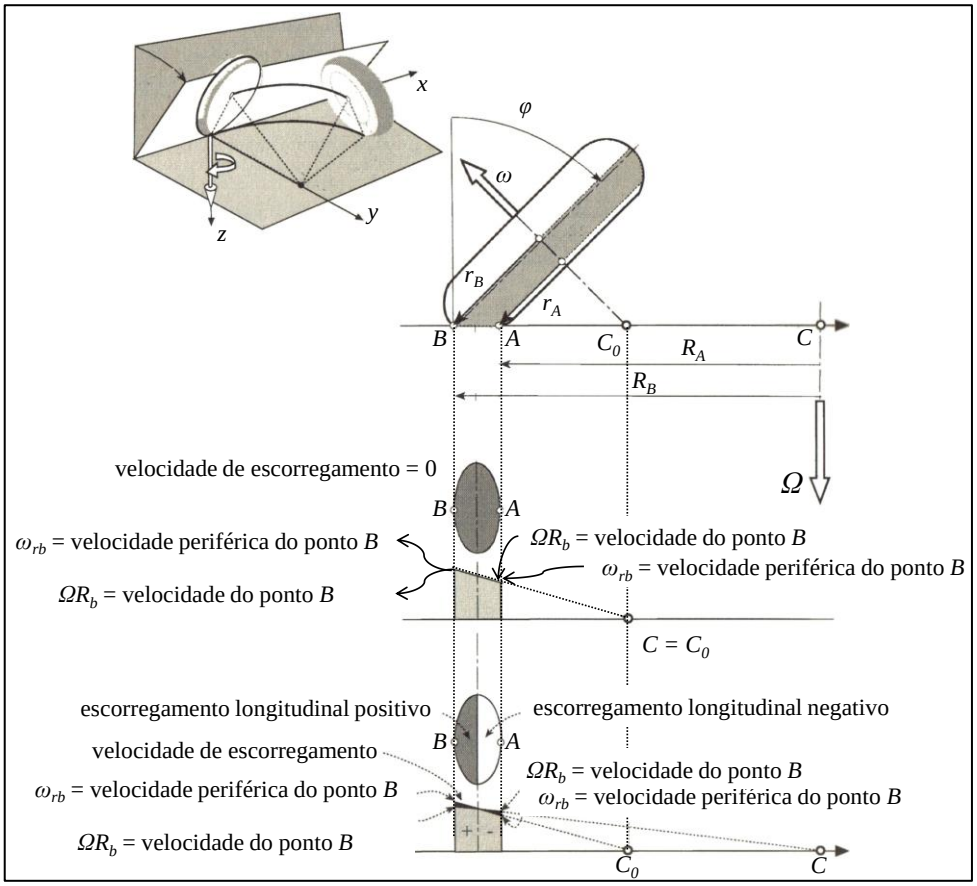

Figura 29: Origem do twisting moment.
Fonte: Autor "adaptado de" Cossalter 2002, p.61.

O ponto C_0 é a intersecção do eixo de rotação da roda com o plano da pista. Se o centro de giro *C* da trajetória circular descrita pela roda coincide com o ponto C_0, o movimento ocorre sem escorregamento longitudinal (condição cinemática). As velocidades periféricas de dois pontos *A* e *B* do pneu, que fazem parte da banda de rodagem do pneu, são iguais devido a rotação da roda ao redor do ponto C com velocidade angular Ω.

$$\omega r_A = \Omega R_A \tag{42}$$

$$\omega r_B = \Omega R_B \tag{43}$$

Na realidade, em uma rolagem livre o centro de curvatura C sempre é localizado externamente em relação ao ponto C0.

Supondo que no ponto médio da superfície de contato a velocidade periférica é igual a velocidade a frente (COSSALTER, 2006):

$$\omega \frac{r_A + r_B}{2} = \Omega \frac{R_A + R_B}{2} \tag{44}$$

Na porção mais externa da superfície de contato a velocidade periférica é maior que a velocidade a frente, enquanto na parte interna da superfície de contato ocorre o inverso. O movimento portanto ocorre com escorregamento e duas zonas podem ser distinguidas na superfície de contato: uma com velocidade de escorregamento longitudinal positivo, e outra com velocidade de escorregamento longitudinal negativo. Portanto, existem tensões de cisalhamento direcionadas à frente, na zona externa, e direcionadas para trás na zona interna.

Estas tensões de cisalhamento produzem o *twisting torque* que tende a mover a roda ao longo de uma trajetória com curvatura de menor raio, atuando assim, no giro da roda fora do alinhamento (COSSALTER, 2006).

3.7.3 Torque produzido pela força propulsora ou frenagem

Conforme a Figura 30 forças propulsoras produzem um momento que tende a alinhar o plano do pneu na direção da velocidade, enquanto forças de frenagem produzem um momento de sinal oposto que move a roda para fora do alinhamento. O braço da força longitudinal depende da deformação lateral do pneu.

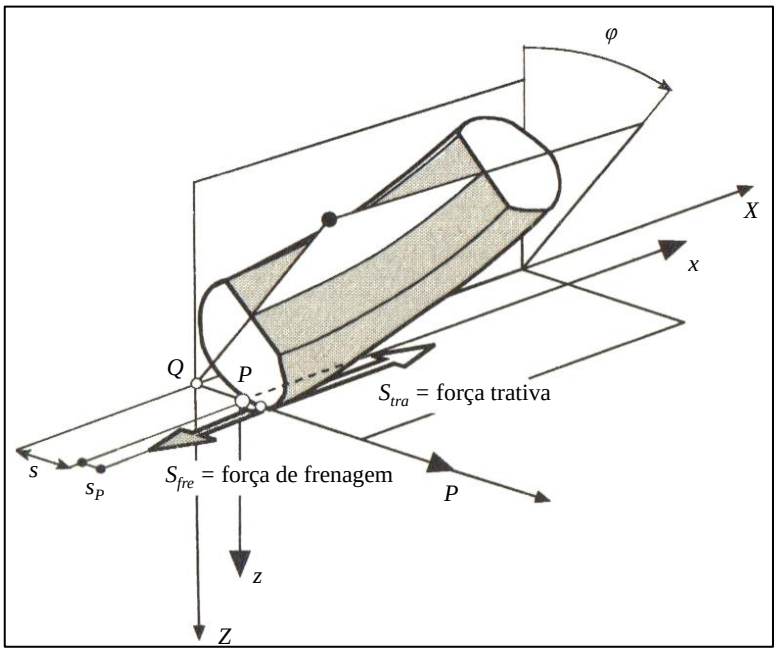

Figura 30: Momentos gerados pela força trativa e frenagem.
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2002, p.63.

Com respeito ao ponto *Q* o braço da força longitudinal também depende do raio de secção transversal e do ângulo de camber.

Geralmente, a deformação lateral s_P, é nula em respeito ao deslocamento lateral s do ponto de contato do pneu (COSSALTER, 2006).

4 CURVA EM REGIME PERMANENTE

Durante uma curva em regime permanente o equilíbrio de forças e momentos é alcançado. Nesta condição de curvatura a motocicleta pode ter um comportamento neutro, sub-esterçante ou sobre-esterçantedurante a manobra.

4.1 Ângulo efetivo de rolagem

Considerando um pneu com espessura definida e que descreve uma curva de raio constante com velocidade de uma curva de raio constante com velocidade de *yaw* Ω constante, o ângulo efetivo de rolagem é definido conforme Cossalter (2006):

$$\varphi = \tan^{-1}\frac{V^2}{gR_C} + \tan^{-1}\frac{t.\,\text{sen}\left(\tan^{-1}\frac{V^2}{gR_C}\right)}{h-t} \tag{45}$$

4.2 Comportamento direcional da motocicleta em curva

Considerando uma motocicleta uma curva em regime constante, cada roda avança com rolagem pura e o vetor velocidade de cada roda pode ser obtido no plano da roda.

O escorregamento lateral é expresso pelo ângulo de escorregamento λ, definido como ângulo formado pela direção do movimento à frente e o plano da roda. Quando os ângulos de escorregamento aproximam-se a zero, a curvatura é denominada curvatura cinemática.

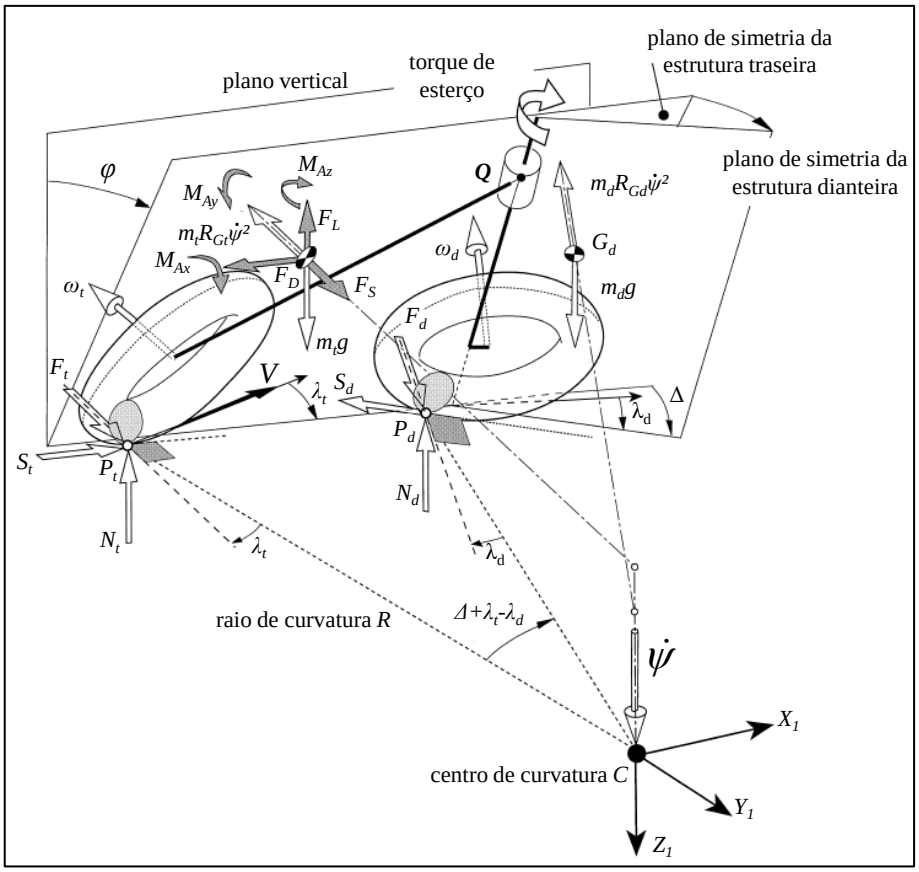

Figura 31: Motocicleta em trajetória curvilínea.
Fonte: Autor “adaptado de” Vehicle System Dynamics, 31(1999)., pp. 160.

As forças de reação laterais dependem dos ângulos de escorregamento lateral dos pneus, ângulo de rolagem e cargas verticais.

4.2.1 Razão de esterço

O comportamento direcional depende de vários parâmetros geométricos, distribuição de massa e propriedades do pneu. O ângulo de esterço efetivo Δ* é apenas igual ao ângulo de esterço cinemático definido pelo piloto, se o ângulo de escorregamento de ambas as rodas for igual. Neste caso, o sistema de direção possui um comportamento neutro. Caso contrário, o ângulo efetivo de esterço é menor ou maior que o esperado pelo piloto, o veículo possui comportamento sub ou sobre-esterçante. O comportamento da direção é expresso pela razão ξ:

$$\xi = 1 + \frac{\lambda_t - \lambda_d}{\Delta} \tag{46}$$

O comportamento do veículo é:

a) neutro se $\xi = 1$: ângulo de escorregamento lateral iguais ($\lambda_t = \lambda_d$);
b) sobre-esterçante se $\xi > 1$: a diferença dos ângulos de escorregamento lateral é positivo ($\lambda_t > \lambda_d$);
c) sub-esterçante se $\xi < 1$: a diferença é negativa ($\lambda_t < \lambda_d$).

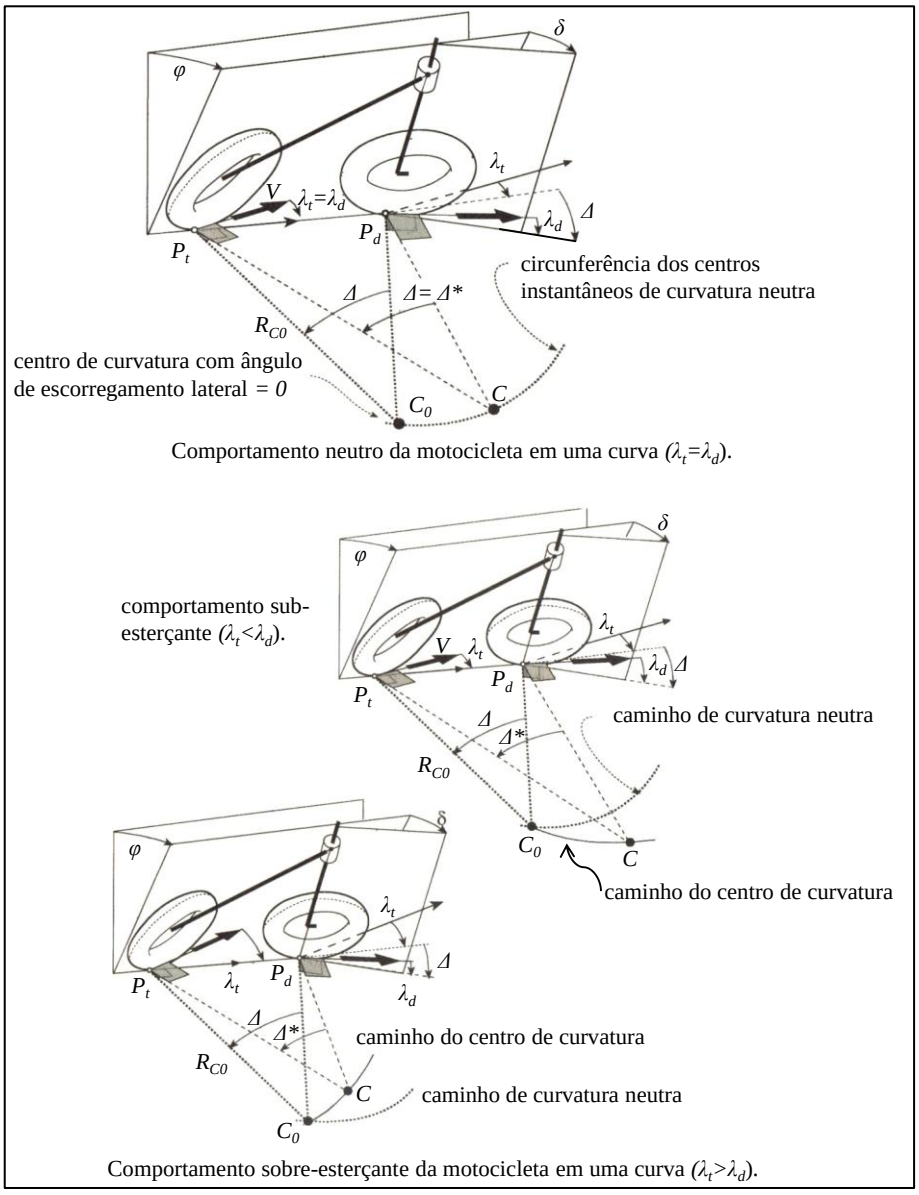

Figura 32: Comportamento direcional da motocicleta em uma curva.
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2002, p.112.

5 DESCRIÇÃO DO MODELO

A motocicleta é formada por um sistema de quatro corpos rígidos: estrutura traseira (incluindo quadro, motor, reservatório de combustível e piloto), estrutura dianteira (guidom e garfo) e a roda dianteira e traseira, como citado anteriormente.

A estrutura dianteira e traseira são conectadas por uma junta de revolução. As rodas dianteira e traseira são conectadas respectivamente à estrutura traseira e ao garfo por juntas de revolução. O efeito da suspensão dianteira e traseira não é levado em conta, desde que em uma curva em regime permanente a deflecção da suspensão não se altera.

O piloto é considerado um corpo rígido firmemente conectado a estrutura traseira.

A distribuição das forças aerodinâmicas na motocicleta são: arrasto (*drag),* sustentação (*lift),* forças laterais (atuando no centro de massa da estrutura traseira) e três torques.

O contato entre o pneu e a pista é descrito por meio dos vínculos. Se a roda escorrega tanto na longitudinal quanto na lateral, os vínculos permitem cinco graus de liberdade (2 de translação e 3 de rotação).

As forças laterais exercidas nos pneus pela pista são muito importantes na dinâmica em regime permanente e são relacionadas ao escorregamento lateral e ângulos de rolagem. Os escorregamentos laterais dianteiro traseiro são descritos respectivamente por λ_d e λ_t.

Em relação ao escorregamento longitudinal, a roda dianteira não escorrega por não produzir força longitudinal trativa e é desprezado o efeito de resistência à rolagem, já a roda traseira por ser trativa produz força longitudinal ocasionando escorregamento longitudinal (COSSALTER, 2006).

Três sistemas de coordenadas são introduzidos para descrever as propriedades dinâmicas e cinemáticas do veículo. Sistema de coordenada $t(x_t, y_t, z_{t,})$ conforme Figura 33 é fixo a estrutura traseira e o plano x_t, z_t é o plano de simetria da estrutura traseira. Quando o veículo está na vertical e o ângulo de esterço é igual a zero, eixos x_t e y_t estão no plano

horizontal e x_t aponta para frente, eixo z_t é vertical e aponta para baixo, a origem ***A*** e o ponto de contato P_t da roda traseira se sobrepõe.

Quando o veículo está em uma configuração qualquer, o sistema de coordenadas *t* pode ser obtido da seguinte forma, inicia-se com o sistema de coordenadas sobrepondo o sistema de coordenada da pista, gira-se o sistema ao redor de Z = z_t por um ângulo ψ (ângulo de *yaw*), depois gira-se ao redor de x_t por um ângulo φ (ângulo de rolagem), posteriormente gira-se-se ao redor de y_t por um ângulo μ (ângulo de *pitch*) e por fim translada-se o sistema de forma a manter o ponto de contato com a pista. As propriedades inerciais da estrutura traseira são definidas no sistema de coordenadas *t*.

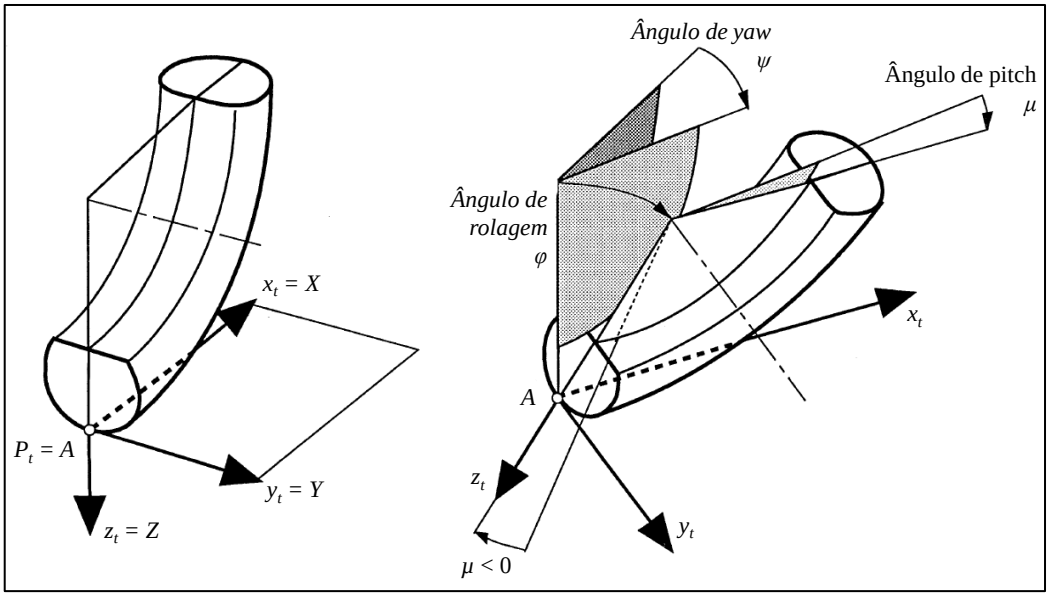

Figura 33: Sistema de coordenada t em motocicleta em posição vertical(esq.) e em configuração qualquer(dir.).
Fonte: Autor “adaptado de” Vehicle System Dynamics, 31(1999)., pp. 159.

