

CENTRO UNIVERSITÁRIO DA FEI

GRACE KELLY QUARTEIRO GANHARUL

**AVALIAÇÃO FENOMENOLÓGICO-EXPERIMENTAL DO EFEITO DA
TRIAxIALIDADE DE TENSÕES PÓS-INSTABILIDADE NA DETERMINAÇÃO
DAS PROPRIEDADES TENSÃO-DEFORMAÇÃO POR MEIO DO ENSAIO DE
TRAÇÃO UNIAXIAL**

**São Bernardo do Campo
2012**

GRACE KELLY QUARTEIRO GANHARUL

**AVALIAÇÃO FENOMENOLÓGICO-EXPERIMENTAL DO EFEITO DA
TRIAxIALIDADE DE TENSÕES PÓS-INSTABILIDADE NA DETERMINAÇÃO
DAS PROPRIEDADES TENSÃO-DEFORMAÇÃO POR MEIO DO ENSAIO DE
TRAÇÃO UNIAXIAL**

**Dissertação de Mestrado apresentada ao
Centro Universitário da FEI, como parte dos
requisitos necessários para obtenção do título
de Mestre em Engenharia Mecânica, sob
orientação do Prof. Dr. Gustavo Henrique
Bolognesi Donato.**

**São Bernardo do Campo
2012**

Ganharul, Grace Kelly Quarteiro

Avaliação fenomenológico-experimental do efeito de triaxialidade de tensões pós-instabilidade na determinação das propriedades tensão-deformação por meio de ensaio de tração uniaxial / Grace Kelly Quarteiro Ganharul. São Bernardo do Campo, 2012.

199 f. : il.

Dissertação - Centro Universitário da FEI.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Henrique Bolognesi Donato

1. Curva Tensão vs. 2. Deformação Corrigida. 3. Instabilidade Plástica. 4. Estado Triaxial de Tensões. I. Donato, Gustavo Henrique Bolognesi, orient. II. Título.

CDU 620.17



Centro Universitário da **FEI**

APRESENTAÇÃO DE DISSERTAÇÃO ATA DA BANCA JULGADORA

PGE- 10

Programa de Mestrado de Engenharia Mecânica

Aluno: Grace Kelly Quarteiro Ganharul

Matrícula: 210124-4

Título do Trabalho: **AVALIAÇÃO FENOMENOLÓGICO-EXPERIMENTAL DO EFEITO DA TRIAXIALIDADE DE TENSÕES PÓS-INSTABILIDADE NA DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES TENSÃO-DEFORMAÇÃO POR MEIO DO ENSAIO DE TRAÇÃO UNIAXIAL.**

Área de Concentração: Materiais e Processos

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Henrique Bolognesi Donato

ORIGINAL ASSINADA

Data da realização da defesa: 27 / Junho / 2012

A Banca Julgadora abaixo-assinada atribuiu ao aluno o seguinte:

APROVADO

REPROVADO

São Bernardo do Campo, 27 / junho / 2012.

MEMBROS DA BANCA JULGADORA

Prof. Dr. Gustavo Henrique Bolognesi Donato

Ass.: _____

Prof. Dr. Rodrigo Magnabosco

Ass.: _____

Prof. Dr. Roberto Martins de Souza

Ass.: _____

VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO

**ENDOSSO DO ORIENTADOR APÓS A INCLUSÃO DAS
RECOMENDAÇÕES DA BANCA EXAMINADORA**

Aprovação do Coordenador do Programa de Pós-graduação

Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

A Deus, aos meus pais Neila e Nelson (em memória), ao meu namorado Mario, aos meus amigos do mestrado e a todos os professores que dedicaram parte do seu tempo a minha formação como *Mestre em Engenharia Mecânica*.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Gustavo Henrique Bolognesi Donato, que muito mais do que orientador deste trabalho foi um grande amigo, me ajudando nas horas mais difíceis e sempre me dando a força necessária para a transposição de todas as barreiras que me desafiaram e que se colocaram no meu caminho durante a realização deste trabalho. Agradeço imensamente por ter me iniciado no tema proposto e ainda pela orientação, pelos ensinamentos, pelos conselhos, pelo incentivo, pelo exemplo, pela paciência e compreensão durante todo o período de execução desse trabalho.

Um agradecimento especial se estende aos professores do curso de mestrado em Sistemas da Mobilidade e em Materiais e Processos do Centro Universitário da FEI: Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury, Prof. Dr. Eric Silva, Prof. Dr. Francisco Ambrózio, Prof. Dr. Paulo Melo, Prof. Dr. Roberto Bortolussi, Prof. Dr. Rodrigo Magnabosco e Prof. Dr. Sergio Delijaicov, que me apoiaram em todos os momentos colaborando comigo da melhor maneira possível para a viabilização das minhas ideias e sonhos, pois cada um contribuiu de maneira peculiar para a minha formação como Mestre, e por isso se tornaram pessoas importantes e muito especiais na minha vida.

Ao aluno de iniciação científica do curso de Engenharia Mecânica da FEI, Nick de Bragança Azevedo, por toda a contribuição e dedicação a este trabalho.

Aos meus colegas de mestrado: Sullivan, Alex, Wagner, Sérgio, Jean, Nelson, Fábio, Dijan, Felipe, Pedro, Renato, Alexandre, Jeferson, Kátia, Bruno, Cesar e Marco.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica da FEI que fez possível a realização dos ensaios experimentais deste trabalho.

Ao meu querido pai Nelson, que se estivesse entre nós, teria muito orgulho da sua filha, e que mesmo não estando presente nesse momento, ilumina e guia meu caminho como uma estrela radiante no céu que para mim nunca vai parar de brilhar.

E o meu maior agradecimento às pessoas mais importantes da minha vida, minha mãe Neila e meu namorado Mario por toda a paciência durante o mestrado e por todo o apoio com o qual sempre pude contar, além de minhas sinceras desculpas por todos os momentos em que não pude estar presente, por todas as noites mal dormidas, por todas as preocupações que eram minhas, mas passaram a ser deles também e por absolutamente tudo que eu deixei de viver ao lado deles para dar andamento ao meu grande sonho de se tornar Mestre em Engenharia Mecânica, e que nesta data está às vias de se concretizar... Se não fosse por eles, com certeza eu não estaria aqui hoje!

“Quem planta flores, planta beleza e perfumes para alguns dias. Quem planta árvores, planta sombra e frutos por anos, talvez séculos. Mas quem planta ideias verdadeiras, planta para a eternidade”.

Jesus Cristo

RESUMO

A utilização de códigos computacionais para a simulação numérica de fenômenos e processos mecânicos que envolvem deformações plásticas significativas tem sofrido expressiva expansão nos últimos anos. Entretanto, uma das maiores limitações para o aumento da precisão das análises é a fiel caracterização das propriedades mecânicas relacionando tensão e deformação verdadeiras dos materiais para grandes níveis de deformação plástica. Tais resultados são usualmente obtidos por meio de ensaios de tração uniaxial, porém a ocorrência da estricção dificulta a avaliação direta sob regimes de elevada plasticidade, já que um estado triaxial de tensões complexo é estabelecido. Assim, o presente estudo investiga as metodologias existentes para a avaliação experimental de curvas tensão por deformação verdadeiras incorporando as correções oriundas da presença de estricção em espécimes cilíndricos e isotrópicos. Ênfase é dada ao estudo das deduções e hipóteses das correções propostas por Bridgman (método clássico e mais difundido) e por outros pesquisadores que focaram na descrição da evolução geométrica do corpo-de-prova após a ocorrência de instabilidade plástica. A aplicação de tais teorias aos ensaios conduzidos ao longo do trabalho permitiu uma análise crítica de sua aplicabilidade, assim como a proposição de novas técnicas laboratoriais e de tratamento fenomenológico da estricção. Neste cenário, as atividades e objetivos do presente estudo residem em: i) ensaiar materiais metálicos dúcteis ferrosos e não ferrosos para caracterizar experimentalmente a evolução geométrica e de cargas na estricção dos corpos-de-prova cilíndricos sob tração uniaxial; ii) aplicar e discutir criticamente as correções de Bridgman e de outros pesquisadores aos experimentos; iii) desenvolver uma técnica de análise de imagens de alta resolução que permita um incremento de precisão na aplicação dos métodos existentes; iv) explorar a evolução geométrica da estricção de espécimes cilíndricos motivando e dando suporte a futuras pesquisas na área. Como resultado, o trabalho contribui com um maior suporte à determinação de propriedades verdadeiras dos materiais de engenharia até a fratura. Os resultados demonstram que alguns dos métodos disponíveis na literatura apresentam expressivas limitações na correção dos efeitos de triaxialidade, especialmente para materiais que não os aços. O uso de análise de imagens em alta definição sincronizadas aos ensaios, por outro lado, forneceu grande precisão na descrição mecânico-experimental do fenômeno da instabilidade, viabilizando a aplicação adequada das correções disponíveis. Ainda, o acompanhamento da evolução geométrica dos espécimes pós-instabilidade permitiu conclusões de interesse a pesquisas futuras que podem facilitar ainda mais as práticas laboratoriais propostas.

Palavras-chave: Ensaio de Tração. Curva tensão vs. deformação corrigida. Instabilidade plástica. Estado triaxial de tensões. Correção de Bridgman.

ABSTRACT

The use of computer codes for numerical simulation of mechanical phenomena and processes involving significant plastic deformation has undergone significant expansion during the last years. However, one of the major limitations to increase the accuracy of the analyses is the reliable characterization of mechanical properties in terms of materials' true stress *vs.* strain behavior under large levels of plastic strain. Such results are usually obtained from uniaxial tensile tests, but the occurrence of necking complicates the direct assessment of the true stress *vs.* strain curve in regimes of high plasticity, since a complex triaxial stress state takes place. In this context, this study investigates the main existing methodologies for the experimental evaluation of true stress *vs.* strain curves obtained from such tests, incorporating the corrections arising from the presence of necking in cylindrical samples made of isotropic materials. The hypotheses, derivation and application techniques are presented for Bridgman's (more widespread method) and other selected theories which describe the geometrical evolution of the samples after plastic instability. Based on the extensive set of experiments conducted during this investigation, the aforementioned techniques could be critically applied and revised, which led to proposals regarding enhanced procedures for laboratory testing and phenomenological understanding of necking phenomenon. In this context, the activities and main objectives of this work are: i) test several ferrous and non-ferrous ductile metals to experimentally characterize loads and the geometrical evolution of necking; ii) apply and critically discuss Bridgman's and other existing corrections based on experimental evidences; iii) develop an high resolution image analysis algorithm to provide real-time measurements of the deformed samples looking for greater precision when applying existing corrections; iv) phenomenologically explore the geometrical evolution of necking providing support for future investigations in the field. As a result, the work contributes for the accurate determination of true stress-strain evolution for engineering ductile materials until fracture. The obtained results reveal that some existing methods present expressive limitations to properly correct triaxiality effects, especially for materials other than steels. The experimental results with high resolution images synchronized to the tests, on other hand, provided an accurate description of the instability phenomenon and supported new empirical proposals for the quantitative description of necking. Combined to the proposed laboratory and numerical procedures, the achieved results proved to be accurate and can enhance true stress-strain characterization.

Keywords: Tensile Test. Corrected stress *vs.* strain curve. Plastic instability. Triaxial stress state. Bridgman's correction.

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Fator de correção para tensões em função da relação a/R	84
TABELA 2 – Fator de correção e razão entre tensões no eixo.....	88
TABELA 3 – Materiais utilizados para a confecção de corpos-de-prova para ensaios de tração	102
TABELA 4 – Grandezas utilizadas para caracterizar o comportamento mecânico dos materiais estudados.....	114
TABELA 5 – Propriedades dos materiais.....	122
TABELA 6 – Valores médios de coeficientes de resistência e expoentes de encruamento dos materiais ensaiados.....	123
TABELA 7 – Valores médios de deformação verdadeira obtidos como ponto de instabilidade a partir dos resultados experimentais tratados.....	126
TABELA 8 – Valores médios e de desvios-padrão dos parâmetros ψ e χ referentes às Equações (130) e (131) para todos os materiais ensaiados.....	161

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: Corpo de prova convencional de tração e ilustração de 1/8 do corpo-de-prova caso se tire proveito das três simetrias nele encontradas.....	21
FIGURA 2: (a) Corpo sujeito a diferentes solicitações; (b) Elemento infinitesimal solicitado triaxialmente.....	24
FIGURA 3: Estrutura sujeita a esforço trativo e duas representações diferentes de um mesmo estado de tensões em um ponto material.....	25
FIGURA 4: (a) Elemento sujeito a carregamento normal multiaxial e (b) elemento sujeito a cisalhamento puro.....	27
FIGURA 5: Elemento sujeito à tensão hidrostática.....	30
FIGURA 6: Representação dos cossenos diretores da direção de uma das tensões principais.....	33
FIGURA 7: Estado uniaxial de tensões.....	35
FIGURA 8: Curvas tensão por deformação esquemáticas de materiais dúcteis.....	37
FIGURA 9: Superfície de escoamento para o critério de von Mises e de Tresca.....	38
FIGURA 10: Método gráfico de determinação do módulo plástico.....	45
FIGURA 11: Corpos-de-prova para ensaio de tração (a) seção cilíndrica e (b) seção retangular.....	47
FIGURA 12: Curva tensão por deformação de engenharia típica de material metálico dúctil submetido ao ensaio de tração destacando os regimes de deformação elástica (1), plástica uniforme (2) e plástica não uniforme (3).....	49
FIGURA 13: Simulação computacional de um corpo-de-prova de tração empescoçado.....	49
FIGURA 14: Curvas tensão por deformação de engenharia (a) e verdadeira (b) típica de material metálico dúctil submetido ao ensaio de tração.....	53
FIGURA 15: Ampliação do trecho inicial de uma curva tensão por deformação, com a definição do limite de escoamento (S_{LE}), do limite de proporcionalidade (S_p) e do limite de elasticidade (S_{el}).....	54
FIGURA 16: Curva tensão por deformação de engenharia típica de material metálico, mostrando a definição de módulo de elasticidade (E), do limite de resistência (S_{LR}) e do limite de ruptura ou de fratura (S_f).....	55
FIGURA 17: Determinação do ponto da máxima carga utilizando a construção de Considère.....	59
FIGURA 18: Distribuição das tensões na região da estrição.....	61
FIGURA 19: Ilustração da estrição em um corpo-de-prova de tração circular e dos parâmetros citados no texto e contração diferencial transversal na mínima secção do corpo-de-prova que resulta no estado triaxial de tensões.....	61
FIGURA 20: Distribuição de tensões na região da estrição calculada segundo as propostas de Bridgman para esta geometria idealizada da estrição.....	62
FIGURA 21: Fratura taça-cone de corpo-de-prova cilíndrico de Aço Inoxidável AISI 304 recozido ensaiado em tração uniaxial.....	63
FIGURA 22: Carga axial trativa vs. redução de área (1) Curva da barra ideal e (2) Curva da barra analisada.....	64
FIGURA 23: Carga axial trativa vs. deformação de engenharia (1) Curva da barra ideal e (2) Curva da barra empescoçada.....	65

FIGURA 24: Deformação plástica na região da estrição formada no corpo-de-prova durante o ensaio de tração.....	66
FIGURA 25: Estágios da formação da estrição no prova durante o ensaio de tração (a) $A/A_0=0,56$; (b) $A/A_0=0,43$ e (c) $A/A_0=0,33$	66
FIGURA 26: (a) Distribuição das tensões na estrição; (b) Distribuição das deformações na estrição.....	68
FIGURA 27: Esquema representativo das curvas Tensão x Deformação. (1) Curva de engenharia, (2) curva verdadeira desconsiderando triaxialidade e (3) curva corrigida por Bridgman.....	70
FIGURA 28: Representação das condições de contorno na estrição de um corpo-de-prova de tração.....	74
FIGURA 29: Representação das condições de análise de tensões na vizinhança da estrição do corpo-de-prova.....	75
FIGURA 30: Gráfico das componentes de tensão em função do raio da fibra.....	79
FIGURA 31: Representação do núcleo e da parte externa do corpo-de-prova de tração para determinação da distribuição de tensões ao longo da estrição.....	81
FIGURA 32: Seção longitudinal do corpo-de-prova com núcleo soldado a parte externa após ensaio de tração até a redução de área de 92% O núcleo originalmente ocupava (a) 12% e (b) 25% da seção, respectivamente.....	81
FIGURA 33: Gráfico do fator de correção das tensões (proposta de Bridgman e proposta de Siebel) em função do raio de curvatura do contorno da estrição.....	84
FIGURA 34: Curvas tensão por deformação de engenharia, verdadeira e corrigida após a estrição.....	85
FIGURA 35: Resultados obtidos por Bridgman para a evolução da estrição como função da deformação verdadeira pós-estrição para aços, bronze e latão.....	87
FIGURA 36: Tensão equivalente na estrição (f) e tensão hidrostática no eixo de um corpo-de-prova de tração em função da deformação verdadeira.....	88
FIGURA 37: Representação do desenvolvimento do contorno na vizinhança da estrição.....	89
FIGURA 38: Curvas relacionando o fator de correção pela deformação verdadeira, pelo método de Bridgman e pela Equação de aproximação.....	91
FIGURA 39: Fator de correção de Bridgman vs. Deformação verdadeira – Aderência das curvas do aço e do cobre.....	92
FIGURA 40: Interpretação gráfica do critério da formação da estrição.....	94
FIGURA 41: Extrapolação da curva tensão por deformação verdadeira após a formação da estrição pela Equação de Hollomon de uma liga de Cobre C51100.....	95
FIGURA 42: Exemplo de aplicação do método da média ponderada para um corpo-de-prova cilíndrico de aço baixo carbono ensaiado em tração e simulado em modelo de elementos finitos com diferentes valores de w	98
FIGURA 43: Comparação das curvas tensão por deformação verdadeiras de um aço baixo carbono, não identificado pelo autor, obtidas pelos diferentes métodos de correção.....	99
FIGURA 44: Dimensões dos corpos-de-prova ensaiados em tração.....	103
FIGURA 45: Fotos da máquina MTS 810 da FEI utilizada para a realização dos ensaios de tração deste trabalho.....	104
FIGURA 46: Dispositivos utilizados nos ensaios de tração. Fotos da MTS (a) sem e (b) com o dispositivo usado durante os ensaios experimentais, (c) dispositivo para aferição do tamanho do pixel das imagens digitais.....	105

FIGURA 47: Foto do corpo-de-prova pintado e com as marcações usadas nos ensaios experimentais.....	106
FIGURA 48: Fixação da amostra à máquina de ensaio do CDMatM-FEI e posicionamento do extensômetro.....	107
FIGURA 49: Demonstração da forma que os ensaios experimentais são conduzidos.....	108
FIGURA 50: Etapas ilustrativas aleatoriamente selecionadas de um ensaio de tração.....	108
FIGURA 51: Etapas do Ensaio de tração com destaque para a região a ser analisada pelo algoritmo.....	110
FIGURA 52: Raio de ajuste gerado pelo algoritmo desenvolvido para avaliação do raio da estricção.....	111
FIGURA 53: Fluxograma do modo de operação do algoritmo desenvolvido no MATLAB.....	113
FIGURA 54: Curvas tensão por deformação de engenharia e verdadeira (esta última até o início da estricção) para corpos-de-prova de Aço ABNT 1010.....	115
FIGURA 55: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova de Aço Carbono ABNT 1020 recozido.....	116
FIGURA 56: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Carbono A36.....	116
FIGURA 57: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Carbono 4140.....	117
FIGURA 58: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Carbono A285.....	117
FIGURA 59: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Carbono A516.....	118
FIGURA 60: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Inoxidável AISI 304.....	118
FIGURA 61: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Inoxidável AISI 301.....	119
FIGURA 62: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Inoxidável SAF 2507.....	119
FIGURA 63: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova de Liga de Alumínio AA7175.....	120
FIGURA 64: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova de Liga de Cobre recozido.....	120
FIGURA 65: Ajuste de um modelo de potência (Hollomon) a um espécime de Aço ABNT 1010 (CP # 2) mantida a região de escoamento descontínuo.....	123
FIGURA 66: Ajuste de um modelo de potência (Hollomon) a um espécime de Aço ABNT 1010 (CP # 2) retirada a região de escoamento descontínuo.....	124
FIGURA 67: Exemplo de determinação do ponto de instabilidade utilizando a definição fundamental $d\sigma/d\varepsilon = \sigma$ aplicada, neste caso, a um espécime de aço ABNT 1010 (CP # 2)....	126
FIGURA 68: Ponto de instabilidade plástica (em termos da deformação verdadeira – ε – para sua ocorrência) definido utilizando as diferentes técnicas supracitadas para (a) aços ao carbono e (b) aços inoxidáveis ensaiados.....	127
FIGURA 69: Ponto de instabilidade plástica (em termos da deformação verdadeira – ε – para sua ocorrência) definido utilizando as diferentes técnicas supracitadas para (a) cobre e (b) alumínio ensaiados.....	128

FIGURA 70: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ABNT 1010 (CP #1) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n=0,19\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon =0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon =0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon =0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon =0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon =1,00\varepsilon_f$	130
FIGURA 71: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ABNT 1020 (CP #1) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n=0,19\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon =0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon =0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon =0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon =0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon =1,00\varepsilon_f$	131
FIGURA 72: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ASTM A36 (CP #1) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n=0,18\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon =0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon =0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon =0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon =0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon =1,00\varepsilon_f$	132
FIGURA 73: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ABNT 4140 (CP #1) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n=0,21\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon =0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon =0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon =0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon =0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon =1,00\varepsilon_f$	133
FIGURA 74: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ASTM A285 (CP #7) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n=0,20\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon =0,30\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon =0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon =0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon =0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon =1,00\varepsilon_f$	134
FIGURA 75: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ASTM A516 (CP #3) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n=0,23\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon =0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon =0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon =0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon =0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon =1,00\varepsilon_f$	135
FIGURA 76: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço inoxidável AISI 304 (CP #1) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n=0,35\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon =0,60\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon =0,70\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon =0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon =0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon =1,00\varepsilon_f$	136
FIGURA 77: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço inoxidável AISI 301 (CP #3) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n=0,32\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon =0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon =0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon =0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon =0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon =1,00\varepsilon_f$	137
FIGURA 78: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço inoxidável SAF 2507 (CP #3) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n=0,22\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon =0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon =0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon =0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon =0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon =1,00\varepsilon_f$	138
FIGURA 79: Evolução da estricção em espécime selecionado de alumínio AA7175 (CP #2) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n=0,35\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon =0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon =0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon =0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon =0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon =1,00\varepsilon_f$	139
FIGURA 80: Evolução da estricção em espécime selecionado de cobre recozido (CP #2) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n=0,22\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon =0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon =0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon =0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon =0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon =1,00\varepsilon_f$	140
FIGURA 81: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial (a) aço ABNT 1010 e (b) aço ABNT 1020.....	141
FIGURA 82: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial (a) aço ASTM A36 e (b) aço ABNT 4140.....	142
FIGURA 83: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial para (a) aço ASTM A285 e (b) aço ASTM A516.....	143
FIGURA 84: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial para (a) aço AISI 304 e (b) aço AISI 301.....	144
FIGURA 85: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial para (a) aço inoxidável SAF 2507 e (b) alumínio AA7175.....	145
FIGURA 86: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial para (a) cobre.....	146
FIGURA 87: Topologia macroscópica ilustrativa das fraturas taça-cone para (a) aço ABNT 1010, (b) aço ABNT 1020, (c) aço ASTM A36, (d) aço ABNT 4140, (e) aço ASTM A285 e (f) aço ASTM A516.....	147

FIGURA 88: Topologia macroscópica ilustrativa das fraturas taça-cone para (a) aço inoxidável AISI 304, (b) aço inoxidável AISI 301, (c) aço inoxidável SAF 2507, (d) alumínio AA7175 e (e) cobre.....	148
FIGURA 89: (a) Grandezas geométricas idealizadas como descritoras da estrição e (b) ilustração do perfil lateral de um espécime de ABNT 1020 recozido em diferentes fases de deformação verdadeira pós-instabilidade avaliado por análise de imagens.....	149
FIGURA 90: Evolução de a/R vs. ε_t para (a) aço ABNT 1010 – CP #1, (b) aço ABNT 1020 – CP #1, (c) aço ASTM A36 – CP #2, (d) ABNT 4140 – CP #1, (e) aço ASTM A285 – CP #7 e (f) aço ASTM A516 – CP #3.....	151
FIGURA 91: Evolução de a/R vs. ε_t para (a) aço inoxidável AISI 304 – CP #1, (b) aço inoxidável AISI 301 – CP #3, (c) aço inoxidável SAF 2507 – CP #3, (d) cobre – CP #2 e (e) alumínio AA7175 – CP #2.....	152
FIGURA 92: Evolução de a/R vs. ε_{tri} para (a) aço ABNT 1010 – CP #1, (b) aço ABNT 1020 – CP #1, (c) aço ASTM A36 – CP #2, (d) ABNT 4140 – CP #1, (e) aço ASTM A285 – CP #7 e (f) aço ASTM A516 – CP #3.....	155
FIGURA 93: Evolução de a/R vs. ε_{tri} para (a) aço inoxidável AISI 304 – CP #1, (b) aço inoxidável AISI 301 – CP #3, (c) aço inoxidável SAF 2507 – CP #3, (d) cobre – CP #2 e (e) alumínio AA7175 – CP #2.....	156
FIGURA 94: Evolução de a/R vs. ε_{tri} para todos os espécimes ensaiados de (a) aço ABNT 1010 – CP #1, (b) aço ABNT 1020 – CP #1, (c) aço ASTM A36 – CP #2, (d) ABNT 4140 – CP #1, (e) aço ASTM A285 – CP #7 e (f) aço ASTM A516 – CP #3.....	157
FIGURA 95: Evolução de a/R vs. ε_{tri} para todos os espécimes ensaiados de (a) aço inoxidável AISI 304 – CP #1, (b) aço inoxidável AISI 301 – CP #3, (c) aço inoxidável SAF 2507 – CP #3, (d) cobre – CP #2 e (e) alumínio AA7175 – CP #2.....	158
FIGURA 96: Evolução de θ vs. ε_{tri} para todos os espécimes ensaiados de (a) aço ABNT 1010 – CP #1, (b) aço ABNT 1020 – CP #1, (c) aço ASTM A36 – CP #2, (d) ABNT 4140 – CP #1, (e) aço ASTM A285 – CP #7 e (f) aço ASTM A516 – CP #3.....	159
FIGURA 97: Evolução de θ vs. ε_{tri} para todos os espécimes ensaiados de (a) aço inoxidável AISI 304 – CP #1, (b) aço inoxidável AISI 301 – CP #3, (c) aço inoxidável SAF 2507 – CP #3, (d) cobre – CP #2 e (e) alumínio AA7175 – CP #2.....	160
Figura 98: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada e verdadeira experimental (F/A) para o aço ABNT 1010 CP#2.....	163
Figura 99: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A) e corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio para o aço ABNT 1010 CP#2.....	164
Figura 100: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e simplificado (aços) para o aço ABNT 1010 CP#2.....	164
Figura 101: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e pela proposta ψ desse trabalho para o aço ABNT 1010 CP#2.....	165
Figura 102: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, pela proposta ψ desse trabalho e pela extrapolação por lei de potência para o aço ABNT 1010 CP#2.....	166
Figura 103: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1010 CP#2.....	166

FIGURA 104: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A36 CP#2.....	169
FIGURA 105: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 4140 CP#1.....	170
FIGURA 106: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A285 CP#5.....	170
FIGURA 107: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A516 CP#3.....	171
FIGURA 108: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 304 CP#3.....	171
FIGURA 109: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 301 CP#1.....	172
FIGURA 110: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável SAF 2507 CP#1.....	172
FIGURA 111: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o alumínio AA7175 CP#3.....	173
FIGURA 112: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o cobre CP#4.....	173
FIGURA 113: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e pela proposta ψ do corpo-de-prova e médio para o aço ABNT 1020 CP#1.....	174
FIGURA 114: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e pela proposta ψ do corpo-de-prova e médio para o aço inoxidável AISI 304 CP#3.....	174
FIGURA 115: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e pela proposta ψ do corpo-de-prova e médio para o alumínio AA7175 CP#1.....	175
FIGURA 116: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e pela proposta ψ do corpo-de-prova e médio para o aço cobre CP#2.....	175

Figura 117: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e pela proposta ψ do corpo-de-prova e médio para o aço cobre CP#2.....	176
FIGURA A.1: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1010 CP#1.....	185
FIGURA A.2: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1010 CP#2.....	185
FIGURA A.3: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1020 CP#1.....	186
FIGURA A.4: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1020 CP#4.....	186
FIGURA A.5: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1020 CP#5.....	187
FIGURA A.6: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A36 CP#2.....	187
FIGURA A.7: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A36 CP#4.....	188
FIGURA A.8: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A36 CP#5.....	188
FIGURA A.9: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 4140 CP#1.....	189
FIGURA A.10: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 4140 CP#3.....	189
FIGURA A.11: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 4140 CP#4.....	190
FIGURA A.12: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do	

ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A285 CP#5.....	190
FIGURA A.13: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A285 CP#6.....	191
FIGURA A.14: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A285 CP#7.....	191
FIGURA A.15: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A516 CP#3.....	192
FIGURA A.16: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A516 CP#4.....	192
FIGURA A.17: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 304 CP#1.....	193
FIGURA A.18: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 304 CP#3.....	193
FIGURA A.19: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 301 CP#1.....	194
FIGURA A.20: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 301 CP#3.....	194
FIGURA A.21: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 301 CP#4.....	195
FIGURA A.22: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável SAF 2507 CP#1.....	195
FIGURA A.23: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável SAF 2507 CP#3.....	196
FIGURA A.24: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do	

ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o alumínio AA7175 CP#1.....	196
FIGURA A.25: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o alumínio AA7175 CP#2.....	197
FIGURA A.26: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o alumínio AA7175 CP#3.....	197
FIGURA A.27: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o cobre CP#2.....	198
FIGURA A.28 Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o cobre CP#3.....	198
FIGURA A.29: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o cobre CP#4.....	199

LISTA DE SÍMBOLOS

Simbologia latina

a = raio da seção empescoçada em amostras cilíndricas

A = área da seção resistente ou área instantânea da seção transversal

A_0 = área original da seção transversal ou área inicial

A_f = área da seção transversal na fratura

$A_T^{L_0}$ = ductilidade

B = fator de correção de tensões de Bridgman

d = diâmetro final

dA = incremento de área

dL = mudança incremental do comprimento do corpo-de-prova, medida pelo extensômetro

D_0 = diâmetro inicial

e = deformação convencional de engenharia

e_f = deformação de engenharia na fratura

e_{LR} = deformação correspondente a tensão limite de resistência de engenharia

E = módulo de elasticidade longitudinal ou módulo de Young

E_p = módulo de elasticidade longitudinal para deformação plástica

f = tensão equivalente verdadeira na mínima seção transversal ou parcela de tensão que causa o escoamento do ensaio de tração uniaxial (*"flow stress"*)

\dot{f} = fração de volume das microcavidades presentes no interior do material

$(\dot{f})_{\text{crescimento}}$ = fração de crescimento das microcavidades presentes no interior do material, em volume

$(\dot{f})_{\text{nucleacao}}$ = fração da nucleação das microcavidades presentes no interior do material, em volume

F = força que atua perpendicularmente à seção transversal

G = módulo de elasticidade transversal

H = coeficiente de resistência do material

I = invariantes de tensão

k = fator de correção aplicado as tensões (Bridgman)

k' = fator de correção de Bridgman reescrito em função do parâmetro ψ

K = coeficiente de resistência

K^* = coeficiente de resistência desconsiderando o escoamento descontínuo
 l_i, m_i, n_i = cossenos diretores referentes a cada tensão principal normal
 L = comprimento do corpo-de-prova no início do incremento, medida pelo extensômetro
 L_0 = comprimento original do corpo-de-prova ou comprimento inicial
 L_f = comprimento do corpo-de-prova deformado ou comprimento final
 n = expoente de encruamento
 n^* = expoente de encruamento desconsiderando o escoamento descontínuo
 P_h = pressão hidrostática
 r = raio da fibra (raio da seção vigente)
 R = raio de curvatura na região empescoçada de amostras cilíndricas
 RA = redução de área
 R' = raio de curvatura do círculo de tensão
 R'' = Raio de ajuste da circunferência aa estrição do corpo-de-prova no perfil acima da estrição
 R''' = Raio de ajuste da circunferência aa estrição do corpo-de-prova no perfil abaixo da estrição
 S = tensão normal de engenharia atuante sobre a seção transversal
 S_p = tensão limite de proporcionalidade de engenharia
 S_{el} = tensão limite de elasticidade de engenharia
 S_{LE} = tensão limite de escoamento de engenharia
 S_{LR} = tensão limite de resistência de engenharia
 S_f = tensão limite de ruptura ou fratura de engenharia
 V = força cisalhante atuando no ponto de aplicação da força F
 w = constante de peso para o método de correção da média ponderada