O sistema de coordenadas $d(x_d, y_d, z_d)$, conforme Figura 3, é fixo a estrutura dianteira e é descrito da seguinte forma: a origem é localizada no ponto ***Q***, que é o ponto de intersecção entre o eixo de rotação do sistema de direção e o plano perpendicular ao eixo de rotação da direção, que passa através do centro da roda traseira; eixo z_d é alinhado com o eixo de rotação da direção e aponta para baixo; eixo y_d é paralelo ao eixo de rotação da roda dianteira; eixo x_d está no plano de simetria da estrutura dianteira.

Pode ser obtido da seguinte forma, inicia-se com o sistema de coordenadas *d* se sobrepondo ao sistema de coordenada *t*, gira-se o sistema ao redor de $y_t = y_d$ por um ângulo ε (ângulo de *caster*), depois gira-se ao redor de z_d por um ângulo δ (ângulo de esterço) e, por fim, translada-se a origem para o ponto ***Q***. As propriedades inerciais da estrutura dianteira são definidas no sistema de coordenadas *d*.

Outro sistema de coordenadas, vide Figura 31, que é útil no desenvolvimento das equações dinâmicas em regime permanente é o sistema de coordenadas rotativo 1(X_1, Y_1, Z_1). A origem é localizada no centro de giro da motocicleta (ponto ***C***); O eixo Z_1 é vertical e aponta para baixo (é paralelo ao eixo *Z* do solo). O eixo X_1 está no plano *XY* e é paralelo ao plano de simetria da estrutura traseira. O eixo Y_1 completa o sistema de coordenadas.

5.1 Equações cinemáticas

Com o ângulo μ conhecido, o vetor P_tP_d. pode ser calculado Este vetor fornece a posição do ponto de contato do pneu dianteiro em função do ponto de contato do pneu traseiro em relação ao sistema de coordenadas 1 (COSSALTER, 1999).

$$\begin{aligned} X_{Pd} - X_{Pt} &= (d+e)cos\mu + (a+b+\rho_t)sen\mu \\ &\quad - [b+a+\rho_t(1-cos\mu)]sen\mu.sen\varphi \end{aligned} \tag{47}$$

$$\begin{aligned} Y_{Pd} - Y_{Pt} &= c.cos\varphi + [b-a-\rho_t(1-cos\mu)]cos\mu.sen\varphi \\ &\quad + [e+d+\rho_t.sen\mu]sen\mu.sen\varphi \end{aligned} \tag{48}$$

em que:

$$a = l_1 sen\varepsilon[(1-cos\delta)] + (r_t - \rho_t) - (r_d - \rho_d) \tag{49}$$

$$d = p - l_1 cos\varepsilon[(1-cos\delta)] \tag{50}$$

$$b = \rho_d[cos\varepsilon.cos(\beta^{'} - \varepsilon) - cos\delta.sen\varepsilon.sen(\beta^{'} - \varepsilon) - 1] \quad (51)$$

$$e = \rho_d[sen\varepsilon.cos(\beta^{'} - \varepsilon) + cos\delta.cos\varepsilon.sen(\beta^{'} - \varepsilon)] \quad (52)$$

$$c = l_1 sen\delta + \rho_d sen\delta.sen(\beta^{'} - \varepsilon) \quad (53)$$

$$\beta^{'} = \varepsilon + \tan^{-1}\left(\frac{sen\delta.tan\varphi - sen(\varepsilon + \mu)cos\delta}{cos(\varepsilon + \mu)}\right) \quad (54)$$

De acordo com Cossalter(2006) o ângulo de esterço efetivo Δ é a intersecção entre o plano da pista e o ângulo entre os planos de simetria da estrutura dianteira e traseira (vide Figura 31),

$$\Delta = \tan^{-1}\left(\frac{sen\delta.cos(\varepsilon + \mu)}{cos\varphi.cos\delta - sen\varphi.sen\delta.sen(\varepsilon + \mu)}\right) \quad (55)$$

Outro parâmetro importante é a curvatura definida pelo ponto de contato da roda traseira (P_t) e é expresso:

$$\Theta = \frac{cos\lambda_t.sen(\Delta - \lambda_d) + sen\lambda_t.cos(\Delta - \lambda_d)}{(X_{Pd} - X_{Pt})cos(\Delta - \lambda_d) + (Y_{Pd} - Y_{Pt})sen(\Delta - \lambda_d)} \quad (56)$$

De um segundo grupo de equações cinemáticas determinam-se as velocidades em função da velocidade de rotação $\dot{\Psi}$ (*yaw*). Velocidade na direção do movimento é relacionada com a curvatura e velocidade de rotação por meio da seguinte equação (COSSALTER, 2006):

$$V = \frac{\dot{\Psi}}{\Theta} = \Gamma_V(\varphi, \delta, \lambda_t, \lambda_d)\dot{\Psi} \quad (57)$$

A velocidade angular da roda traseira segundo Cossalter (2006) é:

$$\omega_t = -\frac{\dot{\Psi}}{\Theta}\frac{\left(-\frac{V_{Sx}}{V_x} + 1\right)\cos\lambda_t}{\rho_t + t_t\cos\varphi} = \Gamma_{\omega t}(\varphi, \delta, \lambda_t, \lambda_d, \kappa)\dot{\Psi} \quad (58)$$

O escorregamento longitudinal da roda dianteira é assumido como zero, a velocidade angular da roda dianteira, levando-se em consideração as relações cinemáticas, segundo Cossalter (2006) é:

$$\omega_d = \Psi \frac{\cos \lambda_d Y_{Pd}}{\cos(\Delta - \lambda_d)} \frac{1}{\rho_d + t_d \cos \beta'} = \Gamma_{\omega f}(\varphi, \delta, \lambda_t, \lambda_d)\Psi \qquad (59)$$

5.2 Modelo do pneu

As forças e momentos produzidos pelo pneu, conforme Cossalter (2006) estão ilustrados conforme as figuras abaixo: na Figura 34 forças atuantes no ponto de intersecção entre o plano de simetria da roda e a pista, na Figura 35 forças atuantes no ponto de contato do pneu e na Figura 36 produção do momento M_x, M_y, M_z.

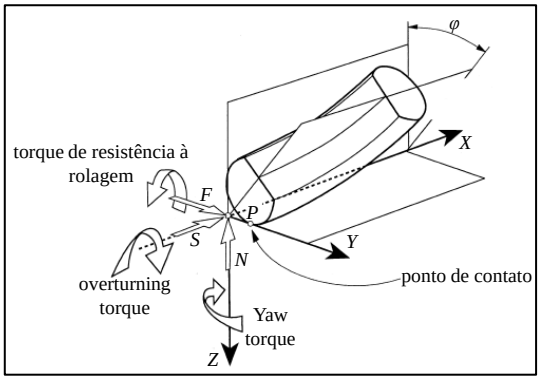

Figura 34: Forças no ponto de contato, e momentos principais.
Fonte: Autor “adaptado de” Vehicle System Dynamics, 31(1999), p. 165.

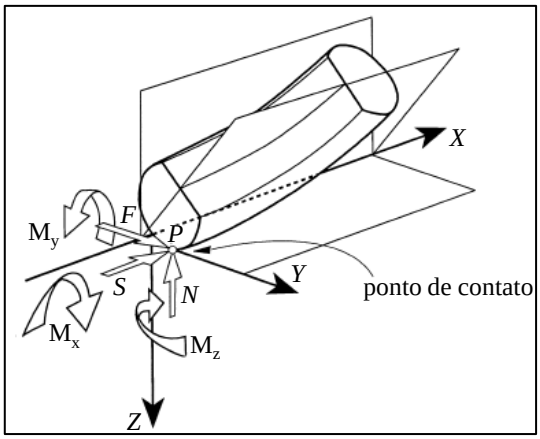

Figura 35: Forças atuantes no ponto de intersecção entre o plano de simetria da roda e a pista.
Fonte: Autor "adaptado de" Vehicle System Dynamics, 31(1999), p. 165.

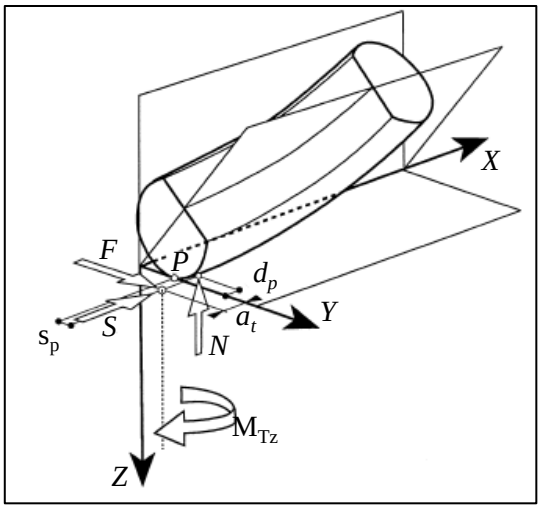

Figura 36: Detalhe do ponto de contato do pneu.
Fonte: Autor "adaptado de" Vehicle System Dynamics, 31(1999), p. 165.

Escorregamento longitudinal na roda dianteira é nulo devido a roda não ser trativa. A força longitudinal é relacionada ao atrito ao rolamento apenas, a força longitudinal no pneu dianteiro é determinada por:

$$S = -\mu N \tag{60}$$

em que, μ é o coeficiente de atrito à rolamento.

O momento de resistência ao rolamento é calculado por:

$$M_y = d_p N \tag{61}$$

em que, d_p é o deslocamento para frente do ponto de contato e N a carga no pneu.

O torque M_x (*overturning torque*) é causado pela deformação lateral do pneu s_p

$$M_x = -s_p N \tag{62}$$

Conforme Cossalter (1999) o deslocamento s_p é normalmente pequeno devido a alta rigidez lateral do pneu, portanto o momento M_x é considerado nulo.

O torque M_z é produzido pela força lateral F, força longitudinal ($S > 0$ propulsão, $S < 0$ frenagem) e M_{Tz} (twisting torque):

$$M_z = -a_t(\lambda)F - s_p S + M_{Tz}(\varphi) \tag{63}$$

O primeiro termo devido a força lateral tende a alinhar a roda no sentido do movimento da motocicleta. O *offset* $a_t(\lambda)$, cuja distribuição depende da distribuição da força lateral é chamado de *trail* do pneu (Figura 37). É calculado como a razão entre o torque M_z e a força lateral quando a força longitudinal e ângulo de rolagem são zero; uma boa aproximação de acordo com os resultados experimentais (COSSALTER, 1999):

$$a_t = -t_0 \left(1 - \left|\frac{\lambda}{\lambda_{max}}\right|\right) \tag{64}$$

O segundo termo da equação 63, devido a força longitudinal, tende apenas a alinhar se a força longitudinal é trativa. Como o deslocamento s_p usualmente é muito pequeno, este termo pode ser considerado nulo (COSSALTER, 1999).

O terceiro termo é o *twisting torque*, que surge devido ao ângulo de rolagem e não tende a alinhar a roda. Conforme Cossalter (1999) assume-se uma função linear baseada em resultados, onde M_1 é 0,024 para o pneu dianteiro e 0,028 para o pneu traseiro.

$$M_{Tz} = M_1 \varphi \tag{65}$$

5.3 Equações em regime permanente

Em uma curva em regime constante, a velocidade de *yaw*, a rolagem, os ângulos de esterço e os escorregamentos (longitudinal da roda traseira e lateral dianteiro e traseiro) são constantes. Desta forma, as equações dinâmicas são compostas por equações algébricas. Pela 2º Lei de Newton para o sistema de quatro corpos rígidos:

$$F_{Gt} + F_{Gd} + F_{Pt} + F_{Pd} + F_A = ma_G \tag{66}$$

Onde, $\boldsymbol{F_{Gt}}$ e $\boldsymbol{F_{Gd}}$ são forças gravitacionais devido ao peso próprio na estrutura traseira (incluindo a roda traseira) e estrutura dianteira (incluindo a roda dianteira) respectivamente; $\boldsymbol{F_{Pt}}$, $\boldsymbol{F_{Pd}}$ são forças de reação da pista no pneu traseiro e dianteiro respectivamente; $\boldsymbol{F_A}$ é a força aerodinâmica na estrutura traseira; $\boldsymbol{m}$ é a massa total; e $\boldsymbol{a_G}$ é a aceleração do centro de massa.

Utilizando o sistema de coordenadas 1, as equações ficam:

$$-F_D + E_t + E_d \cos\Delta - F_d \sin\Delta = -(m_t X_{Gt} + m_d X_{Gd})\dot{\Psi}^2 \tag{67}$$

$$F_L \sin\varphi + F_S \cos\varphi + F_d \cos\Delta + F_t + S_d \sin\Delta = -(m_t Y_{Gt} + m_d Y_{Gd})\dot{\Psi}^2 \tag{68}$$

$$-F_L \cos\varphi + F_S \sin\varphi + N_t + N_d + (m_t + m_d)g = 0 \tag{69}$$

A equação de momento angular ao redor de **C** para o sistema é:

$$M_A + M_{Gt} + M_{Gd} + M_{Rt} + M_{Rd} = \dot{K}_t + \dot{K}_d + \dot{K}_{Wt} + \dot{K}_{Wd} \tag{70}$$

A equação de momento angular é expressa na forma de componentes no sistema de coordenadas **1**, conforme Cossalter (1999, p.11).

$$M_{Ax} - F_L(Y_{Gt}\cos\varphi + Z_{Gt}\sin\varphi) + F_S(-Z_{Gt}\cos\varphi + Y_{Gt}\sin\varphi) + g(m_t Y_{Gt} + m_d Y_{Gd}) + N_t Y_{Pt} + N_d Y_{Pd} - M_{yd}\sin\Delta = (I_{CYZt} + I_{CYZd})\dot{\Psi}^2 - \{I_{Wt}\omega_t\cos\varphi + I_{Wd}\omega_d[\cos\delta\cos\varphi - \sin(\mu+\varepsilon)\sin\delta\sin\varphi]\}\dot{\Psi} \quad (71)$$

$$M_{Ay}\cos\varphi - M_{Az}\sin\varphi + F_L X_{Gt}\cos\varphi - F_D Z_{Gt} - F_S X_{Gt}\sin\varphi - g(m_t X_{Gt} + m_d X_{Gd}) - N_t X_{Pt} - N_d X_{Pd} + M_{yd}\cos\Delta + M_{yt} = -(I_{CXZt} + I_{CXZd})\dot{\Psi}^2 - \mathrm{I_{Wd}}\dot{\Psi}\omega_\mathrm{d}\cos(\mu+\varepsilon)\sin\delta \quad (72)$$

$$M_{Az}\cos\varphi + M_{Ay}\sin\varphi + F_S X_{Gt}\cos\varphi + F_L X_{Gt}\sin\varphi + F_D Y_{Gt} + +F_d(X_{Pd}\cos\Delta + Y_{Pd}\sin\Delta) + S_d(X_{Pd}\sin\Delta - \mathrm{Y_{Pd}}\cos\Delta) + F_t X_{Pt} - S_t Y_{Pt} + M_{Zd} + M_{Zt} = 0 \quad (73)$$

É necessário calcular o tensor de inércia da estrutura dianteira e traseira em relação ao sistema de coordenadas 1 (X_1, Y_1, Z_1):

$$I_{CXZt} = m_t X_{Gt} Z_{Gt} + \cos\varphi[(I_{xt} - I_{zt})\cos\mu\sin\mu + I_{XZt}(\cos^2\mu - \sin^2\mu)] \quad (74)$$

$$I_{CXZd} = m_d X_{Gf} Z_{Gf} + \left(I_{xd}\cos^2\delta + I_{yd}\sin^2\delta - I_{zd}\right)\cos(\mu+\varepsilon)\sin(\mu+\varepsilon)\cos\varphi + \left(I_{yd} - I_{xd}\right)\cos(\mu+\varepsilon)\cos\delta\sin\delta\sin\varphi \quad (75)$$

$$I_{CYZt} = m_t Y_{Gt} Z_{Gt} + \cos\varphi\sin\varphi(I_{Zt}\cos^2\mu + 2I_{xzt}\cos\mu\sin\mu) + \cos\varphi\sin\varphi\left(I_{xt}\sin^2\mu - I_{yt}\right) \quad (76)$$

$$I_{CYZd} = m_d Y_{Gd} Z_{Gd} + \cos\varphi\sin\varphi\,(\mu+\varepsilon)\left(I_{xd} - I_{yd}\right)(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi) + \cos\varphi\sin\varphi\,\{I_{xd}[\cos^2\delta\sin^2(\mu+\varepsilon) - \sin^2\delta] + I_{yd}[\sin^2\delta\sin^2(\mu+\varepsilon) - \cos^2\delta] + I_{zd}\cos^2(\mu+\varepsilon)\} \quad (77)$$

5.4 Solução das equações

As equações são não-lineares (devido as fórmulas dos pneus e equações cinemáticas) e são resolvidas numericamente para determinados valores atribuídos de ângulo de rolagem e esterço. Primeiramente, os escorregamentos foram definidos iguais a zero e as equações tornaram-se um sistema linear de seis equações com seis incógnitas: N_t, N_d, F_t, F_d, S_t, Ψ^2.

Após o primeiro cálculo, desconsiderando os escorregamentos laterais, valores de forças normais e laterais são obtidos e utilizados para obter os ângulos de escorregamentos laterais no pneu dianteiro e traseiro. Com os escorregamentos obtidos, é feito novamente o cálculo obtendo-se um novo grupo de forças laterais, verticais, força propulsora e velocidade angular.

As equações foram organizadas de forma a resolver o sistema da forma $\boldsymbol{A.X = B}$ Para cada etapa de cálculo definida pela faixa de valores atribuídos de esterço e rolagem obteve-se o valor das seis incógnitas. Os índices a_{ij} a f_{ij} estão descriminados no apêndice A.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} \\ f_{11} & f_{12} & e_{13} & f_{14} & f_{15} & f_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi \\ S_t \\ N_d \\ F_d \\ F_t \\ N_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} gg \\ hh \\ ii \\ jj \\ kk \\ ll \end{bmatrix} \tag{78}$$

Devido a falta de dados relacionados aos pneus (normalmente os parâmetros são confidencias e não publicados pelo fabricantes), optou-se por obter os valores de forças e escorregamentos diretamente da curva dos pneus assim diminuindo o erro no cálculo das forças produzidas pelo pneu. Utilizando a Fórmula Mágica de Pacejka (2002) tais curvas foram obtidas em equipamento de teste de pneus e o resultado encontrado em Cossalter (2008). O resultado dos ensaios permitem compor curvas de escorregamento lateral em função da força lateral normalizada (força lateral/força vertical no pneu) e ângulo de camber. Estas curvas foram programadas junto com as demais equações utilizando Matlab 7.0. As curvas relacionadas ao pneu traseiro e dianteiro estão conforme Figuras 37 e 38 respectivamente.