Simbologia grega

α = ângulo da estrição do corpo-de-prova
 β = parâmetro a ser determinado experimentalmente em função das deformações
 γ = deformação por cisalhamento
 γ_{oct} = deformação octaédrica de cisalhamento
 ΔA = variação de área
 ΔL = variação no comprimento do corpo-de-prova

ε = deformação real total imposta
 $\bar{\varepsilon}$ = deformação efetiva (deformação equivalente)
 ε_a = deformação axial
 ε_e = parcela de deformação elástica do material
 ε_f = deformação verdadeira na fratura
 ε_{LR} = deformação correspondente a tensão limite de resistência verdadeira
 ε_{oct} = deformação octaédrica linear
 ε_p = parcela de deformação plástica do material
 ε_r = deformação radial
 ε_t = deformação tangencial
 ε_{tri} = deformação ao longo do regime triaxial de tensões
 ε_v = deformação volumétrica
 ε_x = deformação verdadeira na direção x
 ε_y = deformação verdadeira na direção y
 ε_z = deformação verdadeira na direção z
 $\varepsilon_{1,2,3}$ = deformações nas direções principais
 $d\varepsilon$ = deformação incremental
 $d\bar{\varepsilon}/\bar{\sigma}$ = constante de proporcionalidade
 $d\lambda$ = incremento de deformação efetiva em relação à tensão efetiva
 ν = coeficiente de Poisson
 ρ = raio de curvatura da linha de grade
 σ = tensão normal verdadeira
 $\bar{\sigma}$ = tensão efetiva (tensão equivalente)
 σ' = tensão normal desviadora
 σ_a = tensão axial na mínima seção transversal do corpo-de-prova
 σ_B = tensão normal real corrigida por Bridgman (utilizando o parâmetro k)
 σ_B = tensão normal real corrigida por Bridgman (utilizando o parâmetro k')
 σ_f = tensão limite de ruptura ou fratura verdadeira
 σ_h = tensão hidrostática
 σ_{LE} = tensão limite de escoamento verdadeira (em tração)
 σ_{LEc} = tensão limite de escoamento verdadeira (em compressão)

σ_{LR} = tensão limite de resistência verdadeira

σ_{oct} = tensão normal octaédrica

σ_r = tensão radial na mínima seção transversal do corpo-de-prova

σ_t = tensão tangencial na mínima seção transversal do corpo-de-prova

σ_{vM} = tensão de von Mises

σ_x (ou σ_{xx}) = tensão normal no plano x (direção x)

σ_y (ou σ_{yy}) = tensão normal no plano y (direção y)

σ_z (ou σ_{zz}) = tensão normal no plano z (direção z)

$\sigma_{zz a}$ = tensão equivalente verdadeira na mínima seção transversal ou parcela de tensão que causa o escoamento do ensaio de tração uniaxial (“*flow stress*”)

$(\sigma_{zz})_{médio}$ = tensão axial média ou tensão nominal na mínima seção transversal do corpo-de-prova

$\sigma_{1,2,3}$ = tensões normais nas direções principais

σ_t = tensão normal atuante no plano do cisalhamento

$d\sigma$ = tensão normal incremental

τ = tensão de cisalhamento

τ_{med} = tensão de cisalhamento média

τ_{oct} = tensão de cisalhamento octaédrica

τ_{xy} = tensão de cisalhamento no plano x (direção y)

τ_{xz} = tensão de cisalhamento no plano x (direção z)

τ_{yx} = tensão de cisalhamento no plano y (direção x)

τ_{yz} = tensão de cisalhamento no plano y (direção z)

τ_{zx} = tensão de cisalhamento no plano z (direção x)

τ_{zy} = tensão de cisalhamento no plano z (direção y)

φ = ângulo no centro da curvatura do contorno da estrição

χ = parâmetro da curva θ vs. ϵ_{tri}

ψ = parâmetro da curva a/R vs. ϵ_{tri}

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CP = corpo-de-prova

EPT = Estado Plano de Tensão

ETT = Estado Triplo de Tensão

MEF = Método dos Elementos Finitos

ASTM = *American Society for Testing and Materials*

ISO = *International Organization for Standardization*

ABNT = Associação Brasileira de Normas Técnicas

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	20
2 OBJETIVOS	23
3 REVISÃO DA LITERATURA.....	24
3.1 Estado Triplo de Tensões (ETT)	24
3.1.1 Lei de Hooke generalizada para o regime elástico.....	26
3.1.2 Tensões e direções principais no Estado Triplo de Tensões (ETT).....	30
3.1.3 Tensores de tensões média e de desvio	33
3.2 Estado uniaxial de tensões	34
3.3 Teoria da plasticidade incremental	36
3.3.1 Superfície de escoamento e princípio da normalidade.....	38
3.3.2 Tensão de cisalhamento octaédrica e deformação por cisalhamento.....	39
3.3.3 Tensão e deformação equivalentes de von Mises	40
3.3.4 Relações entre tensão e deformação no regime plástico e equações de Levy-Mises....	41
3.4 Ensaio de tração uniaxial.....	47
3.5 Características das curvas tensão por deformação.....	53
3.6 Instabilidade plástica	58
3.7 Estudo da estrição de espécimes cilíndricos	64
3.8 Métodos de correção das curvas tensão por deformação de engenharia.....	69
3.8.1 Correção de Bridgman.....	70
3.8.2 Método da extrapolação da curva tensão por deformação por uma lei de potência	92
3.8.3 Método da média ponderada.....	96
4 METODOLOGIA.....	101
4.1 Materiais em estudo.....	101
4.2 Procedimentos experimentais e de análise de imagens de referência	104
4.2.1 Procedimentos de ensaio experimental	104
4.2.2 Procedimentos para tratamento de imagens e grandezas quantificadas	109
5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÃO CRÍTICA.....	115
5.1 Ensaio experimentais de tração	115

5.1.1	Curvas tensão por deformação de engenharia e verdadeiras	115
5.1.2	Propriedades mecânicas convencionais.....	121
5.2	Investigação pormenorizada do momento da instabilidade	124
5.3	Evolução geométrica da estrição e ilustração das fraturas.....	129
5.4	Avaliação quantitativa da evolução geométrica da estrição	149
6	APLICAÇÃO EXPLORATÓRIA DOS MÉTODOS EM ESTUDO	162
7	CONCLUSÕES.....	177
8	SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	179
	REFERÊNCIAS.....	180
	APÊNDICE	184

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, os métodos computacionais se tornaram ferramentas imprescindíveis para a simulação numérica de problemas de engenharia que envolvem grandes deformações (p.ex.: processos de conformação plástica, fenômenos de fratura dúctil e de instabilidade plástica), sendo, portanto, fundamental que o comportamento elasto-plástico do material seja conhecido em detalhes para que possa ser reproduzido. Por esse motivo, a caracterização fiel das propriedades dos materiais até a falha se torna de grande interesse. Com esta finalidade, os ensaios de tração convencionais são os mais utilizados, devido à simplicidade de execução e de tratamento dos resultados. Nesse ensaio, corpos-de-prova padronizados, geralmente de seção cilíndrica (conforme demonstrado na Figura 1 para uma primeira ilustração e estabelecimento do sistema de coordenadas a ser usado no trabalho), são submetidos a uma força uniaxial com velocidade ou taxa de deformação constante que aumenta continuamente o seu comprimento até o momento da fratura.

A grande limitação deste ensaio do ponto de vista de tratamento de seus resultados é a ocorrência da estricção no corpo-de-prova a partir de um ponto da sollicitação (ponto de instabilidade plástica), pois nesse momento a deformação passa a não ser mais uniforme e o estado uniaxial dá lugar a um complexo estado triaxial de tensões (ETT), fato este que invalida e restringe o uso de algumas formulações tradicionais baseadas em deformação uniforme e outras hipóteses da teoria de plasticidade. Por exemplo, o cálculo de tensões e deformações verdadeiras não pode ser mais realizado com base nas tensões e deformações de engenharia. Como resultado, os dados obtidos do material são limitados até o ponto de estricção e para que simulações computacionais avançadas possam ser conduzidas diversas simplificações (que incorrem em imprecisões em termos de resultados) se fazem necessárias.

O conhecimento do verdadeiro campo de tensões atuantes em um corpo-de-prova submetido ao ensaio de tração, após o início da formação da estricção, ultrapassa essa limitação e possibilita a real caracterização do material até a falha, favorecendo atividades de simulação numérica e avaliação da integridade de componentes em operação ou processo. É com base neste potencial que o presente trabalho objetiva estudar em detalhes, validar e sugerir aprimoramentos às metodologias existentes para o tratamento pós-instabilidade plástica dos resultados dos ensaios convencionais de tração.

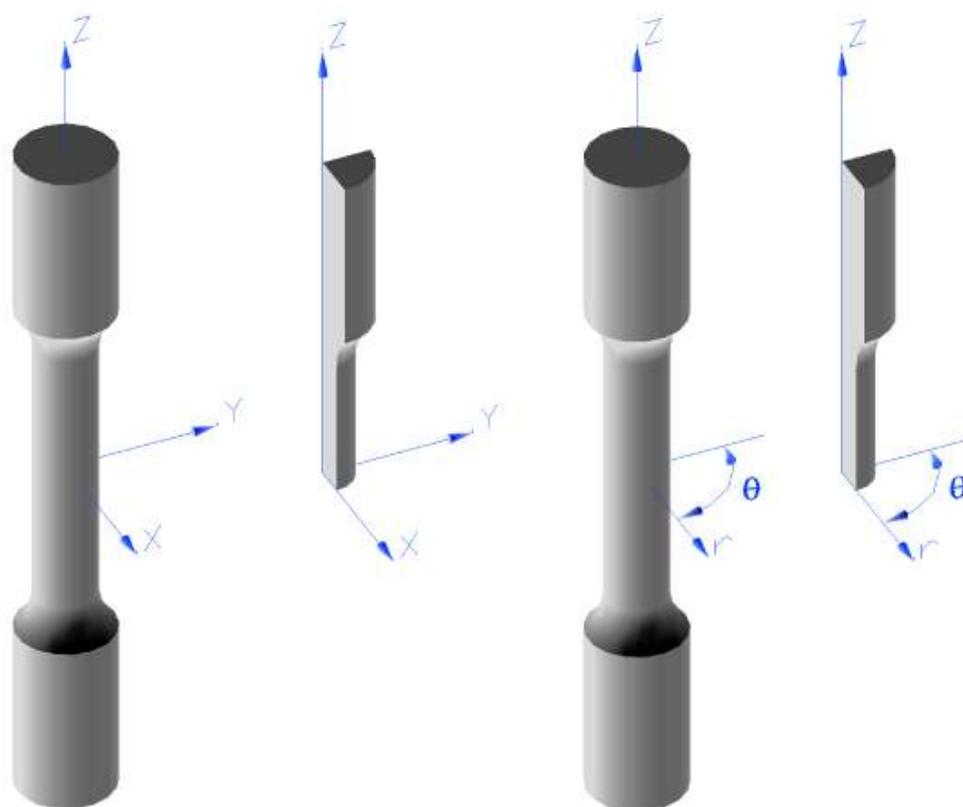


Figura 1: Corpo-de-prova convencional de tração e ilustração de 1/8 do corpo-de-prova caso se tire proveito das três simetrias nele encontradas. Os sistemas de coordenadas apresentados serão usados ao longo do trabalho.
Fonte: Autor

Frente ao fato de que não é possível caracterizar o material de forma plena até a fratura por meio de considerações uniaxiais, se faz necessária a aplicação de alguns métodos de correção para efeitos da triaxialidade. Esses métodos de correção foram propostos por diversos pesquisadores, porém o pioneiro no estudo da triaxialidade de tensões na estrição do corpo-de-prova no ensaio de tração foi P.W. Bridgman (1944). Porém, tal método é pouco prático, pois para o seu uso são necessárias informações sobre a evolução combinada (por meio de medições físicas em tempo real) do raio de curvatura da estrição com o menor diâmetro do espécime, o que é de difícil realização prática. Além disso, seus estudos se mostraram válidos apenas para corpos-de-prova cilíndricos de aço, não podendo a princípio ser diretamente aplicáveis a corpos-de-prova retangulares e a outros materiais não ferrosos. Após sua proposta, diversas outras surgiram na tentativa de corrigir as curvas obtidas com os dados de tração. As teorias que apresentaram resultados relevantes serão demonstradas ao longo do trabalho e serão discutidas criticamente para suportar os ensaios, as conclusões e as propostas.

Em termos de organização do documento, o Capítulo 2 complementa a introdução explanando detalhadamente ao leitor quais são os objetivos dessa pesquisa.

O Capítulo 3 traz a revisão da literatura e aborda os tópicos relevantes para o entendimento deste trabalho, inclusive o estudo das deduções e hipóteses da correção de Bridgman e dos outros métodos.

O Capítulo 4 descreve a metodologia, os materiais utilizados nos ensaios e as técnicas laboratoriais e numéricas desenvolvidas para o pós-processamentos dos dados obtidos.

O Capítulo 5 apresenta os resultados experimentais, assim como a discussão crítica dos mesmos. São apresentados: i) resultados dos ensaios de tração para os diversos materiais; ii) imagens contendo a evolução geométrica da instabilidade e das fraturas; iii) avaliação quantitativa dos parâmetros descritores do fenômeno da instabilidade por meio da técnica proposta de análise de imagens em alta resolução.

O Capítulo 6 apresenta as curvas tensão-deformação corrigidas por meio dos métodos existentes e aqueles propostos pelo trabalho. Uma investigação exploratória com relação à precisão de cada modelo e a sensibilidade aos respectivos parâmetros necessários é endereçada. Os resultados considerados promissores são colocados de tal sorte a motivar pesquisas futuras na área.

O Capítulo 7 endereça as conclusões principais do trabalho e o Capítulo 8 indica sugestões para trabalhos futuros.

2 OBJETIVOS

Frente às limitações impostas aos ensaios convencionais de tração pela ocorrência da estricção e decorrente triaxialidade de tensões, o presente trabalho avalia experimentalmente a evolução da instabilidade plástica e do estado triaxial de tensões em corpos-de-prova de tração cilíndricos, a fim de discutir, validar e melhor aplicar as metodologias de correção por triaxialidade existentes. O objetivo central é discutir criticamente e suportar a caracterização precisa das propriedades mecânicas tensão-deformação de materiais, incluindo a elevada plasticidade que precede a falha. Para tal, algumas propostas para o aprimoramento dos métodos atuais são também endereçadas e incluem técnicas laboratoriais e conclusões fenomenológicas.

Para que os objetivos fossem alcançados, as principais atividades conduzidas incluem:

- a) ensaiar materiais metálicos dúcteis ferrosos e não ferrosos para caracterizar experimentalmente a evolução geométrica e de cargas na estricção dos corpos-de-prova cilíndricos (admitidos isotrópicos) sob tração uniaxial;
- b) aplicar e discutir criticamente as principais correções existentes aplicadas aos experimentos, envolvendo: método de Bridgman (1944), método da extrapolação por lei de potência de Y. Ling (1996) e método da média ponderada de Zhang & Li (1994);
- c) desenvolver uma técnica laboratorial e numérica de análise de imagens de alta resolução que permita um incremento de precisão na aplicação dos métodos existentes supracitados;
- d) explorar a evolução geométrica da estricção de espécimes cilíndricos motivando e dando suporte a futuras pesquisas na área.

Como resultado, é inicialmente esperado que a técnica de análise de imagens proposta seja capaz de contribuir à determinação de propriedades verdadeiras dos materiais de engenharia até a fratura. Ainda, é expectado que as conclusões fenomenológicas obtidas sobre a evolução geométrica dos espécimes pós-instabilidade despertem o interesse por pesquisas futuras que venham a facilitar ainda mais as práticas laboratoriais e numéricas aqui desenvolvidas.

3 REVISÃO DA LITERATURA

3.1 Estado Triplo de Tensões (ETT)

Supondo-se a existência de um corpo ao qual está aplicado um sistema de cargas com direções e magnitudes quaisquer (Figura 2(a)), é necessário que, para a compreensão das tensões geradas por essas cargas em um ponto genérico desse corpo, seja retirado um volume bastante pequeno, em que o estado de tensão possa ser considerado homogêneo. Para a caracterização do estado de tensão nesse ponto, deve-se imaginar que por ele são traçados três planos secantes, sendo determinados os valores das tensões que surgem nesses planos (FÉODOSIEV, 1977). Para tanto, destaca-se do corpo um volume elementar (infinitesimal) na forma de cubo, que representa o ponto e permite que o mesmo seja estudado de maneira isolada, como ilustra a Figura 2(b).

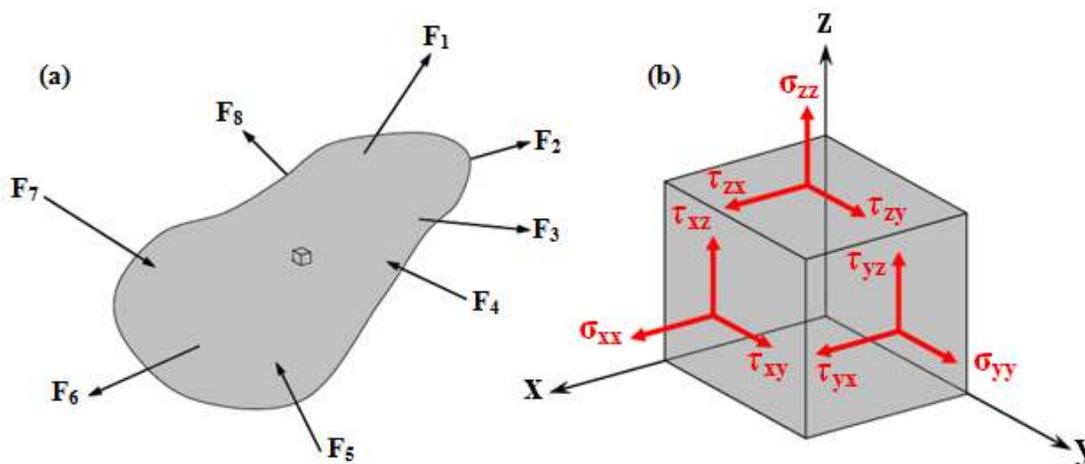


Figura 2: (a) Corpo sujeito a diferentes sollicitações e (b) Elemento infinitesimal sollicitado triaxialmente.
Fonte: Autor

Cada um dos planos do volume elementar apresentado Figura 2(b)) tem seu estado de tensões integralmente caracterizado por três componentes, sendo que uma delas é a tensão normal (σ – normal ao plano) e as outras duas são as tensões de cisalhamento (τ – tangenciais ao plano). Estas componentes de tensão são definidas por dois subscritos, sendo que o primeiro representa o plano no qual a tensão atua (por meio de sua normal) e o segundo, a direção da ação da tensão.

A partir do equilíbrio translacional do volume define-se que tensões normais e de cisalhamento em faces opostas têm a mesma intensidade e direção, mas sentido contrário. Além disso, analisando o equilíbrio rotacional do ponto material nota-se que o momento gerado por cada uma das tensões tangenciais é equilibrado pelo momento da tensão oposta, situada na face invisível localizada na parte posterior do volume.

Para que a avaliação de tensões não fique atrelada ao sistema de coordenadas selecionado, uma reflexão adicional pode ser realizada. Quando um volume infinitesimal (Figura 3(b)) é retirado de uma estrutura sujeita a um esforço trativo (Figura 3(a)), observa-se em suas faces normais ao carregamento a ocorrência de tensões nas mesmas direção e sentido da força F atuante na estrutura. Porém se esse elemento sob análise é rotacionado em um ângulo qualquer em torno do plano normal à sollicitação, verifica-se que não somente tensões normais trativas estão presentes (Figura 3(c)). Pela decomposição do esforço interno sollicitante na direção normal à face do elemento (direção da tensão normal) e na direção paralela a face do mesmo (direção da tensão de cisalhamento), fica evidente também a presença de tensões de cisalhamento atuando nas quatro faces (Figura 3(c)).

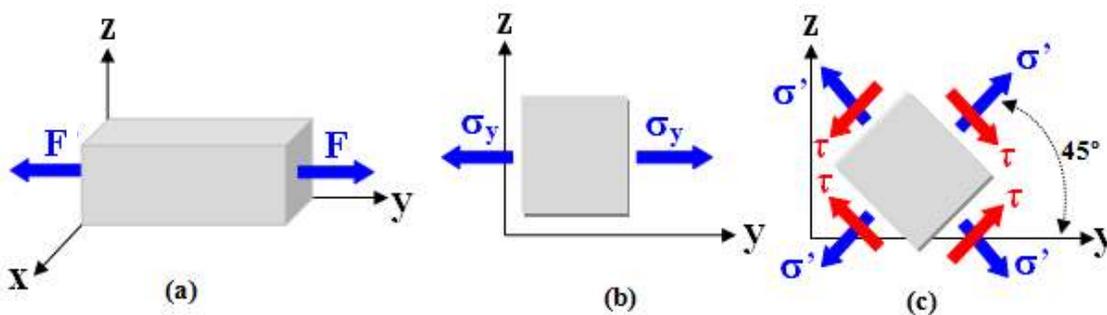


Figura 3: Estrutura sujeita a esforço trativo e duas representações diferentes de um mesmo estado de tensões em um ponto material.

Fonte: Autor

Como pode ser visto, então, uma mesma condição de carregamento pode levar a diferentes representações do estado de tensões em um ponto, dependendo da orientação do elemento considerado, embora, fisicamente, o estado de tensões seja o mesmo. Para o caso geral de um ponto material sollicitado em todas as direções, denominado de Estado Triplo de Tensões – ETT, o campo de tensões pode ser integralmente representado em coordenadas cartesianas conforme demonstrado pela Figura 2 (b). Matematicamente, a representação pode ser feita por meio do chamado tensor das tensões (T) na forma:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Fazendo-se o equilíbrio de momentos em torno dos três eixos cartesianos, representados na Figura 2(b), demonstra-se ainda a Lei da Paridade das Tensões de Cisalhamento, cujo enunciado diz que “em dois planos perpendiculares, as componentes das tensões de cisalhamento perpendiculares à aresta comum, são iguais e dirigidas para a aresta” (FEÓDOSIEV, 1977). Caso contrário, o elemento sofreria movimento rotacional e as condições de equilíbrio não seriam satisfeitas. Consequentemente, do tensor de tensões descrito pela Equação (1), para garantir o equilíbrio, deduz-se que:

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}; \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}; \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} . \quad (2)$$

Da condição da paridade, portanto, deduz-se que nas faces do elemento infinitesimal demonstrado na Figura 4(b) existem apenas seis e não nove componentes independentes de tensões que descrevem completamente o estado de tensões no ponto, visto que os pares das tensões de cisalhamento são iguais. Isto faz com que o tensor \mathbf{T} seja simétrico e tal referência é adotada pelo presente trabalho.

3.1.1 Lei de Hooke generalizada para o regime elástico

Em um elemento sujeito unicamente à ação de carregamentos que atuam nas direções dos três eixos cartesianos, decorrem somente tensões normais σ_x , σ_y e σ_z , diferentes de zero, conforme ilustrado na Figura 4(a), condição esta conhecida como carregamento normal multiaxial. Nota-se que este não é o caso geral de tensões, uma vez que não estão incluídas as tensões de cisalhamento (Figura 4b), portanto, esse é um caso particular do ETT.

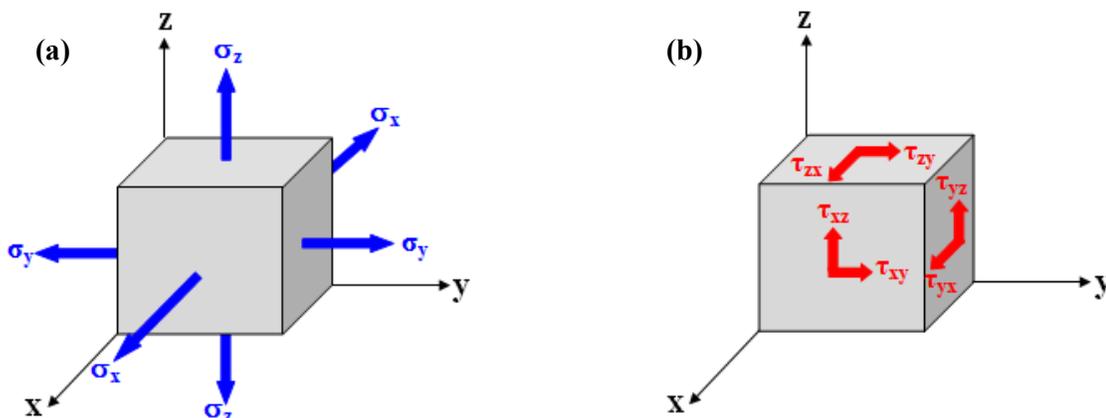


Figura 4: (a) Elemento sujeito a carregamento normal multiaxial e (b) elemento sujeito a cisalhamento puro.
Fonte: Autor

Sob ação do carregamento normal multiaxial o cubo elementar idealizado se deforma, transformando-se em um paralelepípedo-retângulo, cujos lados têm comprimentos, respectivamente, $1 + \varepsilon_x$, $1 + \varepsilon_y$ e $1 + \varepsilon_z$. Neste caso, ε_x , ε_y e ε_z são as deformações na direção de cada um dos respectivos eixos.

Para que as componentes de deformação (ε_x , ε_y e ε_z) possam ser escritas em função das componentes de tensão, σ_x , σ_y e σ_z , deve-se considerar o efeito provocado por cada componente de tensão em termos de deformação e os resultados obtidos devem ser superpostos. Tal atitude se baseia na hipótese de que o efeito provocado em uma estrutura por um carregamento combinado pode ser conhecido determinando-se separadamente os efeitos dos vários carregamentos e combinando-se os resultados obtidos (princípio da superposição).

Considerando cada tensão de maneira isolada, as seguintes relações sobre deformações podem ser descritas pelas Equações (3-4) para a atuação da tensão em x . A atuação das tensões em y e z pode ser descrita da mesma maneira, respeitando-se os devidos eixos.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (3)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\frac{\nu \cdot \sigma_x}{E} \quad (4)$$

Da combinação das equações das tensões atuantes em x , y e z , conclui-se que as componentes das deformações específicas correspondentes ao caso de carregamento multiaxial que exprimem a generalização da Lei de Hooke, podem ser descritas como:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} \Rightarrow \varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z); \quad (5)$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} \Rightarrow \varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_y - \nu\sigma_x - \nu\sigma_z); \quad (6)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \Rightarrow \varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_z - \nu\sigma_x - \nu\sigma_y). \quad (7)$$

Para o ETT também é possível aplicar o princípio da superposição a um elemento solicitado apenas com tensões de cisalhamento (Figura 4(b)), desde que nenhuma das tensões envolvidas exceda o limite de proporcionalidade do material. Verifica-se, então, que nenhuma relação entre a tensão de cisalhamento em uma direção e as deformações causadas pelo cisalhamento nas outras direções necessitará ser feita, pois a deformação por cisalhamento ocorre apenas na direção em que a tensão τ atua e pode ser escrita como segue:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}; \quad (8)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \quad (9)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}. \quad (10)$$

Para materiais isotrópicos, apenas duas das três constantes do material utilizadas no equacionamento (E , G e ν), precisam ser determinadas, pois elas se relacionam na forma:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}. \quad (11)$$

A Equação (11) exprime o módulo de elasticidade transversal (G) em função do módulo de elasticidade longitudinal (E) e do coeficiente de Poisson (ν). Resultados da literatura confirmam a proximidade de tal estimativa em relação ao comportamento real (DOWLING, 2007).

Em se tratando da variação de volume experimentada pelo ponto como resultado da sollicitação, este processo é resultado exclusivamente das tensões normais atuantes no material (tensões de cisalhamento geram somente distorção geométrica, como amplamente aceito na literatura – Ragab, 1998). Tal quantificação pode ser feita por meio da deformação volumétrica (ε_v) dada pela soma das três componentes de deformação, como:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad . \quad (12)$$

Para materiais isotrópicos, portanto, a deformação volumétrica pode ser expressa em função das tensões na forma:

$$\varepsilon_v = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad . \quad (13)$$

Por meio da Equação (13) prova-se que para $\nu = 0,5$ (valor típico sob regime de plasticidade generalizada) não ocorre deformação volumétrica ($\varepsilon_v = 0$), mesmo na presença de tensões multiaxiais e diferentes de zero. Além disso, um valor de ν maior do que 0,5 implicaria em uma deformação volumétrica negativa, o que representaria uma redução de volume. Esta hipótese é incomum, portanto, 0,5 pode ser considerado um limite superior de ν e a hipótese de manutenção de volume é de grande importância aos desenvolvimentos do presente trabalho.