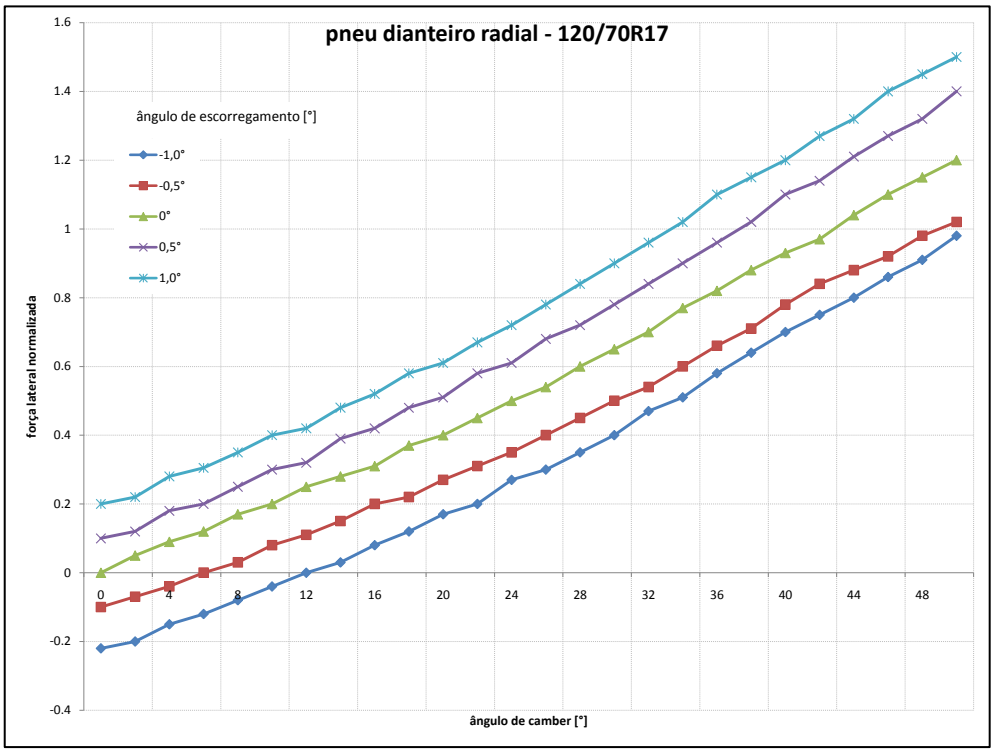

Figura 37: curva de escorregamento lateral do pneu traseiro.
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2008.

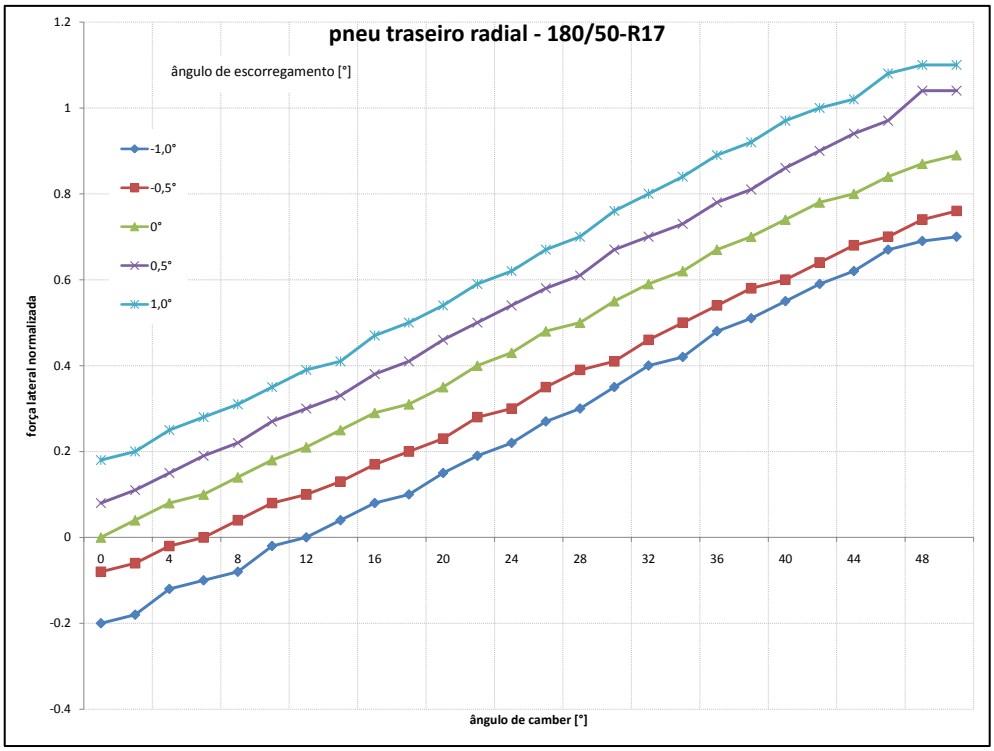

Figura 38: curva de escorregamento lateral do pneu dianteiro.
Fonte: Autor “adaptado de” Cossalter 2008.

Os dados de entrada para solução das equações são necessariamente o ângulo de esterço e de rolagem da motocicleta. Foi determinado um valor máximo para cada ângulo: 6º para ângulo de esterço e 40º para a rolagem, tais valores são suficientes para serem conclusivos e principalmente permite-se a reprodução em experimentos sem comprometer segurança do piloto, do equipamento ou até mesmo demandar de lugar especial para os testes.

Para os parâmetros geométricos e inerciais (vide Tabela 1) utilizou-se um modelo de motocicleta que reproduz a maioria das motocicletas Sport com motor de 650 cm^3 de deslocamento volumétrico (COSSALTER, 1999).

Tabela 1: Parâmetros geométricos e inerciais da motocicleta.

Parâmetro	Valor
ε	26°
d	0.0204 m
m_d	18 kg
m_t	280 kg
b_t	0,678 m
h_t	0,579 m
I_{xd}	1,80 kg.m^2
I_{yd}	1,77 kg.m^2
I_{zd}	0,35 kg.m^2
I_{xt}	22,46 kg.m^2
I_{yt}	36,24 kg.m^2
I_{zt}	17,36 kg.m^2
I_{xzt}	-4,40 kg.m^2
I_{Wd}	0,49 kg.m^2
I_{Wt}	0,71 kg.m^2
e_d	0,010 m
ρ_d	0,230 m
ρ_t	0,246 m
R_d	0,266 m
R_t	0,310 m
t_d	0,025 m
t_t	0,040 m
P	1,440 m

Fonte: Autor.

A programação completa do programa feito em Matlab está no apêndice A

6 MATERIAIS E MÉTODOS

Com o objetivo de validar o modelo matemático utilizado neste trabalho, complementaram-se os estudos com testes utilizando uma motocicleta Suzuki Bandit N650. Estas validações permitiram também verificar se as simplificações do modelo matemático utilizado são satisfatórias.

Nesta seção são apresentados o sistema de aquisição de dados, detalhando-se os sensores utilizados, metodologias empregadas e o sistema complementar de leitura do ângulo de rolagem da motocicleta.

De acordo com Park e Mackay (2003, p.1) aquisição de dados é o processo em que fenômenos físicos são transformados em sinais elétricos que são medidos e convertidos em sinais digitais para posterior processamento, análise e armazenamento em um computador.

Os elementos básicos de um sistema de aquisição de dados são:

a) sensores e transdutores;
b) cabos para conexão dos sensores;
c) condicionador de sinal / hardware de aquisição de dados;
d) software de aquisição de dados.

6.1 Sensores e transdutores

Sensores e transdutores são a interface entre o mundo real e o sistema de aquisição, convertendo os valores medidos em sinais elétricos que os condicionadores/aquisitores de sinais recebem.

Para obter a velocidade da motocicleta, utilizou-se de um sensor indutivo marca AIM (Figura 39) em cada roda da motocicleta. Este sensor é um instrumento que permite medir velocidade rotacional e não necessita de contato, pois capta a passagem de metal na face do

sensor. A distância de captação dos pulsos deste sensor é de 8 a 20 mm e fixou-se o sensor afastado de fonte magnética ou interferência elétrica utilizando-se um suporte robusto que não permita vibrações. O sensor opera com sinal de saída do tipo 0-5 V com freqüência máxima de operação de 100 kHz, atendendo a gama de velocidade testada.

Figura 39: Sensor indutivo utilizado para aquisitar velocidade das rodas.
Fonte: Autor.

Utilizou-se como gerador de pulsos para os sensores o próprio disco de freio da motocicleta.

Para o cálculo da velocidade configurou-se o software de aquisição de dados para o número de pulsos necessários para uma rotação completa da roda e também o perímetro do pneu (parâmetro que correlaciona a velocidade de rotação da roda com a da motocicleta). Configurou-se 6 pulsos oriundos do disco de freio e 1884 mm de perímetro do pneu dianteiro e 5 pulsos com 1916 mm de perímetro do pneu traseiro. As diferenças entre os números de pulsos e perímetros são relacionadas a diferenças na geometria do disco de freio e dimensões dos pneus.

O ângulo de esterço da motocicleta foi medido utilizando-se um potenciômetro conforme a Figura 40 instalado entre a estrutura dianteira e o sistema de direção da motocicleta e interconectado por meio de polias e correia. O sensor opera com resistência nominal de 10 kΩ e tolerância no valor da resistência de ±5 %. A calibração foi feita

diretamente na motocicleta, girando-se o sistema de direção de batente a batente e determinando-se o ponto central do sistema de direção.

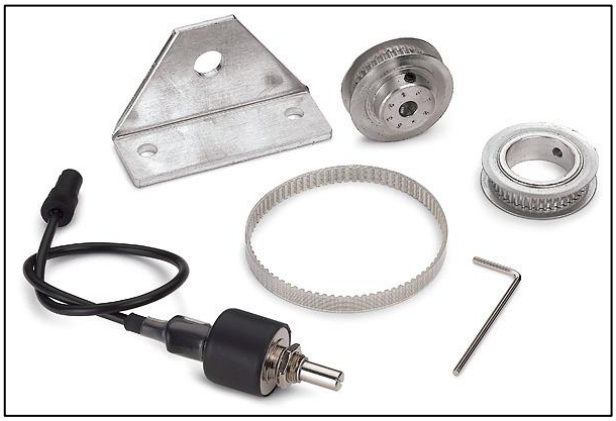

Figura 40: Potenciômetro utilizado no sistema de direção.
Fonte: Autor.

Com o objetivo de verificar a trajetória da motocicleta e utilizar o recurso de cálculo do raio de curvatura (recurso já implementado no aquisitor de dados) fez-se necessário a instalação do módulo e antena de GPS na motocicleta.

A antena foi instalada sobre o reservatório de combustível pois, nesta região não existem interferências do motor e o piloto não obstrui a comunicação da antena com os satélites. O módulo e a antena são vistos na Figura 41.

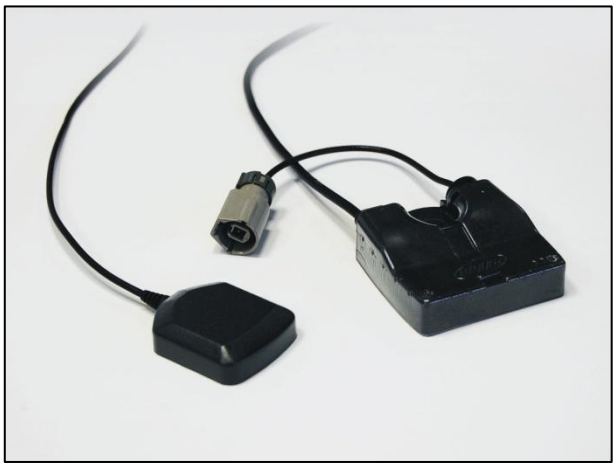

Figura 41: Módulo e antena GPS.
Fonte: Autor.

Para medir o ângulo de rolagem da motocicleta utilizou-se de um braço articulado fixo a estrutura da motocicleta por juntas esféricas, detalhado na seção 6.5. A outra extremidade do braço articulado existe um pneu com sistema direcional próprio, garantindo-se o contato entre o pneu e o solo durante a trajetória circular. No braço há um LVDT (*linear variable displacement transducer*) que fornece a posição da barra em relação a motocicleta, determinando-se assim o ângulo de rolagem da motocicleta.

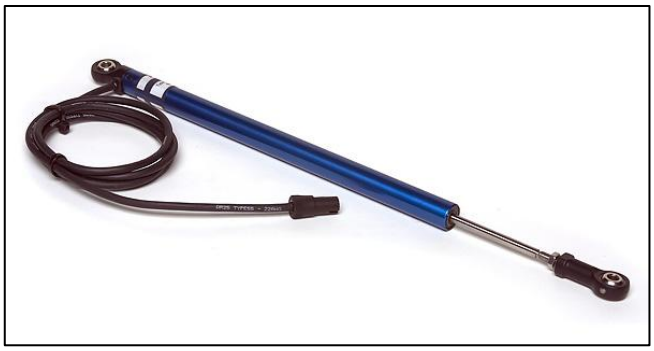

Figura 42: LVDT utilizado no braço articulado.
Fonte: Autor.

Para controle de todo o ensaio determinou-se um ponto de abertura e fechamento da volta. Instalou-se um sensor infravermelho (Figura 43) na motocicleta que recebe o sinal do transmissor (Figura 44) instalado na pista de teste.

Figura 43: Sensor infravermelho de controle de volta.
Fonte: Autor.

Figura 44: Transmissor de infravermelho.
Fonte: Autor.

6.2 Cabos e conexões.

Os cabos representam a conexão física entre os sensores e o condicionador/receptor de sinais. Os cabos, normalmente, são considerados os maiores componentes do sistema e estão mais suscetíveis a ruídos externos. O correto aterramento e blindagem dos cabos asseguram a redução dos ruídos.

Os cabos utilizados foram os fornecidos pelo fabricante dos sensores. Estes cabos possuem malha de blindagem e conectores com sistema de travamento anti-vibração, conforme Figura 45.

Figura 45: Conectores utilizados.
Fonte: Autor.

6.3 Condicionador de sinal / hardware de aquisição

O sistema de aquisição de sinais escolhido foi o AIM Evo3 Pista (Figura 46), de fabricação italiana e utilizado em automobilismo profissional. Este sistema foi escolhido por possuir bom desempenho, capacidade de expansão, possuir todas as funções de um condicionador de sinais e software próprio de análise e armazenamento dos dados com interface gráfica.

Figura 46: AIM Evo3 Pista - Sistema de aquisição de sinais.
Fonte: Autor.

Possui memória interna de até 16 Mb, entrada para 12 canais analógicos, 4 entradas digitais, interface via Universal System Bus (USB).

6.4 Software

Um sistema de aquisição necessita de software para análise, representação gráfica e armazenamento dos dados aquisitados.

O software utilizado é o Race Sutudio 2, da AIM. O software permite conexão direta com o hardware de aquisição de dados, descarregando a memória interna do equipamento. A interface permite organizar os canais por nome, configurar canais “virtuais” que utilizam dados de um canal real em equações ou cálculos complexos. Estes canais são chamados de “canais matemáticos”.

A interface (vide Figura 47) permite visualizar todos os canais de forma comparativa entre todas as voltas efetuadas, com o eixo horizontal representando o tempo ou distância percorrida. É possível também, visualizar a trajetória da motocicleta com o registro de posição auxiliado pelo GPS.

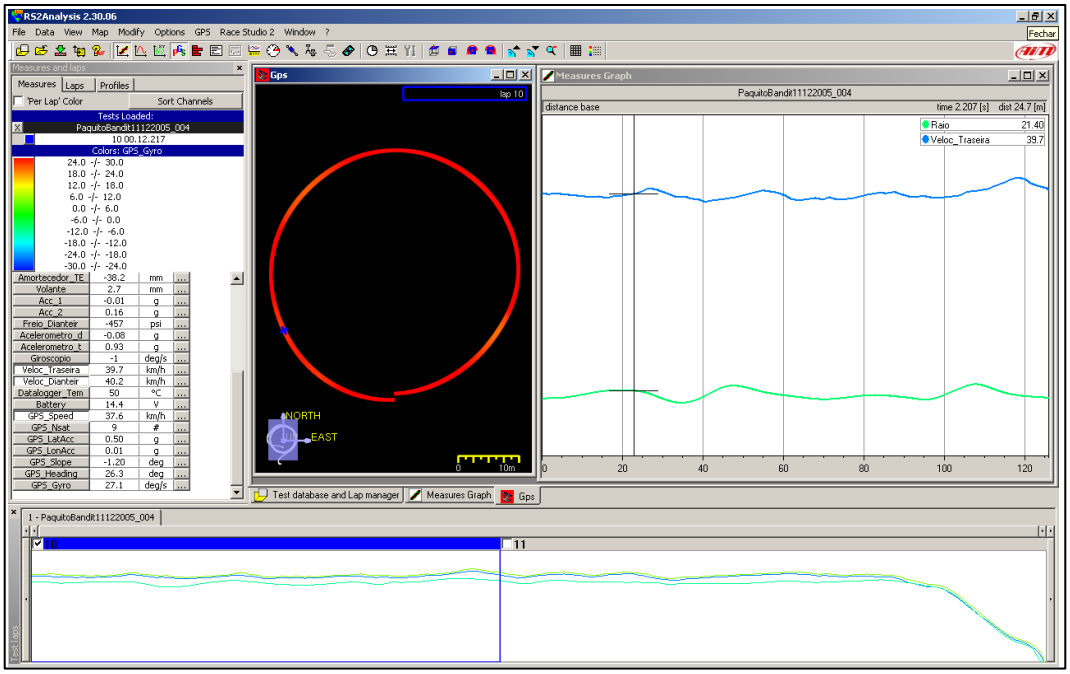

Figura 47: Tela do software Race Studio 2.
Fonte: Autor.

6.5 Instrumentação

A motocicleta utilizada no teste foi a Suzuki Bandit N650 em configuração original. O centro de massa da motocicleta foi obtido utilizando uma célula de carga em cada roda e um condicionador de sinais (Figura 48). Utilizou-se a metodologia proposta por Milliken e

Milliken (1995, p. 669) na obtenção da altura e posição longitudinal do centro de massa da motocicleta. Para a obtenção da altura do centro de gravidade inclinou-se a motocicleta sobre as células de carga com um ângulo 27,3°. Este ângulo atende o proposto por Reimpell, Stoll e Betzler (2001, p.390) reduzindo o erro de cálculo. Os momentos de inércia utilizados não foram medidos devido a dificuldade em desmontar a motocicleta. Os valores foram obtidos de Cossalter (1999), devido a motocicleta ter características semelhantes de massa e geometria.

Figura 48: Cálculo do centro de massa da motocicleta.
Fonte: Autor.

Os sensores responsáveis pela velocidade da roda dianteira, velocidade da roda traseira e ângulo de esterço, são ilustrados nas Figuras 49, 50 e 51 respectivamente:

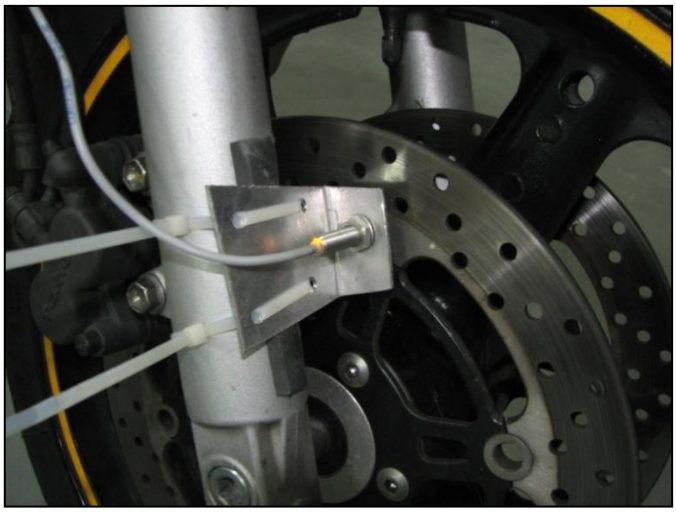

Figura 49: Sensor de velocidade da roda dianteira.
Fonte: Autor.

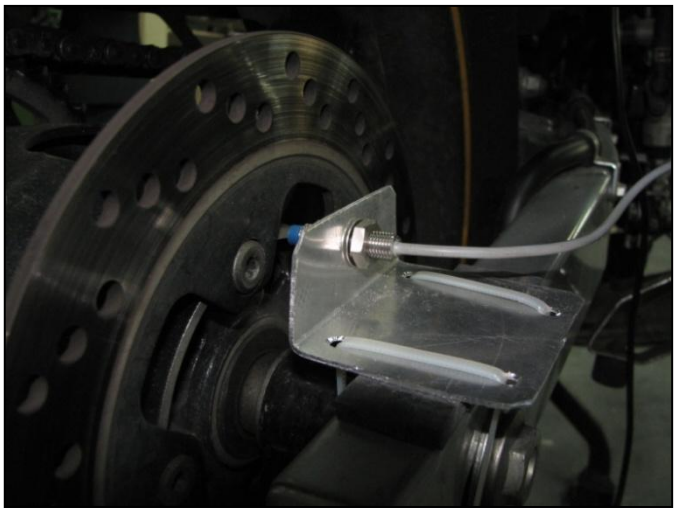

Figura 50: Sensor de velocidade da roda traseira.
Fonte: Autor.

Figura 51: Potenciômetro do ângulo de esterço .
Fonte: Autor.

O módulo AIM foi instalado no centro de massa da motocicleta (Figura 52), com o objetivo de utilizar os acelerômetros inerciais internos do equipamento para obtenção de aceleração lateral e longitudinal para estudos posteriores. O equipamento opera normalmente na temperatura da zona a qual foi instalado conforme manual de instalação.

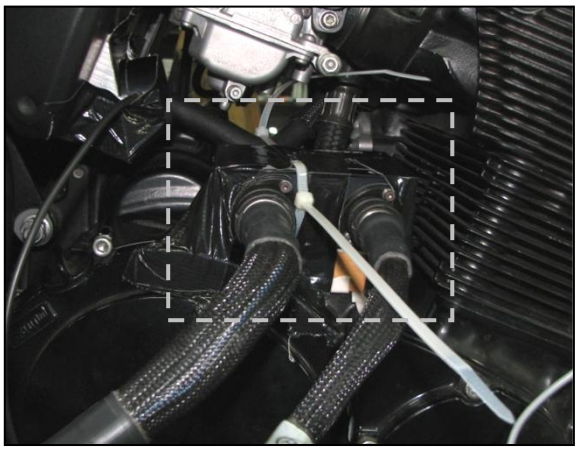

Figura 52: Módulo AIM instalado sobre a caixa de marchas da motocicleta.
Fonte: Autor.

A antena do sistema de GPS foi instalada sobre o reservatório de combustível conforme Figura 53. O GPS ajuda obter graficamente a posição e trajetória da motocicleta, confirmando-se a trajetória circular.

Figura 53: Posicionamento da antena do sistema de GPS.
Fonte: Autor.

O maior desafio da aquisição de dados foi obter o ângulo de rolagem da motocicleta, devido a interface do AIM utilizada não possuir os pacotes apropriados para motocicletas. Em função deste problema, construiu-se um dispositivo com funcionalidade apropriada para o teste e compatível com os canais de entrada da interface.

Conforme citado na seção 6.1, utilizou-se um sistema próprio para aquisição do ângulo de rolagem. Pode-se verificar o equipamento instalado na motocicleta na Figura 54 e detalhadamente na Figura 55.

O equipamento consiste de um perfil de aço SAE 1020 com seção transversal de 20 mm x 20 mm e comprimento de 550 mm, fixo a motocicleta por meio de uma junta de revolução, permite a movimentação vertical e lateral da motocicleta de forma livre e sem influência do sistema de aquisição na dinâmica da motocicleta. Na extremidade do equipamento utilizou-se um rodízio dotado de sistema de auto-alinhamento, garantindo-se o constante contato entre o rodízio e a pista. Pequenas oscilações do braço decorrentes as irregularidades da pista foram atenuadas com uso do rodízio dotado de pneu com câmara.

Figura 54: Equipamento de aquisição do ângulo de rolagem da motocicleta.
Fonte: Autor.

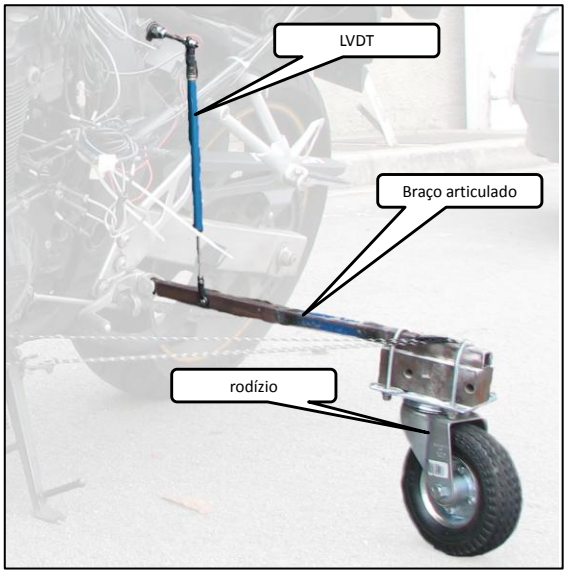

Figura 55: Detalhe do braço de aquisição do ângulo de rolagem da motocicleta.
Fonte: Autor.

Calibrou-se o sistema com auxílio de um goniômetro digital fixo à estrutura dianteira da motocicleta, determinando-se cada sinal do potenciômetro para cada ângulo de rolagem da motocicleta. A curva de calibração é mostrada na Figura 56:

Criou-se uma tabela com os valores de ângulo de rolagem pelo sinal de entrada no aquisitor de sinais (AIM). Esta curva foi aproximada por um polinômio de terceiro grau, e utilizou-se a função obtida no software de visualização dos dados aquisitados.

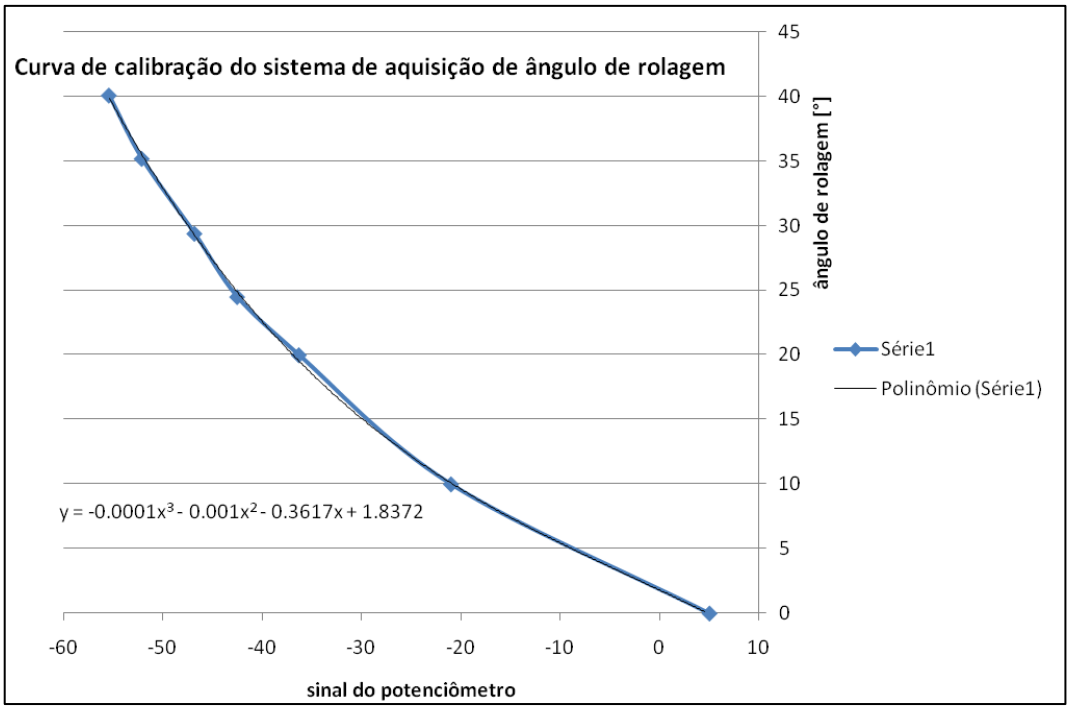

Figura 56: Curva de calibração do potenciômetro.
Fonte: Autor.

Figura 57: Motocicleta instrumentada.
Fonte: Autor.

O teste foi realizado todo no próprio Campus do Centro Universitário "Padre Saboia de Medeiros". Utilizou-se de cones para a marcação da trajetória do teste. O piloto foi instruído a não movimentar o corpo durante a inclinação da motocicleta, garantindo-se assim a condição inicial do modelo proposto (piloto rígido a estrutura traseira da motocicleta).

Por questões de limitação de espaço, utilizou-se raio de curvatura de 20 m, e variou-se a velocidade até o limite de garantir-se o equilíbrio da motocicleta.

Figura 58: Motocicleta durante o teste em curva de raio e velocidade contante.
Fonte: Autor.

O teste foi realizado em dois dias distintos; o primeiro com 14 voltas e o segundo com 10 voltas. O primeiro dia teve vital importância na decisão de se criar o braço de aquisição do ângulo de rolagem da motocicleta, pois se descobriu que os acelerômetros e giroscópio do módulo de aquisição de sinais não eram eficientes para os valores testados de rolagem (40°). O segundo dia de teste foi caracterizado pela implementação do braço e testes parciais para verificação se o sistema era seguro ao piloto e se possuía rigidez a flexão suficiente a não danificar o LVDT e garantir a precisão dos resultados.

O teste foi concluído após a coleta dos dados armazenados na memória não volátil do sistema de aquisição AIM, via cabo de comunicação, conforme Figura 59.

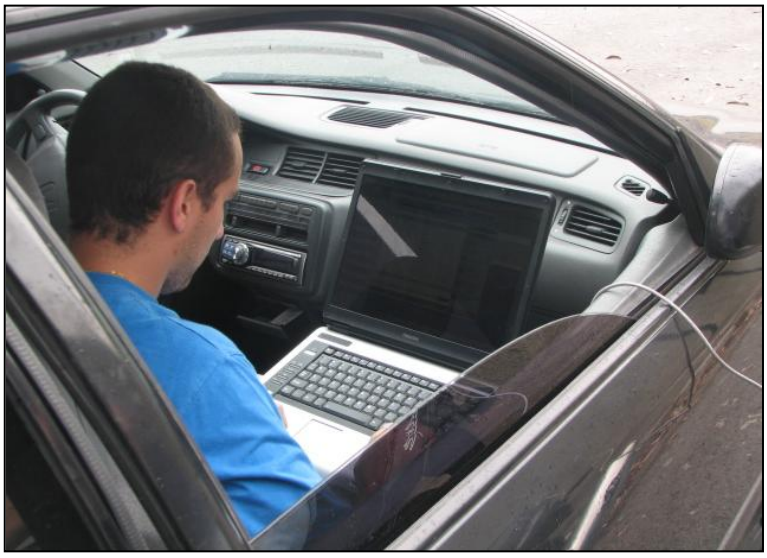

Figura 59: Coleta dos dados armazenados no AIM.
Fonte: Autor.

7 RESULTADOS E ANÁLISES

O capítulo de resultados e análises está dividido em três partes, sendo a primeira parte a apresentação dos resultados do modelo matemático criado com a motocicleta na configuração standard, apresentando de forma gráfica os resultados. Na segunda parte do capítulo são apresentados os resultados obtidos nos experimentos comparando-se com os dados teóricos.

Na terceira e última parte do capítulo são apresentadas as análises com troca de parâmetros da motocicleta e comparando-se o resultado com a motocicleta analisada inicialmente.

7.1 Resultados da simulação

Os resultados das simulações são apresentados em gráficos onde, o eixo x representa o ângulo de rolagem da motocicleta e o eixo y representa o ângulo de esterço. As curvas em linhas cheia representam curvas de velocidade da motocicleta e as linhas tracejadas representam o raio de curvatura. As cores do gráfico representam uma variável simulada (ângulo efetivo de esterço, ângulo de *pitch*, força vertical no pneu dianteiro e traseiro, força lateral no pneu dianteiro e traseiro, ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro e traseiro) e os resultados são fornecidos por meio da variação das cores e com a legenda determinada pela barra superior ou lateral ao gráfico.

Na Figura 60 é mostrado o ângulo de esterço cinemático (indicado na seção 2.9 e representado graficamente pelo gradiente em cores com escala à direita do gráfico) e possui um valor de transição em função do ângulo de esterço δ definido e a variação do ângulo de rolagem φ. Geralmente em ângulos de rolagem abaixo de 27° (Cossalter, 2006) o ângulo de esterço cinemático Δ é menor que o ângulo de esterço δ (atenuação), e acima do valor de transição o ângulo de esterço cinemático é maior que o de esterço δ (amplificação). Em termos práticos, a atenuação do mecanismo de direção (Δ<δ) diminui a sensibilidade do guidom facilitando a manobrabilidade da motocicleta. Em contrapartida, a amplificação do mecanismo de direção (Δ>δ) torna a motocicleta mais sensível a mudanças de direção.

Conforme identificado na Figura 60, em uma curva com 22 km/h, 18 m de raio de curvatura, 12° de ângulo de rolagem e 5° de ângulo de esterço (ponto A), tem-se aproximadamente 4,8° de ângulo de esterço cinemático, ou seja ocorre uma atenuação do sistema de direção. Com a motocicleta com 38 km/h, 16 m de raio de curvatura, 35° de ângulo de rolagem e 5° de ângulo de esterço (ponto B), tem-se um ângulo de esterço cinemático de 5,8°, caracterizando-se assim uma amplificação do sistema de direção.

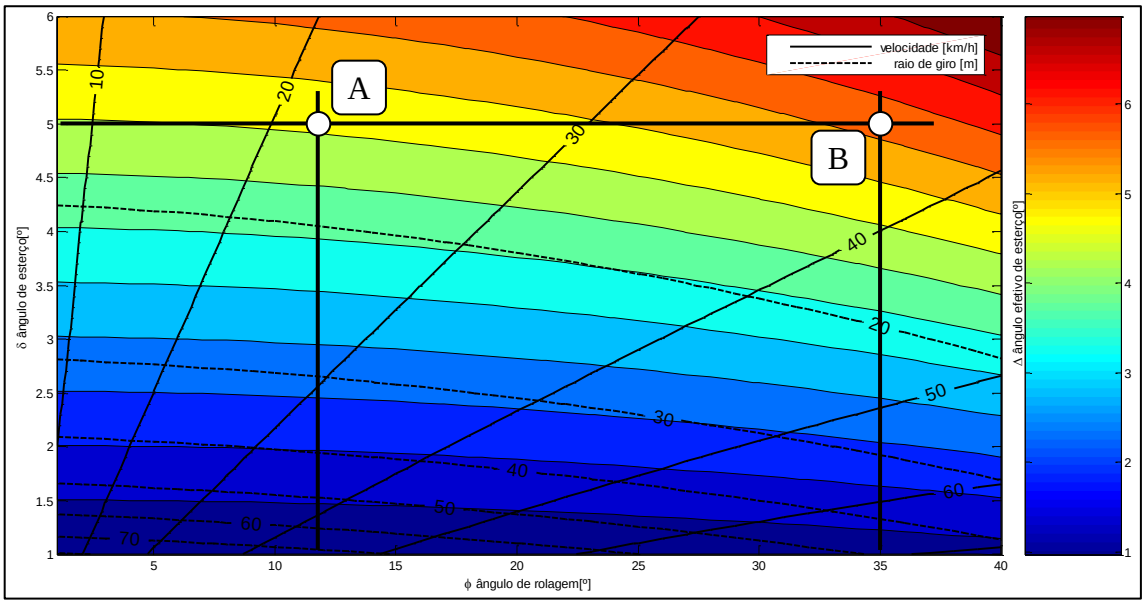

Figura 60: Variação do ângulo cinemático de esterço.
Fonte: Autor.

Na Figura 61 e 62 tem-se a variação da força vertical do pneu dianteiro e traseiro representados pelo gradiente de cores e com a escala na lateral direita do gráfico. Mantendo-se o raio de curvatura constante em 20 m e variando-se a velocidade da motocicleta (de 30 a 45 km/h) pode-se estabelecer dois pontos: C, com 17,5° de ângulo de rolagem e 3,8° de ângulo de esterço e D, com 35° de ângulo de rolagem e 3,1° de ângulo de esterço. Nota-se que em velocidades maiores existe a redução da força vertical, devido a componente produzida em função do ângulo de rolagem da motocicleta. Observa-se também que está redução ocorre de forma acoplada ao aumento do ângulo de rolagem, garantindo-se a condição de estabilidade do modelo em regime constante.

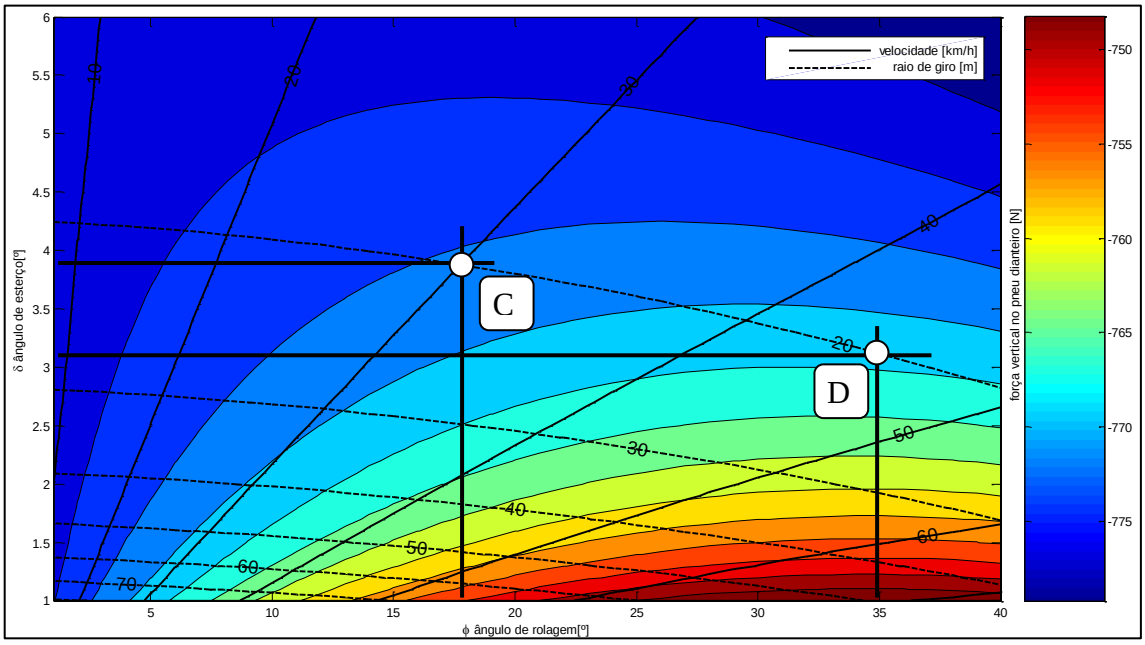

Figura 61: Variação da força vertical no pneu dianteiro.
Fonte: Autor.