Outra tensão tipicamente definida para o ETT e que será de relevância ao trabalho é a tensão hidrostática (ilustrada na Figura 5). A tensão hidrostática (σ_h) é uma tensão normal média (dada pela Equação 14), que gera apenas alteração de volume e não deformação angular e portanto não propicia o escoamento do material (somente as tensões desviadoras o fazem considerando os materiais metálicos de interesse ao trabalho, como preconizado pelas principais teorias de plasticidade apresentadas mais adiante).

$$\sigma_h = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (14)$$

Substituindo a Equação (13) na Equação (14), verifica-se que a deformação volumétrica é proporcional à tensão hidrostática (Equação 15). Ainda, a tensão hidrostática e a deformação volumétrica são invariantes, ou seja, independentes do sistema de coordenadas.

$$\varepsilon_v = \frac{3(1-2\nu)}{E} \sigma_h \quad (15)$$

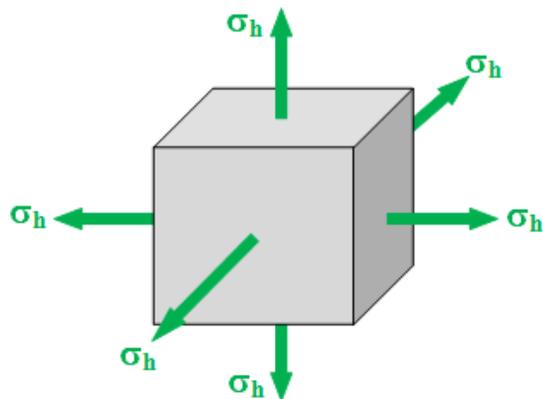


Figura 5: Elemento sujeito a um estado de tensões hidrostáticas.
Fonte: Autor

3.1.2 Tensões e direções principais no Estado Triplo de Tensões (ETT)

Conforme já descrito, no estado triplo de tensões, seis componentes independentes de tensão devem ser consideradas: σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , τ_{xy} , τ_{yz} e τ_{zx} . Tais componentes estão representadas em um sistema de coordenadas cartesianas e qualquer alteração nesse sistema acarretará na alteração dos valores das mesmas. Portanto, tais tensões cartesianas não são as máximas atuantes e são dependentes do sistema de coordenadas. É portanto de fundamental importância conhecer funções matemáticas que permitam que o ETT seja descrito independentemente do sistema de eixos adotado. Essas funções são baseadas nos chamados invariantes de tensão dados por

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad , \quad (16)$$

$$I_2 = \sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} + \sigma_{yy} \cdot \sigma_{zz} + \sigma_{zz} \cdot \sigma_{xx} - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 \quad \text{e} \quad (17)$$

$$I_3 = \sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} \cdot \sigma_{zz} + 2\tau_{xy} \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zx} - \sigma_{xx} \cdot \tau_{xy}^2 - \sigma_{yy} \cdot \tau_{yz}^2 - \sigma_{zz} \cdot \tau_{zx}^2 \quad . \quad (18)$$

Existe uma determinada posição angular espacial dentro do sistema de coordenadas na qual ocorre a máxima tensão normal, a mínima tensão normal e as tensões de cisalhamento

são zero. As tensões que ocorrem nessa posição são as denominadas principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) e podem ser calculadas pela solução da seguinte equação cúbica (também conhecida como Equação Característica do ETT):

$$\begin{aligned} \sigma^3 - \sigma^2(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) + \sigma(\sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} + \sigma_{yy} \cdot \sigma_{zz} + \sigma_{zz} \cdot \sigma_{xx} - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2) \\ - (\sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} \cdot \sigma_{zz} + 2\tau_{xy} \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zx} - \sigma_{xx} \cdot \tau_{xy}^2 - \sigma_{yy} \cdot \tau_{yz}^2 - \sigma_{zz} \cdot \tau_{zx}^2) = 0 . \end{aligned} \quad (19)$$

Uma maneira alternativa de expressar a Equação (19) é escrevê-la em função dos invariantes de tensão já apresentados, ou seja:

$$\sigma^3 - \sigma^2 \cdot I_1 + \sigma \cdot I_2 - I_3 = 0 . \quad (20)$$

Devido às tensões principais serem as raízes reais de uma equação que envolve apenas os invariantes de tensão, elas também não variam, ou seja, são independentes do sistema de coordenadas adotado. Convencionou-se organizar as tensões principais na ordem da maior para a menor, ou seja, $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, protocolo este que será utilizado nesse trabalho. Desse modo pode-se escrever o tensor de tensões T – Equação (1) – de maneira equivalente, como sendo:

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} . \quad (21)$$

Considerando um plano onde ocorram duas das tensões principais, a máxima tensão de cisalhamento desse plano ocorre em um elemento cúbico rotacionado de 45° em torno da normal a este, e seu valor é dado, em relação aos três planos de tensões principais considerados, pelas equações (DOWLING, 2007; RAGAB, 1998):

$$\tau_{23} = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2} ; \quad (22)$$

$$\tau_{13} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} ; \quad (23)$$

$$\tau_{12} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} . \quad (24)$$

As respectivas tensões normais atuantes nos planos de tensão de cisalhamento máxima podem ser calculadas por meio das seguintes equações:

$$\sigma_{\tau_{1-3}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} ; \quad (25)$$

$$\sigma_{\tau_{1-2}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} ; \quad (26)$$

$$\sigma_{\tau_{2-3}} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} . \quad (27)$$

Para encontrar as direções principais de cada uma das tensões principais, basta resolver o sistema de equações lineares abaixo para cada uma das três tensões principais atuantes (σ_i) e calcular os respectivos cossenos diretores (l_i , m_i , n_i), como amplamente difundido na literatura (RAGAB, 1998).

$$\begin{aligned} (\sigma_{xx} - \sigma_i)l_i + \tau_{xy} \cdot m_i + \tau_{xz} \cdot n_i &= 0 \quad , \\ \tau_{yx} \cdot l_i + (\sigma_{yy} - \sigma_i)m_i + \tau_{yz} \cdot n_i &= 0 \quad e \\ \tau_{zx} \cdot l_i + \tau_{zy} \cdot m_i + (\sigma_{zz} - \sigma_i)n_i &= 0 \quad . \end{aligned} \quad (28)$$

Deve-se ainda considerar a Equação (29), necessária por geometria, para que o sistema formado pelo sistema de equações (28) possa fornecer resultados definidos e diferentes de zero:

$$l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 = 1 \quad . \quad (29)$$

As componentes de σ_i nas direções x, y e z são $l_i\sigma_i$, $m_i\sigma_i$ e $n_i\sigma_i$, respectivamente, onde os subscritos i indicam a direção do cosseno referente a cada tensão principal normal σ_i . Os cossenos diretores (cujos respectivos ângulos estão ilustrados na Figura 6) podem ser expressos pelas seguintes equações (DOWLING, 2007):

$$\begin{aligned}
 l_i &= \cos \theta_x & ; \\
 m_i &= \cos \theta_y & ; \\
 n_i &= \cos \theta_z & .
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

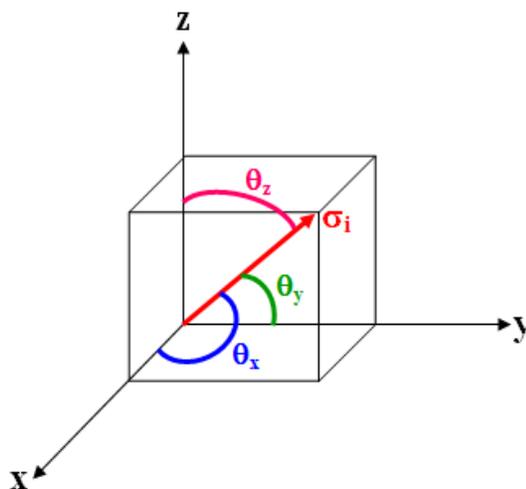


Figura 6: Representação dos cossenos diretores da direção de uma das tensões principais.
Fonte: Autor

3.1.3 Tensores de tensões média e de desvio

É importante compreender que qualquer estado de tensões (representado pelo tensor T apresentado) pode ser dividido em dois outros estados, um representando a parcela hidrostática do estado de tensões original e o outro representando a parcela de desvio do estado de tensões original.

A parcela hidrostática é definida como a parcela média das tensões do estado original e que atua em todas as direções de maneira igual. Este carregamento gera somente variação do volume do material e pode ser representado pelo tensor das tensões médias, T_m (vide Equação 31). Já a parcela de desvio representa quanto a tensão em cada direção desvia do estado hidrostático descrevendo, portanto, a sollicitação distorcional e pode ser representada pelo tensor das tensões de desvio, T_d (HOSFORD, 2008), conforme apresenta a Equação (32).

$$T_m = \begin{bmatrix} \sigma_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_h & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_h \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$T_d = \begin{bmatrix} \sigma_1 - \sigma_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \sigma_h & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \sigma_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma'_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma'_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma'_3 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Analogamente à tratativa matemática dada ao tensor T , os tensores T_m e T_d apresentam as mesmas características e podem ser igualmente operados. Como as tensões desvio do tensor T_d possuem papel de destaque dentro deste trabalho pelo favorecimento da deformação plástica, vale lembrar que de tais tensões (ditas deviatóricas ou simplesmente de desvio) derivam invariantes que recebem o nome de J_1 , J_2 e J_3 e podem ser calculadas como:

$$J_1 = 0 \quad ;$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \cdot [(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2] \quad ; \quad (33)$$

$$J_3 = \frac{1}{27} \cdot (2\sigma'_1 - \sigma'_2 - \sigma'_3)(2\sigma'_2 - \sigma'_3 - \sigma'_1)(2\sigma'_3 - \sigma'_1 - \sigma'_2) \quad .$$

Tais invariantes são de relevância aos estudos aqui pretendidos já que as tensões e as deformações efetivas de von Mises são calculadas à luz da teoria de plasticidade incremental com base no segundo invariante do tensor desvio (J_2), como será devidamente explorado logo adiante.

3.2 Estado uniaxial de tensões

O estado uniaxial ocorre quando o carregamento é aplicado em uma única direção, conseqüentemente, as tensões atuantes em duas das três direções do sistema de eixos coordenados são iguais a zero e a tensão máxima devida à tração ou a compressão ocorre na mesma direção de atuação da carga. Esse estado de tensões (Figura 7) nada mais é do que mais um caso particular do ETT.

No caso de um estado uniaxial de tensões considerando a direção z (vide Figuras 1 e 7), o tensor das tensões da Equação (1) pode ser escrito na forma

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}. \quad (34)$$

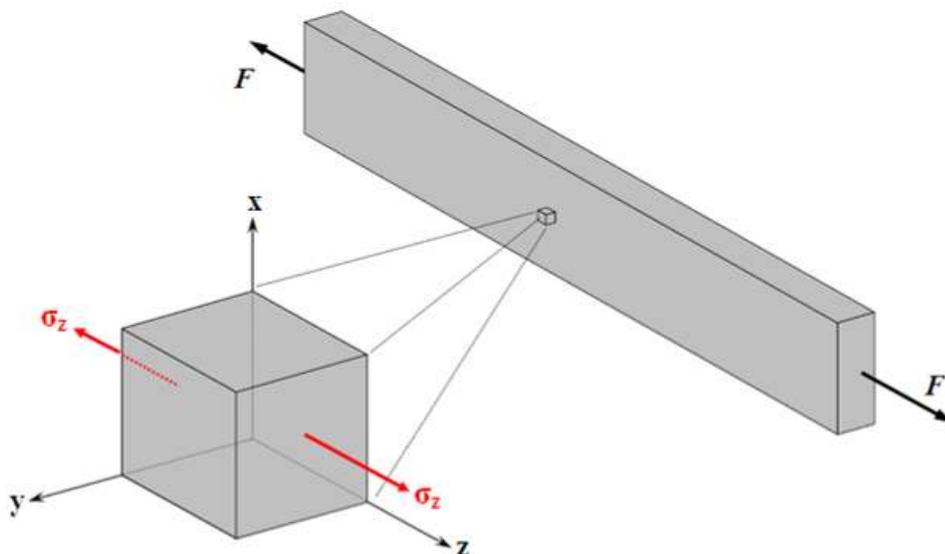


Figura 7: Estado uniaxial de tensões
Fonte: Autor

Embora os esforços sejam uniaxiais, as deformações ocorrem não somente em uma direção (direção da aplicação da carga), mas sim em todas as direções obedecendo a Lei de Hooke generalizada já apresentada. Pela hipótese de manutenção do volume (negligenciando as parcelas de deformação elástica e admitindo-se como comportamento relevante para este trabalho o regime plástico de deformação no qual o coeficiente de Poisson, ν , admite um valor matemático de aproximadamente 0,5), as deformações no ponto material podem ser descritas pelas Equações (35-37) e tais relações suportarão algumas considerações dos modelos de correção de triaxialidade apresentados adiante.

$$\varepsilon_z = \varepsilon \quad (35)$$

$$\therefore \varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu\varepsilon = -\frac{\varepsilon_z}{2} \quad (36)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0 \quad (37)$$

3.3 Teoria da plasticidade incremental

A teoria da plasticidade trata do comportamento dos materiais em relação a níveis de deformações onde a Lei de Hooke (proporcional) passa a não ser mais válida. O número de fatores envolvidos no fenômeno da deformação plástica, incluindo o comportamento não linear do material após a estrição, faz com que a formulação matemática da teoria da plasticidade se torne ligeiramente mais complexa se comparada ao regime de deformação elástica proporcional (linear). A deformação elástica-linear depende somente dos estados inicial e final de tensão e deformação, enquanto a deformação plástica depende de todo o histórico de carregamento, até que o estado final de tensão e deformação seja atingido (DIETER, 1988). Também, muitas outras características do material como a anisotropia plástica, a histerese e o efeito Bauschinger não podem ser desprezados.

Em 1868, Tresca estabeleceu a primeira teoria da plasticidade conhecida baseada em três suposições principais, sendo elas (CADDELL; HOSFORD, 2007):

- a) a deformação plástica não altera o volume do material;
- b) as direções das tensões e das deformações principais são coincidentes;
- c) a máxima tensão de cisalhamento em um ponto pode ser considerada constante durante o processo de deformação plástica.

Do ponto de vista do interesse deste trabalho (que não envolve projeto mas sim a caracterização acurada de propriedades mecânicas), a teoria da plasticidade deve ser estudada com foco nos micromecanismos de deformação plástica dos metais (baseados no comportamento das imperfeições dos sólidos cristalinos), mas especialmente por meio dos modelos matemáticos e hipóteses que permitam descrever o comportamento mecânico macroscópico dos materiais em ensaios laboratoriais.

A curva tensão por deformação verdadeira de um material dúctil típico está ilustrada esquematicamente na Figura 8(a) e será utilizada para o início de tal discussão. A Lei de Hooke é obedecida até a tensão limite de proporcionalidade, sendo que neste regime as tensões são proporcionais às deformações. Logo em seguida o material atinge a tensão limite de escoamento (σ_{LE}) além da qual o metal se deforma plasticamente e por esse motivo são necessárias expressões mais gerais do que a Lei de Hooke para descrever o comportamento σ - ϵ . A maioria dos metais encrua a partir desta região e, para que haja um aumento na deformação, são necessários valores de tensão maiores do que a tensão de escoamento (DIETER, 1981). Ao contrário do que acontece na região de deformação elástica, na região de

deformação plástica não existe uma correlação entre as tensões e deformações por uma simples constante de proporcionalidade.

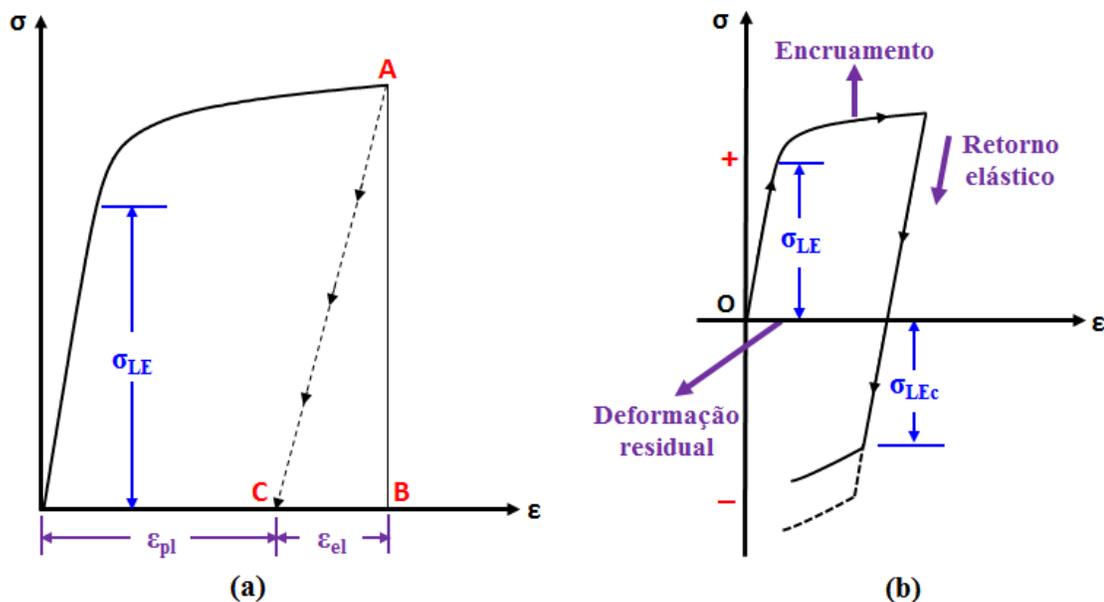


Figura 8: Curvas tensão por deformação esquemáticas de materiais dúcteis
Fonte: Autor

Utilizando-se ainda como referência a Figura 8(a), se o metal é deformado até o ponto A, quando a carga é liberada a deformação total vai imediatamente diminuir do nível B para o nível C. A diferença (B-C) é a parcela de deformação elástica recuperável. Se o material for novamente carregado, a curva vai crescer e se aproximar dos valores anteriores ao descarregamento (DIETER, 1988). Se um corpo-de-prova é deformado plasticamente além da tensão limite de escoamento em uma direção, como no caso do ensaio de tração, em seguida totalmente descarregado até a tensão zero e novamente carregado na direção oposta (compressão – vide Figura 8(b)), é verificado que a trajetória da curva é alterada e a tensão de escoamento na compressão é menor do que a tensão de escoamento original, em tração ($\sigma_{LEc} < \sigma_{LE}$). Esse é o chamado efeito Bauschinger, normalmente ignorado na teoria da plasticidade clássica, pois usualmente se considera que as tensões limite de escoamento em tração e em compressão são iguais, sendo o material dito balanceado (DIETER, 1988). Detalhes adicionais podem ser encontrados em Dieter (1988), Hosford (2008) e Dowling (2007), mas vale ressaltar que tal limitação não representa um desafio ao presente trabalho já que não estão presentes (mesmo após a ocorrência de estricção) carregamentos reversos (sejam eles macroscópicos ou locais) nos ensaios de tração em estudo.

3.3.1 Superfície de escoamento e princípio da normalidade

As relações desenvolvidas pelos critérios de escoamento tradicionais de von Mises e de Tresca (DIETER, 1988, p.76-80) podem ser representadas geometricamente respectivamente por um cilindro e um tubo sextavado orientados em ângulos iguais em relação aos eixos das tensões σ_1 , σ_2 , σ_3 (Figura 9). Tais teorias não serão aqui detalhadas por questões de brevidade e por estarem amplamente disponíveis na literatura, mas a discussão de alguns pontos merece atenção. O estado de tensões representado por um ponto dentro destes *loci* representa um comportamento elástico (reversível). O escoamento tem seu início previsto quando o estado de tensão atuante alcança a superfície do *locus* considerado, ficando esta conhecida, portanto, como superfície de escoamento. O raio dos *loci* de escoamento (p. ex.: MN ilustrado na Figura 9 (a)) é a tensão desviadora no momento do escoamento e a posição no eixo ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) é a componente de tensão hidrostática. Pode se notar que segundo estes critérios a ocorrência de deformação plástica não é influenciada pela tensão hidrostática, já que a superfície de escoamento é paralela ao eixo de iguais tensões principais ou também chamado hidrostático (OM). Assim os *loci* são radialmente constantes (DIETER, 1988; RAGAB, 1998) independentemente de σ_h . Entretanto, conforme a deformação plástica ocorre, a superfície de escoamento se expande radialmente pela ocorrência de encruamento. O uso de critérios de encruamento isotrópicos gera um aumento proporcional do *locus* em todas as direções, enquanto critérios de encruamento cinemáticos consideram o efeito Bauschinger e, portanto desviam o *locus* (ampliado pelo encruamento) no sentido da deformação plástica atuante. Maiores detalhes podem ser encontrados na obra de Ragab (1998).

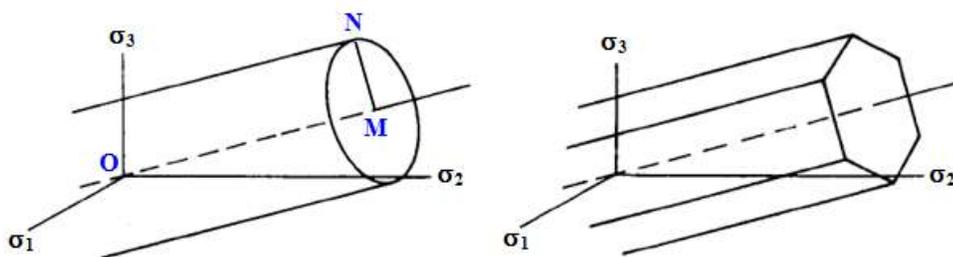


Figura 9: Superfície de escoamento para o critério de von Mises e de Tresca
Fonte: Autor “adaptado de” Dieter, 1988, p. 82 e 84

Independente do modelo de encruamento considerado, entretanto, a deformação plástica total deve ser normal à superfície de escoamento (DRUCKER, 1951 apud DIETER, 1988), o que é denominado princípio da normalidade. Devido a este princípio, não há

nenhuma parcela da deformação plástica total que aja na direção de σ_h (tensão hidrostática). Por essa razão, a componente da tensão hidrostática não age na expansão da superfície de escoamento, o que significa que, em tese, nunca ocorreria escoamento devido a essa tensão, como já enunciado anteriormente. Quando um espécime de tração sofre a estricção, portanto, pontos no centro e na superfície externa da mínima seção apresentam tensões totais com diferentes combinações entre tensões hidrostáticas e de desvio, o que faz com que as condições de plasticidade sejam sensivelmente distintas. É necessário, portanto, o estabelecimento do arcabouço conceitual que permite discernir sobre quais são as tensões tidas como responsáveis pela movimentação de discordâncias e a determinação de tensões e deformações efetivas que tornem os carregamentos em diferentes pontos comparáveis e descritíveis matematicamente, como é realizado na sequência.

3.3.2 Tensão de cisalhamento octaédrica e deformação por cisalhamento

As tensões octaédricas são as tensões que atuam nas faces de um octaedro regular tridimensional cujas faces formam ângulos iguais com cada uma das três direções das tensões principais (RAGAB, 1998). As tensões atuantes em cada uma destas faces do octaedro são iguais e podem ser resolvidas pelo cálculo da tensão normal octaédrica (σ_{oct}) e da tensão de cisalhamento octaédrica (τ_{oct}) como indicam as Equações (38-39). Pode ser observado na Equação (38) que a tensão normal octaédrica nada mais é do que a própria tensão hidrostática, o que é uma conclusão natural já que σ_h é invariante em relação ao sistema coordenado adotado. Entretanto, tal conclusão é de interesse pois, admitindo como válida a hipótese de que a ocorrência da deformação plástica é independente de σ_h , a tensão de cisalhamento octaédrica (τ_{oct} - Equação 39) torna-se a única tensão responsável pela movimentação de discordâncias e deformação plástica em materiais metálicos dúcteis (DIETER, 1998; RAGAB, 1998).

$$\sigma_{oct} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \sigma_h \quad (38)$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (39)$$

Assumindo-se que uma tensão de cisalhamento octaédrica crítica determina o instante de escoamento no ensaio de tração, o critério de falha pode ser escrito (no momento do escoamento do ensaio) como:

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_{\text{LE}} ;$$

$$\sigma_{\text{LE}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} . \quad (40)$$

A Equação (40) é identicamente encontrada se for avaliada a energia de deformação exclusivamente dedicada à distorção do volume infinitesimal (resultado das tensões cisalhantes), por esse motivo, conduzindo aos mesmos resultados. De acordo com esta teoria, a tensão de cisalhamento octaédrica corresponde a uma fração da tensão normal tida como limite de escoamento no estado uniaxial de tensões, que é dada por

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_{\text{LE}} \approx 0,471 \sigma_{\text{LE}} . \quad (41)$$

3.3.3 Tensão e deformação equivalentes de von Mises

As funções invariantes mais frequentemente usadas para descrever o comportamento plástico de materiais segundo a teoria de plasticidade incremental J_2 envolvem a tensão efetiva de von Mises (Equação 42) e a deformação efetiva de von Mises (Equação 43).

Isso significa que para qualquer estado de tensão e deformação conhecido, existe uma combinação de tensão e deformação equivalentes ou efetivas que caracteriza quantitativamente a predisposição à deformação (elástica ou plástica). No ensaio de tração antes da ocorrência de instabilidade (estricção), a tensão e a deformação efetivas são ambas reduzidas às componentes normais axiais de tensão e deformação respectivamente (DIETER, 1981). Contrariamente, a evolução da estricção estabelece um complexo estado triaxial de

tensões que exige que o carregamento equivalente seja caracterizado à luz de tensões e deformações efetivas em cada posição do espécime.

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (42)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad (43)$$

Somente tensões e a deformações equivalentes de von Mises serão tratadas neste trabalho, uma vez que elas são a base utilizada por Bridgman e outros pesquisadores para o estudo da plasticidade na estricção. O critério de Tresca não foi utilizado como descritor da plasticidade devido à menor aderência experimental (DOWLING, 2007; RAGAB, 1998) e o leitor interessado é remetido à literatura.

3.3.4 Relações entre tensão e deformação no regime plástico e equações de Levy-Mises

Na região elástica-linear as deformações são facilmente determinadas conhecendo-se as tensões, por meio da Lei de Hooke generalizada já apresentada. Não se faz necessário levar em conta a maneira pela qual o estado de tensão foi alcançado (ordem dos carregamentos). Por outro lado, este não é o caso da deformação plástica, em especial quando os diversos carregamentos são aplicados fora de fase ou de maneira não proporcional. Por esse motivo, existem duas tratativas teóricas para a deformação plástica, sendo elas a teoria da plasticidade incremental, que relaciona as tensões aos incrementos da deformação plástica e considera a dependência da trajetória do carregamento, e a teoria da plasticidade de deformação total, que relaciona as tensões à deformação plástica total, admitindo carregamento proporcional.

Para os casos nos quais as tensões são aplicadas de maneira proporcional e que não ocorre descarregamento, a teoria da plasticidade incremental fornece os mesmos resultados da teoria da plasticidade de deformação (sendo esta última de utilização mais simples e, portanto, interessante). Um carregamento é considerado proporcional se as tensões principais mantêm direções constantes e relação de seus valores e incrementos também constantes. Isso pode ser definido matematicamente pela Equação (44).

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} = \frac{d\sigma_3}{\sigma_3} \quad (44)$$

Nesse caso, as deformações plásticas são independentes da trajetória do carregamento e dependentes somente do estado de tensão final. A teoria da plasticidade de deformação total simplifica a solução dos problemas de plasticidade, porém, a maioria dos problemas plásticos apresenta carregamento não proporcional e as deformações não podem ser unicamente determinadas pelas tensões finais atuantes, por isso exigem o tratamento baseado na teoria da plasticidade incremental. Consequentemente é necessário determinar os incrementos da deformação plástica por meio do caminho do carregamento e então obter a deformação total por integração de tal histórico (DIETER, 1988; RAGAB, 1998).

Para análises nas quais a deformação elástica é desprezível (parcela reduzida quando comparada com a deformação total), como no momento da estricção ou fratura nos ensaios de tração, as equações de Levy-Mises fornecem uma forma precisa de relacionar tensão e deformação e serão por isto aqui brevemente retratadas (DIETER, 1988; HOSFORD, 2008).

Se for considerado o escoamento de um material sob tensão uniaxial, tem-se que $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ e portanto $\sigma_h = \sigma_1/3$. Desta maneira, somente as tensões desviadoras (aqui denominadas σ'_1, σ'_2 e σ'_3) podem causar escoamento, e essas tensões (em adição à definição da Equação (32)) são expressas na forma (DIETER, 1988):

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma_h = \frac{2\sigma_1}{3} \quad ; \quad (45)$$

$$\sigma'_2 = \sigma'_3 = \frac{-\sigma_1}{3} \quad . \quad (46)$$

A partir das equações acima é possível se encontrar a seguinte relação entre tensões:

$$\sigma'_1 = -2\sigma'_2 = -2\sigma'_3 \quad . \quad (47)$$

Da condição de manutenção de volume na deformação plástica, sabe-se que:

$$d\varepsilon_1 = -2d\varepsilon_2 = -2d\varepsilon_3 \quad . \quad (48)$$

Das equações (47) e (48), portanto, pode se concluir que:

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2} = -2 = \frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} . \quad (49)$$

O entendimento da Equação (49) pode ser generalizado para que seja enunciada a Equação de Levy-Mises, na forma

$$\frac{d\varepsilon_1'}{\sigma_1'} = \frac{d\varepsilon_2'}{\sigma_2'} = \frac{d\varepsilon_3'}{\sigma_3'} = d\lambda . \quad (50)$$

A Equação (50) expressa o fato de que a qualquer instante da deformação, a relação entre os incrementos de deformação plástica e as tensões de desvio é constante, assim, as equações que regem a deformação plástica podem ser escritas em função das tensões principais como:

$$d\varepsilon_1 = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad ; \quad (51)$$

$$d\varepsilon_2 = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)] \quad ; \quad (52)$$

$$d\varepsilon_3 = \frac{2}{3} d\lambda [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \quad . \quad (53)$$

Como já apresentado, no regime de deformação plástica o coeficiente de Poisson tem o seu valor igual a 0,5, pois durante esse tipo de deformação não ocorre variação de volume ($\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$). O valor de $d\lambda$ representa o incremento de deformação efetiva em relação à tensão efetiva no ponto de análise e varia com a posição na curva tensão efetiva vs. deformação efetiva, porém as proporções entre as deformações plásticas se mantêm. Para avaliar $d\lambda$ é utilizada a deformação efetiva, descrita pela Equação (43), onde $d\bar{\varepsilon} = 2/3 d\lambda \bar{\sigma}$. Assim, as equações de Levy-Mises podem ser reescritas como:

$$d\varepsilon_1 = \frac{d\bar{\varepsilon}_p}{\bar{\sigma}} [\sigma_1 - 0,5 \cdot (\sigma_2 + \sigma_3)] \quad ; \quad (54)$$

$$d\varepsilon_2 = \frac{d\bar{\varepsilon}_p}{\bar{\sigma}} [\sigma_2 - 0,5 \cdot (\sigma_3 + \sigma_1)] \quad ; \quad (55)$$

$$d\varepsilon_3 = \frac{d\bar{\varepsilon}_p}{\bar{\sigma}} [\sigma_3 - 0,5 \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)] \quad . \quad (56)$$

O módulo plástico varia em função da tensão e deformação aplicadas e pode ser obtido a partir da curva de tensão por deformação efetiva para um incremento de deformação plástica $d\bar{\varepsilon}$, como ilustrado na Figura 10 ou aproximado pela Equação (57).

$$E_p = \frac{\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}_p} \quad (57)$$

Assumindo que a deformação e a tensão efetivas descrevem o comportamento uniaxial à tração, é possível escrever uma lei de potência característica da resposta tensão-deformação, nesse caso conhecida como Equação de Hollomon, na forma

$$\bar{\sigma} = H \cdot \bar{\varepsilon}_p^n \quad . \quad (58)$$

A boa aderência do modelo de potência à resposta experimental tensão vs. deformação verdadeiras do material nem sempre é verificada, como será discutido mais adiante. Entretanto, substituindo-se a Equação (58) na Equação (57), tem-se que o módulo plástico pode ser aproximado (para casos de boa aderência) por

$$E_p = \frac{H \cdot \bar{\varepsilon}_p^n}{d\bar{\varepsilon}_p} \quad . \quad (59)$$

Neste contexto, a parcela de deformação plástica efetiva provocada sob um carregamento multiaxial pode ser calculada como apresenta a Equação (60).

$$d\bar{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{2}{3} (d\varepsilon_{p1}^2 + d\varepsilon_{p2}^2 + d\varepsilon_{p3}^2)} \quad (60)$$

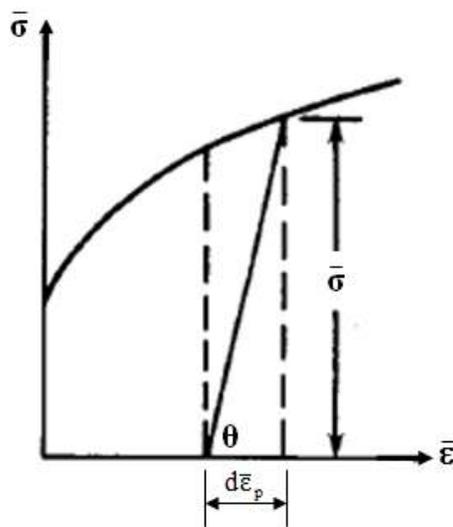


Figura 10: Método gráfico de determinação do módulo plástico.
 Fonte: Autor “adaptado de” Dieter, 1988, p. 90

Pode-se observar que as Equações (54-56) apresentam forte semelhança com as equações da Lei de Hooke, porém ao invés de um Módulo de Elasticidade fixo, as equações da plasticidade têm um módulo plástico variável e o coeficiente de Poisson (mesmo não mais com seu sentido físico original) valendo 0,5, que é condizente com a manutenção de volume na deformação plástica e com o raciocínio fenomenológico do mecanismo de deformação plástica por movimentação de discordâncias.

Considerando as tensões nos eixos cartesianos (por exemplo do ensaio de tração – vide Figura 1) como sendo as principais, as equações (54-56) podem ser escritas para as deformações plásticas utilizando-se o módulo plástico enunciado na Equação (57) como:

$$d\epsilon_{p-x} = \frac{1}{E_p} \cdot [\sigma_x - 0,5 \cdot (\sigma_y + \sigma_z)] \quad ; \quad (61)$$

$$d\epsilon_{p-y} = \frac{1}{E_p} \cdot [\sigma_y - 0,5 \cdot (\sigma_x + \sigma_z)] \quad ; \quad (62)$$

$$d\epsilon_{p-z} = \frac{1}{E_p} \cdot [\sigma_z - 0,5 \cdot (\sigma_x + \sigma_y)] \quad ; \quad (63)$$

$$d\gamma_{p-xy} = \frac{3}{E_p} \cdot \tau_{xy} \quad ; \quad (64)$$

$$d\gamma_{p-yz} = \frac{3}{E_p} \cdot \tau_{yz} \quad ; \quad (65)$$

$$d\gamma_{p-zx} = \frac{3}{E_p} \cdot \tau_{zx} \quad . \quad (66)$$

Finalmente, sabendo-se que a parcela de deformação normal elástica é dada pela Lei de Hooke generalizada para o regime elástico (Equações (5-7)), as equações de deformação total podem ser descritas como:

$$d\varepsilon_x = d\varepsilon_{e-x} + d\varepsilon_{p-x} \quad ; \quad (67)$$

$$d\varepsilon_y = d\varepsilon_{e-y} + d\varepsilon_{p-y} \quad ; \quad (68)$$

$$d\varepsilon_z = d\varepsilon_{e-z} + d\varepsilon_{p-z} \quad . \quad (69)$$

$$d\gamma_{xy} = d\gamma_{e-xy} + d\gamma_{p-xy} \quad ; \quad (70)$$

$$d\gamma_{yz} = d\gamma_{e-yz} + d\gamma_{p-yz} \quad ; \quad (71)$$

$$d\gamma_{zx} = d\gamma_{e-zx} + d\gamma_{p-zx} \quad . \quad (72)$$

Independente se o carregamento tratado for ou não proporcional, as Equações (67-72) podem ser genericamente utilizadas como forma de relacionar as tensões e deformações no regime elástico e no regime plástico. Quando a razão das tensões principais permanecer constante durante o carregamento (solicitação proporcional), o tratamento das mesmas equações pode ser realizado sem a necessidade da abordagem incremental.