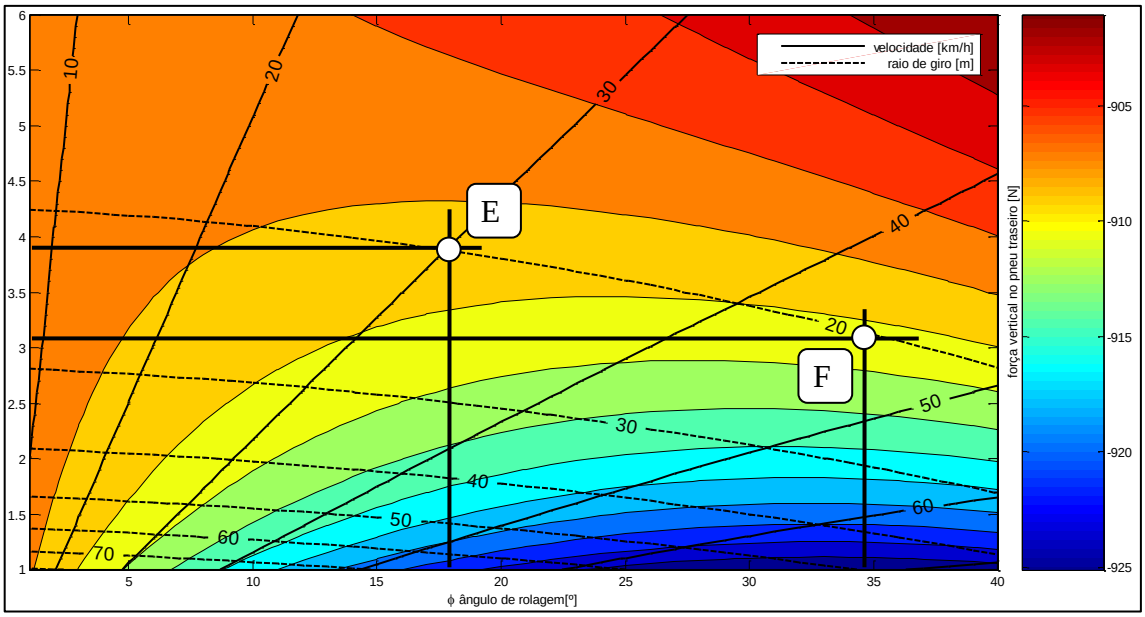

Figura 62: Variação da força vertical no pneu traseiro.
Fonte: Autor.

Nas Figuras 63 e 64 tem-se a variação da força lateral no pneu dianteiro e traseiro representados pelo gradiente de cores e com escala na lateral direita do gráfico. Mantendo-se constante o raio de curvatura e variando-se a velocidade da motocicleta utilizando os mesmos valores adotados nas Figuras 61 e 62 nota-se que, em velocidades maiores, existe o aumento na força lateral garantindo-se a condição estabilidade do modelo em regime constante, durante a trajetória curvilínea na qual a motocicleta é submetida a forças centrífugas. Estas forças centrífugas devem ser anuladas pelas forças laterais produzidas pelos pneus garantindo-se a condição de curva em regime constante.

No ponto G (Figura 63) verifica-se que em uma curva de 20 m de raio com velocidade de 30 km/h o pneu dianteiro produz 250 N, no ponto H manteve-se o raio constante, porém aumentou-se a velocidade para 45 km/h, desta forma o pneu dianteiro desenvolve uma força lateral de 550 N. No ponto I (Figura 64) verifica-se que em uma curva de 20 m de raio com velocidade de 30 km/h o pneu traseiro produz 290 N, no ponto J manteve o raio constante, porém aumentou-se a velocidade para 45 km/h, desta forma o pneu traseiro desenvolve uma força lateral de 720 N.

O aumento de força lateral do pneu dianteiro entre o ponto G e H e traseiro entre o ponto I e J são apropriados, pois para ângulos de rolagem maiores, existe a necessidade dos pneus produzirem forças laterais maiores, a fim de manter a trajetória e a estabilidade da manobra.

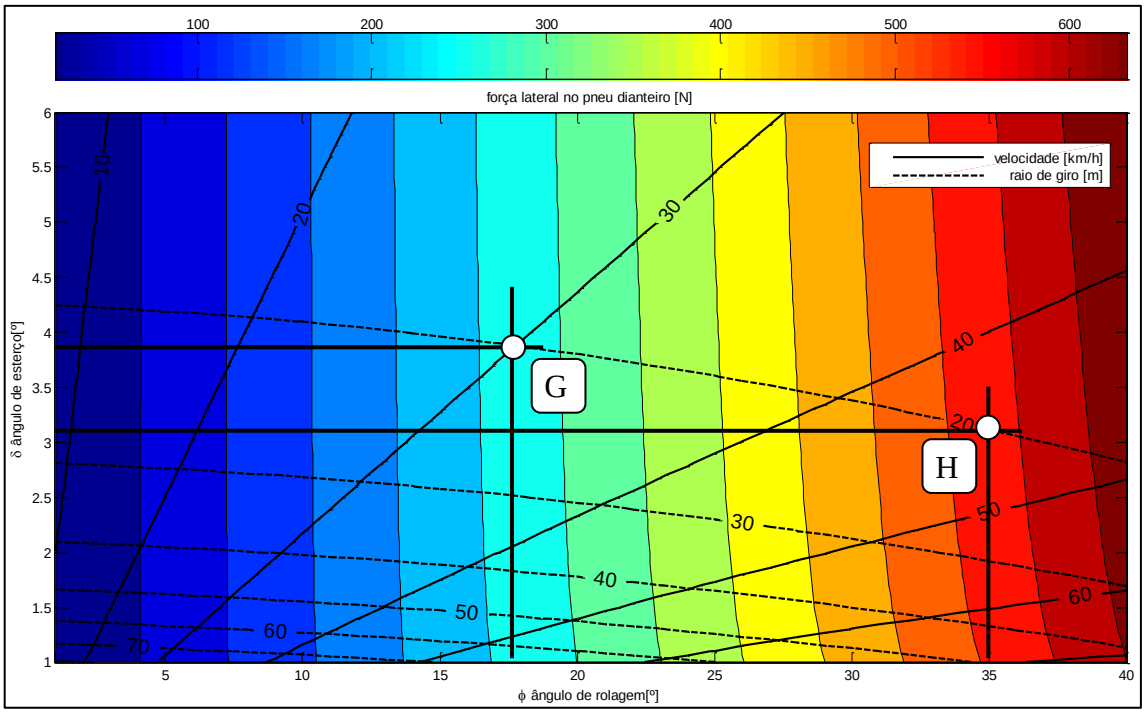

Figura 63: Variação da força lateral no pneu dianteiro.
Fonte: Autor.

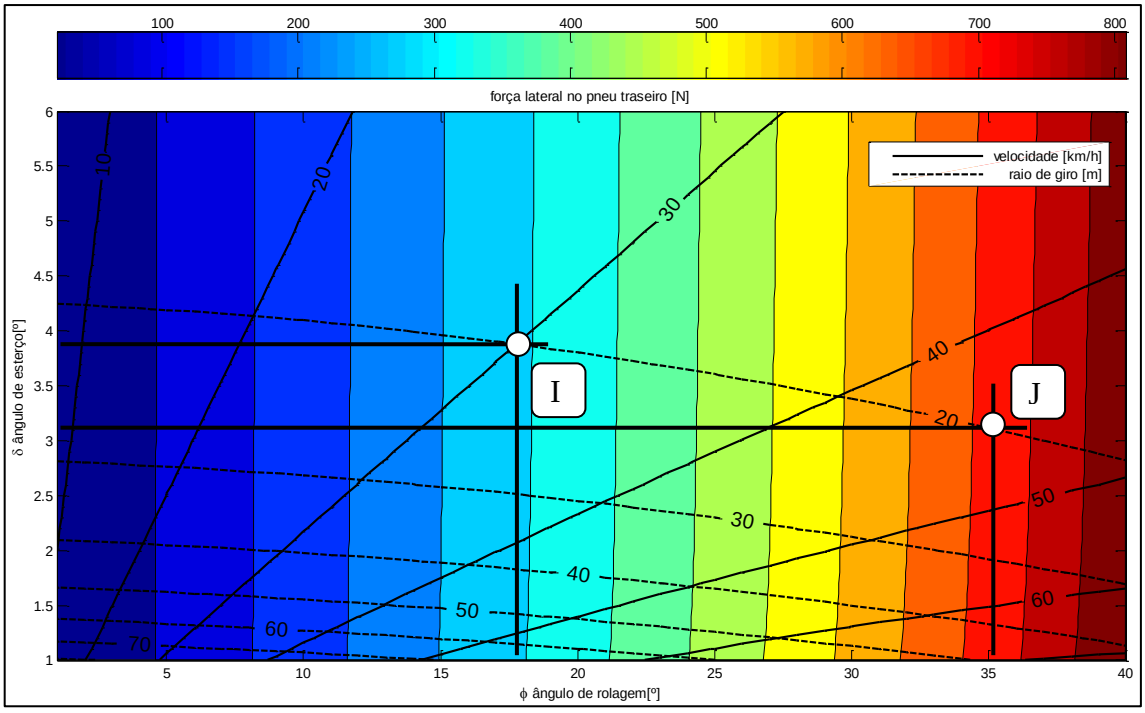

Figura 64: Variação da força lateral no pneu traseiro.
Fonte: Autor.

Forças laterais em um pneu são produzidas quando é submetido a rotação de forma diagonal à direção do movimento da motocicleta. Este desalinhamento resulta em escorregamento lateral.

Conforme a Figura 65 verifica-se que mesmo para pequenos valores de ângulo de esterço δ existe escorregamento lateral do pneu representado pelo gradiente de cores e com escala na parte superior do gráfico, produzindo-se assim força lateral necessária para manter a motocicleta na trajetória circular. Com a velocidade da motocicleta constante em 40 km/h, verifica-se entre o ponto K e o L (Figura 65) uma variação do raio de curvatura da motocicleta de 20 a 70 m. No ponto L, tem-se 30° de ângulo de rolagem, 3,4° de ângulo de esterço e um ângulo de escorregamento lateral de 0,7°. No ponto K, tem-se 9° de ângulo de rolagem, 1,2° de ângulo de esterço e um ângulo de escorregamento lateral do pneu de 0,25°. Verifica-se que para o ponto K, em função do grande raio de curvatura da motocicleta o rolamento do pneu ocorre de forma aproximada ao cinemático, causando um menor ângulo de escorregamento lateral comparando-se com o determinado no ponto L.

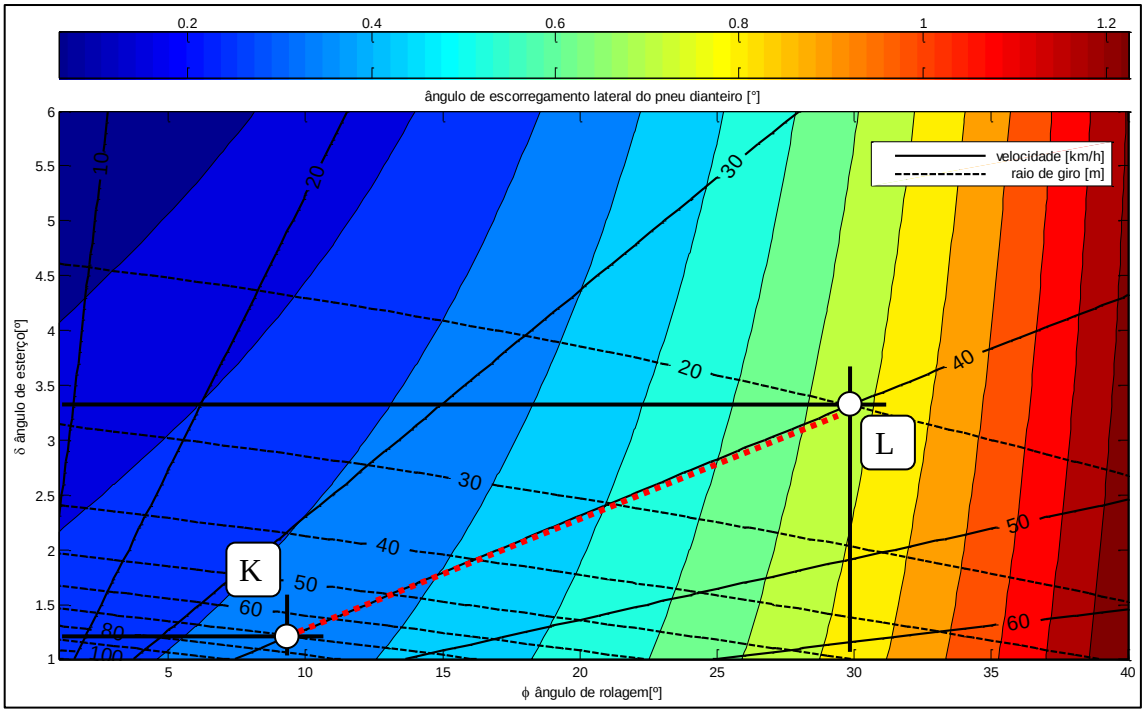

Figura 65: Variação do ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro.
Fonte: Autor.

Na figura 66 tem-se o valor de escorregamento lateral roda traseira representado pelo gradiente de cores e com escala na parte superior do gráfico. O escorregamento lateral aumenta com o aumento da velocidade e do ângulo de rolagem da motocicleta, conseqüentemente reduz-se o raio de curvatura. Determinando-se a velocidade da motocicleta constante em 40 km/h, verifica-se entre o ponto M e o N (Figura 66) uma variação do raio de curvatura da motocicleta de 20 a 70 m. No ponto N, tem-se 30° de ângulo de rolagem, 3,4° de ângulo de esterço e um ângulo de escorregamento lateral de 1,4°. No ponto M, tem-se 9° de ângulo de rolagem, 1,2° de ângulo de esterço e um ângulo de escorregamento lateral do pneu de 0,3°.

Comparando-se com o escorregamento lateral do pneu dianteiro, nota-se uma reação mais uniforme do escorregamento lateral conforme o ângulo de rolagem φ da motocicleta aumenta. Isso ocorre devido os pneus dianteiros sofrerem influência da rotação do sistema de direção.

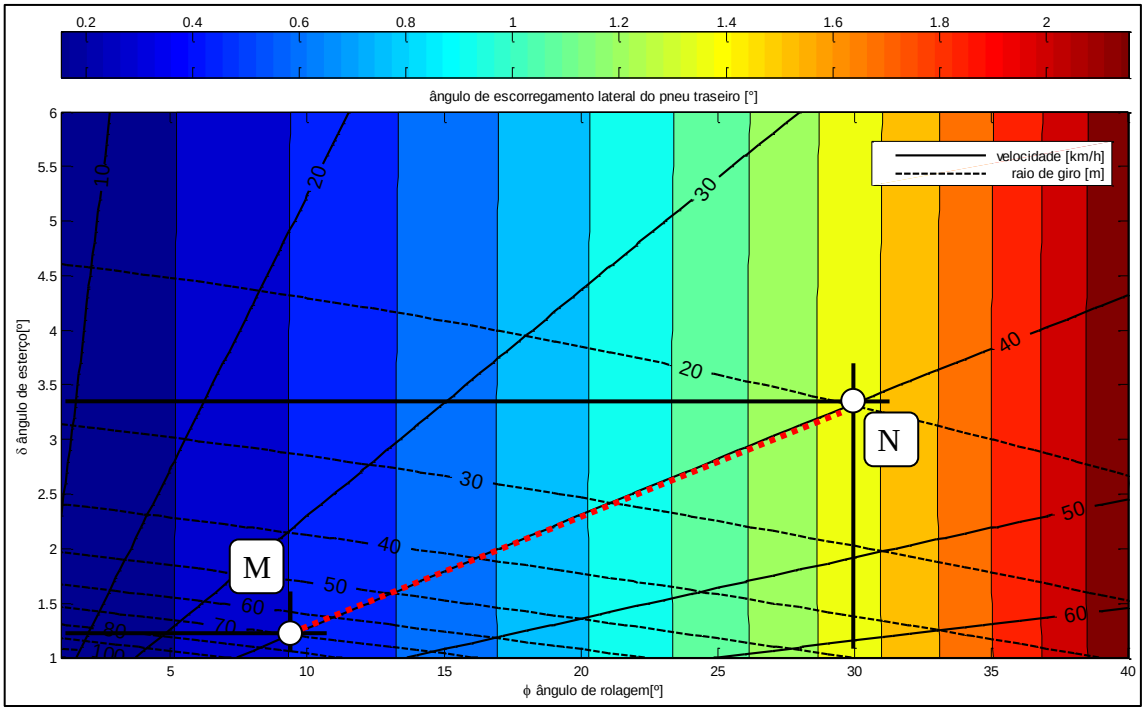

Figura 66: Variação do ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro.
Fonte: Autor.

7.2 Resultados experimentais

Inicialmente confirmou-se a precisão dos dados coletados no teste. Verificou-se com o auxílio do GPS, a trajetória circular da motocicleta. Utilizou-se de duas ferramentas para tal verificação: a primeira de sobrepor-se as coordenadas da trajetória em software gráfico de navegação (Google Earth^{TM}). Conforme a Figura 67 observa-se a trajetória circular sobreposta na pista de teste.

Figura 67: Verificação da trajetória com auxílio do GPS.
Fonte: Autor.

Outra ferramenta utilizada foi a orientação da motocicleta em relação ao satélite, conforme a Figura 68. Observa-se variações entre 0 e 180 graus com característica linear, confirmando a qualidade da trajetória circular.

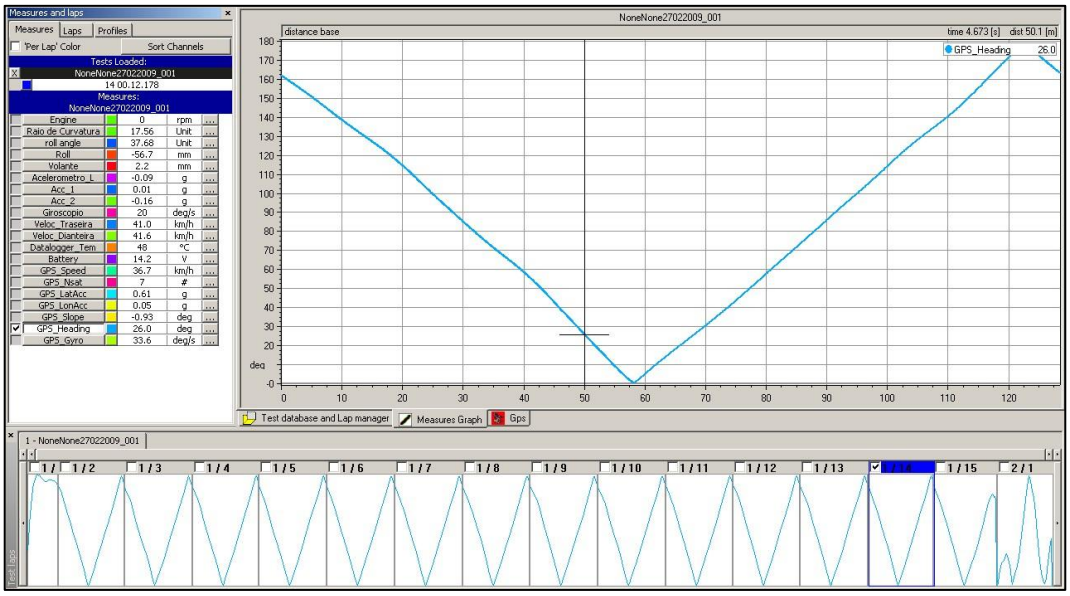

Figura 68: Orientação da motocicleta em relação ao satélite.
Fonte: Autor.

Com o objetivo de comparar o modelo matemático com os dados obtidos nos ensaios, determinaram os seguintes parâmetros:

a) ângulo de esterço
b) ângulo de rolagem
c) velocidade da roda dianteira
d) raio de curvatura

Na Figura 69, observa-se os resultados obtidos no teste na 14° volta. O eixo horizontal do gráfico representa a extensão da volta (aproximadamente 130 m). Os eixos verticais representam da esquerda para direita: velocidade, ângulo de esterço e ângulo de rolagem. A barra vertical identifica o momento em que os dados foram escolhidos.

A linha vermelha representa o ângulo de esterço em graus (3,02°), a linha azul representa o ângulo de rolagem da motocicleta (34,36 °) e em verde a velocidade da roda dianteira (42,5 km/h).

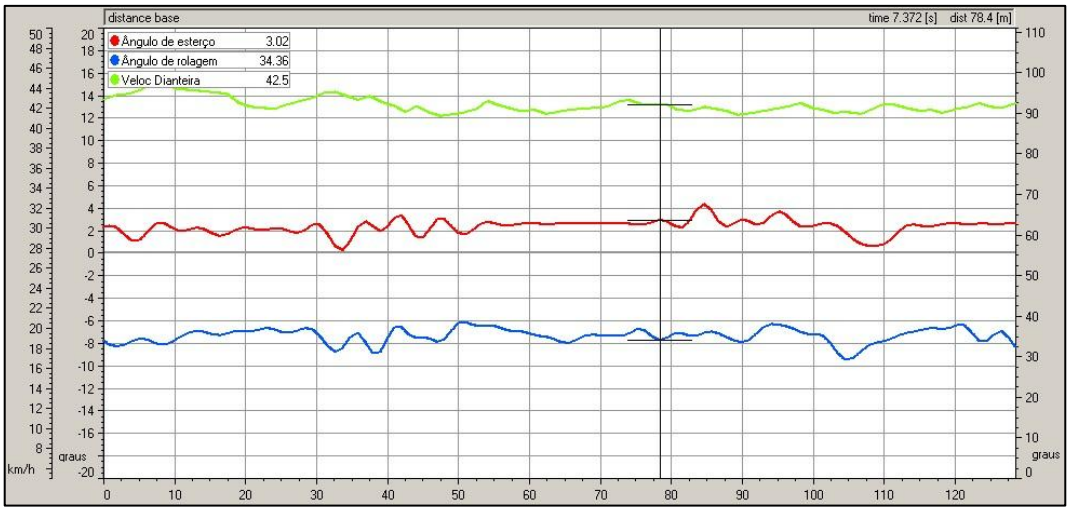

Figura 69: Dados referente a 14° volta do teste em regime permanente.
Fonte: Autor.

Os valores acima representados foram sobrepostos com os gráficos apresentados na seção 7.1, e mostrados na figura 70. Todos os gráficos da seção 7.1 possuem em comum a velocidade da motocicleta e raio de giro na mesma escala, facilitando a leitura. Primeiro cruzou-se 3° de ângulo de esterço com 35° de ângulo de rolagem no gráfico da Figura 70. Esta sobreposição permite obter dois importantes parâmetros, a velocidade da motocicleta e o raio de curvatura. Observa-se que na interseção o raio de curvatura teórico é igual a 20 m e velocidade teórica é igual a 45 km/h. Verificou-se um pequeno desvio no valor da velocidade, pois o obtido no teste prático foi de 42,5 km/h, considerou-se este desvio aceitável para a baixa velocidade envolvida no teste.

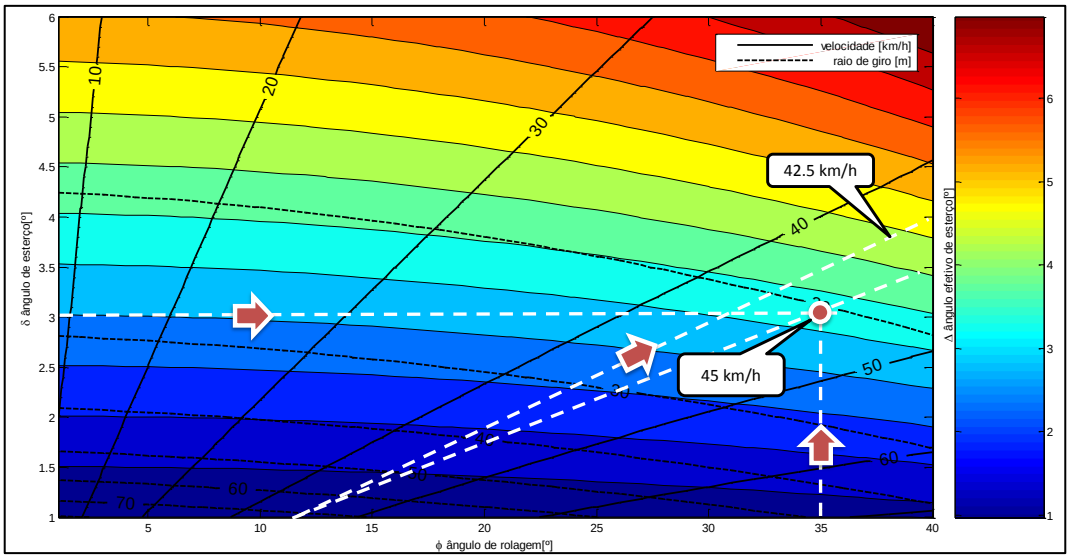

Figura 70: Sobreposição dos dados coletados com os simulados.
Fonte: Autor.

7.3 Modificação do modelo

Uma constante necessidade dos projetistas de veículos é conhecer o comportamento do veículo durante a fase de concepção, evitando-se reações ou funcionalidades indesejáveis. Este conhecimento prévio só é possível utilizando-se de simulações computacionais, ou construção de protótipos, esta última, geralmente muito cara e demorada.

Outra grande função dos modelos matemáticos e obter melhorias do sistema à determinadas reações, no caso específico deste trabalho optou-se por alterar as características dos pneus e verificar as conseqüências disto no comportamento direcional da motocicleta. Este parâmetro foi escolhido pois, dentro dos parâmetros possíveis de alteração em uma motocicleta os pneus é o parâmetro mais simples de ser trocado (de fabricante, por exemplo). Os demais parâmetros (geométricos, por exemplo) necessitam alterações das características mecânicas da motocicleta.

A primeira alteração foi aumentar em 10% o coeficiente de rigidez à cambagem do pneu dianteiro, impactando na aderência do pneu com o solo, conforme a Figura 71, a segunda alteração foi reduzir em 10% o coeficiente de rigidez à cambagem do pneu dianteiro,

conforme a Figura 72. O coeficiente de rigidez à cambagem influi diretamente na força lateral produzida pelo pneu conforme a equação 79:

$$F = k_{\varphi}.N.\varphi \tag{79}$$

Mantendo-se fixo os valores de força vertical e ângulo de rolagem e aumentar o coeficiente de rigidez à cambagem, verifica-se que é possível fornecer com o mesmo pneu forças laterais maiores, desta forma permitindo-se efetuar curvas com raio e/ou velocidades maiores. Este parâmetro caracteriza o aumento ou redução da aderência do pneu com o solo.

No gráfico das curvas dos pneus, observa-se uma tendência linear. Porém tratou-se o gráfico com 26 pontos devido a possibilidade de simular um pneu com propriedades não lineares, sendo assim não havendo a necessidade de alterar-se o programa de simulação.

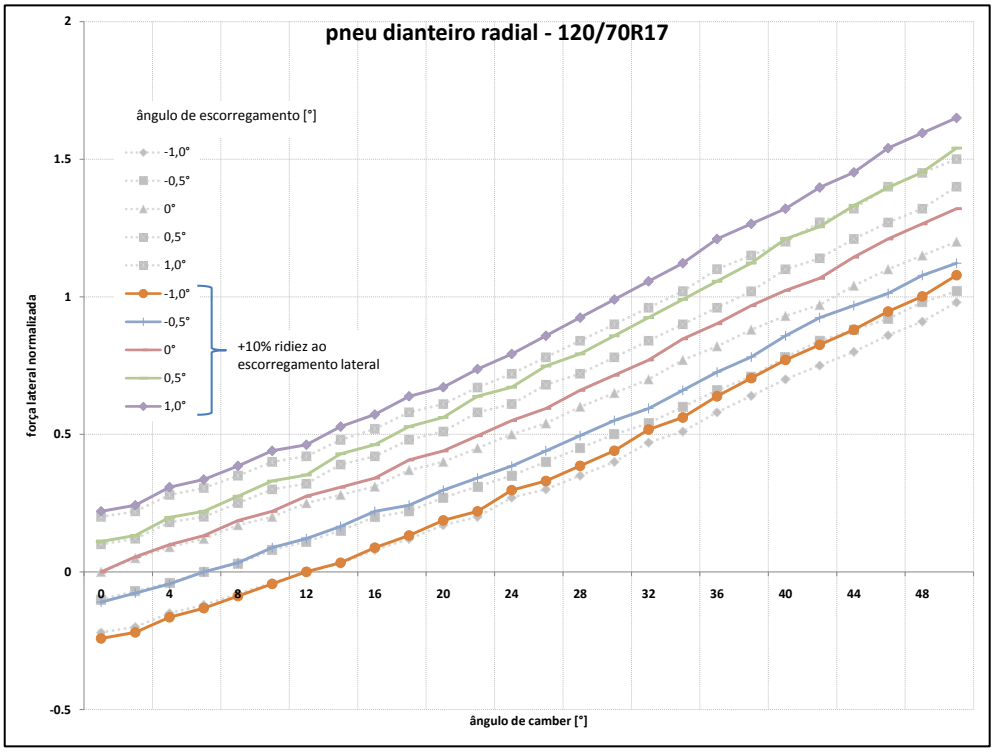

Figura 71: Curva do pneu dianteiro com coeficiente de rigidez à cambagem maior em 10%.
Fonte: Autor.

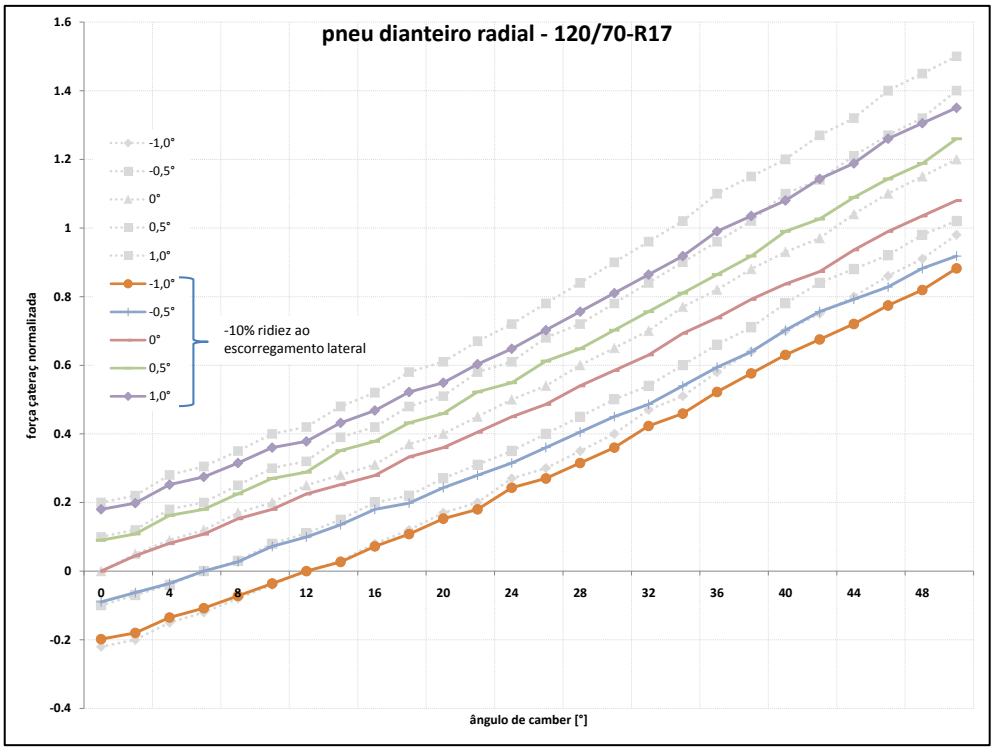

Figura 72: Curva do pneu dianteiro com coeficiente de rigidez à cambagem menor em 10%.
Fonte: Autor.

Os resultados abaixo demonstram a influência na dirigibilidade da motocicleta, em função da troca de parâmetros do pneu dianteiro da motocicleta.

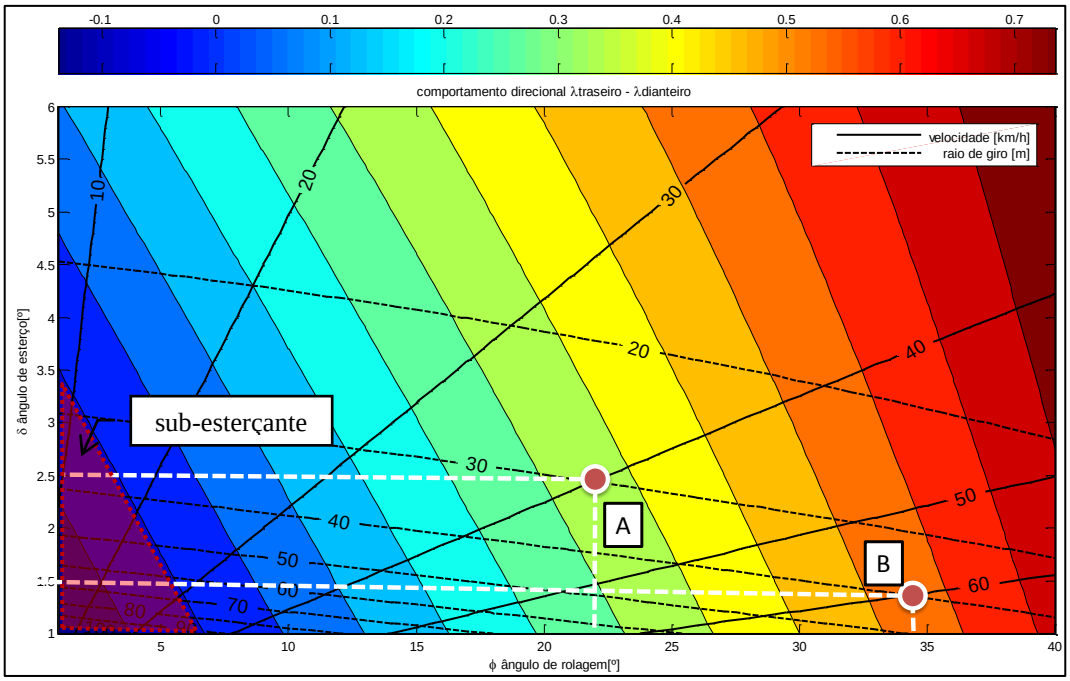

Figura 73: Variação da diferença entre o escorregamento lateral do pneu traseiro e dianteiro (pneu dianteiro e traseiro "standard").
Fonte: Autor.

Na Figura 73, é possível verificar no ponto A que em uma curva com velocidade de 40 km/h e com raio de curvatura de 30 m a motocicleta deve estar com um ângulo de esterço de 2,5° e ângulo de rolagem 22°. Também é possível verificar que para efetuar uma curva com velocidade de 60 km/h e raio de curvatura de 40 m (ponto B) é necessário um ângulo de esterço de 1,5° e ângulo de rolagem de 34°. A velocidade e ângulo de rolagem apresentados serão considerados como referência para as futuras análises. A motocicleta está equipada com pneus na configuração "standard". A diferença entre os escorregamentos laterais dos pneus fornece o comportamento direcional da motocicleta. Observa-se também que a motocicleta possui comportamento sub-esterçante em ângulos de rolagem φ abaixo de 7° conforme indicação no gráfico (área triangular em vermelho na parte inferior esquerda do gráfico) e sobre-esterçante acima deste valor, caracterizando a motocicleta como sobre-esterçante na maioria da utilização.

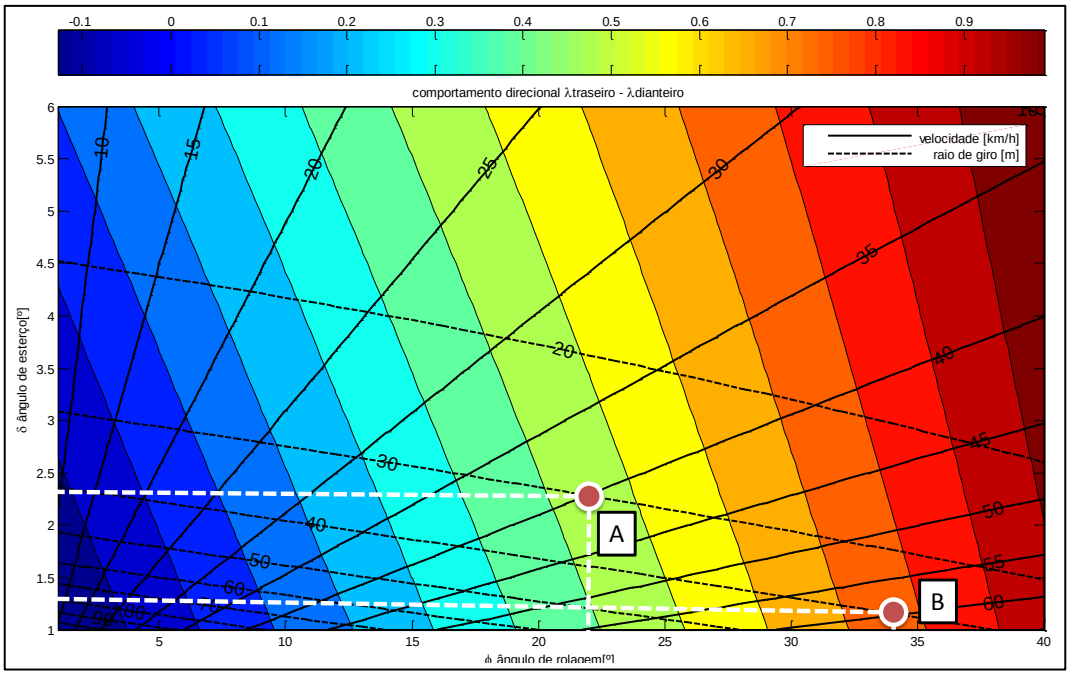

Figura 74: Variação da diferença entre o escorregamento lateral do pneu traseiro e dianteiro (pneu dianteiro com coeficiente de rigidez à cambagem maior em 10% e traseiro standard).
Fonte: Autor.

Na Figura 74, é possível verificar que em uma curva com a motocicleta com o pneu dianteiro com coeficiente de rigidez à cambagem do pneu dianteiro maior em 10% e mantendo-se o pneu traseiro na configuração “standard” e utilizando-se a velocidade e o raio de curvatura propostos anteriormente (40 km/h / 30 m e 60 km/h / 40 m) a motocicleta satisfaz a condição de equilíbrio com um ângulo de esterço de 2,3° e com ângulo de rolagem 22° para a primeira condição (ponto A) e 1,2° de ângulo de esterço com 34° de ângulo de rolagem. Nota-se uma redução no ângulo de esterço necessário para cumprir a manobra dentro da velocidade e raio de curvatura propostos, pois com o aumento do coeficiente de rigidez à cambagem, o pneu fornece força lateral maior comparado com o pneu na configuração “standard”.

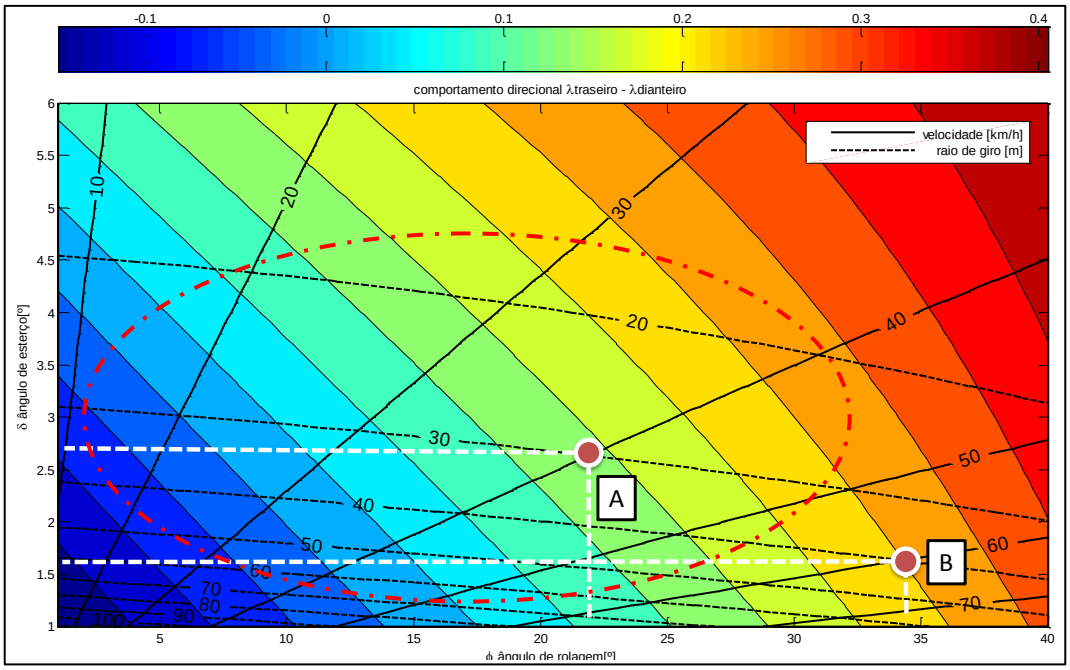

Figura 75: Variação da diferença entre o escorregamento lateral do pneu traseiro e dianteiro (pneu dianteiro com coeficiente de rigidez à cambagem menor em 10% e traseiro standard).
Fonte: Autor.