No passado, a natureza incremental (e complexa) das soluções acima resultou na aplicação não frequente das técnicas analíticas disponíveis. Na atualidade, porém, o uso de métodos numéricos como de elementos finitos implementados computacionalmente torna a resolução dos complexos problemas de plasticidade mais fácil, e fica evidente a importância da determinação acurada das curvas tensão vs. deformação verdadeira até a falha para que os módulos plásticos sejam conhecidos e precisos ao longo de toda a evolução do carregamento.

3.4 Ensaio de tração uniaxial

O ensaio de tração é amplamente utilizado para fornecer as informações básicas sobre o comportamento mecânico dos materiais metálicos. Para que haja uma consistência nos ensaios de tração é necessário que estes sigam determinados padrões normalizados por associações como por exemplo:

- a) *American Society for Testing and Materials (ASTM) – Especificação ASTM E8/E8M – 09 “Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials”, 2009.*
- b) *International Organization for Standardization (ISO) – Especificação ISO 6892-1:2009 “Metallic materials - Tensile testing at ambient temperature”, 2009.*
- c) *Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) – Especificação ABNT NBR ISO 6892-1:2009 “Materiais metálicos - Ensaio de tração à temperatura ambiente”, 2009.*

A norma mais difundida é a ASTM E8/E8M (ASTM, 2009), a qual foi utilizada como referência no presente trabalho. Nesse ensaio corpos-de-prova padronizados de seção transversal circular (Figura 11(a)) ou retangular (Figura 11(b)) são submetidos à aplicação de uma força uniaxial trativa monotônica com velocidade (ou taxa de deformação) constante que aumenta continuamente o comprimento dessa amostra até sua fratura (DOWLING, 2007).

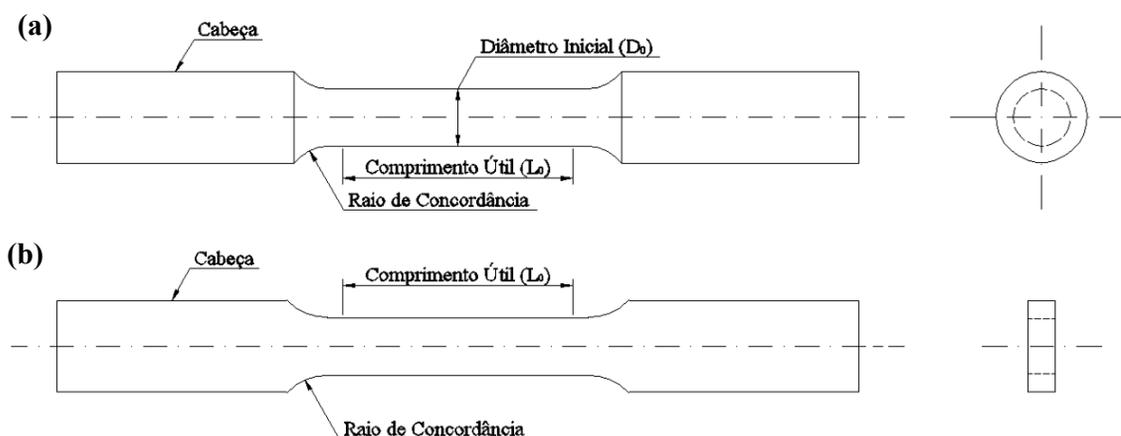


Figura 11: Corpos-de-prova para ensaio de tração (a) seção cilíndrica e (b) seção retangular
Fonte: Autor (baseado na ASTM E8/E8M)

Os dados obtidos nos ensaios de tração uniaxiais permitem, de maneira direta, a obtenção da curva tensão por deformação conhecida como “curva de engenharia” (Figura 12). A tensão normal de engenharia (S) pode ser expressa na forma

$$S = \frac{F}{A_0} , \quad (73)$$

sendo que a área considerada neste caso é a área inicial do corpo-de-prova (A_0). Fica evidente que tal normalização da força pela área original do corpo-de-prova perde significado físico com a evolução do carregamento, já que a seção transversal do corpo-de-prova sofre redução de área devido à deformação transversal. Caso a redução da seção transversal seja significativa, essa definição de tensão se torna imprecisa, pois induz a uma subestimativa das tensões atuantes.

A deformação uniaxial ou deformação convencional é por sua vez expressa como

$$e_z = \frac{L_f - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} . \quad (74)$$

Baseado nesta definição, se uma amostra é tracionada até que $L_f = 2 L_0$, a deformação na tração deveria ser de 100%, porém, se uma amostra é comprimida até que $L_f = 0$, a deformação na compressão também seria de 100% (em módulo). Esses exemplos mostram que para grandes deformações (caso do presente trabalho), a Equação (74) apresenta inconsistências físicas e fenomenológicas, as quais serão abordadas mais adiante.

Na Figura 12, três trechos podem ser distintos de maneira clara. O primeiro representa a deformação elástica uniforme (idealizada como linear para fins práticos). Na segunda divisão a deformação ainda é uniforme ao longo do comprimento do corpo-de-prova, mas deixa de existir a proporcionalidade tensão-deformação e o material já sofre mudança permanente de forma devido à solicitação imposta (deformação irreversível ou plástica). Finalmente o terceiro trecho, que se inicia no ponto de instabilidade plástica do material, representa a deformação plástica não uniforme, resultante da concentração da deformação plástica em uma região específica do corpo-de-prova, fenômeno este denominado estriçãoção (CHO; CHOUNG, 2008).

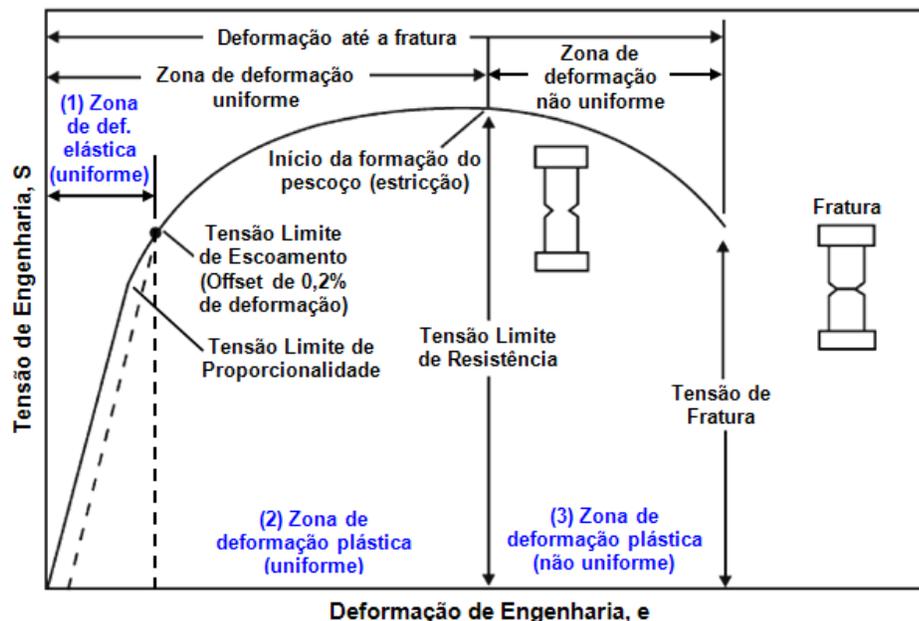


Figura 12: Curva tensão por deformação de engenharia típica de material metálico dúctil submetido ao ensaio de tração destacando os regimes de deformação elástica (1), plástica uniforme (2) e plástica não uniforme (3).

Fonte: Autor “adaptado de” Kaufmann, 2003, p.280

Durante os regimes de deformação uniforme, o material se deforma de maneira igual em toda a extensão útil do corpo-de-prova. Logo após o ponto de máxima carga, o material apresenta a tendência de fluir para o centro da amostra, onde ocorre a máxima deformação e a consequente formação de estricção (ROESLER; HARDERS; BAEKER, 2007). A Figura 13 apresenta uma simulação computacional da literatura de um corpo-de-prova típico submetido ao ensaio de tração, após a ocorrência da estricção.

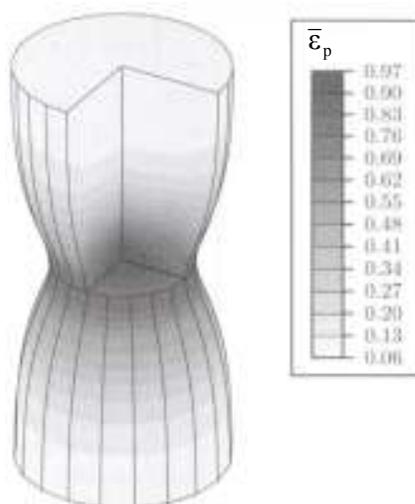


Figura 13: Simulação computacional de um corpo-de-prova de tração estriccionado.

Fonte: Roesler, 2007, p.80

Para minimizar as limitações da Equação (74) para o caso de grandes deformações, a avaliação do processo de deformação de comprimentos infinitesimais do corpo-de-prova pode ser de interesse. Na realidade, o comprimento inicial do corpo-de-prova (L) ensaiado em tração muda a cada instante, portanto, a abordagem do problema deve ser incremental, e a deformação total pode ser dividida em pequenos incrementos (dL) e descrita como:

$$d\varepsilon = \frac{dL}{L} \quad . \quad (75)$$

A deformação total entre o comprimento inicial da amostra (L_0) e o comprimento final (L) pode ser descrita, portanto, na forma:

$$\varepsilon = \int_{L_0}^L d\varepsilon = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} \Rightarrow \varepsilon = \ln \frac{L_f}{L_0} \quad . \quad (76)$$

Esta é a definição fundamental de deformação mais realista e apropriada para análise de grandes deformações. No caso de uma amostra sendo comprimida até o comprimento zero, a Equação (76) seria escrita como:

$$\varepsilon_{L_f \rightarrow 0} = \lim_{L_f \rightarrow 0} \left(\ln \frac{L_f}{L_0} \right) = -\infty \quad ,$$

que é uma solução mais sensata de deformação na compressão do que os 100% definidos segundo a Equação (74) (LING, 1996).

As deformações verdadeiras e de engenharia são relacionadas, até o início da formação da estrição (último instante no qual a deformação é uniforme ao longo do corpo-de-prova, mantendo o comprimento útil prismático), pela substituição da Equação (74) na Equação (76) da seguinte maneira:

$$\varepsilon = \ln \frac{L_f}{L_0}$$

$$\text{lembrando que: } \Delta_L = L_f - L_0$$

$$\therefore L_f = L_0 + \Delta_L$$

$$\varepsilon = \ln \frac{L_f}{L_0} = \ln \frac{(L_0 + \Delta_L)}{L_0} = \ln \left(\frac{L_0 + \Delta_L}{L_0} \right)$$

$$\varepsilon = \ln(1 + e) \quad (77)$$

Assim, deformações de engenharia e verdadeiras estão univocamente relacionadas desde que a distribuição de deformação ao longo do corpo-de-prova seja uniforme, o que é violado a partir do ponto de estricção apresentado pela Figura 12.

Para minimizar agora as limitações da Equação (73) no que diz respeito à área considerada para o cálculo da tensão, um estudo da evolução geométrica do corpo-de-prova em ensaio é de interesse. Uma tensão mais realista pode ser definida, considerando a área instantânea da seção transversal (A) até antes da ocorrência da estricção, como apresenta a Equação (78).

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{S \cdot A_0}{A} \quad (78)$$

Essa tensão baseada na configuração instantânea do material é conhecida como tensão verdadeira. Durante a deformação plástica o volume do corpo-de-prova é admitido como constante, ou seja, pressupõe-se que não ocorra deformação volumétrica (LING, 1996). Por esse motivo é válido dizer, enquanto a deformação é uniforme, que:

$$\begin{aligned} AL &= A_0 L_0 = A_f L_f \\ \therefore \frac{A_0}{A} &= \frac{L_f}{L_0} ; \end{aligned}$$

lembrando que

$$\begin{aligned} \Delta_L &= L_f - L_0 \\ \therefore L_f &= \Delta_L + L_0 ; \end{aligned}$$

então

$$\frac{A_0}{A} = \frac{\Delta_L + L_0}{L_0} = \frac{\Delta_L}{L_0} + \frac{L_0}{L_0}$$

que resulta em

$$\frac{A_0}{A} = e + 1 .$$

Portanto, a deformação verdadeira pode ser diretamente determinada a partir das áreas instantânea e final na forma:

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) . \quad (79)$$

Devido à formulação descrita acima considerar que o volume do corpo-de-prova é conservado e admitir seção transversal prismática, ela só pode ser aplicada até o ponto onde ocorre a máxima tensão de engenharia do ensaio de tração, pois após esse ponto, a deformação passa a não ser mais uniforme e a área da estrição sofre uma redução bem maior do que as outras seções transversais. E assim, substituindo a Equação (79) na Equação (78) a relação entre a tensão verdadeira e as tensões e deformações de engenharia no regime de deformação plástica uniforme pode ser descrita como:

$$\sigma = S.(1 + e) . \quad (80)$$

As curvas tensão por deformação de engenharia são, portanto, utilizadas apenas para pequenas deformações, pois ainda descrevem de maneira satisfatória o comportamento do material. É importante notar que as equações (77) e (80) são válidas para deformação uniforme, ou seja, antes do início da formação da estrição no corpo-de-prova convencional de tração. Para os casos não uniformes de deformação, a tensão normal verdadeira é novamente definida em sua forma fundamental como apresenta a Equação (81), enquanto a deformação verdadeira é usualmente avaliada à luz da Equação (79) aplicada à menor seção do espécime em avaliação.

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta F}{\Delta A} \right) \quad (81)$$

As definições das Equações (78,79,81) são utilizadas como referência para a maioria das metodologias de correção dos efeitos de estrição que serão criticamente apresentadas adiante.

3.5 Características das curvas tensão por deformação

A curva tensão por deformação de engenharia – S vs. e – (Figura 14(a)), é obtida diretamente com os dados do ensaio de tração normalizado. Ela se inicia no ponto zero de tensão e de deformação e segue até a fratura, apresentando todos os regimes de deformação demonstrados na Figura 12. Já a curva de tensão por deformação verdadeira – σ vs. ϵ – (Figura 14(b)) é obtida por meio da aplicação das equações (77) e (80) aos dados do ensaio de tração, sendo válida somente até o ponto de instabilidade plástica, como ilustra a Figura 14. Eis a grande limitação da caracterização de materiais dúcteis utilizando protocolos convencionais (toda a resposta plástica sob estado multiaxial após a estrição não é comumente utilizada para caracterizar as propriedades mecânicas do material).

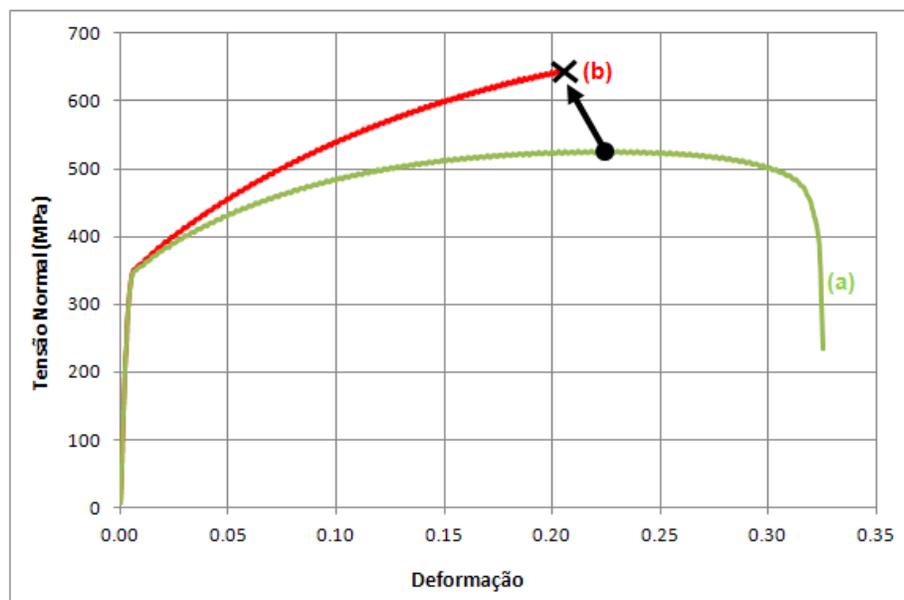


Figura 14: Curvas tensão por deformação de engenharia (a) e verdadeira (b) típica de material metálico dúctil (aço) submetido ao ensaio de tração.

Fonte: Autor

Por meio da curva tensão por deformação de engenharia (Figura 14(a)) podem ser determinadas as seguintes propriedades envolvendo rigidez e resistência do material:

- a) Módulo de elasticidade (E) ou módulo de Young: dada pela inclinação do trecho linear elástico ($\text{tg}(\alpha) = \Delta S / \Delta e$). Sendo esse trecho praticamente linear em toda sua extensão, pode-se afirmar que a deformação elástica é dada pela Equação:

$$\begin{aligned}
 S &= E \cdot e & \text{ou} & \quad \sigma = E \cdot \varepsilon \\
 \therefore E &= \frac{S}{e} & & \quad \therefore E = \frac{\sigma}{\varepsilon}
 \end{aligned}
 \tag{82}$$

- b) Tensão limite de proporcionalidade (S_p): valor de tensão onde a relação entre tensão e deformação no trecho elástico deixa de ser linear, passando a não obedecer mais a Equação (82).
- c) Tensão limite de Elasticidade (S_{el}): valor que indica o término da região de deformação elástica. É de difícil determinação, pois depende de múltiplos carregamentos e descarregamentos em vários corpos-de-prova.
- d) Tensão limite de Escoamento (S_{LE}): valor de tensão para o qual ocorre uma pequena deformação plástica (usualmente, correspondente a 0,002 ou 0,2% de deformação).

Os três limites descritos acima podem ser observados esquematicamente na Figura 15 em seguida.

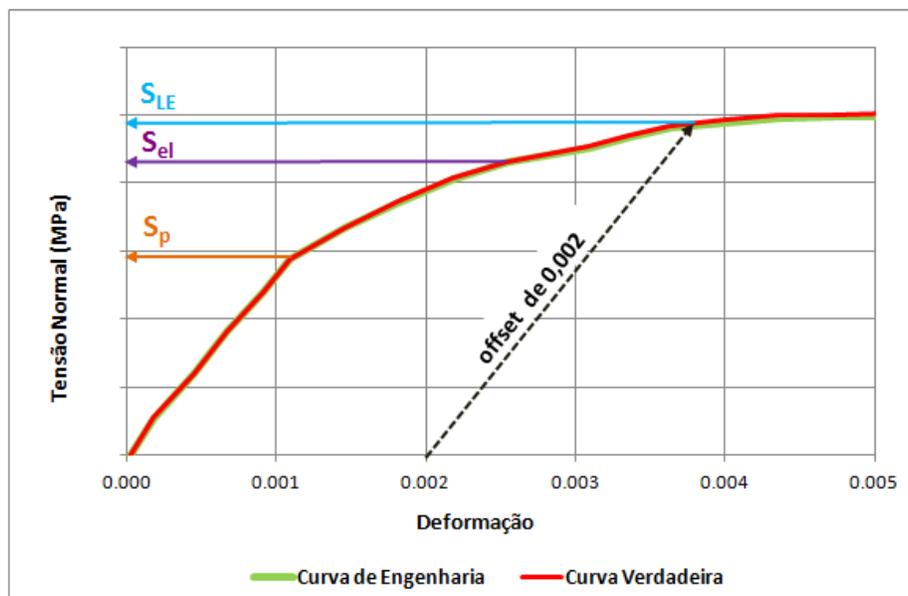


Figura 15: Ampliação do trecho inicial de uma curva tensão por deformação, com a definição do limite de escoamento (S_{LE}), do limite de proporcionalidade (S_p) e do limite de elasticidade (S_{el}).

Fonte: Autor

- e) Tensão limite de resistência (S_{LR}): marco do início da região de deformação plástica não uniforme, onde a estricção se inicia (Figura 16).
- f) Tensão limite de ruptura ou fratura (S_f): indica a tensão de engenharia na qual a fratura do material ocorre (Figura 16).

- g) Ductilidade: capacidade de um material sofrer deformação plástica antes da fratura. Pode ser quantificada de duas maneiras, a saber: i) pelo cálculo do alongamento total ($A_T^{L_0}$) conforme Equação (83); ii) alternativamente, por meio do uso da Equação (84) para o cálculo da redução de área (RA). Em ambos os casos, as grandezas são usualmente apresentadas percentualmente. No caso da redução de área (RA), esta se relaciona diretamente à deformação de fratura (ε_f) na seção mínima do espécime (Equação (85)), o que é de grande interesse ao trabalho e demonstra que este parâmetro de ductilidade é fenomenologicamente mais robusto que o anterior.

$$A_T^{L_0} = e_f \cdot 100 = \frac{L_f - L_0}{L_0} \cdot 100 \quad (83)$$

$$RA = \left(\frac{A_0 - A_f}{A_0} \right) \cdot 100 \quad (84)$$

$$\varepsilon_f = \ln \left(\frac{100}{100 - RA} \right) \quad (85)$$

Sendo este o cenário, para a investigação da evolução da estricção (deformação plástica não uniforme), é comum a utilização das Equações (84,85) para o cálculo da ductilidade.

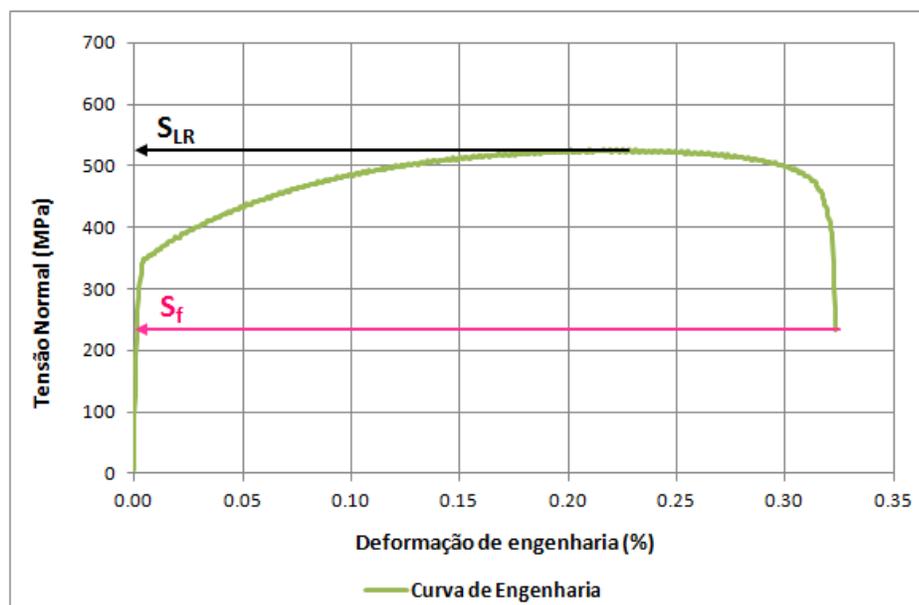


Figura 16: Curva tensão por deformação de engenharia típica de material metálico, mostrando a definição de módulo de elasticidade (E), do limite de resistência (S_{LR}) e do limite de ruptura ou de fratura (S_f).

Fonte: Autor

Uma vez que o trecho linear elástico das curvas de engenharia e verdadeira é praticamente igual, não existe diferença significativa das propriedades até o escoamento (DOWLING, 2007). Porém, devido à ocorrência da estricção, que limita o uso dos dados obtidos no ensaio de tração para a determinação da curva verdadeira até o final, propriedades de engenharia como tensão limite de resistência (S_{LR}), tensão limite de fratura (S_f), resiliência e ductilidade perdem significado físico e são de delicada determinação em suas versões “verdadeiras”. Focando em tensões e deformações (interesse do trabalho), algumas aproximações baseadas nas deduções anteriores, embora não considerando o ETT induzido pela estricção, permitem a descrição da fratura por meio das Equações (86) e (87).

- Tensão verdadeira na fratura

$$\sigma_f = S_f \cdot \left(\frac{A_0}{A_f} \right) \quad (86)$$

- Deformação verdadeira na fratura

$$\varepsilon_f = \ln \left(\frac{A_0}{A_f} \right) \quad (87)$$

Complementarmente e para facilitar o manuseio matemático, o trecho plástico da curva tensão por deformação verdadeira pode ser ajustado por uma lei de potência (Equação 88 – mais conhecida como Equação de Hollomon – aqui aplicada ao caso uniaxial), permitindo a determinação do coeficiente de resistência (H) e do expoente de encruamento (n) do material.

$$\sigma = H \cdot \varepsilon_p^n \quad (88)$$

O expoente de encruamento é numericamente igual (ou muito próximo de) à deformação verdadeira uniforme apresentada pelo material no momento da estricção (DOWLING, 1999; HOSFORD, 2007), podendo ser descrito como:

$$n = \varepsilon_{LR} = \ln(1 + e_{LR}) \quad (89)$$

Isolando-se a parcela de deformação plástica da Equação (88), obtém-se:

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma}{H} \right)^{1/n} . \quad (90)$$

A parcela correspondente à deformação elástica pode ser calculada pela seguinte Equação (com base na lei de Hooke para o regime elástico):

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E} . \quad (91)$$

Consequentemente, considerando separadamente as deformações plásticas e elásticas que são então somadas resultando na deformação verdadeira total, pode-se descrever tentativamente o comportamento do material, como descreve a Equação (92), também conhecida como equação de Ramberg-Osgood.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H} \right)^{1/n} \quad (92)$$

Embora a Equação (92) tenha muita utilidade prática para a descrição de materiais dúcteis mesmo após a estricção, diversos metais apresentam pobre aderência ao modelo de potência, reduzindo a precisão e aplicabilidade das Equações (88) e (92).

Mesmo que modelos de potência apresentem boa aderência ao comportamento dos materiais, ou medições físicas em tempo real do corpo-de-prova em deformação estejam disponíveis para a aplicação direta das Equações (78) e (79), os efeitos do ETT gerado no espécime são negligenciados. Assim, percebe-se a importância da aplicação de métodos de correção por triaxialidade para que as propriedades do material possam ser determinadas de maneira realista utilizando-se somente os dados de ensaio para o regime pós-instabilidade. Isto permitiria a extensão da curva (b) da Figura 14 até o momento da falha, culminando em maior qualidade das atividades de simulação e cálculos de mecânica dos sólidos. Para tal, um estudo detalhado da instabilidade se faz necessário, como apresentado a seguir.

3.6 Instabilidade plástica

A estricção ou a deformação localizada se inicia quando o ensaio de tração atinge seu carregamento máximo (Figura 12), durante a deformação em tração de um metal dúctil, onde o aumento da tensão devido à redução em área da seção transversal do corpo-de-prova se torna maior que a capacidade de suportar um aumento no carregamento devido ao encruamento (DIETER, 1998). Um material plástico ideal, que não possua capacidade de encruar, deveria ser instável em tração e a estricção teria início assim que ocorresse o escoamento. Entretanto, os metais reais possuem a capacidade de encruar, o que tende a aumentar sua capacidade de suportar um aumento no carregamento enquanto ocorre a deformação (DOWLING, 2007). A diminuição gradual da área da seção transversal se opõe a esse efeito com o aumento do alongamento. A condição de instabilidade, responsável por provocar a estricção e introduzir o estado triaxial de tensões na região empescoçada, é definida pela condição $dF = 0$ (momento em que o ensaio atinge seu carregamento máximo).

O fenômeno da instabilidade pode ser, portanto, matematicamente descrito. Sabendo-se que $F = \sigma \cdot A$, derivando e aplicando a condição de carregamento máximo, tem-se:

$$dF = \sigma \cdot dA + A \cdot d\sigma = 0 \quad (93)$$

Da hipótese de volume constante aplicada às deformações longitudinal e transversal (de área), deriva-se que:

$$\frac{dL}{L} = -\frac{dA}{A} = d\varepsilon \quad (94)$$

E da condição de instabilidade (Equação (93)), sabe-se que:

$$-\frac{dA}{A} = \frac{d\sigma}{\sigma} \quad (95)$$

Substituindo a Equação (94) na Equação (95), encontra-se o ponto de instabilidade previsto, como ilustra a Equação (96). Portanto, a instabilidade plástica é teoricamente esperada no momento em que a derivada da tensão verdadeira em relação à deformação verdadeira se iguala à própria tensão atuante.

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = d\varepsilon \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma \quad (96)$$

Reescrevendo a Equação (96) em função da deformação de engenharia, conclui-se que

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\sigma}{(1-\varepsilon)} \quad (97)$$

A Equação (97) é a base para uma construção gráfica denominada Construção de Considère (Figura 17), utilizada para a determinação analítica do ponto de máxima carga de ensaios de tração (DIETER, 1988). Nesta construção gráfica, a curva tensão por deformação é traçada em termos da tensão verdadeira e da deformação de engenharia. O ponto *A* representa uma deformação negativa unitária e uma linha desenhada a partir desse ponto, tangente à curva tensão por deformação, estabelece o ponto de máxima carga, ou seja, o instante em que a estricção tem início segundo a previsão das Equações (96,97).

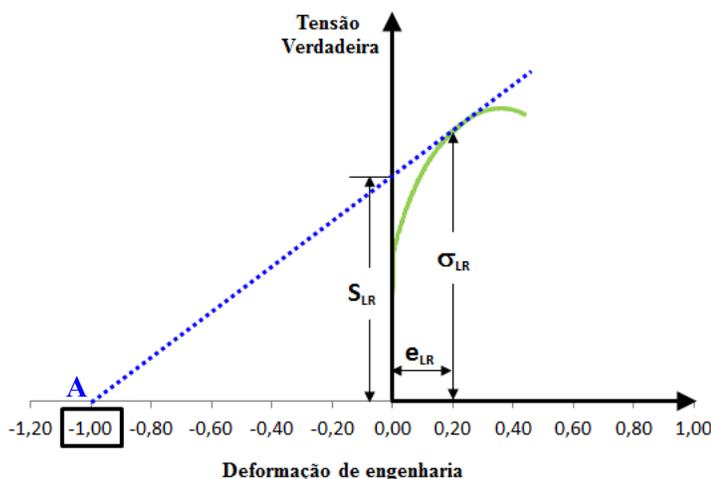


Figura 17: Determinação do ponto da máxima carga utilizando a construção de Considère.
Fonte: Autor “adaptado” de Dieter, p. 290

3.6.1 A instabilidade de corpos-de-prova no ensaio de tração

Independente da forma da curva tensão por deformação obtida no ensaio, a estricção terá início quando a condição dada pelas Equações (96,97) for atingida. No entanto, algumas simplificações podem ser obtidas. Por exemplo, admitindo que o material seja homogêneo e isotrópico, e que seja descrito por uma lei de potência, como a descrita na Equação (88), tem-se que:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = n.H.\varepsilon^{n-1} = H.\varepsilon^n = \sigma . \quad (98)$$

Neste caso particular, a máxima carga, a máxima tensão de engenharia e o início da estrição teoricamente ocorrem quando $\varepsilon = n$, porém descontinuidades ou heterogeneidades podem fazer com que a instabilidade ocorra prematuramente. A aproximação da curva tensão vs. deformação por um modelo de potência, no entanto, não é interesse deste trabalho já que apresenta diversas limitações com relação à aderência de muitos materiais metálicos de engenharia sob investigação. Assim, as definições conceituais anteriores são de maior interesse.

Conforme já mencionado, durante a deformação uniforme de um corpo-de-prova, o estado de tensão é uniaxial, porém, após a formação da estrição, onde ocorre deformação axial localizada e a consequente estrição, as tensões deixam de ser meramente axiais. Surge, então, a tendência de contração lateral não uniforme da amostra, como resultado da manutenção do volume do material durante a deformação plástica combinada à localização de deformação (CHOUNG; CHO, 2008).