Na Figura 75, utilizaram-se novamente a velocidade e raio de curvatura (40 km/h / 30 m e 60 km/h / 40 m), porém o pneu dianteiro teve o coeficiente de rigidez à cambagem reduzido de 10% no pneu dianteiro e manteve-se o pneu traseiro na configuração standard, a motocicleta satisfaz a condição de equilíbrio com um ângulo de esterço 2,7° e 22° de ângulo de rolagem para a primeira hipótese (ponto A) e 1,7° de ângulo de esterço com 34° de ângulo de rolagem para segunda hipótese (ponto B). Nesta configuração, os ângulos de esterço são maiores nas duas hipóteses, devido a configuração do pneu fornecer menos força lateral que na utilizada na configuração "standard", exigindo um incremento no ângulo de esterço.

Verificou-se também no resultado da simulação uma grande faixa em que motocicleta possui comportamento direcional neutro ($\lambda_t - \lambda_d = 0$), caracterizando uma motocicleta com comportamento direcional mais seguro em trajetórias curvas em regime permanente. Esta faixa pode-se ser observada na área destacada em linha tracejada vermelha da Figura 75; esta área compreende o regime de utilização normal de motocicletas.

8 CONCLUSÃO

Este trabalho permitiu interagir diretamente com um modelo multicorpos de uma motocicleta em curva de regime constante. Este modelo é útil na fase de desenvolvimento de uma motocicleta antevendo características/comportamentos direcionais e reduzindo o tempo de desenvolvimento e teste com veículos protótipos, que geralmente são caros e necessitam de longo tempo de construção.

A apresentação dos resultados de forma gráfica permitiu-se ver de forma unificada as variações dos parâmetros simulados versus os parâmetros de entrada (ângulo de esterço e ângulo de rolagem) e velocidade da motocicleta e raio de curvatura.

O modelo utilizado tem resultados consistentes de forma apropriada as variações propostas, conforme teoria sugerida pelas referências utilizadas no trabalho.

Verificou-se também a necessidade de adequar equipamento de aquisição de dados de uso automotivo para uso dedicado em motocicletas, pois os elevados ângulos de rolagem (aproximadamente 40°) apresentam um problema para “hardwares” convencionais de aquisição de sinais utilizados em aplicações automotivas, onde ângulos de rolagem dificilmente passam de 7°. A construção de um dispositivo específico para leitura do ângulo de rolagem da motocicleta foi de vital importância ao experimento e tornou o sistema de aquisição de dados mais flexível quanto a aplicabilidade. Mesmo o sistema adicionado um ponto de contato entre a motocicleta e o solo devido ao contato do rodízio ao solo não influenciou na dinâmica lateral da motocicleta e tão pouco nos resultados obtidos.

Os resultados do modelo matemático são compatíveis com os resultados experimentais, para a faixa de velocidades e raios de curvatura.

Confirmaram-se os diferentes comportamentos direcionais da motocicleta ao variar o coeficiente de rigidez à cambagem do pneu traseiro. O comportamento direcional é uma característica importante no desenvolvimento de uma motocicleta, tornando-a mais segura e de fácil condução.

8.1 Recomendações e trabalhos futuros

Modelar a motocicleta utilizando software multicorpos, como o MSC Adams ou BikeSim. Estes softwares fornecem uma quantidade maior de informação quando comparado com o programa aqui apresentado, porém não permitem o maior controle sobre o seu uso.

O desenvolvimento de equações diferenciais do modelo da motocicleta também é importante para se verificar a eficiência do equacionamento aqui apresentado em regime transiente.

Desenvolver sistema ótico de obtenção do ângulo de rolagem da motocicleta para ser utilizado em testes com velocidades maiores que as aqui apresentadas.

REFERÊNCIAS

BORTOLUZZI, D.;DORIA, A.;LOT, R. Experimental investigation and simulation of motorcycle turning performance**.** In: SICHERHEIT UMWELT ZUKUNFT, 3., 2000. Essen.

BORTOLUZZI, D.;LOT, R.;RUFFO, N. Motorcycle steady turning: The significance of geometry and inertia**.** In: THE ROLE OF EXPERIMENTATION IN THE AUTOMOTIVE PRODUCT DEVELOPMENT PROCESS, 7., 2001, Firenze.

BREUR, T; PRUCKNER, A. (1998): Advanced dynamics motorbike analysis and driver simularion. In: 13th European ADAMS User Conference, Paris, 1998.

BERRITA, R.; BIRAL, F.; GARBIN,S. (2000): Evaluation of motorcycl handling and multibody modelling and simulation. In: Proceedings of 6th int. conference on high tech engines and cars, Modena, 2000.

COSSALTER, V., DA LIO Mauro, LOT Roberto. Steady Turning of Two-Wheeled Vehicles**.** **Vehicle System Dynamics**, EUA, v. 31, n. 2, p. 157-181, fev. 1999.

_____. Mathematical modeling of two-wheeled vehicles**.** In: NINTH WORLD CONGRESS ON THE THEORY OF MACHINES AND MECHANISMS, 1995, Milão. **Anais proceedings...**, p. 2842-2846.

_____. On the steering behavior of motorcycles. In: VEHICLE SYSTEMS TECHNOLOGY FOR THE NEXT CENTURY, 1999, Barcelona, p. 217-226.

_____. An general method for the evaluation of the vehicle manoeuvrability with special emphasis on motorcycles. **Vehicle System Dynamics**, v.31, n.2, p. 113-135, fev. 1999.

COSSALTER, V. DA LIO Mauro, BIRAL Francesco. Evaluation of motorcycle maneuverability with the optimal maneuver method**.** In: MOTORSPORTS ENGINEERING CONFERENCE AND EXPOSITION, 1998, Michigan. **SAE Paper 983022...**Warrendale: SAE, 1998.

COSSALTER, V.;DORIA A. Identificazione delle caratteristiche meccaniche dei pneumatic motociclistici. In: AIMETA CONGRESS OF THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS, 16., 2003, Ancona.

_____. **Motorcycle tire models for dynamics simulations. 2001.** Disponível em: <http://www.dinamoto.it/2001_01 Motorcycle tire models for dynamic simulation CANNES.pdf> Acesso em: 15 ago.2008.

COSSALTER, V.; LOT, R.; MAGGIO, F. **A multibody code for motorcycle handling and stability analysis with validation and examples of application.** 2003. SAE Paper 2003-32-0035.

COSSALTER, V. **Gli pneumatici della motocicletta:** 2008. Disponível em: <http://www.dinamoto.it/DINAMOTO/on-line%20papers/Pneumatici_file/Pneumatici.htm> Acesso em: 13 out. 2008.

DORIA, A.; BASSO, R.; FABRIS, D. **Experimental evaluation of lateral transfer functions and structura modes of two-wheeled vehicles**. 2003. Dept. of Mechanical Engineering, University of Padova.

DONIDA, F. et al. **Motorcycle dynamics library in modelica.** 2006. Politecnico de Milano, Italy.

IFFELSBERGER, L. (1991): Application of vehycle dynamics simulation in motorcycle development. **Safety enviroment future.** Forschungsefte Zweiradsicherheit, 7, 1991.

KANE, T. R., Fundamental kinematical relationships for single-track vehicles. **International journal of mechanical sciences**, Grã-Bretanha, v.17, p. 499-504, set. 1975.

KOENEN, C..Vibrational modes of motorcycle in curves. In: Proceedings of the int. motorcycle safety conference, Wash. D.C., Motorcycle safety foundation, Vol. II, 1980.

LOT, R.; DA LIO, M. A symbolic approach for automatic generation of the equations of motion of multibody systems**. Multibody System Dynamics.** Holanda, v. 12, n.2, p. 147-172, set. 2003..

LOT, R. **A motorcycle tire model for dynamic simulations: Theoretical an experimental aspects.** 2002. Dept. of Mechanical Engineering, University of Padova.

MILLIKEN, W.F.; MILLIKEN, D.L. **Race car vehicle dynamics**. SAE International, Warrendale, 1995.

PACEJKA, H.B. **Tire and vehicle dynamics**. 2002. Society of Automotive Enfineers, Inc.

PARK, J.; MACKAY, S. **Practical data aquisition for instrumentation and control systems**. Burlington: Elsevier, 2003.

REIMPELL, J.; STOLL, H.; BETZLER J. **The automotive chassis: Engineering principles**. Butterworth Heinemann, 2001.

SHARP, R.S. The stability and control of motorcycles. **J. of mechanical engineering science,** 13, 5, I.Mech. E., 1971.

SHARP, R.S. (2001): Stability, control and steering responses of motorcycles. **Vehicle system dynamics**, 35, 4-5, 2001.

SALVADOR, M.; FABRIS, D. **Study of stability of two wheels vehicle through experiments on the road and in laboratory.** 2004. Dept. of Mechanical Engineering, University of Padova.

WHIPPLE, F.J.W.The Stability of the motion of a bicycle. **Quart. J. of purê and applied mathematics,** 30, 1899.

WISSELMAN, D.; IFFELSBERGER, D.; BRANDLHUBER, B. (1993): **Einsatz eines Fahrdynamik-simulationsmodells in der motorradentwicklung bei BMW**. ATZ, 95, 2, 1993.