Essa tendência de contração lateral sofre resistência das regiões adjacentes menos deformadas (regiões imediatamente acima e abaixo – vide Figura 18) e conseqüentemente, ocorre na estrição do corpo-de-prova o surgimento das tensões radiais e tangenciais para que o equilíbrio possa ser restabelecido. Com isto, o antigo estado uniaxial dá lugar a uma complicada condição de triaxialidade que varia com o comprimento do espécime, assim como ao longo do raio da mínima área em estudo. Tensões e deformações equivalentes são então diferentes a cada posição do corpo-de-prova e os processos de deformação e falha passam a ser governados pelas regiões mais severamente solicitadas.

As tensões radiais e tangenciais na região da estrição exercem uma grande influência sobre as axiais, aumentando-as consideravelmente, pois a estrição funciona como um entalhe, que quando solicitado gera uma redistribuição de tensões não unicamente longitudinais e que precisam ser equilibradas, demandando o dispêndio de trabalho plástico na forma de energia de deformação (RAGAB, 1998; DIETER, 1988). O efeito resultante é que o material no centro da estrição encontra-se submetido a tensões nas três direções do espaço cartesiano utilizado como referência (independente se um sistema de coordenadas retangulares ou cilíndricas for adotado). Esta ocorrência é ilustrada e pode ser melhor entendida com a estratégia de visualização da Figura 19. Esta mesma figura apresenta a idealização geométrica da estrição de uma amostra cilíndrica e as principais grandezas tratadas no trabalho.

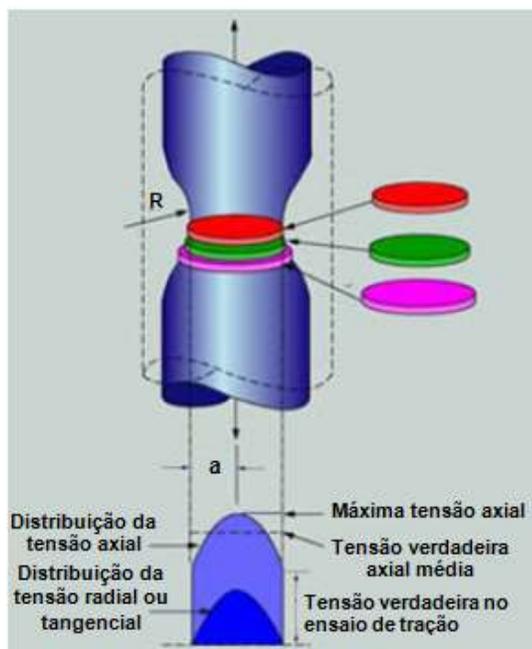


Figura 18: Distribuição das tensões na região da estrição. R é o raio de curvatura da estrição e a é o raio da mínima seção transversal.

Fonte: Autor “adaptado” de Choung; Cho, 2008, p.1042

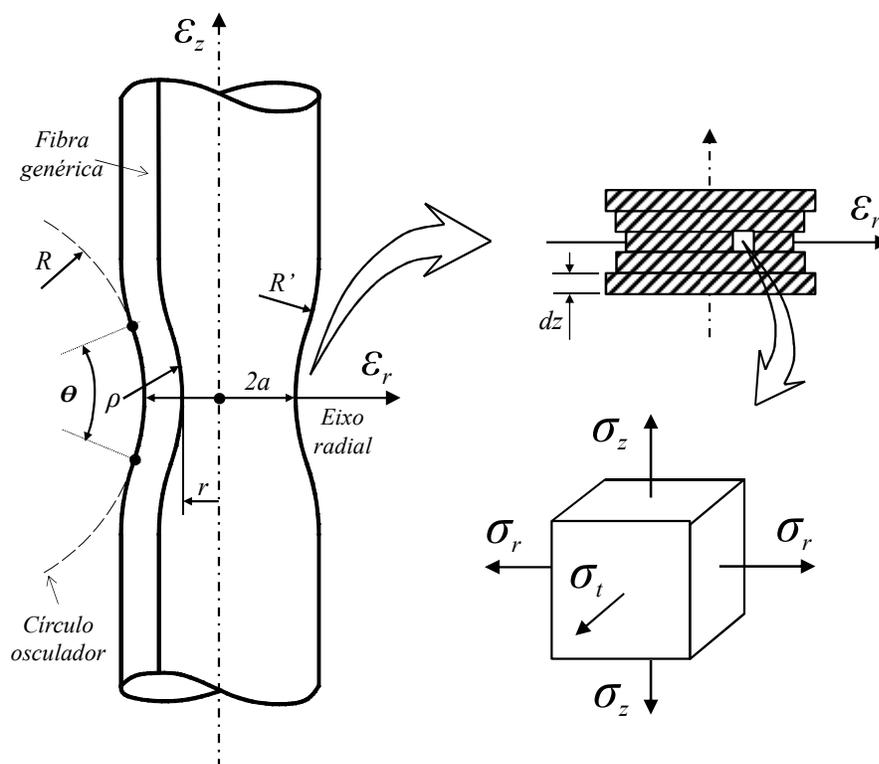


Figura 19: Ilustração da estrição em um corpo-de-prova de tração circular e dos parâmetros citados no texto e contração diferencial transversal na mínima seção do corpo-de-prova que resulta no estado triaxial de tensões.

Fonte: Autor “adaptado de” Donato, Ganharul e Azevedo, 2012, pág. 2

A Figura 20 apresenta, com base neste entendimento, uma estimativa das tensões triaxiais na região da estrição baseada nos estudos de Bridgman (1944). Nota-se aí que as tensões axiais (σ_z), embora dominantes, não são mais uniformes (além de se desviarem da simples divisão de força pela área instantânea mínima), e fica evidente o surgimento de tensões radiais (σ_r ou σ_y) e tangenciais (σ_θ ou σ_x) de mesma magnitude entre si, mas diferentes das longitudinais. Pela Figura 20, fica evidente ainda que as tensões axial, radial e tangencial têm seu valor máximo no centro da estrição, o que é condizente com a morfologia de fraturas do tipo taça-cone encontrada em espécimes de tração cilíndricos (vide Figura 21 para um exemplo obtido pela autora no presente trabalho). A porção central do espécime encontra-se sob estado triaxial de tensões com (relativamente) elevada tensão hidrostática (σ_h), enquanto a superfície externa (raio máximo) se aproxima de um estado uniaxial (com predominância de σ_z), o que favorece a movimentação de discordâncias (como resultado das elevadas tensões de desvio) e conseqüentemente a evolução da plasticidade.

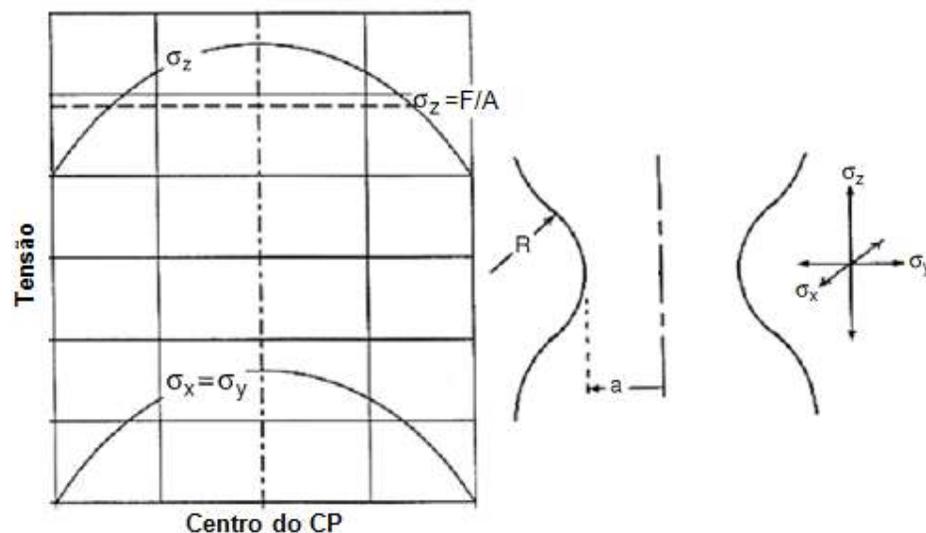


Figura 20: Distribuição de tensões na região da estrição calculada segundo as propostas de Bridgman para esta geometria idealizada da estrição.

Fonte: Autor “adaptado de” Hosford, 2010, p.43



Figura 21: Fratura taça-cone de corpo-de-prova cilíndrico de Aço Inoxidável AISI 304 recozido ensaiado em tração uniaxial.
Fonte: Autor

Devido ao estado triaxial comentado acima, a tensão equivalente verdadeira na estrição não é igual à tensão média verdadeira, calculada pela divisão da carga trativa axial pela área da mínima seção transversal do corpo-de-prova. As tensões radiais e tangenciais também devem ser consideradas para que a tensão atuante equivalente possa ser calculada e possa ser aplicada de acordo com os princípios de similitude espécime-estrutura. As formulações que suportam estas conclusões serão mostradas adiante no texto (seção 3.8.1).

Essas tensões equivalentes não podem ser calculadas diretamente no ensaio de tração, uma vez que as únicas grandezas medidas pela máquina de ensaio estão na direção axial (no caso geral, força instantânea e alongamento). Este efeito faz com que: i) ou as tensões verdadeiras não possam ser avaliadas após a estrição ou; ii) caso a menor área instantânea esteja disponível, a tensão avaliada no ensaio de tração (F/A) seja superestimada, já que esta incorpora a restrição lateral fruto da estrição (HOSFORD, 2010, CHOUNG; CHO, 2008).

Este fenômeno é geométrico e não representa o comportamento plástico real do material, não devendo ser considerado em cálculos estruturais ou em estudos de processos de conformação plástica, os quais apresentam geometrias distintas. O ideal é que o efeito da restrição lateral resultante da estrição do corpo-de-prova seja eliminado (descontado) e a curva tensão por deformação verdadeira seja corrigida para refletir o verdadeiro comportamento do material, o qual pode ser estendido a quaisquer aplicações (voltando a garantir as condições de similitude espécime-estrutura). Por esse motivo, algum método de correção deve ser aplicado, para que o estado triaxial de tensões seja transformado em um estado uniaxial equivalente. Um estudo detalhado da estrição segue, para que as metodologias existentes possam ser apresentadas e investigadas criticamente.

3.7 Estudo da estrição de espécimes cilíndricos

Desde 1944 quando Bridgman determinou a distribuição das tensões na estrição dos corpos-de-prova ensaiados em tração, alguns outros pesquisadores conduziram estudos nesse sentido usando diferentes métodos, obtendo, porém, resultados similares aos de Bridgman. O pesquisador Saje (1979) obteve alguns novos resultados pela integração numérica das equações de equilíbrio, utilizando o método das diferenças finitas.

Foi assumido por Saje (1979), que a estrição em corpos-de-prova reais aparece devido a imperfeições do material e da sua estrutura geométrica. Essa estrutura é usualmente desconhecida, conseqüentemente é impossível prever a posição real da estrição, ao contrário do que dizem outras teorias.

Seu estudo considerou uma barra submetida a um deslocamento axial uniforme aplicado às extremidades, em forma de pequenos incrementos e a cada estágio da deformação a análise foi executada. O alongamento foi interrompido quando o deslocamento atingiu o valor de 0,37525 do comprimento, pois o procedimento começou a divergir. A Figura 22 mostra a curva da carga axial trativa normalizada ($F/F_{\text{máx}}$) versus a redução de área (A/A_0) para uma barra ideal (curva 1), onde a estrição nunca aparece e para a barra analisada por Saje no seu estudo (curva 2).

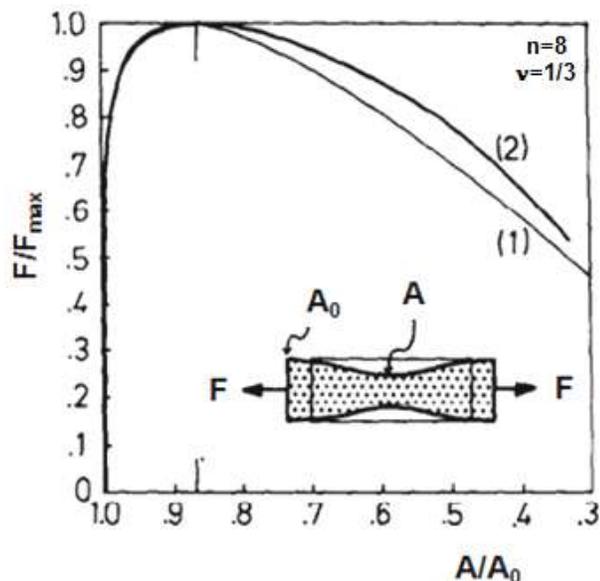


Figura 22: Carga axial trativa por redução de área (1) Curva da barra ideal e (2) Curva da barra analisada.
Fonte: Autor "adaptado de" Saje, 1979, p. 736

As respectivas curvas de carga axial vs. deformação de engenharia ($\Delta L/L_0$) são mostradas na Figura 23, onde se nota a diferença entre a posição da curva da barra perfeita (1) em relação à curva da barra empescoçada (2).

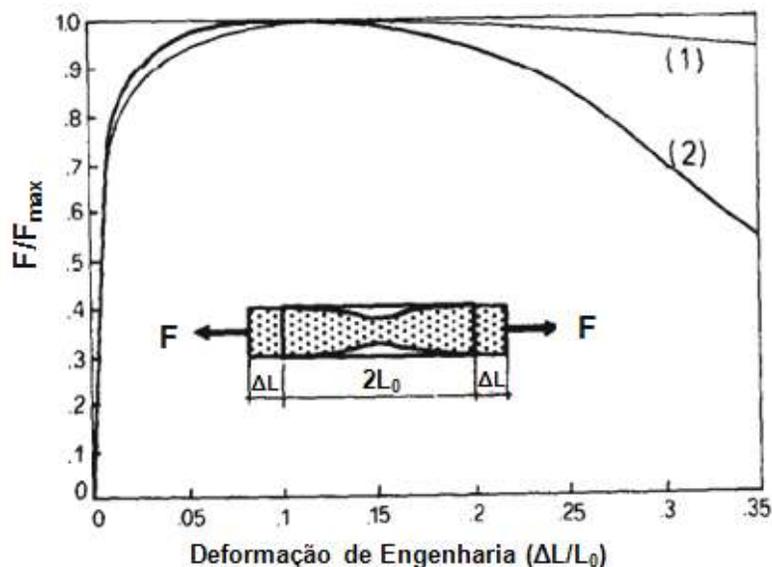


Figura 23: Carga axial trativa por deformação de engenharia (1) Curva da barra ideal e (2) Curva da barra empescoçada.

Fonte: Autor “adaptado de” Saje, 1979, p. 736

Quando a carga axial diminui, a tensão efetiva também diminui, o material perde a capacidade de suportar carga e a seção transversal da estrição se contrai muito rapidamente. A diminuição da força axial causa grandes zonas descarregadas e localiza as deformações plásticas mais próximas a região da estrição (SAJE, 1979). Isto pode ser visto na Figura 24, onde a expansão do carregamento plástico e as zonas descarregadas são representadas em uma barra indeformada para diferentes estágios de deformação.

Os perfis das barras estriacionadas, em três estágios de deformação ($A/A_0=0,56$; $0,43$ e $0,33$), podem ser vistos na Figura 25 (a-c), onde as regiões deformadas são comparadas com as originais, permitindo uma visão clara das deformações locais.

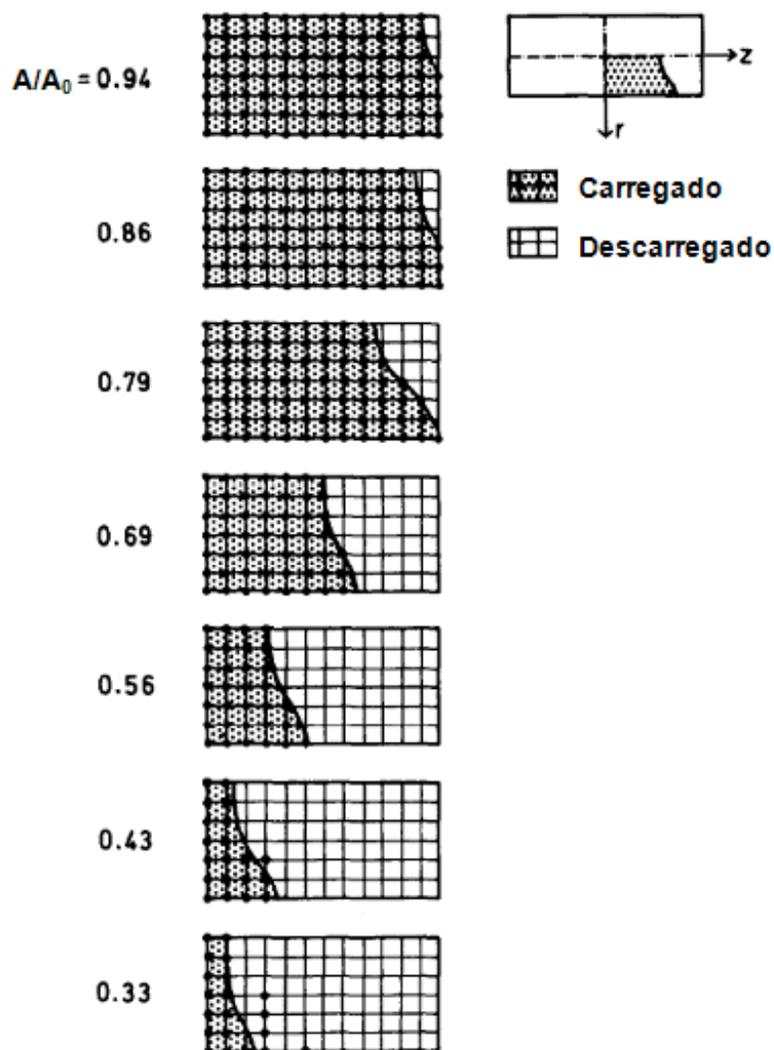


Figura 24: Deformação plástica na região da estrição formada no corpo-de-prova durante o ensaio de tração.
 Fonte: Autor "adaptado de" Saje, 1979, p. 737

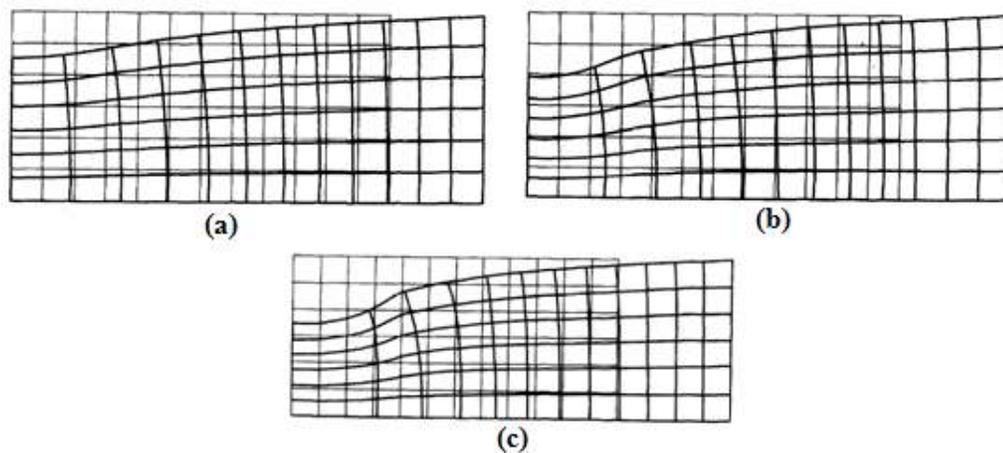


Figura 25: Estágios da formação da estrição no prova durante o ensaio de tração (a) $A/A_0=0,56$; (b) $A/A_0=0,43$ e
 (c) $A/A_0=0,33$
 Fonte: Saje, 1979, p. 738

Bridgman (1944 apud BRIDGMAN, 1952), assim como Davidenkov e Spiridonova (1946) focaram suas atenções somente à mínima seção transversal do corpo-de-prova. Ambos assumiram ainda que os componentes da tensão radial e tangencial são iguais durante todo o processo de formação da estricção e assim, ambos alcançaram o mesmo resultado em termos de distribuições de tensões.

Bridgman, assumindo que a geometria da formação da estricção é circular (vide Figura 20), sugeriu que a configuração geométrica da estricção após a instabilidade segue o raio de curvatura dado por

$$\rho = \frac{a.R}{r}, \quad (99)$$

onde a é o raio da mínima seção transversal, r é o raio de uma fibra qualquer em análise e R é o raio de curvatura do contorno nessa mínima seção, que pode ser medido pela projeção do contorno numa tela, utilizando-se um gabarito de raios ou outra técnica equivalente. Este círculo é denominado círculo osculador e todas as grandezas descritas acima podem ser observadas nas Figuras 19 e 20.

A comparação dos resultados obtidos por Saje (1979) apresentada pelo próprio autor em seu trabalho mostrou que sua análise está de acordo com a proposta de Bridgman (1944).

Norris et al. (1977) mostraram com seus resultados que tensões (Figura 26(a)) e deformações (Figura 26(b)) decrescem do eixo de simetria até a superfície do corpo-de-prova e verificou que as distribuições das tensões radial e tangencial são iguais até uma redução de área de aproximadamente 54%, o que significa que até esse ponto todos os métodos de correção que adotam tal hipótese devem coincidir. Depois disso, essas tensões divergem e já não existe mais uma boa concordância entre os métodos. Saje (1979), por sua vez, encontrou com seus resultados que essas tensões são iguais somente até uma redução de área de aproximadamente 43%, o que, embora mereça investigações futuras, chama a atenção para a consideração dos limites de validade dos métodos que serão discutidos mais adiante.

Propostas alternativas como o modelo MLR, de Mirone (2004), apresentaram boa aderência para o caso de grandes deformações, porém trata-se de uma proposta numérico-empírica sugerida para futuras investigações e aprimoramento dos estudos do presente trabalho, já que apresenta limitações em algumas regiões.

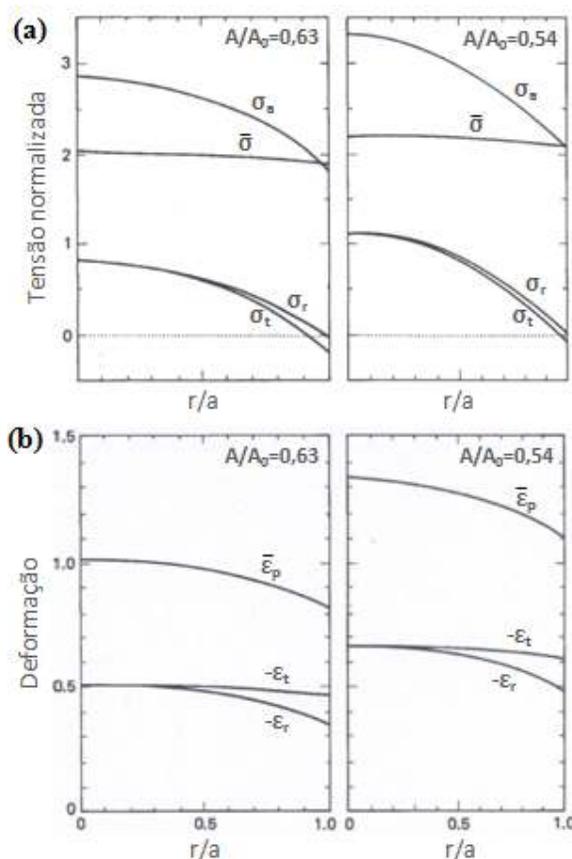


Figura 26: (a) Distribuição das tensões na estrição; (b) Distribuição das deformações na estrição.
 Fonte: Autor “adaptado de” Norris et al., 1978, p. 13

Todos os pesquisadores mencionados acima não consideraram a evolução da fratura (iniciação de microcavidades e trincas) e por isso, por meio de seus estudos não é possível prever quando o corpo-de-prova falha definitivamente. De acordo com Norris et al. (1977), os resultados obtidos têm valor prático desde que não aplicados para os instantes finais antecedentes à fratura final. Vale lembrar que o mecanismo do processo de fratura de um material dúctil (taça-cone) se origina a nível microscópico devido à iniciação, crescimento e coalescimento das microcavidades. No caso de corpos-de-prova cilíndricos de tração, pelos maiores níveis de tensão equivalente, o processo de nucleação se inicia na porção central do corpo-de-prova como pode ser identificado qualitativamente na Figura 21. O presente trabalho não se interessa (nesse estágio) pelos momentos finais da fratura. Assim, as premissas de material homogêneo, contínuo e coeso são admitidas.

3.8 Métodos de correção das curvas tensão por deformação de engenharia

Para a melhor interpretação, descrição e entendimento dos fenômenos que ocorrem nos corpos-de-prova ensaiados em tração, após a formação da estrição, vários métodos de correção da curva de engenharia já foram propostos. Dentre eles destaca-se o método de correção proposto por Bridgman (1944) que estudou a distribuição de tensões na estrição de amostras axissimétricas ensaiadas em tração, assim como feito em seguida por Davidenkov e Spiridonova (1946).

Thomason (1969) calculou os perfis das amostras de tração estriacionadas baseado na “máxima taxa de descarregamento”, porém nenhuma solução para a distribuição de tensões foi incluída em seu trabalho. Segal (1969) também desenvolveu um estudo sobre a plastificação do material na estrição de uma amostra idealmente plástica, fazendo alguns cálculos tanto para as tensões quanto para os campos de deslocamento, porém sua análise também não forneceu uma solução completa para a descrição da distribuição de tensões e deformações em amostras axissimétricas ensaiadas em tração uniaxial.

Mirone (2004) propôs alguns ajustes para melhorar a distribuição de tensões para regimes de grande plasticidade, antes da falha e obteve resultados acurados no centro da estrição, porém, nos contornos externos a discrepância entre o seu método (MLR) e o modelo de elementos finitos foi considerável (maior do que 10%).

A Figura 27 demonstra (para um aço ABNT 1020) o que é desejado dos métodos de correção, com base na determinação de tensões e deformações efetivas que incorporem (descontem) os efeitos de triaxialidade. Nela podem ser vistas as curvas tensão por deformação de engenharia (obtida com os dados do ensaio de tração do material), verdadeira com área mínima (também obtida a partir de dados experimentais com medição instantânea do diâmetro mínimo do corpo-de-prova) e corrigida após a formação da estrição para efeitos de triaxialidade, no caso da Figura pelo método de Bridgman (1944). Fica evidente a expressiva superestimativa de tensões se a correção por triaxialidade não for incorporada ao tratamento de dados.

Em seguida serão apresentados criticamente os métodos de correção mais relevantes segundo o julgamento da autora, salientando que o foco desse trabalho é a utilização exploratória da correção de Bridgman aplicada a corpos-de-prova de seção cilíndrica ensaiados em tração e cuja geometria foi acompanhada em detalhes por análise de imagens de alta resolução, utilizando uma técnica especificamente desenvolvida.

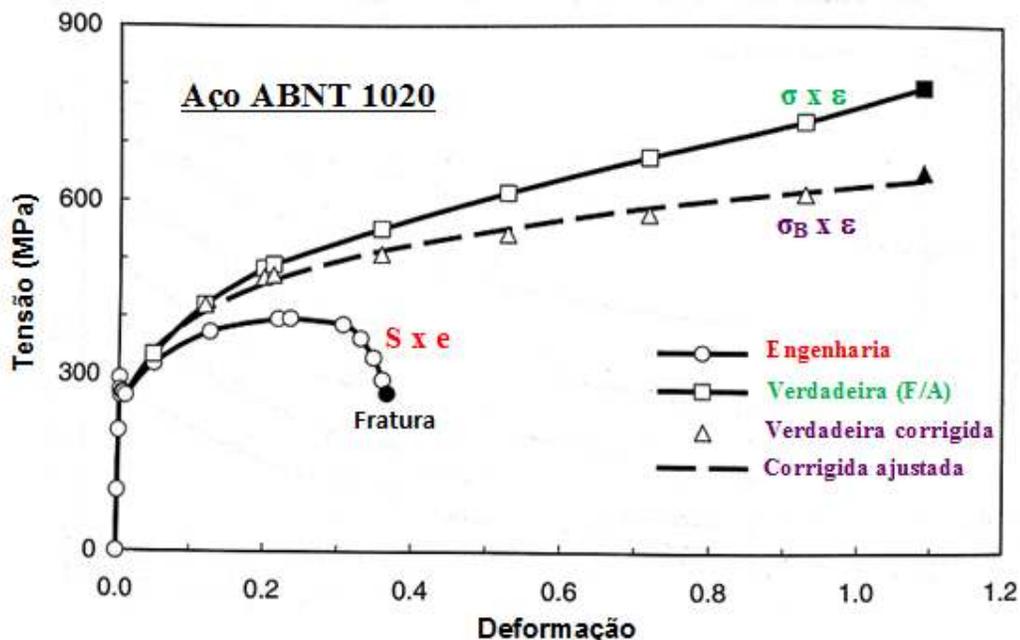


Figura 27: Esquema representativo das curvas Tensão x Deformação. (1) Curva de engenharia, (2) curva verdadeira desconsiderando triaxialidade e (3) curva corrigida por Bridgman.

Fonte: Autor “adaptado de” Dowling, 2007, p.126.

3.8.1 Correção de Bridgman

Para corpos-de-prova cilíndricos, a correção de Bridgman é a mais mencionada e utilizada na literatura para a avaliação do estado triaxial de tensões após a ocorrência da estricção. No ano de 1944, P.W. Bridgman estudou a evolução geométrica dos espécimes pós-instabilidade como já mencionado para fins introdutórios e verificou que a ocorrência da estricção resulta na geração de tensões radiais e tangenciais, assim, o comportamento do material passa a ser afetado e a tensão axial verdadeira é superestimada, portanto, a correção ilustrada pela Figura 27 se faz necessária (LING, 1996; DOWLING, 2007).

Tais correções podem ser entendidas em três níveis de profundidade do tratamento de dados dos ensaios de tração, a saber:

- O nível zero no qual a estricção e a própria deformação transversal do corpo-de-prova não são considerados (determinado pela divisão da carga pela área inicial da amostra – tensão de engenharia – curva 1 da Figura 27).
- O primeiro nível de aproximação que leva em consideração a formação da estricção e utiliza valores médios de tensão ao longo do mesmo (determinado pela

divisão da carga de tração pela área instantânea da amostra – tensão verdadeira – curva 2 da Figura 27). Obviamente nesse tipo de cálculo são necessárias várias medições instantâneas de diâmetro da estrição sincronizadas à carga aplicada pela máquina.

- c) O segundo nível de aproximação busca determinar a distribuição da tensão e da deformação na seção transversal da estrição com precisão suficiente para que tensões e deformações efetivas possam ser computadas, permitindo que as condições de fratura sejam melhor descritas principalmente na região central (próxima ao eixo do corpo-de-prova – culminando na curva 3 da Figura 27).

Sob condições normais de ensaio, nas quais a fratura ocorre com reduções de área da ordem de até 50%, alguns autores indicam que a correção para os efeitos de estrição não se faz necessária. Entretanto, a própria Figura 27 ilustra um expressivo desvio mesmo para tais níveis de deformação e para fins de simulação numérica tais diferenças podem incorrer em imprecisões do comportamento estrutural e integridade de componentes. Ainda, é sabido que grandes reduções de área podem vir acompanhadas de aumento significativo de ductilidade imposto pela elevada tensão hidrostática induzida, cenário este que justifica e motiva a utilização da segunda aproximação incorporando efeitos de triaxialidade (BRIDGMAN, 1952).

O foco do trabalho original de Bridgman (1944 apud BRIDGMAN, 1952) foi desenvolver um método para relacionar a tensão com a deformação verdadeira na região que está além da estrição. Para isto, Bridgman assumiu algumas hipóteses:

- 1) a distribuição das deformações na região da estrição é uniforme. Ainda, a deformação plástica radial (ϵ_r) na mínima seção transversal é a mesma que a deformação plástica tangencial (ϵ_t) e o dobro da deformação plástica axial (ϵ_a) como resultado da manutenção de volume na deformação plástica, na forma:

$$\epsilon_r = \epsilon_t = -\frac{\epsilon_a}{2} . \quad (100)$$

Baseado na hipótese (1), a deformação plástica equivalente na mínima seção transversal ($\bar{\epsilon}$) é igual à deformação axial média na mínima seção transversal. Introduzindo-se a condição de volume constante prevista para a região da deformação plástica, e

substituindo-se a área da seção transversal final (A_f) pela área da seção transversal mínima instantânea (A), obtém-se:

$$\bar{\varepsilon} = \int_{L_0}^{L_a} d\varepsilon_a = \varepsilon_a = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right), \quad (101)$$

o que significa que para obter a deformação equivalente na região da estrição, é necessário medir somente a dimensão instantânea da mínima seção transversal (aqui denotada a).

- 2) a linha de grade longitudinal desenhada paralela ao eixo longitudinal de um corpo-de-prova (vide Figura 19) é deformada em uma curva similar à da estrição, cujo contorno descreve aproximadamente um arco de circunferência, então a curvatura da linha de grade (ρ) é dada pela Equação (99), que pode ser reescrita na forma

$$\frac{1}{\rho} = \frac{r}{a.R} .$$

- 3) a relação das tensões principais permanece constante durante o carregamento (o que significa hipótese de carregamento proporcional), e o critério de escoamento de von Mises é aplicável, isto é, para qualquer situação triaxial de tensões existe uma tensão uniaxial equivalente, dada pela Equação (42).

Todas as hipóteses descritas serão analisadas em detalhes na sequência.

O contorno da vizinhança da estrição pode ser caracterizado por um parâmetro simples, o raio de curvatura (R) do círculo osculador do perfil da estrição (Figura 19), que é um parâmetro a ser determinado experimentalmente, medido independentemente da carga aplicada pela máquina durante o ensaio e do diâmetro da estrição. O raio de curvatura do contorno da estrição pode ser tomado como uma função da redução de área para simplificar o procedimento experimental em muitos casos.

Nos estudos de Bridgman é assumido que os ensaios são conduzidos sob pressão de 1 atm. Também é assumida axissimetria do corpo-de-prova e simetria em relação à estrição. São utilizadas coordenadas retangulares (x , y , z) e para as componentes de tensão são utilizadas as notações convencionais nesse sistema de coordenadas. As grandezas importantes a serem consideradas são a (raio externo da seção transversal da estrição), R (raio de

curvatura, na estrição, da seção da estrição que contém o eixo), A_0 (área inicial da seção transversal do corpo-de-prova) e A (área final do corpo-de-prova na estrição).

Para qualquer solução, seja no regime elástico ou no regime plástico, o corpo-de-prova está sujeito às equações de equilíbrio. Uma vez que a amostra tem axissimetria todas as derivadas em relação a y desaparecem, portanto, as três equações de equilíbrio usuais são reduzidas a uma, dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x}(x \cdot \sigma_{xx}) = \sigma_{yy} + \int_0^r x \frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial z^2} dx . \quad (102)$$

As coordenadas utilizadas nas equações de equilíbrio são precisas pelo fato de serem coordenadas do corpo-de-prova indeformado, porém, devem ser consideradas as coordenadas do corpo-de-prova deformado, pois se trata de uma avaliação em regime de grandes deformações (BRIDGMAN, 1952).

Das condições de contorno, que se reduzem a uma superfície externa curvada livre de tensão, conforme demonstrado na Figura 28, sabe-se que:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{zz} \tan^2 \alpha ; \quad (103)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zz} \tan \alpha . \quad (104)$$

Da condição imposta pela carga, tem-se que

$$2\pi \int x \cdot \sigma_{zz} \cdot dx = \text{carga} = \text{constante} , \quad (105)$$

onde a integração é estendida a qualquer seção transversal ao eixo.

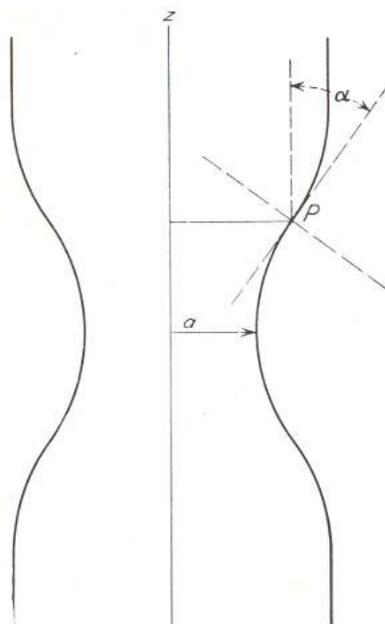


Figura 28: Representação das condições de contorno na estrição de um corpo-de-prova de tração.
Fonte: Bridgman, 1952, p. 12

Infelizmente essas condições não são suficientes para a determinação da solução do problema da triaxialidade de tensões na estrição. Para solucioná-lo é necessário que as condições impostas pelo comportamento plástico do material sejam consideradas, para tanto, o critério de von Mises (Equação (42)) passa a ser analisado. Se o material fosse “idealmente” plástico, a função seria constante, mas na realidade, ocorre encruamento e por essa razão, a função é dependente das deformações. Supondo que as deformações variam muito pouco ao longo da estrição, a função de von Mises pode ser tomada independente de r .

Em geral, existem também condições de deformações que devem ser satisfeitas no campo da deformação plástica. Assumindo isotropia no encruamento, essas condições são descritas pelas Equações (61-63).

Essas deformações são sujeitas a uma condição adicional se for admitido que, de acordo com as suposições sobre o encruamento, ϵ_z é constante ao longo da seção. As condições de conservação de volume para um determinado deslocamento radial (ρ) impostas sobre essas condições resultam na equação

$$\rho = -\frac{\epsilon_z}{2}x + \frac{c}{x} \quad . \quad (106)$$

Para evitar os valores infinitos nos eixos, c vale zero e $\rho = -(\varepsilon_z/2)x$, portanto, tem-se que $\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\varepsilon_z/2$, conforme já descrito pela Equação (36).

Portanto, para a determinação da solução do problema das tensões na estrição do corpo-de-prova de tração, é necessário encontrar um sistema que satisfaça todas as condições impostas. Se for admitido que $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$, as condições de ε_x e ε_y são satisfeitas e ainda admitindo que $\sigma_{zz} = \sigma_{zz \text{ na sup. externa do pescoco}} + \sigma_{xx}$, a condição de plasticidade de Mises é satisfeita, e assim, o sistema de tensões é simplesmente descrito.

Para completar a solução a Equação (102) faz a conexão entre $\partial^2 \sigma_{zz} / \partial z^2$, σ_{xx} e a Equação (105). E assim, obtêm-se duas equações para duas condições desconhecidas. Entre outras coisas, estas equações vão impor a condição no contorno da estrição, uma vez que a Equação (106) é válida não somente na parte mais estreita do mesmo, mas em outros pontos também.

A Figura 29 representa as variáveis em uma vizinhança próxima o suficiente da estrição para permitir que o contorno externo seja representado por um círculo, onde o raio da estrição e o raio de curvatura são dados. Pode ser visto ainda que uma das linhas de tensão principal é normal à superfície e sabe-se que nos eixos as linhas são normais ao eixo. Conseqüentemente pode-se aproximar as linhas completas das tensões principais na vizinhança imediata da estrição por círculos com centros no eixo.

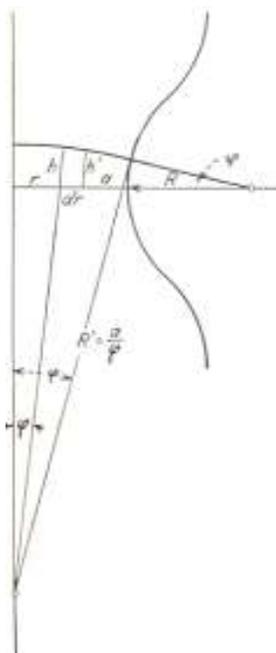


Figura 29: Representação das condições de análise de tensões na vizinhança da estrição do corpo-de-prova.
Fonte: Bridgman, 1952, p. 14

Considerando o círculo de tensão particular que corta o contorno a tal ponto de subtender o pequeno ângulo φ no centro da curvatura do contorno, pode-se dizer que o raio de curvatura R' do círculo de tensão é a/φ . Considerando agora um ponto na estricção distante r do eixo, o comprimento r subtende um ângulo φ' no centro do círculo R' . Então $\varphi' = (r/a)\varphi$. Através do ponto r , perpendicular ao raio, passa um membro da família das linhas de tensão principal da qual o contorno externo é outro membro. Esta linha é perpendicular ao raio r e ao círculo de raio R' , pode-se assumir também que esta linha é um círculo, assim seu raio pode ser computado e a mesma será tratada como uma linha reta perpendicular ao raio r . Considerando agora o elemento de volume contornado por dois planos axiais incluindo entre eles o pequeno ângulo φ , por cilindros com raios r e $r+dr$, pelo plano perpendicular ao eixo na estricção e pela superfície esférica de raio R' , as forças nas faces deste elemento são inteiramente normais e são dadas pelos componentes de tensão principal. A condição para que a força na direção x (que agora passa a ser chamada de r , para representar o raio da fibra) nas seis faces deste elemento desapareça é dada pela equação:

$$\left(\sigma_{zz} + h \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) \text{sen} \varphi' \left(r + \frac{dr}{2} \right) y \cdot dr = \sigma_{xx} h \cdot r \cdot y - \left(\sigma_{xx} + dr \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial r} \right) \cdot (r + dr) h' \cdot y + \sigma_{yy} \cdot \text{sen} \varphi \cdot y \cdot h \cdot dr$$

E ainda:

$$h = R \varphi + R' [\cos \varphi' - \cos \varphi] ;$$

$$h' = R \varphi + R' [\cos (\varphi' + d\varphi') - \cos \varphi] .$$

Expandindo a equação, mantendo somente os termos de mais baixa ordem, tem-se que:

$$\sigma_{zz} \cdot \frac{r^2}{a} = \sigma_{xx} \cdot \left(\frac{3r^2}{a} - \frac{a}{2} - R \right) - r \frac{d\sigma_{xx}}{dr} \cdot \left(R + \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2 - r^2}{a} \right) + \sigma_{yy} \cdot \left(R + \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2 - r^2}{a} \right) \quad (107)$$

Na Equação (107), a qual envolve as três componentes de tensão, pode-se ainda substituir algumas relações particulares, como $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ e $\sigma_{zz} = \sigma_{xx} + \sigma_{zza}$. O parâmetro σ_{zza} é, portanto a parcela de tensão (axial) que causa o escoamento do material (já que as demais três componentes de tensão apresentam mesma magnitude e, portanto configuram a sollicitação hidrostática). A tensão σ_{zza} representa, conseqüentemente, a tensão equivalente verdadeira na mínima seção transversal do corpo-de-prova em um alongamento particular sob

condições homogêneas. Na próxima etapa, a notação $\sigma_{zz,a}$ é substituída por f (da nomenclatura usual em inglês para “*flow stress*”, ou seja, tensão equivalente verdadeira na mínima seção transversal do corpo-de-prova), e assim a Equação (107) torna-se uma equação em função apenas da componente σ_{xx} .

$$\frac{d\sigma_{xx}}{dr} \cdot \left(R + \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2 - r^2}{a} \right) + \frac{r}{a} f = 0 \quad (108)$$

As variáveis são separadas e a Equação (108) pode ser integrada juntamente com as condições de contorno já discutidas, fornecendo a solução por meio das Equações (109,110).

$$\sigma_{xx} = f \cdot \ln \left(\frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right) \quad (109)$$

$$\sigma_{zz} = f \cdot \left(1 + \ln \frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right) \quad (110)$$

A conexão com a carga é dada pela integração do perímetro de cada raio infinitesimal a partir do centro (cuja integral resulta na área da seção) multiplicado pela tensão, na forma

$$\text{Carga} = \int_0^a 2\pi \cdot r \cdot \sigma_{zz} \cdot dr = \pi \cdot f \cdot (a^2 + 2aR) \cdot \ln \left(1 + \frac{a}{2R} \right) \quad (111)$$

Dividindo-se a Equação (111) pela área, obtém-se a tensão axial média ou tensão nominal na mínima seção transversal como

$$\sigma_{zz(\text{médio})} = \frac{\text{Carga}}{\pi a^2} = f \cdot \left(1 + \frac{2R}{a} \right) \cdot \ln \left(1 + \frac{a}{2R} \right) \quad , \quad (112)$$

que também pode ser escrita em função da tensão equivalente verdadeira na mínima seção transversal do corpo-de-prova (f) como:

$$f = \frac{\sigma_{zz}(\text{m\u00e9dio})}{\left(1 + \frac{2R}{a}\right) \ln\left(1 + \frac{a}{2R}\right)} \quad (113)$$

Conforme j\u00e1 discutido, sabe-se que a se\u00e7\u00e3o transversal do corpo-de-prova submetido ao ensaio de tra\u00e7\u00e3o tende a se reduzir mais do que a regi\u00e3o exatamente acima e exatamente abaixo dela. Como resultado, a regi\u00e3o acima e abaixo da m\u00ednima impede a redu\u00e7\u00e3o livre da regi\u00e3o da m\u00ednima se\u00e7\u00e3o transversal e o estado de tens\u00e3o triaxial se desenvolve nessa regi\u00e3o. A varia\u00e7\u00e3o da tens\u00e3o hidrost\u00e1tica ao longo do raio da se\u00e7\u00e3o contribui para o aumento da tens\u00e3o axial m\u00e9dia.

A solu\u00e7\u00e3o obtida satisfaz as equa\u00e7\u00f5es de equil\u00edbrio, as condi\u00e7\u00f5es de contorno e a condi\u00e7\u00e3o de plasticidade de von Mises. Essa solu\u00e7\u00e3o foi alcan\u00e7ada considerando que as deforma\u00e7\u00f5es s\u00e3o constantes ao longo da se\u00e7\u00e3o e que a tens\u00e3o circunferencial \u00e9 igual a zero na periferia, por\u00e9m, essas observa\u00e7\u00f5es deveriam idealmente ser descobertas e n\u00e3o assumidas como realizado nos trabalhos originais de Bridgman (1952).

Assumindo carregamento proporcional, Bridgman admitiu que as tens\u00f5es radiais (σ_r) e tangenciais (σ_t) s\u00e3o as principais atuantes al\u00e9m, obviamente, das tens\u00f5es axiais (σ_a). Portanto, substituindo a Equa\u00e7\u00e3o (113) nas equa\u00e7\u00f5es (109) e (110) as componentes de tens\u00e3o podem ser escritas (tanto no sistema cartesiano como cil\u00edndrico de coordenadas) como:

$$\sigma_{xx} = \sigma_r = \sigma_t = \frac{\sigma_{zz}(\text{m\u00e9dio})}{\left(1 + \frac{2R}{a}\right)} \left\{ \frac{\ln\left(\frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR}\right)}{\ln\left(1 + \frac{a}{2R}\right)} \right\} \quad (114)$$

$$\sigma_{zz} = \sigma_a = \frac{\sigma_{zz}(\text{m\u00e9dio})}{\left(1 + \frac{2R}{a}\right)} \left\{ \frac{1 + \ln\left(\frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR}\right)}{\ln\left(1 + \frac{a}{2R}\right)} \right\} \quad (115)$$

A Figura 30 mostra a distribui\u00e7\u00e3o das tens\u00f5es previstas por Bridgman apresentadas em fun\u00e7\u00e3o do raio da se\u00e7\u00e3o m\u00ednima para um corpo-de-prova cil\u00edndricos de a\u00e7o ABNT 1020 aleatoriamente selecionado, com di\u00e2metro original de 12 mm (neste instante deformado com

diâmetro mínimo de 6 mm), submetido ao ensaio de tração. Os detalhes serão apresentados nas seções seguintes.

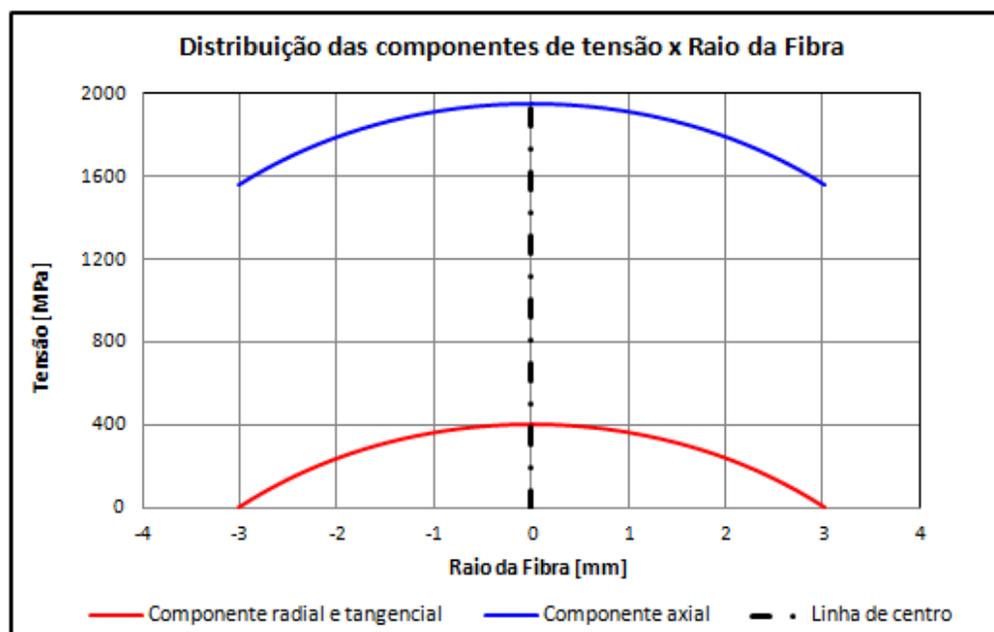


Figura 30: Gráfico das componentes de tensão em função do raio da fibra. Dados verdadeiros do ensaio de tração em um corpo-de-prova cilíndrico de aço ABNT 1020 (Diâmetro original: 12 mm; Diâmetro instantâneo: 6 mm).
Fonte: Autor.

A própria Figura 30 demonstra que pelos resultados de Bridgman a tensão hidrostática varia ao longo da seção do valor zero na superfície externa até um valor máximo no eixo. A tensão σ_{zz} é conseqüentemente máxima no eixo e mínima na superfície livre.

A questão da uniformidade da deformação também foi investigada por Bridgman (1944 apud BRIDGMAN, 1952). Para tanto, amostras foram divididas em duas partes longitudinais ao longo do eixo, sendo elas o núcleo e a parte externa do corpo-de-prova (Figura 31) e em seguida soldadas por meio de solda prata, que fornecia resistência suficiente à deformação da amostra como se fosse uma peça única e, então puxadas em tração até um nível desejável de estricção. Uma condição para a uniformidade da deformação é que a razão entre o diâmetro externo e o diâmetro do núcleo seja a mesma antes e depois do ensaio.

Seis amostras feitas com o mesmo lote de aço comercial, laminado a frio, foram examinadas no estudo de Bridgman. Duas amostras foram feitas de três diferentes diâmetros de núcleo de maneira que a área do mesmo valia aproximadamente 50%, 25% e 12% da seção total. Um lote destas foi ensaiado em tração a pressão atmosférica até uma redução de área de

42% e um segundo lote foi ensaiado em tração sob pressão hidrostática de 350 psi até uma redução de área de aproximadamente 92%.

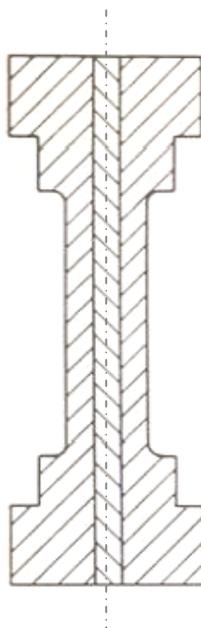


Figura 31: Representação do núcleo e da parte externa do corpo-de-prova de tração para determinação da distribuição de tensões ao longo da estrição.

Fonte: Bridgman, 1952, p. 18

As Figuras 32(a) e 32(b) mostram fotografias da seção longitudinal de duas amostras tracionadas até 92% de redução de área na qual a parte central ocupava originalmente respectivamente 12 e 25% da seção total. Observa-se a olho nu que a razão do diâmetro do núcleo e do diâmetro externo é aproximadamente a mesma na estrição quando comparada as regiões indeformadas, longe da estrição, onde a razão é a mesma que a razão inicial, ou seja, antes da tração. As medições micrométricas mostraram, em alguns casos, uma pequena variação da razão entre o diâmetro externo e o diâmetro do núcleo. A variação é tal que a razão tem um valor máximo na estrição. Como era esperado, a variação é maior nas amostras puxadas até a redução de área de 92% e que possuíam a menor região central (12%).

Na estrição desse corpo-de-prova a razão entre o diâmetro externo e o diâmetro da parte central foi de 3,18 contra a razão inicial de 2,88. Para a amostra na qual a área da parte central era de 25% da seção total, a razão entre o diâmetro externo e o diâmetro da parte central na estrição foi de 2,09 contra 1,95 inicial e para a amostra na qual a área inicial era de aproximadamente 50% da área total as relações foram 1,46 e 1,43 respectivamente. Para as três amostras puxadas somente até 42% de redução de área, nenhum aumento da razão entre o diâmetro externo e do núcleo na estrição foi além do erro experimental. Vale ressaltar que,

pelo julgamento da autora, o nível de precisão das medições realizadas e a não consideração, por parte de Bridgman, da formação de microcavidades mesmo nos instantes de grande deformação precedentes à falha, podem incorrer em imprecisões nas conclusões acima apresentadas e o assunto merece futuras investigações numéricas e fenomenológicas.

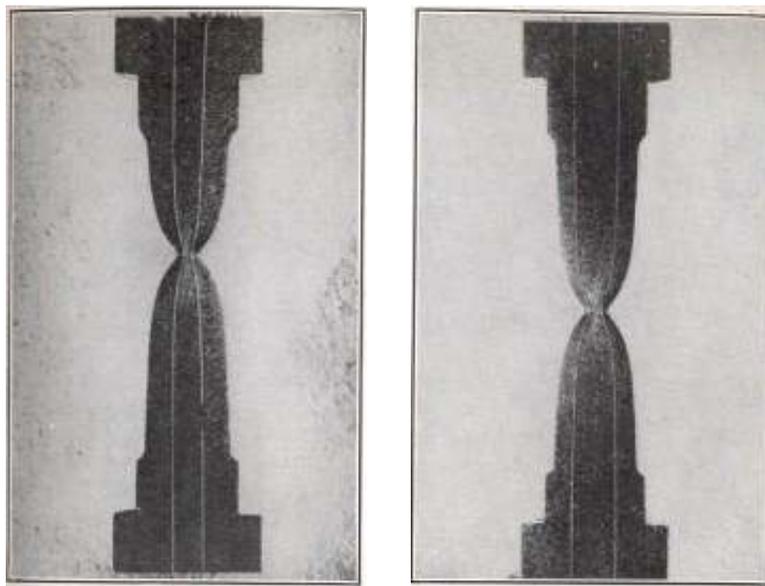


Figura 32: Seção longitudinal do corpo-de-prova com núcleo soldado a parte externa após ensaio de tração até a redução de área de 92%. O núcleo originalmente ocupava (a) 12% e (b) 25% da seção, respectivamente.
Fonte: Bridgman, 1952, p. 19

Outro efeito observado foi a influência da pressão e da tensão hidrostática na equação de von Mises, porém o erro proveniente da consideração das mesmas não ultrapassa o erro experimental e não é grande o suficiente para influenciar em qualquer uma das condições qualitativas do estudo, além disso, evidências experimentais de Bridgman mostraram que as deformações na estrição são distribuídas de maneira uniforme (BRIDGMAN, 1952).

Davidenkov e Spiridonova (1946) conduziram um estudo opondo-se a suposição de Bridgman (1944) em relação à uniformidade de deformação ao longo da estrição, porém constataram a uniformidade de deformações com base na análise estatística de um grande número de medições do formato dos grãos deformados em varias posições da estrição formada em amostras ensaiadas em tração, pois não encontraram nenhuma evidência de distorção notável em uma direção preferencial. Siebel (1925 apud BRIDGMAN, 1952) também estudou a uniformidade de deformações na estrição, e conduziu seu estudo considerando a coordenada y tendendo a infinito, para que assim as componentes de tensão

nessa direção fossem iguais a zero. Para fins comparativos, a formulação final de Siebel (também obtida por Davidenkov e Spiridonova em 1946), foi a Equação (116) que segue.

$$\sigma_{zz(\text{médio})} = f \cdot \left(1 + \frac{a}{4R} \right) \quad (116)$$

A próxima consideração feita por Bridgman foi, então, introduzir a pressão hidrostática (P_h) sob a qual o ensaio é conduzido, nas equações já conhecidas que descrevem as tensões. Sua conclusão foi que a solução obtida se aplica, adicionando-se apenas a pressão hidrostática. A razão para isso é que a condição de plasticidade de von Mises e as equações de equilíbrio de tensões não são afetadas pela pressão hidrostática, como já discutido na seção de teoria de plasticidade (BRIDGMAN, 1952).

O sistema completo de tensões no ensaio de tração é agora resultante dos três sistemas de tensão sobrepostos: a pressão hidrostática, a componente de σ_{zz} ao longo da seção e igual a tensão f ($\sigma_{zz a}$), e a tensão hidrostática que varia de zero na superfície externa da estrição até o valor máximo no eixo. Reescrevendo as equações das tensões, resulta:

$$\sigma_{xx} = -P_h + 0 + f \cdot \ln \left(\frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right); \quad (117)$$

$$\sigma_{yy} = -P_h + 0 + f \cdot \ln \left(\frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right); \quad (118)$$

$$\sigma_{zz} = -P_h + 0 + f \cdot \ln \left(\frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right). \quad (119)$$

A conexão entre a tensão f da Equação (113) e a carga de tração continua sendo a mesma da Equação (111). Retornando à distribuição de tensões na estrição, as tensões na superfície externa descritas pelas equações (117-119) resumem-se a simplesmente f . Nos outros pontos da estrição a tensão equivalente pode ser encontrada subtraindo-se a componente hidrostática. Isso mostra que conforme discutido anteriormente, o valor de f é constante em todo o caminho ao longo da estrição, independente do valor de r .

O fator pelo qual a tensão média é multiplicada para obter a tensão equivalente verdadeira na mínima seção transversal do corpo-de-prova (f) pode ser chamado de fator de correção de Bridgman e aqui será denominado k , sendo expresso pela Equação (120).

$$k = \frac{1}{\left(1 + \frac{2R}{a}\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{a}{2R}\right)} \quad (120)$$

O parâmetro k é considerado um fator de correção que é aplicado à formulação da tensão axial média para a correção da mesma na forma de $f = \sigma_B = k \cdot \sigma_{zz\text{médio}}$, onde σ_B é a tensão corrigida por Bridgman para os efeitos da estrição. Esse fator de correção é dado na Tabela 1 (considerando as tensões equivalentes oriundas dos campos de tensão de Bridgman) como uma função do adimensional a/R e demonstrado graficamente na Figura 33. A Tabela 1 mostra ainda o fator de correção alternativo proposto por Siebel.

Uma vez que o fator de correção é menor do que a unidade, a curva de tensão por deformação vai aumentar menos rapidamente com a deformação quando as tensões equivalentes corrigidas (σ_B) forem representadas *versus* a deformação verdadeira do que quando a tensão média corrigida ($\sigma_{zz\text{médio}}$) for representada *versus* a mesma deformação. Para os grandes alongamentos atingidos no estudo de Bridgman (1952), foi visto que a redução da curva tensão por deformação foi em torno de 30%, o que torna a correção de grande importância, em especial para a alimentação das detalhadas simulações numéricas conduzidas nos dias atuais envolvendo plasticidade generalizada e em alguns casos fraturamento por rasgamento dúctil (ANDERSON, 2005).

Tabela 1 – Fator de correção para tensões em função da relação a/R .

$\frac{a}{R}$	<i>Fator de Correção de Bridgman</i>	<i>Siebel</i> $\frac{1}{1 + \frac{1}{4} (a/R)}$
0	1,000	1,000
1/3	0,927	0,923
1/2	0,897	0,889
1	0,823	0,800
2	0,722	0,667
3	0,656	0,571
4	0,606	0,500

Fonte: Autor “adaptado de” BRIDGMAN, 1952.

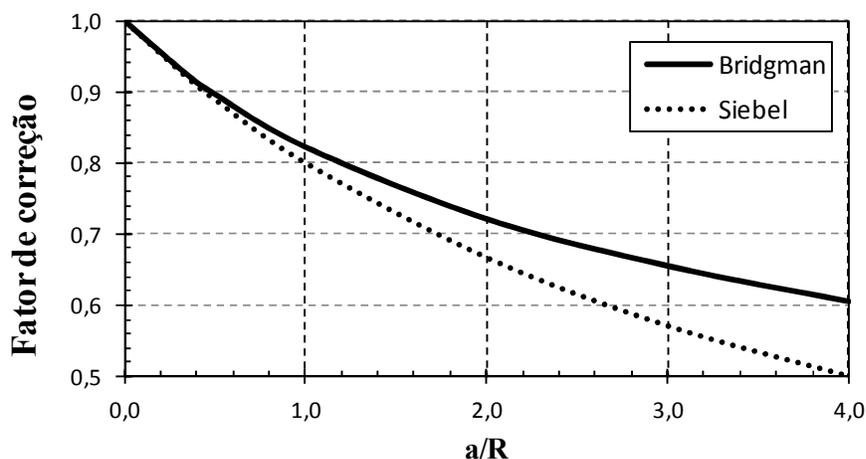


Figura 33: Gráfico do fator de correção das tensões (proposta de Bridgman e proposta de Siebel) em função do raio de curvatura do contorno da estrição.

Fonte: Autor

Fisicamente, a aplicação do fator de correção de Bridgman (k) significa que a verdadeira tensão equivalente na mínima seção transversal pode ser obtida a partir dos dados experimentais do ensaio de tração (força F , área A , raio da curvatura da estrição R e raio da menor seção transversal a). Os parâmetros a e R necessários para a Equação (120) podem ser obtidos tanto pela medição física do corpo-de-prova durante o processo de estrição (forma direta) ou por gabaritos de raios (em ambos os casos, são exigidas sucessivas interrupções no teste). Alternativamente, mas muito pouco usual até os dias atuais, as medições podem ser contínuas utilizando fotografias ou filmes de alta resolução. Técnicas comerciais para esta

finalidade, no entanto, não estão disponíveis segundo o conhecimento da autora e foram, portanto, desenvolvidas ao longo deste trabalho.

De acordo com Bridgman a tensão corrigida pelo parâmetro k é a tensão uniaxial correspondente à que deveria existir em tração se não estivessem presentes tensões triaxiais oriundas da estricção (LING, 1996). Dessa forma, a curva tensão por deformação obtida com tal correção caracteriza de maneira mais realista o comportamento do material para regimes de grande deformação plástica até a fratura. A Figura 34 ilustra o efeito típico em uma curva tensão-deformação selecionada dos resultados deste trabalho. Os valores foram retirados para mera ilustração e serão discutidos adiante.

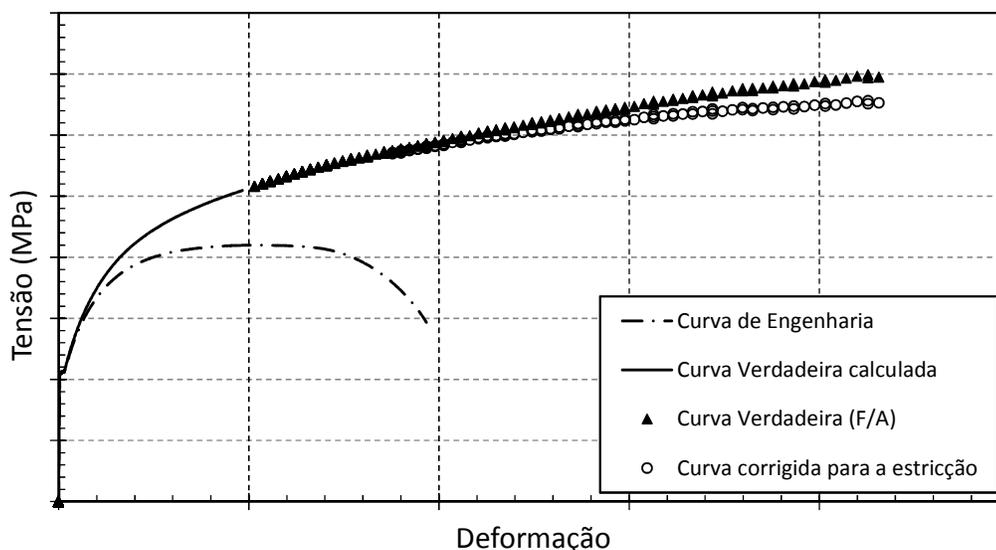


Figura 34: Curvas tensão por deformação de engenharia, verdadeira e corrigida após a estricção.
Fonte: Autor

Outra consideração a ser feita é relacionada à fratura, que se inicia no eixo conforme evidências experimentais e de acordo com o que seria esperado pela distribuição de tensões já discutida por Bridgman. Observa-se que, exceto quando existe pressão hidrostática imposta, o sistema de tensões consiste de uma tensão uniforme (f) ao longo do eixo, sobre a qual a magnitude da tensão hidrostática é sobreposta atingindo o valor máximo no eixo. Uma vez que a máxima tensão hidrostática trativa está no eixo do corpo-de-prova, esta é a região na qual a falha deve se iniciar e, portanto, é a região na qual as propriedades críticas do material estão sendo (ou devem preferencialmente ser) amostradas.