APÊNDICE A – Programação Matlab®

```
%____Input____

entrada_fi = 1:1:40;
entrada_gma = 1:0.1:6;    %1:0.2:2
n_fi = length(entrada_fi);
n_gma = length(entrada_gma);
entrada_Z = zeros(n_gma,n_fi);

for cfi = 1: n_fi
  for cgma = 1: n_gma
      fi = entrada_fi(cfi)*(pi/180); %roll angle
      gma = entrada_gma(cgma)*(pi/180); %steering angle

      %____Parametros da motocicleta___%

      g = 9.81; %m/s^2 Aceleraçao da Gravidade
      e = 24*(pi/180); %castor angle
      wn = 0.02039; %fork offset
      mr = 280; %kg
      mf = 18; %kg
      br = 0.678; %m
      hr = 0.579;  %m
      Ixf = 1.80; %kgm^2
      Iyf = 1.77; %kgm^2
      Izf = 0.35; %kgm^2
      Ixr = 22.46; %kgm^2
      Iyr = 36.24; %kgm^2
      Izr = 17.36; %kgm^2
      Ixzr = -4.40; %kgm^2
      Iwr = 0.71; %kgm2
      Iwf = 0.49; %kgm^2
      ef = 0.010; %m
      lz = 0.550; %m
      ror = 0.230; %m
      rof = 0.246; %m
      rr = 0.310; %m
      rf = 0.296; %m
      qr = 0.040; %m
      qf = 0.025; %m
      p= 1.5; %m
      uf = 0.015; %Adotado de Acordo com Cossalter.
      df = uf*rf;
      dr = uf*rr;
      l1 = rf*sin(e)-wn;                                  %normal trail
      teta = atan ( (sin(gma)*tan(fi)-sin(e)*cos(gma)) / ( cos(e) ));
      G1 = l1*sin(e)*(1-cos(gma)+qr-qf+rof*(cos(e)*cos(teta)-cos(gma)*sin(e)*sin(teta))-1);
      G2 = l1*sin(gma)+rof*sin(gma)*sin(teta);
      G3 = l1*cos(e)*(1-cos(gma))-p;
      G4 = rof*(sin(e)*cos(fi)*sin(gma)+cos(gma)*sin(fi));

      %___Pitch Angle - rad___%

      u = -( G1*cos(fi)+G2*sin(fi)+qf-qr ) / (G3*cos(fi)-rof*(G4)*(cos(teta)*(sin(gma))));  %rad

      %___Identificaçao do Vetor PrPf___%
```

```
% Xpf-Xpr = XX
% Ypf-Ypr = YY

bl = e+atan( (sin(gma)*tan(fi)-sin(e+u)*cos(gma)) / (cos(e+u)) );
c = l1*sin(gma)+rof*sin(gma)*sin(bl-e);
ee = rof*(sin(e)*cos(bl-e)+cos(gma)*cos(e)*sin(bl-e));
b = rof*(cos(e)*cos(bl-e)-cos(gma)*sin(e)*sin(bl-e)-1);
d = p-(l1*cos(e))*(1-cos(gma));
a = l1*sin(e)*(1-cos(gma))+(rr-ror)-(rf-rof);

XX = (d+ee)*cos(u)+(a+b+ror)*sin(u)-(b+a+ror*(1-cos(u)))*sin(u)*sin(fi);
YY = c*cos(fi)+(b-a-ror*(1-cos(u)))*cos(u)*sin(fi)+(ee+d+ror*sin(u))*sin(u)*sin(fi);

%____Front Camber Angle___%

beta = atan( ((tan(fi)*cos(gma)+sin(gma)*sin(e+u))/(cos(e+u)))*cos(bl-e));

%___Effective steering angle - rad___%

delta = atan( (sin(gma)*cos(e+u)) / (cos(fi)*cos(gma)-sin(fi)*sin(gma)*sin(e+u)) );

lambr = 0;
lambf = 0;

%___Curvatura - TETA___%

TETA = ( (cos(lambr)*sin(delta-lambf))+sin(lambr)*(cos(delta-lambf)) ) / ( (XX)*cos(delta-
lambf)+(YY)*sin(delta-lambf) );

%___Curvatura - metros___%

R = 1/TETA;

%___Forças Aerodinâmicas___%

%Fd = 0.19*V^2
Fs = 0;
%Fl = 0

Max = 0;
%May = 0.0144*V^2;
Maz = 0;

%___Coordenada do ponto de contato da roda traseira___%

Xpr = -R*sin(lambr);
Ypr = -R*cos(lambr);

%___Cordenada do ponto de contato da roda dianteira___%

Xpf = XX + Xpr;
Ypf = YY + Ypr;

%___Coordenadas do centro de gravidade da estrutura traseira___%

XGr = br-R*sin(lambr);
YGr = hr*sin(fi)-R*cos(lambr);
ZGr = -hr*cos(fi);
```

```
%___Coordenadas do centro de gravidade da estrutura dianteira___%
%DESENVOLVER EQUACIONAMENTO COERENTE%
XGf = 1.377;
YGf = YGr;
ZGf = -0.321;

%___Componentes do tensor da inercia da estrutura dianteira em respeito a (X1,Y1,Z1)__

ICXZr = ( mr*XGr*ZGr ) + ( cos(fi))*( (Ixr-Izr)*cos(u)*sin(u)+Ixzr*((cos(u)^2)-(sin(u)^2) ));
ICXZf = ( mf*XGf*ZGf ) + (Ixf*(cos(gma)^2)+Iyf*(sin(gma)^2)-Izf)*cos(u+e)*sin(u+e)*cos(fi)+(Iyf-
Ixf)*cos(u+e)*cos(gma)*sin(gma)*sin(fi);
ICYZr = ( mr*YGr*ZGr ) + cos(fi)*sin(fi)*(Izr*(cos(u)^2)+2*Ixzr*cos(u)*sin(u)+Ixr*(sin(u)^2)-Iyr);
ICYZf = ( mf*YGf*ZGf ) + cos(gma)*sin(gma)*sin(u+e)*(Ixf-Iyf)*( (cos(fi)^2)-(sin(fi)^2) ) +
cos(fi)*sin(fi)*(Ixf*( (cos(gma)^2)*(sin(u+e)^2)-(sin(gma)^2) )+Iyf*( (sin(gma)^2)*(sin(u+e)^2)-(cos(gma)^2)
)+Izf*(cos(u+e)^2));

%___Modelo do Pneu___%
%df = 0.02;

% (Cfi/Clambda)f=0.043
% (Cfi/Clambda)r=0.040
Bxr = 23.0;
Cxr = 0.52;
Dxr = 2.50;
Exr = 1.07;
Byr = 19.2;
Cyr = 0.48;
Dyr = 3.00;
Eyr = 1.05;
Byf = 15.5;
Cyf = 0.55;
Dyf = 2.8;
Eyf = 1.2;

M1f = 0.024;
M1r = 0.028;
t0f = 0.010;
t0r = 0.009;
lambmaxr = 0.075;
lambmaxf = 0.10;
Mzf = -( t0f*( 1- ( (lambf/lambmaxf) ) )) + (M1f*(fi));
Mzr = -( t0r*( 1- ( (lambr/lambmaxr) ) )) + (M1r*(fi));

%klambda = Dyr*Cyr*Byr
%kfi = Dxr*Cxr*Bxr

%<>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

%Equaçoes para a soluçao linear

%Incognitas Iniciais
% Nr, Nf, Fr, Ff, Sr, psi_ponto.

%Considerando condicao sem escorregamento

Vsx = 0;
Vx = 1;
k = (-Vsx/Vx);
%Determinando os coeficientes das equacoes
AUX_psi = 1   ;
```

```
wr = -(AUX_psi/TETA)*( (k+1)*cos(lambr) / (ror+(qr)*cos(fi)));
wf = AUX_psi*( ( (cos(lambf)*Ypf)/(cos(delta-lambf)) ) * ( 1 / (rof+qf*cos(bl)) ));

% psi   / Sr / Nf / Ff / Fr / Nr

a11 = (mr*XGr+mf*XGf)+(-0.19*R^2);       %psi
a12 = 1;                        %Sr
a13 = (-uf*cos(delta));              %Nf
a14 = -sin(delta);                  %Ff
a15 = 0;                         %Fr
a16 = 0;                          %Nr

%_____________________________________

b11 = ((0.04*R^2)*sin(fi))+(mr*YGr+mf*YGf);%psi
b12 = 0;                              %Sr
b13 = -uf*sin(delta);                      %Nf
b14 = cos(delta);                        %Ff
b15 = 1;                              %Fr
b16 = 0;                              %Nr
%_____________________________________________

c11 = -((0.04*R^2)*cos(fi) );            %psi
c12 = 0;                             %Sr
c13 = 1;                             %Nf
c14 = 0;                             %Ff
c15 = 0;                             %Fr
c16 = 1;                             %Nr

%_____________________________________________

d11 = ((-0.04*R^2)*(YGr*cos(fi)+ZGr*sin(fi))) -
(ICYZr+ICYZf)+(Iwr*wr*cos(fi)+Iwf*wf*cos(gma)*cos(fi)-Iwf*wf*sin(u+e)*sin(gma)*(sin(fi)) )   ;
%psi
d12 = 0;                             %Sr
d13 = Ypf-(df*sin(delta));               %Nf
d14 = 0;                             %Ff
d15 = 0;                             %Fr
d16 = Ypr;                            %Nr

%_____________________________________________

e11 = ((0.0144*R^2)*cos(fi))+((0.04*R^2)*XGr*cos(fi))-((0.19*R^2)*ZGr)+(ICXZr-ICXZf)-
(Iwf*wf*cos(u+e)*sin(gma));                %psi
e12 = 0;                            %Sr
e13 = -Xpf+df*cos(delta);               %Nf
e14 = 0;                            %Ff
e15 = 0;                            %Fr
e16 = -Xpr+df;                         %Nr

%_____________________________________________

f11 = ((0.0144*R^2)*sin(fi))+((0.04*R^2)*XGr*sin(fi))+((0.19*R^2)*YGr);  %psi
f12 = -Ypr;                                          %Sr
f13 = ((Xpf*sin(delta)-Ypf*cos(delta))*(-uf))+(0.024*fi);              %Nf
f14 = (Xpf*cos(delta)+Ypf*sin(delta));                              %Ff
f15 = Xpr;                                          %Fr
f16 = +(0.028*fi);                                      %Nr
```

```
AAA = [a11 a12 a13 a14 a15 a16;
   b11 b12 b13 b14 b15 b16;
   c11 c12 c13 c14 c15 c16;
   d11 d12 d13 d14 d15 d16;
   e11 e12 e13 e14 e15 e16;
   f11 f12 f13 f14 f15 f16;];

%___Coeficientes da Matriz B___%

gg = 0;
hh = -Fs*cos(fi);
ii = (-Fs*sin(fi))-((mr+mf)*g);
jj = -Max - Fs*(-ZGr*cos(fi)+YGr*sin(fi))-(g*(mr*YGr+mf*YGf));
kk = Maz*sin(fi)+g*(mr*XGr+mf*XGf)+Fs*XGr*sin(fi);
ll = -Maz*cos(fi)-Fs*XGr*cos(fi);

BBB = [gg;hh;ii;jj;kk;ll];

%___Resolvendo Sistema Linear___%

XXX = AAA\BBB;

psi = XXX(1) ;
Sr = XXX(2);
Nf = XXX(3);
Ff = XXX(4);
Fr = XXX(5);
Nr = XXX(6);

%>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

cambTras = fi*180/pi;

%Força Normalizada = Força Lateral / N

fNormTras = abs(Fr)/abs(Nr);

AnguloTras = [-1 -0.5 0 0.5 1];
CamberTras = linspace(0,50,26);
%-1 -0.5 0 0.5 1
FTras = .7*[-0.2 -0.08 0 0.08 0.18;
        -0.18 -0.06 0.04 0.11 0.2;
        -0.12 -0.02 0.08 0.15 0.25;
        -0.1 0 0.1 0.19 0.28;
        -0.08 0.04 0.14 0.22 0.31;
        -0.02 0.08 0.18 0.27 0.35;
         0 0.1 0.21 0.3 0.39;
         0.04 0.13 0.25 0.33 0.41;
         0.08 0.17 0.29 0.38 0.47;
         0.1 0.2 0.31 0.41 0.5;
         0.15 0.23 0.35 0.46 0.54;
         0.19 0.28 0.4 0.5 0.59;
         0.22 0.3 0.43 0.54 0.62;
         0.27 0.35 0.48 0.58 0.67;
         0.3 0.39 0.5 0.61 0.7;
         0.35 0.41 0.55 0.67 0.78;
         0.4 0.46 0.59 0.7 0.8;
         0.42 0.5 0.62 0.73 0.84;
         0.48 0.54 0.67 0.78 0.89;
         0.51 0.58 0.7 0.81 0.92;
```

```
        0.55 0.6 0.74 0.86 0.97;
        0.59 0.64 0.78 0.9 1.0;
        0.62 0.68 0.8 0.94 1.02;
        0.67 0.7 0.84 0.97 1.08;
        0.69 0.74 0.87 1.0 1.1;
        0.7 0.76 0.89 1.04 1.1;];

Xp1Tras = CamberTras;
Yp11Tras = FTras(:,1);
Yp12Tras = FTras(:,2);
Yp13Tras = FTras(:,3);
Yp14Tras = FTras(:,4);
Yp15Tras = FTras(:,5);

p11Tras = polyfit(Xp1Tras',Yp11Tras,1);
p12Tras = polyfit(Xp1Tras',Yp12Tras,1);
p13Tras = polyfit(Xp1Tras',Yp13Tras,1);
p14Tras = polyfit(Xp1Tras',Yp14Tras,1);
p15Tras = polyfit(Xp1Tras',Yp15Tras,1);

f1Tras = polyval(p11Tras,cambTras);
f2Tras = polyval(p12Tras,cambTras);
f3Tras = polyval(p13Tras,cambTras);
f4Tras = polyval(p14Tras,cambTras);
f5Tras = polyval(p15Tras,cambTras);

Xp2Tras = [f1Tras f2Tras f3Tras f4Tras f5Tras];
Yp2Tras = AnguloTras;
p2Tras = polyfit(Xp2Tras,Yp2Tras,1);
testey = polyval(p2Tras,Xp2Tras);
figure(1)
plot(Xp2Tras,Yp2Tras,'*',Xp2Tras,testey)
SlipTras = polyval(p2Tras,fNormTras);
title(num2str(SlipTras))

%>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>


cambDiant = beta*180/pi;
fNormDiant = abs(Ff)/abs(Nf);

AnguloDiant = [-1 -0.5 0 0.5 1];
CamberDiant = linspace(0,50,26);
%-1 -0.5 0 0.5 1
FDiant = .8*[-0.22 -0.1 0 0.1 0.2;
        -0.2 -0.07 0.05 0.12 0.22;
        -0.15 -0.04 0.09 0.18 0.28;
        -0.12 0 0.12 0.2 0.305;
        -0.08 0.03 0.17 0.25 0.35;
        -0.04 0.08 0.2 0.3 0.4;
         0 0.11 0.25 0.32 0.42;
         0.03 0.15 0.28 0.39 0.48;
         0.08 0.2 0.31 0.42 0.52;
         0.12 0.22 0.37 0.48 0.58;
         0.17 0.27 0.4 0.51 0.61;
         0.2 0.31 0.45 0.58 0.67;
         0.27 0.35 0.5 0.61 0.72;
         0.3 0.4 0.54 0.68 0.78;
         0.35 0.45 0.6 0.72 0.84;
         0.4 0.5 0.65 0.78 0.9;
```

```
            0.47 0.54 0.7 0.84 0.96;
            0.51 0.6 0.77 0.9 1.02;
            0.58 0.66 0.82 0.96 1.1;
            0.64 0.71 0.88 1.02 1.15;
            0.7 0.78 0.93 1.1 1.2;
            0.75 0.84 0.97 1.14 1.27;
            0.8 0.88 1.04 1.21 1.32;
            0.86 0.92 1.1 1.27 1.4;
            0.91 0.98 1.15 1.32 1.45;
            0.98 1.02 1.2 1.4 1.5];

    Xp1Diant = CamberDiant;
    Yp11Diant = FDiant(:,1);
    Yp12Diant = FDiant(:,2);
    Yp13Diant = FDiant(:,3);
    Yp14Diant = FDiant(:,4);
    Yp15Diant = FDiant(:,5);

    p11Diant = polyfit(Xp1Diant',Yp11Diant,1);
    p12Diant = polyfit(Xp1Diant',Yp12Diant,1);
    p13Diant = polyfit(Xp1Diant',Yp13Diant,1);
    p14Diant = polyfit(Xp1Diant',Yp14Diant,1);
    p15Diant = polyfit(Xp1Diant',Yp15Diant,1);

    f1Diant = polyval(p11Diant,cambDiant);
    f2Diant = polyval(p12Diant,cambDiant);
    f3Diant = polyval(p13Diant,cambDiant);
    f4Diant = polyval(p14Diant,cambDiant);
    f5Diant = polyval(p15Diant,cambDiant);

    Xp2Diant = [f1Diant f2Diant f3Diant f4Diant f5Diant];
    Yp2Diant = AnguloDiant;
    p2Diant = polyfit(Xp2Diant,Yp2Diant,1);
    SlipDiant = polyval(p2Diant,fNormDiant);

    %>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>



    %>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

    %<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<

    lambr2 = SlipTras*(pi/180);
    lambf2 = SlipDiant*(pi/180);

    %___Curvatura - TETA___%

    TETA2 = ( (cos(lambr2)*sin(delta-lambf2))+sin(lambr2)*(cos(delta-lambf2)) ) / ( (XX)*cos(delta-
lambf2)+(YY)*sin(delta-lambf2) );

    %___Curvatura - metros___%

    R2 = 1/TETA2;

    %___Coordenada do ponto de contato da roda traseira___%

    Xpr2 = -R2*sin(lambr2);
    Ypr2 = -R2*cos(lambr2);
```

```
%___Cordenada do ponto de contato da roda dianteira___%

Xpf2 = XX + Xpr2;
Ypf2 = YY + Ypr2;

%___Coordenadas do centro de gravidade da estrutura traseira___%

XGr2 = br-R2*sin(lambr2);
YGr2 = hr*sin(fi)-R2*cos(lambr2);
ZGr2 = -hr*cos(fi);

%___Coordenadas do centro de gravidade da estrutura dianteira___%
%DESENVOLVER EQUACIONAMENTO COERENTE%
XGf2 = XGr2+0.822;
YGf2 = YGr2;
ZGf2 = -0.321;

%___Componentes do tensor da inercia da estrutura dianteira em respeito a (X1,Y1,Z1)__

ICXZr2 = ( mr*XGr2*ZGr2 ) + ( cos(fi))*( (Ixr-Izr)*cos(u)*sin(u)+Ixzr*((cos(u)^2)-(sin(u)^2) ));
ICXZf2 = ( mf*XGf2*ZGf2 ) + (Ixf*(cos(gma)^2)+Iyf*(sin(gma)^2)-Izf)*cos(u+e)*sin(u+e)*cos(fi)+(Iyf-Ixf)*cos(u+e)*cos(gma)*sin(gma)*sin(fi);
ICYZr2 = ( mr*YGr2*ZGr2 ) + cos(fi)*sin(fi)*(Izr*(cos(u)^2)+2*Ixzr*cos(u)*sin(u)+Ixr*(sin(u)^2)-Iyr);
ICYZf2 = ( mf*YGf2*ZGf2 ) + cos(gma)*sin(gma)*sin(u+e)*(Ixf-Iyf)*( (cos(fi)^2)-(sin(fi)^2) ) + cos(fi)*sin(fi)*(Ixf*( (cos(gma)^2)*(sin(u+e)^2)-(sin(gma)^2) )+Iyf*( (sin(gma)^2)*(sin(u+e)^2)-(cos(gma)^2) )+Izf*(cos(u+e)^2));

%___Modelo do Pneu___%

M1f2 = 0.024;
M1r2 = 0.028;
t0f2 = 0.010;
t0r2 = 0.009;
lambmaxr2 = 0.075;
lambmaxf2 = 0.10;
Mzf2 = -( t0f2*( 1- ( (lambf2/lambmaxf2) ) )) + (M1f2*(fi));
Mzr2 = -( t0r2*( 1- ( (lambr2/lambmaxr2) ) )) + (M1r2*(fi));

%>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>
%>>>>>

%Equaçoes para a soluçao linear com escorregamento

%Incognitas Iniciais
% Nr, Nf, Fr, Ff, Sr, psi_ponto.

%Considerando condicao sem escorregamento

Vsx2 = 1;
Vx2 = 1;
k2 = (-Vsx2/Vx2);
%Determinando os coeficientes das equacoes
AUX_psi2 = 1   ;

wr2 = -(AUX_psi2/TETA2)*( (k2+1)*cos(lambr2) / (ror+(qr)*cos(fi)));
wf2 = AUX_psi2*( ( (cos(lambf2)*Ypf2)/(cos(delta-lambf2)) ) * ( 1 / (rof+qf*cos(bl)) ));

% psi   / Sr / Nf / Ff / Fr / Nr

a112 = (mr*XGr2+mf*XGf2)+(-0.19*R2^2);        %psi
```

```
a122 = 1;                       %Sr
a132 = (-uf*cos(delta));            %Nf
a142 = -sin(delta);                 %Ff
a152 = 0;                       %Fr
a162 = 0;                        %Nr

%_____________________________________

b112 = ((0.04*R2^2)*sin(fi))+(mr*YGr2+mf*YGf2);%psi
b122 = 0;                        %Sr
b132 = -uf*sin(delta);                %Nf
b142 = cos(delta);                    %Ff
b152 = 1;                        %Fr
b162 = 0;                        %Nr
%_____________________________________

c112 = -((0.04*R2^2)*cos(fi) );          %psi
c122 = 0;                        %Sr
c132 = 1;                        %Nf
c142 = 0;                        %Ff
c152 = 0;                        %Fr
c162 = 1;                        %Nr

%_____________________________________

d112 = ((-0.04*R2^2)*(YGr2*cos(fi)+ZGr2*sin(fi))) -
(ICYZr2+ICYZf2)+(Iwr*wr2*cos(fi)+Iwf*wf2*cos(gma)*cos(fi)-Iwf*wf2*sin(u+e)*sin(gma)*(sin(fi)) )   ;
%psi
d122 = 0;                        %Sr
d132 = Ypf2-(df*sin(delta));            %Nf
d142 = 0;                        %Ff
d152 = 0;                        %Fr
d162 = Ypr2;                        %Nr

%_____________________________________

e112 = ((0.0144*R2^2)*cos(fi))+((0.04*R2^2)*XGr2*cos(fi))-((0.19*R2^2)*ZGr2)+(ICXZr-ICXZf)-
(Iwf*wf2*cos(u+e)*sin(gma));              %psi
e122 = 0;                        %Sr
e132 = -Xpf2+df*cos(delta);             %Nf
e142 = 0;                        %Ff
e152 = 0;                        %Fr
e162 = -Xpr2+df;                    %Nr

%_____________________________________

f112 = ((0.0144*R2^2)*sin(fi))+((0.04*R2^2)*XGr2*sin(fi))+((0.19*R2^2)*YGr2);  %psi
f122 = -Ypr2;                                   %Sr
f132 = ((Xpf2*sin(delta)-Ypf2*cos(delta))*(-uf))+(0.024*fi);            %Nf
f142 = (Xpf2*cos(delta)+Ypf2*sin(delta));                       %Ff
f152 = Xpr2;                                  %Fr
f162 = +(0.028*fi);                                %Nr

AAA2 = [a112 a122 a132 a142 a152 a162;
   b112 b122 b132 b142 b152 b162;
   c112 c122 c132 c142 c152 c162;
   d112 d122 d132 d142 d152 d162;
   e112 e122 e132 e142 e152 e162;
   f112 f122 f132 f142 f152 f162;];
```

```
        %___Coeficientes da Matriz B___%

        gg2 = 0;
        hh2 = -Fs*cos(fi);
        ii2 = (-Fs*sin(fi))-((mr+mf)*g);
        jj2 = -Max - Fs*(-ZGr2*cos(fi)+YGr2*sin(fi))-(g*(mr*YGr2+mf*YGf2));
        kk2 = Maz*sin(fi)+g*(mr*XGr2+mf*XGf2)+Fs*XGr2*sin(fi);
        ll2 = -Maz*cos(fi)-Fs*XGr2*cos(fi);

        BBB2 = [gg2;hh2;ii2;jj2;kk2;ll2];

        %___Resolvendo Sistema Linear___%

        XXX2 = AAA2\BBB2;

        psi2 = XXX2(1) ;
        Sr2 = XXX2(2);
        Nf2 = XXX2(3);
        Ff2 = XXX2(4);
        Fr2 = XXX2(5);
        Nr2 = XXX2(6);

        %____Comportamento de Esterço____%

        csi = 1 + ((lambr2 - lambf2)/delta);
        comportamento = SlipTras-SlipDiant;

        %___Velocidade___%

        V = sqrt(psi*R^2)*3.6;
        V2 = sqrt(psi2*R2^2)*3.6;
    %    entrada_Z(cgma,cfi) = Ff2;
        Matriz_R2(cgma,cfi) = R2;
        Matriz_V2(cgma,cfi) = V2;
        Matriz_Nf2(cgma,cfi) = Nf2;
        Matriz_Nr2(cgma,cfi) = Nr2;
        Matriz_csi(cgma,cfi) = csi; %Admensional
        Matriz_delta(cgma,cfi) = delta*(180/pi);
        Matriz_Ff2(cgma,cfi) = Ff2;
        Matriz_Fr2(cgma,cfi) = Fr2;
        Matriz_u(cgma,cfi) = u*(180/pi);
        Matriz_beta(cgma,cfi) = beta*(180/pi);
        Matriz_SlipDiant(cgma,cfi) = SlipDiant;
        Matriz_SlipTras(cgma,cfi) = SlipTras;
        Matriz_comportamento(cgma,cfi) = comportamento;
        Matriz_fNormTras(cgma,cfi) = fNormTras;
        Matriz_fNormDiant(cgma,cfi) = fNormDiant;

    end
end
```

Sub – Rotina.

```
function fu = plotar_resultados(cod)

load 'resultados26.mat';

if cod == 1


%     >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

    figure
    contourf(entrada_fi,entrada_gma,entrada_Z,15)
    xlabel('\phi ângulo de rolagem [º]' )
    ylabel('\delta ângulo de esterço [º]')
    colorbar

    hold on
    [cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
    clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

    [cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
    clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%     >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

    figure
    contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,15)
    xlabel('\phi ângulo de rolagem[º]')
    ylabel('\delta ângulo de rolagem[º]')
    colorbar

    hold on
    [cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
    clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

    [cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
    clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%     >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

    figure
    contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,15)
    xlabel('\phi ângulo de rolagem[º]')
    ylabel('\delta ângulo de esterço[º]')
    colorbar

    hold on
    [cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
    clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

    [cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
    clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%     >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

    figure
    contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_Nf2,15)
    xlabel('\phi ângulo de rolagem[º]')
    ylabel('\delta ângulo de esterço[º]')
```

```
colorbar
title('força vertical no pneu dianteiro [N]')

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%    >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>
figure
contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_Nr2,15)
xlabel('\phi ângulo de rolagem[°]')
ylabel('\delta ângulo de esterço[°]')
colorbar
title('força vertical no pneu traseiro [N]')

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%     >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>
figure
contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_csi,15)
xlabel('\phi ângulo de rolagem[°]')
ylabel('\delta ângulo de esterço[°]')
colorbar
title('fvfvfv')

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%    >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>
figure
contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_delta,15)
xlabel('\phi ângulo de rolagem[°]')
ylabel('\delta ângulo de esterço[°]')
colorbar
title('ângulo de esterço cinemático [°]')

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%    >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>
figure
contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_Ff2,15)
xlabel('\phi ângulo de rolagem[°]')
ylabel('\delta ângulo de esterço[°]')
```

```
colorbar
title('força lateral no pneu dianteiro [N]')

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%    >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>
figure
contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_Fr2,15)
xlabel('\phi ângulo de rolagem[°]')
ylabel('\delta ângulo de esterço[°]')
colorbar
title('força lateral no pneu traseiro [N]')

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%    >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>
figure
contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_u,15)
xlabel('\phi ângulo de rolagem[°]')
ylabel('\delta ângulo de esterço[°]')
colorbar
title('ângulo de pitch [°]')

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%    >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>
figure
contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_beta,15)
xlabel('\phi ângulo de rolagem[°]')
ylabel('\delta ângulo de esterço[°]')
colorbar
title('ângulo de cambagem da roda dianteira [°]')

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%    >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

figure
contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_SlipDiant,15)
xlabel('\phi ângulo de rolagem[°]')
```

```
ylabel('\delta ângulo de esterço[º]')
colorbar
title('ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro [°]')

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%     %>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

figure
contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_SlipTras,15)
xlabel('\phi ângulo de rolagem[º]')
ylabel('\delta ângulo de esterço[º]')
colorbar
title('ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro [°]')

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);
%     %>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

figure
contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_comportamento,15)
xlabel('\phi ângulo de rolagem[º]')
ylabel('\delta ângulo de esterço[º]')
colorbar
title('comportamento direcional \lambdatraseiro - \lambdadianteiro ')

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%     >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

figure
contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_fNormTras,15)
xlabel('\phi ângulo de rolagem[º]')
ylabel('\delta ângulo de esterço[º]')
colorbar

hold on
[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

[cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

%     >>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>

figure
```

```
        contourf(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_fNormDiant,15)
        xlabel('\phi ângulo de rolagem[º]')
        ylabel('\delta ângulo de esterço[º]')
        colorbar

        hold on
        [cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_V2,'k','linewidth',2);
        clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);

        [cs h] = contour(entrada_fi,entrada_gma,Matriz_R2,'k','linewidth',2);
        clabel(cs,h,'manual','fontsize',14);
    end



end


end
```