Para que a formulação de distribuição de tensões na estricção possa ser utilizada é necessário o conhecimento dos parâmetros a , R , além da carga total instantânea. No caso da evolução geométrica ser acompanhada em tempo real, vários métodos podem ser utilizados

para a determinação de tais parâmetros, por exemplo, o método que consiste na utilização de uma câmera de alta resolução na tentativa de acompanhar a formação da estrição e encontrar o círculo que melhor se ajuste a ele, ou ainda o método de se deslizar um cone através da estrição perpendicularmente ao eixo, visualizando com um microscópio a luz entre o cone e a amostra, pois assim fica fácil determinar o ponto de transição entre o raio do cone. Uma outra alternativa é medir o espécime após a conclusão do ensaio, obtendo porém, somente um par de valores a e R .

Se o corpo-de-prova for solicitado até a fratura final (separação), a determinação de a/R em condição *post-mortem* pode ser feita mas torna-se mais complicada. As metades da amostra fraturada são geralmente aproximadas e a medição é feita, porém, na maioria dos casos, é possível perceber distorções no contorno da fratura e por esse motivo o R medido dessa maneira não é exatamente o raio da amostra no momento da fratura. Resultados mais consistentes do valor de R na fratura podem ser obtidos por meio do gráfico R vs. a para diversas amostras tracionadas até deformações muito próximas à fratura e extrapolando a mesma até o R correspondente ao a medido no espécime fraturado.

Muitas medições de a/R foram feitas por Bridgman em aços com diferentes tratamentos térmicos, bronze e latão e por meio do gráfico (Figura 35), pode-se perceber que quando todas as medições de a/R foram plotadas *versus* a deformação na estrição, os valores situam-se próximos de uma curva média, embora com relativamente elevada dispersão dos pontos em relação a essa curva. Adicionalmente, o autor original não identificou os diferentes materiais por meio de diferentes marcadores, o que dificulta uma análise conclusiva. Entretanto, os valores de a/R lidos no gráfico da Figura 35 serviram de base para generalizações propostas por Bridgman para os casos em que não se possui os meios para a medição dos parâmetros diretamente na amostra. Primeiramente, a tendência de redução na derivada da evolução de a/R com ϵ foi atribuída por Bridgman à existência de grandes níveis de deformação plástica (o mesmo atingiu níveis de deformações transversais próximos de $\epsilon_t = 4$) como resultado da elevada pressão hidrostática. Ainda, o mesmo concluiu que, uma vez que o valor de a/R pôde ser ajustado por um polinômio aplicado aos dados da Figura 35, a correção da distribuição de tensões na estrição poderia ser determinada em função da deformação na estrição sem medições físicas. Embora a curva de ajuste utilizada na época não tenha seus coeficientes apresentados explicitamente nos trabalhos originais, a Tabela 2 mostra os resultados daí obtidos.

Vale lembrar que os ensaios convencionais de tração levam os materiais típicos de engenharia a valores de deformação da ordem de aproximadamente 1,5 (pela inexistência de

pressão hidrostática compressiva exógena), o que será discutido em maiores detalhes à luz dos resultados obtidos neste trabalho. Bridgman realizou seus ensaios de tração em uma câmara hiperbárica, e a pressão imposta ao ensaio realizado nessas condições gera um estado triaxial de tensões na superfície do corpo-de-prova, conseqüentemente, a estrição demora mais para se estabelecer e para evoluir e a deformação plástica é estendida até que ocorra a fratura.

A Tabela 2 também mostra os valores de $\ln[1+1/2(a/R)]$, que é o fator pelo qual a tensão equivalente verdadeira na mínima seção transversal é multiplicada para a obtenção da tensão hidrostática no eixo. Combinando a segunda e a terceira coluna dessa mesma tabela, a razão entre a tensão hidrostática no eixo e a média das tensões longitudinais se torna conhecida (vide quarta coluna da Tabela 2). A representação gráfica da segunda e da quarta coluna da Tabela 2 está apresentada na Figura 36.

A Tabela 2 mostra os valores até uma deformação natural igual a 4 e a razão para isso é que se o corpo-de-prova for puxado até deformações mais altas, como é possível de se fazer quando o ensaio é conduzido sob pressão hidrostática, a estrição perde a sua regularidade geométrica (grãos individuais passam a ter forte efeito na deformação da estrição), a seção não permanece circular e o contorno não tem mais axissimetria, violando totalmente as hipóteses admitidas pelos pesquisadores aqui mencionados e também as premissas adotadas pela autora deste trabalho.

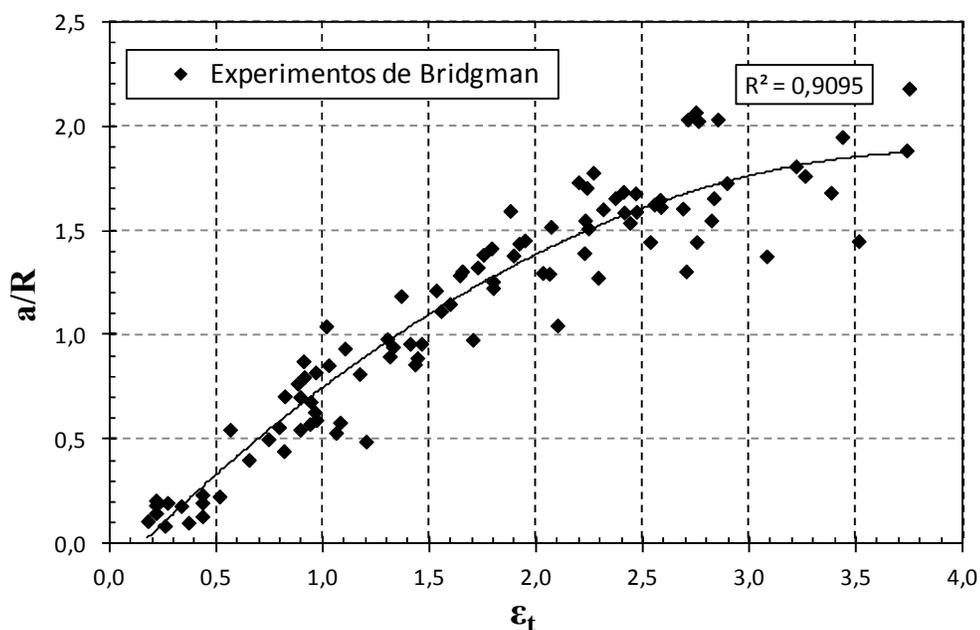


Figura 35: Resultados obtidos por Bridgman para a evolução da estrição como função da deformação verdadeira pós-estrição para aços, bronze e latão. Os marcadores para os diferentes materiais não foram identificados pelo autor e por este motivo são igualmente aqui reproduzidos.

Fonte: Autor “adaptado de” Bridgman, 1952, p. 26

Tabela 2 – Fator de correção e razão entre tensões no eixo.

<i>Deformação</i>	<i>Fator de Correção</i>	$\ln\left(1 + \frac{a}{2R}\right)$	<i>Razão entre σ_h no eixo e a tensão média longitudinal</i>
0,1	1,000	0,000	0,000
0,5	0,920	0,165	0,152
1,0	0,853	0,325	0,277
1,5	0,803	0,448	0,360
2,0	0,776	0,533	0,414
2,5	0,752	0,601	0,451
3,0	0,736	0,649	0,477
3,5	0,724	0,690	0,499
4,0	0,715	0,718	0,513

Fonte: Autor “adaptado de” Bridgman, 1952.

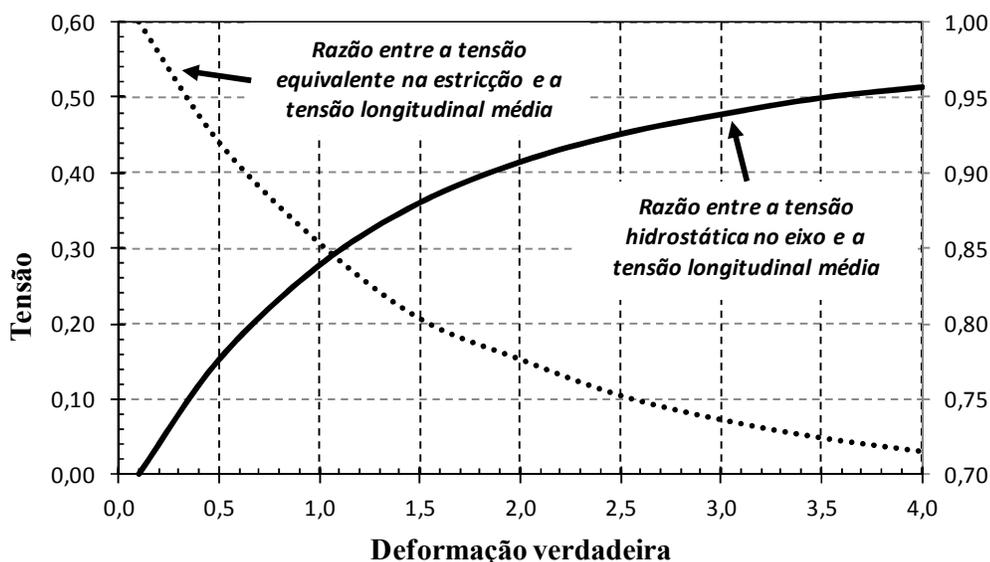


Figura 36: Tensão equivalente na estrição (f) e tensão hidrostática no eixo de um corpo-de-prova de tração em função da deformação verdadeira.

Fonte: Autor “adaptado de” Bridgman, 1952, p. 28

Bridgman (1952) demonstrou ainda que a medição de a/R nos aços não depende da pressão na qual o ensaio de tração é realizado, ou seja, se uma amostra tracionada sob alta pressão, em seguida for aliviada e tracionada novamente sob pressão atmosférica, os valores de a/R vão situar-se ao longo da mesma curva. Esta constatação é favorável à generalização do método de correção.

Do ponto de vista de evolução geométrica, não muito longe da região da estrição o contorno da amostra tracionada exibe um ponto de inflexão. Foi observado que as partes da amostra após o ponto de inflexão são aproximadamente “congeladas” conforme o alongamento acontece e a região sensível ao movimento plástico posterior é a região entre o ponto de inflexão e a estrição. O resultado é que o progresso do contorno da amostra se dobra para baixo ao longo de uma curva fixa, como demonstrado em linhas pontilhadas na Figura 37.

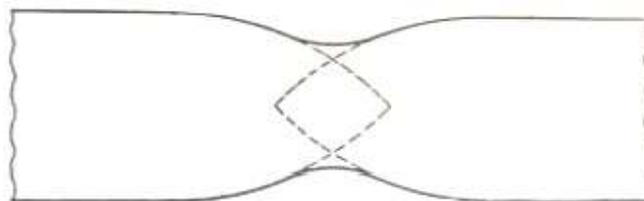


Figura 37: Representação do desenvolvimento do contorno na vizinhança da estrição
Fonte: Bridgman, 1952, p. 28

Bridgman (1952) verificou que a curva ao longo da qual o contorno se dobra foi a mesma para diversos tipos de aço e em todos os graus de tratamento térmico, a consequência desse fato seria que a/R é a mesma função de alongamento para todos os aços, o que foi investigado no presente trabalho e será apresentado em detalhes mais adiante. O estudo também foi conduzido para o chumbo, porém, o formato do contorno não é o mesmo do aço, pois o ponto de inflexão é situado muito mais longe da estrição do que no aço e a curva de encruamento do chumbo aumenta menos rapidamente do que a curva do aço. O exemplo do chumbo mostra a complexidade da solução do problema do formato do contorno da amostra ensaiada em tração. O formato é determinado pela velocidade relativa do fluxo em diferentes pontos e este fator de taxas relativas de fluxo como função da tensão e da deformação não é reconhecido por nenhuma formulação simples de plasticidade como a de von Mises, por exemplo (BRIDGMAN, 1952).

Embora a verificação do método de correção de Bridgman seja difícil devido ao fato de que as tensões após a formação da estrição não podem ser mensuradas experimentalmente de forma direta, as suposições que permitem a aplicação dessa teoria de correção podem ser comprovadas e modelos numéricos refinados de elementos finitos podem ser utilizados para uma retro-validação das propostas.

Os pesquisadores Zhang e Li (1994) mostraram que a distribuição da tensão na mínima seção transversal segue aproximadamente a equação de Bridgman e as deformações se

mostram essencialmente uniformes nessa região, portanto, a suposição (1) pode ser considerada uma boa aproximação para fins práticos.

A curvatura assumida pela suposição (2) também já foi verificada experimentalmente por Davidenkov e Spiridonova (1946), e por meio do método dos elementos finitos, também foi verificado por Zhang e Li (1994) que a distribuição das tensões na mínima área da seção transversal segue aproximadamente o que é descrito pelas Equações (114-115).

Por essa razão, é geralmente aceito que se os parâmetros a e R forem medidos precisamente, a correção de Bridgman pode prever a relação tensão por deformação verdadeira após a formação da estrição de maneira confiável para corpos-de-prova cilíndricos. Com base nestes argumentos, esta hipótese foi adotada para o tratamento dos dados experimentais obtidos no presente trabalho.

Uma aproximação simplificada do método de correção de Bridgman, proposta pelo próprio pesquisador para os aços com base nos resultados da Tabela 2, pode ser feita utilizando-se apenas a deformação verdadeira após o início a estrição como parâmetro de entrada do procedimento de correção (DOWLING, 2007). O fator de correção (k) para aços pode ser estimado a partir da seguinte equação usualmente disponível na literatura:

$$k = 0,0684x^3 + 0,0461x^2 - 0,205x + 0,825 \quad , \quad (121)$$

$$\text{onde } x = \log \epsilon \quad .$$

A Equação (121) também pode ser escrita, de forma resumida, como sendo $k = 0,83 - 0,186 \cdot \log(\epsilon)$.

A tensão verdadeira corrigida para efeitos de estrição é, então, calculada simplesmente pela multiplicação do fator k pela tensão média verdadeira como ilustra a Equação (122).

$$\sigma_B = k \cdot \sigma_{zz(\text{medio})} \quad (122)$$

Essa simplificação é de fácil aplicação, visto que não é necessária a medição do raio de curvatura da estrição a cada instante do ensaio e ainda, apresenta boa aderência à proposta original completa de Bridgman (demonstrada na Figura 36), como ilustra a Figura 38.

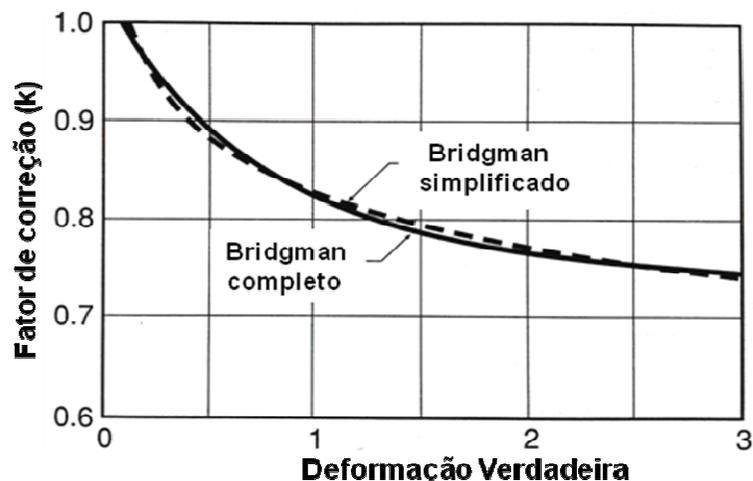


Figura 38: Curvas relacionando o fator de correção pela deformação verdadeira, pelo método de Bridgman e pela Equação de aproximação.

Fonte: Autor “adaptado de” Dowling, 1999, p. 129

Por outro lado, esse método de correção não pode ser aplicado a outros metais que apresentem deformações diferentes na região da estrição, exceto como uma forma grosseira de aproximação segundo Dowling (2007). Também não existem curvas disponíveis para que a correção seja aplicada a materiais diferentes do aço, o que representa uma grande limitação prática.

A Figura 39 mostra a relação entre o fator de correção de Bridgman e a deformação verdadeira para o Aço e para o Cobre. Visivelmente é fácil perceber que a aderência dos dados experimentais do aço (neste caso um aço baixo C) é próxima à curva proposta por Bridgman, porém a curva do cobre não apresenta essa proximidade, portanto, fica assim ressaltado que esse método não se aplica bem para a correção das curvas de outros materiais. Validações foram conduzidas ao longo do trabalho e serão apresentadas adiante.

A correção de Bridgman não se aplica a corpos-de-prova não circulares pela ocorrência de dois processos concomitantes de instabilidade, a formação da estrição difuso seguida pela formação da estrição localizada (LING, 1996). Portanto, tais fenômenos não estão sob investigação neste trabalho e não serão apresentados.

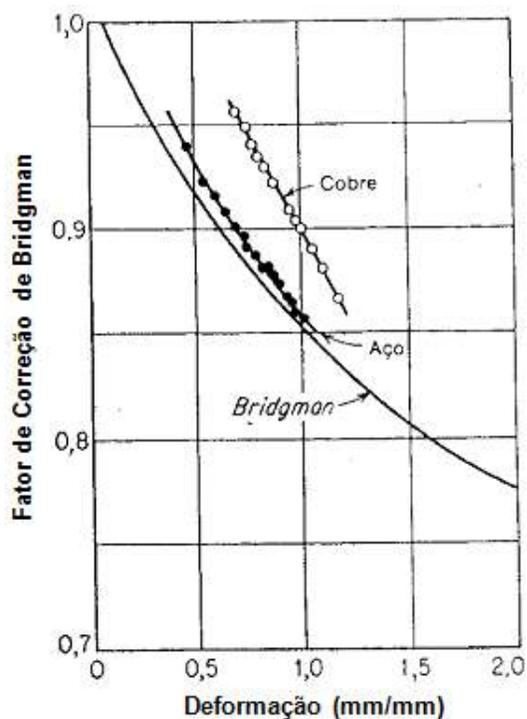


Figura 39: Fator de correção de Bridgman vs. Deformação verdadeira – Aderência das curvas do aço e do cobre
 Fonte: Autor “adaptado de” Dieter, 1976, p. 295

O pesquisador Thomason (1969) também conduziu um estudo geométrico de corpos-de-prova cilíndricos ensaiados em tração baseando-se na suposição de que a transformação da deformação plástica uniforme em deformação plástica localizada faz com que a capacidade de suportar carga do material diminua até a taxa máxima. Seus resultados foram similares ao demonstrado por Bridgman (1952) e o leitor é remetido à supracitada referência para mais detalhes.

Também o trabalho de Mirone (2004) apresenta um aprimoramento das funções que descrevem as tensões na mínima seção da estrição, especialmente para elevados níveis de deformação plástica. Para fins práticos, este trabalho foi consultado mas suas propostas não foram utilizadas como referência no estágio atual dos estudos pela necessidade de validações adicionais no que tange às hipóteses adotadas e distribuições obtidas.

3.8.2 Método da extrapolação da curva tensão por deformação por uma lei de potência

Estudos conduzidos pelo pesquisador Ling (1996) demonstraram que é possível, com razoável nível de precisão para alguns materiais, a extrapolação da curva tensão por

deformação verdadeira além da formação da estrição por meio de uma simples lei de potência. A lei de potência mais comumente utilizada é a equação de Hollomon considerando grandezas efetivas (Equação 58), onde H e n são constantes empíricas determinadas a partir das curvas tensão por deformação verdadeiras antes da estrição. A deformação verdadeira no momento do início da estrição (ε_{LR}) e a tensão verdadeira correspondente (σ_{LR}), necessárias para a aplicação dessa lei de potência, podem ser calculadas a partir da tensão limite de resistência em tração do material, S_{LR} , e da sua correspondente deformação de engenharia, e_{LR} na forma:

$$\varepsilon_{LR} = \ln(1 + e_{LR}) \quad ; \quad (123)$$

$$\sigma_{LR} = S_{LR}(1 + e_{LR}) \quad . \quad (124)$$

No início da estrição, tem-se que:

$$\sigma \Big|_{\varepsilon=\varepsilon_{LR}} = \sigma_{LR} \quad ; \quad (125)$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon_{LR}} = \sigma_{LR} \quad . \quad (126)$$

As equações (125) e (126) podem ser demonstradas graficamente como ilustra a Figura 40 e estão de acordo com a definição teórica de instabilidade e da construção de Considère.

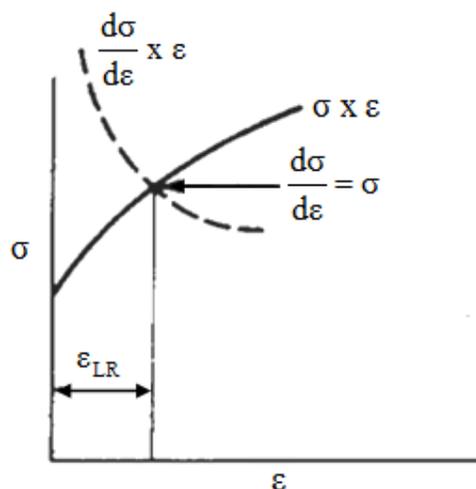


Figura 40: Interpretação gráfica do critério da formação da estrição.
 Fonte: Autor "adaptado de" Dieter, 1976, p. 293

Nota-se que a Equação (126) é, na realidade, a já conhecida condição inicial da formação da estrição. Se a regra de potência descrita na Equação (58) for utilizada para extrapolar a relação tensão por deformação verdadeira depois da estrição, a constante n pode ser determinada pela Equação (89), que diz que $n = \epsilon_{LR}$, e a constante H pode ser estimada pela Equação (127).

$$H = \frac{\sigma_{LR}}{\epsilon_{LR}^{\epsilon_{LR}}} \quad (127)$$

E assim, a Equação (127) extrapolada (baseada somente em dados conhecidos e de simples determinação) torna-se:

$$\sigma = \left(\frac{\sigma_{LR}}{\epsilon_{LR}^{\epsilon_{LR}}} \right) \cdot \epsilon^{\epsilon_{LR}} \quad (128)$$

No gráfico mostrado na Figura 41 para ilustrar esta técnica, pode-se observar que a inclinação da curva verdadeira esperada tende a aumentar ligeiramente após a formação da estrição. A extrapolação pela lei de potência da Equação (128) tende a subestimar as tensões verdadeiras e assim é razoável assumir que esse método dá uma estimativa conservadora (embora ligeiramente imprecisa neste caso) da resposta em deformação. Generalizações neste sentido não podem ser feitas, e reside aí uma das principais limitações deste método.

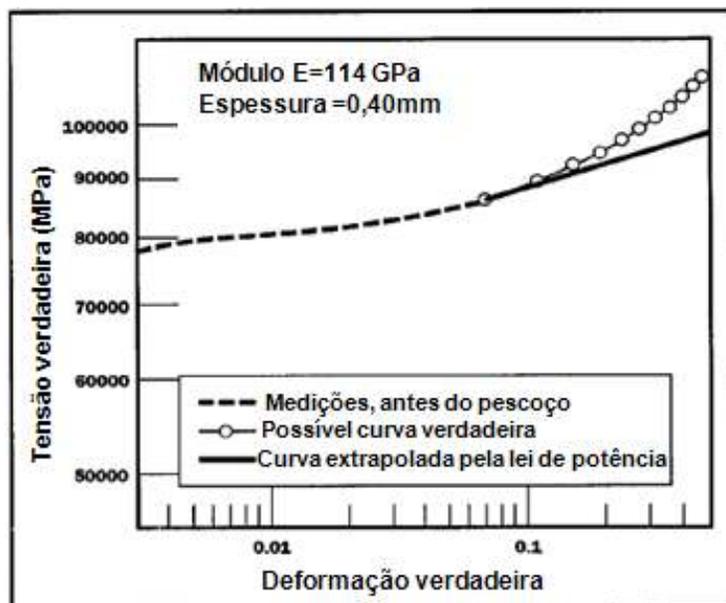


Figura 41: Extrapolação da curva tensão por deformação verdadeira após a formação da estricção pela Equação de Hollomon de uma liga de Cobre C51100.
Fonte: Autor “adaptado de” Ling, 1996, p. 42

A principal vantagem deste método é que os dados de tensão e deformação verdadeiros podem ser extraídos dos resultados dos ensaios de tração convencionais que não precisam ser interrompidos em diferentes cargas para que seja feita a determinação dos perfis e das dimensões da estricção, conforme requerido pelo método de correção de Bridgman (LING, 1996). No entanto, diversas limitações podem ser apontadas: i) aplicando-se esse método também não é possível fazer a previsão da fratura; ii) diversos materiais apresentam muito pobre aderência da curva σ - ϵ a uma lei de potência; iii) outros materiais, embora apresentem boa aderência a modelos de potência, apresentam 2 ou mais regimes de encruamento e exigem múltiplos parâmetros descritores do encruamento ou então modelos de encruamento não lineares.

Frente às limitações, este método não é visto pela autora como fenomenologicamente e teoricamente robusto para as generalizações aqui desejadas. Entretanto, o método de correção será aplicado aos resultados experimentais obtidos nos ensaios de tração uniaxial utilizados nesse trabalho para fins comparativos.

3.8.3 Método da média ponderada

Esse método de correção, assim como os outros demonstrados nesse trabalho, foi desenvolvido antes dos poderosos sistemas de simulação por elementos finitos estarem disponíveis. Hoje estes têm permitido simulações do fenômeno de estrição muito boas, porém, a maioria deles foca no problema de como a estrição se desenvolve para uma dada relação tensão por deformação. O oposto, e praticamente mais importante problema, de encontrar para uma dada curva de carregamento a correspondente relação tensão por deformação verdadeira geralmente atrai pouca atenção (LING, 1996).

Um dos poucos estudos realizados com esse objetivo foi conduzido por Zhang e Li (1994), onde a curva de carga-alongamento do ensaio de tração é considerada como de interesse central (função objetivo de um problema de otimização) e a relação tensão por deformação verdadeira é procurada iterativamente pelo método dos elementos finitos até que haja convergência. Foi verificado que o método se aplica bem a amostras circulares de aço médio carbono, pois a relação tensão por deformação verdadeira obtida está de acordo com a correção proposta por Bridgman (1944). Os maiores inconvenientes são que a relação tensão por deformação após a formação da estrição é tratada como desconhecida e as iterações são requeridas para uma série de intervalos de deformação fazendo com que o processamento fique extremamente demorado, além da necessidade de se utilizar um programa de elementos finitos robusto e cujo código permita a implementação de rotinas adaptadas ao processamento necessário. Devido a esses inconvenientes na tentativa de uma simplificação do método descrito, Zhang e Li (1994) estudaram uma segunda opção para correção da curva tensão por deformação, baseado na extrapolação linear, que sugere que após a estrição, a inclinação $d\sigma/d\varepsilon$ da curva tensão por deformação verdadeira permanece constante, ou seja, que a taxa de encruamento não se altera com o aumento das deformações. Algumas observações já demonstraram que esse não é o caso real, pois a taxa de encruamento geralmente diminui com o aumento da deformação verdadeira e assim, a extrapolação linear vai geralmente levar a tensões verdadeiras superestimadas. Entretanto, este método merece uma breve apresentação crítica, pois sua aplicação prática apresenta, em alguns casos, resultados bastante aderentes às correções de Bridgman.

Segundo Ling (1996), a extrapolação da curva tensão por deformação verdadeira pós-estrição por uma lei de potência subestima as tensões verdadeiras, fornecendo então o

chamado “limite inferior” para essas tensões e a extrapolação linear do método da média ponderada superestima as mesmas, fornecendo o “limite superior”.

O método da média ponderada sugere que, após a ocorrência de estricção, as tensões verdadeiras podem ser determinadas como:

$$\sigma = \sigma_{LR} \cdot \left[w \cdot (1 + \varepsilon - \varepsilon_{LR}) + (1 - w) \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{LR}} \right) \right], \quad (129)$$

onde w é um valor entre 0 e 1.

Basicamente, o método é fundamentado na definição de instabilidade plástica e consiste em determinar uma constante de peso, w , para aplicação na equação (129).

Para a determinação dessa constante w , a relação carga-alongamento do ensaio de tração que origina a curva de engenharia, $\mathbf{F}(\mathbf{e})$, é considerada como o alvo e a constante de peso w é variada em um modelo de elementos finitos até que a relação carga-alongamento calculada por ele, $\mathbf{F}^*(\mathbf{e}, \mathbf{w})$, concorde com o alvo determinado experimentalmente. No estudo de Zhang e Li (1994) a pesquisa foi conduzida para várias séries de tensões e deformações experimentais e os valores de w encontrados para cada caso.

O pesquisador Ling (1996) estudou uma aplicação simplificada deste método (usando somente uma variável w) com o programa de elementos finitos ABAQUS, utilizado para simular os ensaios de tração em um quarto do corpo-de-prova e com uma malha refinada na região central onde se espera que os gradientes de deformação sejam maiores. O autor não fornece detalhes sobre o grau de refinamento dessa malha na região central, entretanto.

Todos os seus exemplos demonstraram que a curva de carga por alongamento pode ser reproduzida por meio de uma simulação com exatidão, fornecendo assim uma relação tensão por deformação verdadeira depois da estricção ajustada pela escolha de uma constante w apropriada.

A questão se a relação tensão-deformação verdadeira encontrada por esse método é a correta foi uma questão analisada e justificada por alguns argumentos físicos. Quando as tensões são subestimadas, o material encrua menos do que deveria e esse encruamento insuficiente se reflete diretamente na curva de carga-deslocamento obtida, que poderia ficar posicionada abaixo do alvo pré-determinado. Consequentemente, ela faria a previsão de que a estricção ocorreria mais cedo e mais rápido do que ela realmente ocorre. Por outro lado, se as tensões são superestimadas, o material apresentará encruamento excessivo e a curva calculada ficará posicionada acima da curva considerada alvo. Consequentemente, a estricção ocorreria

mais lentamente e mais tarde do que a realidade. Sendo assim, a relação tensão-deformação verdadeira que reproduz a curva carga-alongamento experimental deveria representar corretamente o encruamento e a resposta em deformação do material.

Para comparar os métodos de correção propostos por Bridgman e por Zhang e Li, foi considerada pelo estudo de Ling (1996) uma barra circular de aço baixo carbono. O objetivo foi verificar se a relação tensão-deformação obtida pelo método da média ponderada concordaria com o método proposto por Bridgman. Foram conduzidas diversas simulações e foi verificado que com uma constante de peso w de 0,45 a curva carga-alongamento apresentou a melhor aderência à curva alvo, conforme demonstrado na figura 42. Embora a proximidade seja bastante evidente, a hipótese de uma evolução $d\sigma/d\varepsilon$ constante faz com que, para o melhor peso w considerado, as derivadas da curva obtida não reproduzam as inclinações do ensaio real.

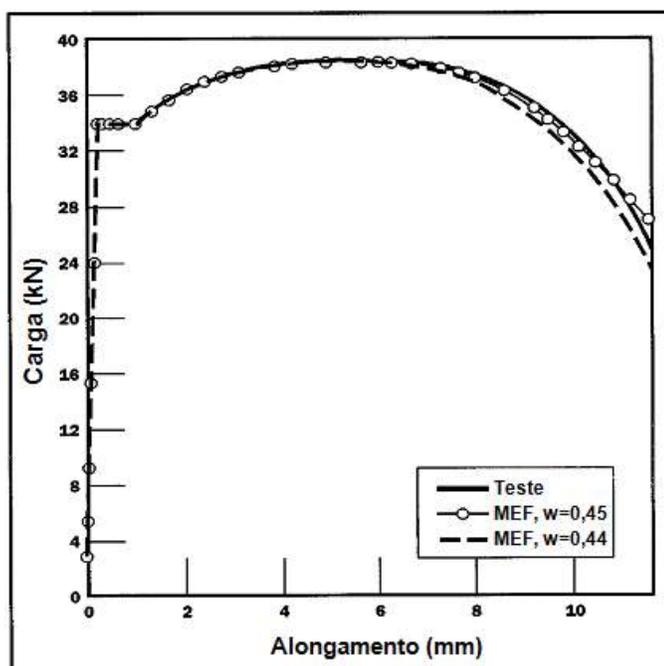


Figura 42: Exemplo de aplicação do método da média ponderada para um corpo-de-prova cilíndrico de aço baixo carbono ensaiado em tração e simulado em modelo de elementos finitos com diferentes valores de w .

Fonte: Autor “adaptado de” Ling, 1996, p. 46

Os resultados da comparação entre os métodos de correção com base nas tensões e deformações podem ser vistos na Figura 43. Nela estão demonstradas as relações tensão por deformação verdadeira antes (medições físicas) e após a formação da estrição (calculadas pela Equação 128). Também podem ser vistas as curvas tensão por deformação corrigidas pelo método de Bridgman e pelo método da média ponderada (simplificado de Ling, com $w =$

0,45 e completo de Zhang e Li) comparadas com a curva de F/A levantada com dados experimentais, provenientes de medições físicas da área instantânea do corpo-de-prova após a estrição (ou seja, sem correção).

Como pode ser observado os resultados do método de correção da média ponderada aplicados ao corpo-de-prova ensaiados são bem próximos e apresentam grande aderência à curva corrigida por Bridgman, portanto, presume-se que o método da média ponderada completo e simplificado prevêem de maneira confiável a curva tensão por deformação verdadeira após a estrição, tanto quanto o que foi proposto pelo método convencional de Bridgman. Entretanto, um problema emerge: a boa aderência foi fruto de um procedimento computacional iterativo que forneceu o valor de w mais adequado àquele material sob investigação e àquele espécime em estudo. Diferentes materiais, assim como o mesmo material sob diferentes condições de processamento ou taxa de deformação, podem apresentar (e é fenomenologicamente esperado que apresentem) diferentes valores de w dependendo das supracitadas condições.

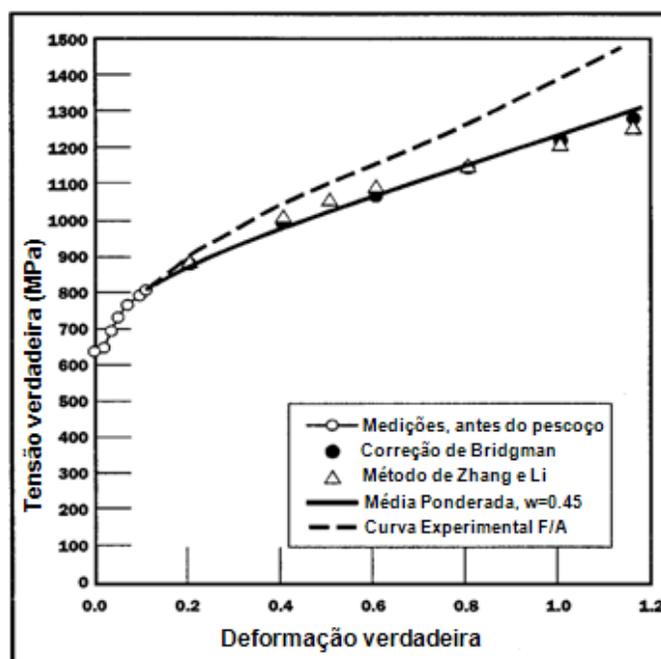


Figura 43: Comparação das curvas tensão por deformação verdadeiras de um aço baixo carbono, não identificado pelo autor, obtidas pelos diferentes métodos de correção.

Fonte: Autor "adaptado de" Ling, 1996, p. 46

Pode-se verificar, portanto, que existem propostas tanto analíticas quanto numéricas para a previsão da curva tensão por deformação verdadeira após a estrição. Esse trabalho objetiva centralmente, portanto, dar suporte experimental ao entendimento da evolução

geométrica, de deformações e tensões que permitam analisar e validar criticamente as propostas clássicas. Adicionalmente, os dados encontrados devem suportar futuras propostas de correção que venham a surgir nessa mesma linha de pesquisa.

Para ganho de confiança no que tange às impressões discutidas ao longo da revisão da literatura, todos os métodos de correção apresentados serão avaliados à luz do desenvolvimento experimental e pós-processamento numérico realizado no trabalho.

4 METODOLOGIA

Em linhas gerais, para que os objetivos pretendidos possam ser alcançados, a metodologia utilizada para a obtenção e tratamento dos dados necessários para esse trabalho contemplou as seguintes atividades:

- a) Ensaios de tração em diferentes materiais metálicos para obtenção das curvas tensão por deformação de engenharia e verdadeiras antes da estrição utilizando as recomendações usuais das normas e formulações clássicas pré-instabilidade.
- b) Obtenção das curvas tensão por deformação corrigidas pelo método convencional de Bridgman simplificado (aplicável originalmente a aços).
- c) Estudo geométrico da estrição para obtenção das curvas tensão por deformação corrigidas pelo método de Bridgman completo baseado na (e alimentado pela) análise de imagens de alta resolução da variação da estrição pelos raios esquerdo e direito das amostras.
- d) Definição das propriedades mecânicas verdadeiras dos materiais.
- e) Comparação exploratória das curvas tensão-deformação verdadeiras oriundas de cada método para identificação da precisão e potencial.
- f) Análise fenomenológica da evolução geométrica e de tensões da estrição para sugestão de trabalhos e aprimoramentos futuros.

4.1 Materiais em estudo

Os materiais utilizados para a confecção dos corpos-de-prova (todos de seção cilíndrica), para os ensaios de tração conduzidos nesse estudo estão listados na Tabela 3. São também incluídas as quantidades disponíveis e as condições de tratamento termomecânico.

Os corpos-de-prova utilizados nos ensaios desse trabalho apresentavam dimensões normalizadas conforme a especificação da American Society for Testing and Materials *ASTM E8/E8M-09 "Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials"*. Diferentes dimensões foram utilizadas pois algumas amostras já se encontravam usinadas e prontas para ensaio.

Os corpos-de-prova dos materiais estruturais segundo a norma ASTM foram retirados na direção transversal à direção de laminação (Aço Carbono ASTM A285 e ASTM A516 Gr 70) e todos os outros materiais ensaiados foram retirados paralelamente ao sentido de laminação das chapas/barras.

Todos apresentam eixos coincidentes ao eixo de aplicação das cargas e também coincidentes ao plano central das chapas ou eixo das barras originais. Apresentam ainda raios de concordância entre as extremidades, comprimento útil paralelo e se encontram dentro das tolerâncias de usinagem e de forma, nas dimensões de referência demonstradas na Figura 44. As dimensões originais dos corpos-de-prova foram obtidas por meio de um micrômetro digital da marca Mitutoyo com resolução de 0,001 milímetro. Cinco medições ao longo do comprimento útil de cada amostra foram coletadas, para garantia de paralelismo e utilização de um dimensional de referência realista.

Tabela 3 – Materiais utilizados para a confecção de corpos-de-prova para ensaios de tração.

<i>Materiais</i>	<i>Características</i>	<i>Quantidade</i>
Aço Carbono ABNT 1010	Recozido	05
Aço Carbono ABNT 1020	Recozido	05
Aço Carbono ASTM A36	Laminado a quente	05
Aço Carbono ABNT 4140	Recozido	05
Aço Carbono ASTM A285	Laminado a quente	07
Aço Carbono ASTM A516 Gr70	Laminado a quente	05
Aço Inoxidável AISI 304	Recozido	03
Aço Inoxidável AISI 301	Recozido	04
Aço Inoxidável SAF 2507	Recozido	03
Liga de Alumínio AA7175	-	03
Cobre	Recozido	05

Fonte: Autor

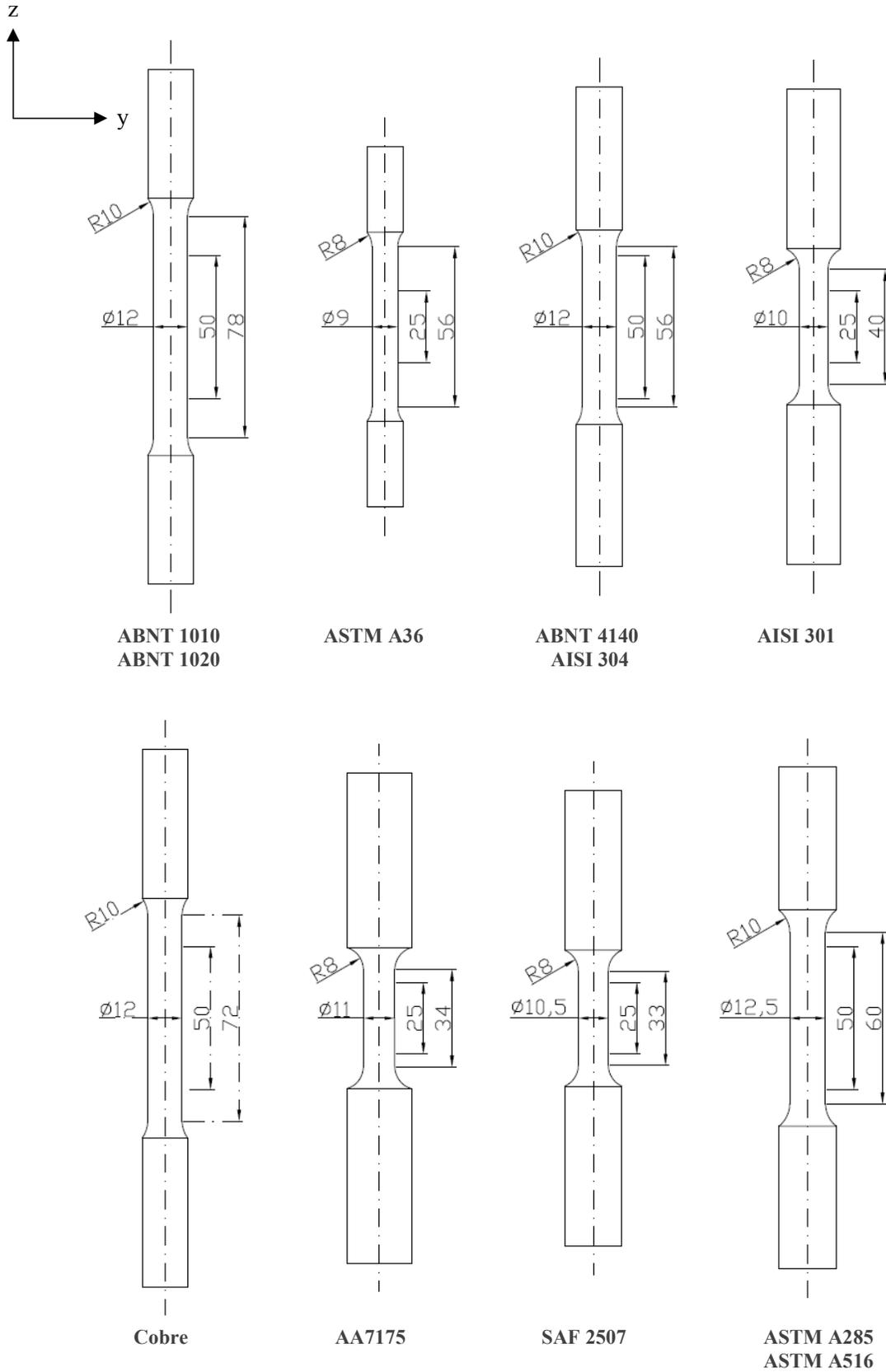


Figura 44: Dimensões dos corpos-de-prova ensaiados em tração
Fonte: Autor

4.2 Procedimentos experimentais e de análise de imagens de referência

4.2.1 Procedimentos de ensaio experimental

Os ensaios experimentais foram conduzidos no Centro de Desenvolvimento de Materiais Metálicos do Centro Universitário da FEI (CDMatM-FEI) utilizando a máquina de ensaios universal servocontrolada MTS modelo 810 com capacidade de 250 kN (Figura 45). Todos os ensaios foram realizados sob controle de deslocamento com velocidade de sollicitação constante, como será detalhado adiante.



Figura 45: Fotos da máquina MTS 810 da FEI utilizada para a realização dos ensaios de tração deste trabalho.
Fonte: Autor

A fim de descrever com precisão a evolução geométrica da estrição sem a necessidade de interrupção dos ensaios e medições mecânicas, fotografias digitais de alta resolução foram tomadas ao longo de todo o processo de deformação. Para que a análise das imagens coletadas durante o ensaio fosse conduzida com sucesso, foi utilizado um anteparo (fundo), de cor branca, com a função de não permitir que objetos que por ventura estivessem atrás da MTS aparecessem nas imagens, (Figura 46 (a) e (b)). Também foi desenvolvido um dispositivo de fundo branco contendo um retângulo de cor preta, com 10 milímetros de largura

e 50 milímetros de altura (impresso em impressora laser monocromática e dimensionado em microscópio de medição olympus), com a função de possibilitar a verificação (validação da calibração inicial) do tamanho do pixel das fotografias no algoritmo computacional especialmente desenvolvido, conforme demonstrado na Figura 46 (c). O diâmetro original de cada corpo-de-prova (obtido como a média das 5 medidas mencionadas anteriormente) foi utilizado para calibração principal do sistema metrológico e era validado pelo dispositivo (retângulo negro) apresentado.

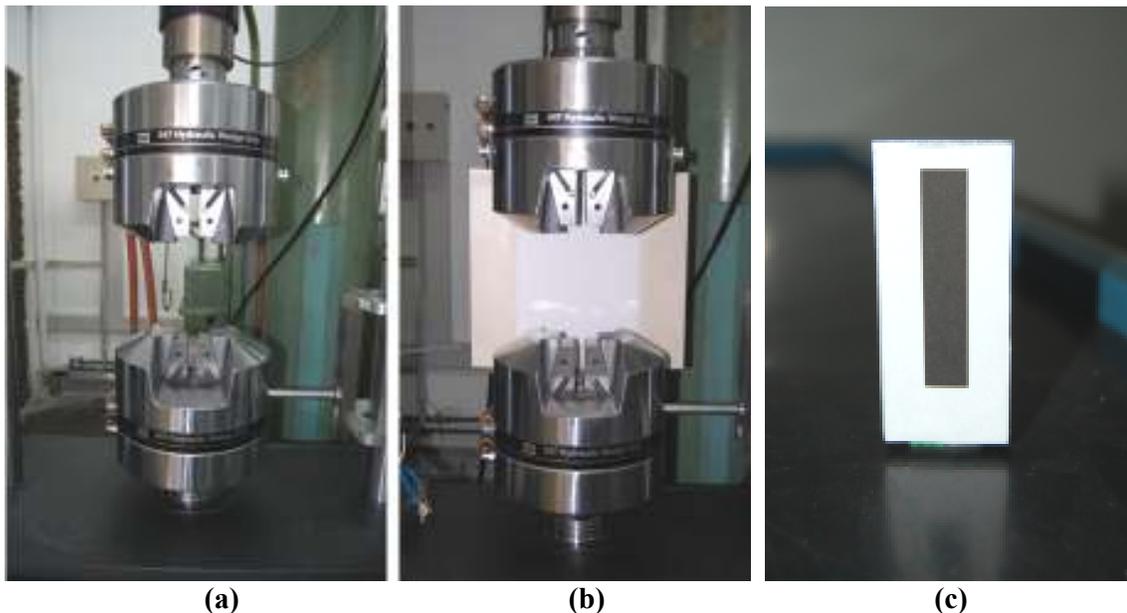


Figura 46: Dispositivos utilizados nos ensaios de tração. Fotos da MTS (a) sem e (b) com o dispositivo usado durante os ensaios experimentais, (c) dispositivo para aferição do tamanho do pixel das imagens digitais.

Fonte: Autor

Primeiramente todas as amostras foram pintadas com tinta de traçagem de cor azul (de baixa viscosidade para garantir uma camada o mais fina possível) para promover o desejado contraste com o fundo branco (vide Figura 47). Adicionalmente, marcações cilíndricas brancas foram aplicadas em toda a extensão útil dos espécimes (com espaçamento em torno de 1 mm entre marcas) para que a deformação longitudinal pudesse ser validada via análise de imagens com as medições do equipamento MTS e também avaliada em cada região do espécime. A determinação do diâmetro inicial de cada corpo de provas foi feita com base nas 5 medições em posições equiespaçadas ao longo do comprimento útil como previamente comentado. Esta medida permitiu a determinação da área da seção transversal inicial, que no caso de amostras cilíndricas, é baseada no diâmetro nominal das mesmas.

Ainda na Figura 47 pode ser visualizada a região do ensaio usualmente focalizada pela câmera fotográfica digital. O campo de captura da imagem deve ser tal que contemple minimamente a região útil do espécime na qual o extensômetro (clip-gage) é instalado. Quanto mais localizado o campo de análise, maior a capacidade metrológica do sistema de análise de imagens (já que o espécime e suas características passam a ser descritas por um maior número de pixels). O aparato fotográfico utilizado será descrito a seguir.

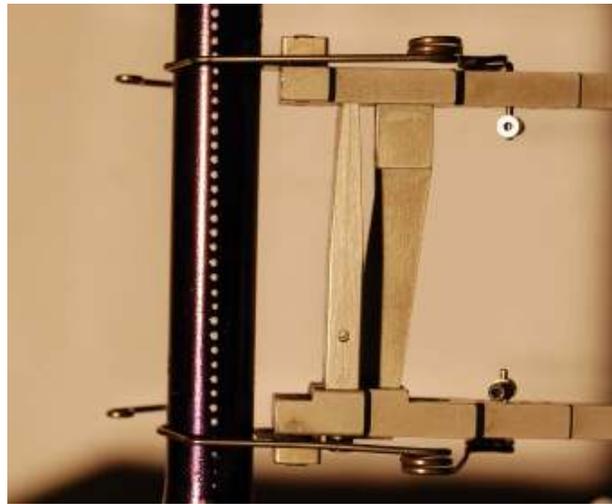


Figura 47: Foto do corpo-de-prova pintado e com as marcações usadas nos ensaios experimentais.
Fonte: Autor

Os corpos-de-prova foram fixados à máquina de forma que o esforço fosse aplicado axialmente e foram utilizados para medição do alongamento (Figura 48), dependendo do comprimento útil do espécime em ensaio, extensômetros MTS (do tipo clip-gage) com características adequadas a cada geometria de espécime, a saber: modelo 634.25F-51 (abertura 50 mm + curso de 25 mm); 634.28F-54 (abertura 50 mm + curso de 50 mm); 634.12F-51 (abertura 25 mm + curso de 25 mm).



Figura 48: Fixação da amostra à máquina de ensaio do CDMatM-FEI e posicionamento do extensômetro
 Fonte: Autor

Durante os ensaios experimentais foram utilizados dois holofotes de 1000W cada, dispostos contrapostos e lateralmente em relação à amostra, a fim de garantir que nenhuma sombra no fundo branco pudesse prejudicar o processamento das imagens. A configuração dos equipamentos para os ensaios experimentais é montada como apresentado pela Figura 49 (fundo branco, iluminação lateral para evitar sombras, câmera posicionada frontalmente em tripé e corpo-de-prova devidamente traçado), assim as condições necessárias para a aquisição dos dados necessários ao processamento realizado pelo algoritmo são alcançadas.

Os ensaios foram conduzidos na temperatura ambiente (23°C) com condicionamento de ar. A velocidade utilizada (controlada pelo sistema de malha fechada alimentado pelo clip-gage) foi de 0,08 mm/min e a frequência de aquisição de dados (de força e deslocamento pelos dispositivos da MTS) foi de 30 Hz.

As fotografias digitais foram tiradas em diferentes momentos do ensaio, como pode ser observado de maneira simplificada na Figura 50, utilizando-se uma câmera Nikon, modelo D-40 com resolução de 15 megapixels equipada com lente Nikon modelo AF-S DX NIKKOR ED 18-55 mm 1:3.5-5.6 G II ED em máximo aumento e a uma distância de 300 mm do plano central do espécime sendo ensaiado. As capturas de imagens devem ser feitas com um intervalo temporal em função da deformação de engenharia indicada pelo extensômetro, intervalo este de 0,1% de deformação por foto antes do início da estrição e de 0,05% de deformação por foto após o início da estrição. Essa maior frequência de aquisição após o

início da estrição tem o objetivo de garantir um maior número de imagens para o tratamento computacional, aumentando a precisão do mesmo. As fotografias são disparadas por meio de controle remoto sem fio da marca Nikon, o que garante o acionamento da máquina fotográfica sem contato no dispositivo e a decorrente manutenção do enquadramento sem movimentos indesejados. Embora esta preocupação tenha sido tomada, a análise numérica das imagens é realizada uma a uma e um novo referencial é criado para cada foto. Sendo assim, a metodologia seria igualmente robusta mesmo na presença de pequenos movimentos do tripé da máquina.



Figura 49: Demonstração da forma como os ensaios experimentais são conduzidos.

Fonte: Autor



Figura 50: Etapas ilustrativas aleatoriamente selecionadas de um Ensaio de tração.

Fonte: Autor, em colaboração com o aluno de Iniciação Científica da Fundação Educacional Inaciana, Nick de Bragança Azevedo

4.2.2 Procedimentos para tratamento de imagens e grandezas quantificadas

As fotografias do ensaio de tração foram tratadas com o uso de um algoritmo especialmente desenvolvido no software MATLAB R2010a visando a caracterização geométrica da estrição que busca informações sobre a geometria da amostra ensaiada e sobre o início da estrição e evolução da mesma.

Baseado na proposta de Bridgman, ele fornece ainda dados da evolução da dimensão do menor diâmetro do corpo-de-prova e permite avaliar o comportamento do valor do raio da estrição durante o ensaio e a relação entre a variação do raio da menor seção transversal e a deformação de engenharia. Maiores detalhes sobre o algoritmo e resultados obtidos podem ser encontrados no relatório de Iniciação Científica do aluno Nick de Bragança Azevedo (2011), orientado pelo Prof. Dr. Gustavo H. B. Donato.

A metodologia consiste na edição das imagens para, inicialmente, garantir que apenas o trecho relevante para o estudo seja analisado, como pode ser visto na Figura 51, e garantir também a melhora da qualidade das imagens por meio de filtros digitais para que os ruídos decorrentes de eventuais sombras, riscos, partículas e fibras presentes no espécime sejam atenuados.

Esse processo é necessário para que a região útil do corpo-de-prova seja mapeada de forma correta, possibilitando que o algoritmo faça as medições da geometria necessárias e importantes para esse estudo. Basicamente, uma vez selecionada a região de interesse para a análise na 1ª fotografia (referente ao espécime indeformado), esta área passa a acompanhar a deformada do corpo-de-prova e é transformada em uma matriz de cores em escala de cinza ou RGB. Esta matriz é alvo, a cada imagem, de uma varredura dos pixels nela contidos para descrever o perfil do espécime a cada instante. A detecção do perfil é possível por meio de uma técnica especialmente desenvolvida e calibrada com base no gradiente de cores (claro-escuro) propiciado pelo contraste entre fundo e espécime. A análise de imagens é recalibrada espécime a espécime com base nas medições físicas obtidas com micrômetro, e o grande potencial metrológico ficará evidenciado pela estabilidade dos resultados apresentados.

Para que a correção proposta por Bridgman possa ser aplicada, é necessário que a evolução da dimensão do menor diâmetro do corpo-de-prova e do raio característico da estrição seja conhecida desde o início da formação da estrição até o momento da fratura. O algoritmo do MATLAB também atende a esta necessidade, uma vez que identificado o perfil

do corpo de provas ao longo do comprimento, tais grandezas podem ser pós-processadas como comentado a seguir.

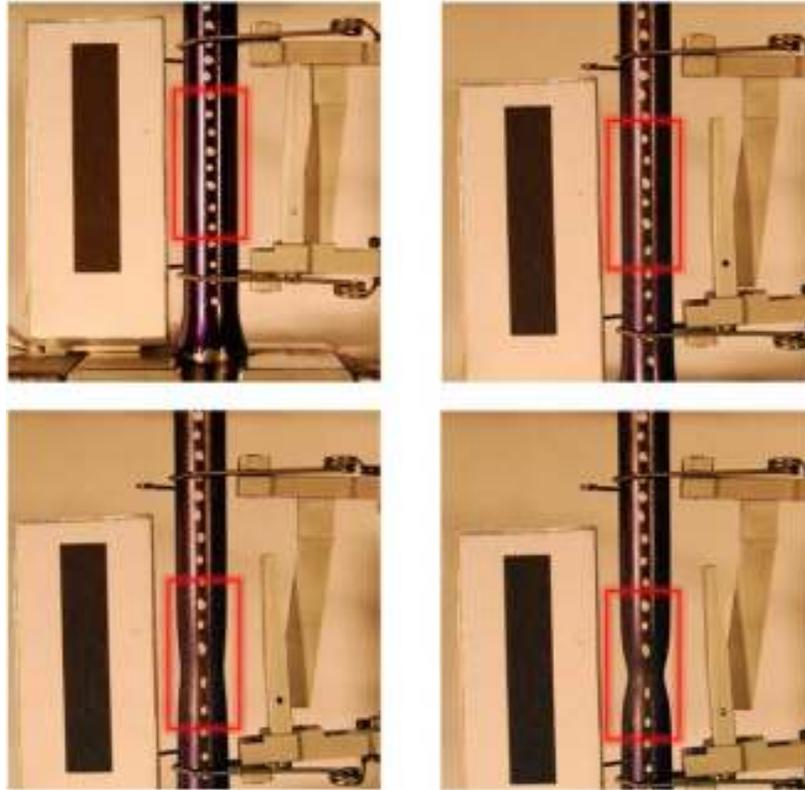


Figura 51: Etapas do Ensaio de tração com destaque para a região a ser analisada pelo algoritmo.

Fonte: Autor, em colaboração com o aluno de Iniciação Científica da Fundação Educacional Inaciana, Nick de Bragança Azevedo

Outro parâmetro de importante mensuração para o presente estudo e que se mostra fundamental para a aplicação da metodologia de Bridgman, é a forma como o valor do raio do círculo osculador da estrição se comporta durante o ensaio de tração uniaxial. Para tal, o algoritmo desenvolvido cria um ajuste de curvas em torno dos pontos da região estriada. Esse ajuste é realizado com base na equação reduzida da circunferência, uma vez que Bridgman adotou que o raio da estrição pode ser descrito por um arco de circunferência. Tal equação é dada por:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2, \quad (130)$$

onde x e y são as coordenadas cartesianas de um ponto da circunferência, a e b são as coordenadas cartesianas do centro da circunferência e R é o raio da circunferência.

Portanto, possuindo-se um conjunto de pontos e suas respectivas coordenadas cartesianas, os parâmetros a , b e R são ajustados de tal maneira que a equação final apresente o maior coeficiente de correlação possível, ou seja, se ajuste a uma circunferência com elevado grau de aderência. No capítulo 5 os raios de ajuste gerados pelo algoritmo para avaliação do raio da estricção serão demonstrados em maiores detalhes. A Figura 52 ilustra a estratégia de ajuste da equação de circunferência por meio de uma técnica de minimização dos desvios. Um problema neste momento emerge: caso um critério físico não seja estabelecido para este ajuste, o algoritmo tende a maximizar a qualidade do ajuste pegando somente 3 pontos centrais à região estriccionada. Além de fisicamente não razoável, esta estratégia se apresenta numericamente instável. A saída é conseguida ao se forçar que, para cada lado do espécime, o algoritmo faça três ajustes de circunferências, da seguinte maneira: observando-se a Figura 19 como referência, o algoritmo inicia o ajuste do centro da estricção buscando o raio R ; a cada tentativa de ajuste de R , duas outras circunferências são ajustadas no perfil acima (definindo um R') e abaixo da estricção (definindo um R'') até o ponto em que o espécime se torna retilíneo (área de deformação uniforme). A minimização dos desvios passa a considerar, então, o mínimo erro total nos ajustes das três circunferências que descrevem a estricção, sendo estas obrigatoriamente contínuas (o fim de um setor circular deve coincidir com o início do subsequente, forçando que o raio ajustado no centro vá até o ponto de inflexão determinado). Esta estratégia fornece o melhor ajuste de raio R fisicamente representativo e também identifica o ponto de inflexão mencionado por Bridgman e ilustrado nas Figuras 19 e 37.

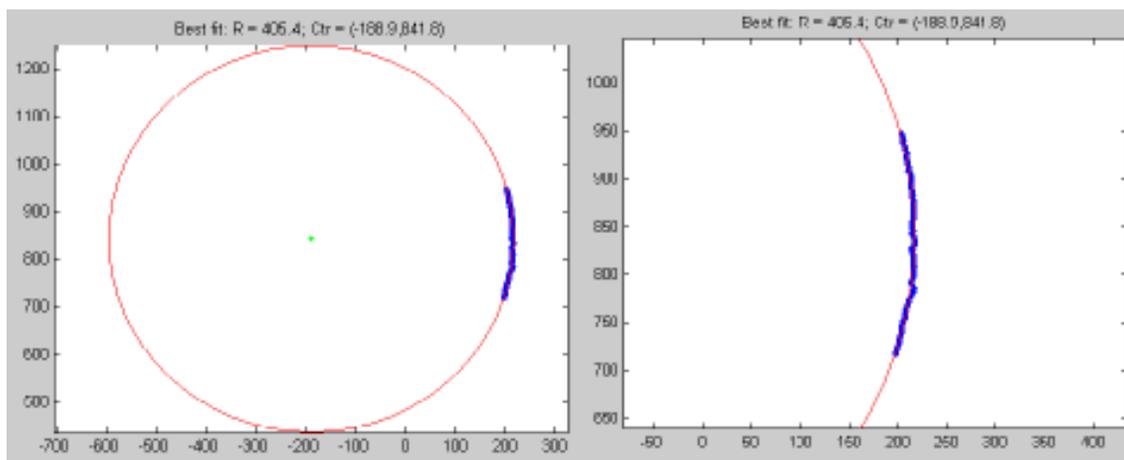


Figura 52: Raio de ajuste gerado pelo algoritmo desenvolvido para avaliação do raio da estricção.

Fonte: Autor, em colaboração com o aluno de Iniciação Científica da Fundação Educacional Inaciana, Nick de Bragança Azevedo

Também se faz necessário o conhecimento da redução de diâmetro da seção transversal durante o ensaio de tração uniaxial, por esse motivo o algoritmo fornece dados suficientes para que se avalie a relação entre a variação do raio da menor seção transversal e a deformação de engenharia para os materiais analisados. O fluxograma demonstrado na Figura 53 representa de maneira simplificada as etapas do processo pelo qual o algoritmo realiza o tratamento das imagens e as pós-processa.

Conduzindo os ensaios de tração conforme explanado e a análise das imagens de referência, todas as informações necessárias para caracterizar o comportamento mecânico dos materiais estudados são obtidas. As grandezas de interesse e de onde são obtidas são apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Grandezas utilizadas para caracterizar o comportamento mecânico dos materiais estudados.

<i>Grandeza</i>	<i>Obtenção</i>
Carga do ensaio	Célula de carga da MTS
Alongamento em 50 mm ou	Extensômetro 634.25F-51 ou 634.28F-54
Alongamento em 25 mm	Extensômetro 634.12F-51
Distribuição do diâmetro do CP	Tratamento das imagens com uso do algoritmo
Tensão de engenharia	Por meio da Equação (73)
Deformação de engenharia	Por meio da Equação (74)
Tensão verdadeira	Por meio da Equação (80) – até estrição
Deformação verdadeira	Por meio da Equação (77) – até estrição
Raio do círculo osculador que define a geometria da estrição	Tratamento das imagens com uso do algoritmo
Ângulo de recobrimento dos arcos (θ)	Tratamento das imagens com uso do algoritmo
Tensão corrigida	Por meio das Equações (120, 122, 128 e 129)

Fonte: Autor.

Em seguida, os dados obtidos nos ensaios foram pós-processados, utilizando as ferramentas computacionais MATLAB e MS EXCEL.

Os resultados obtidos dos espécimes de aço foram comparados com a literatura em termos da evolução dimensional da estrição e usados como referencial para as demais investigações. Por fim, todos os resultados serão apresentados no capítulo 5 juntamente com a discussão crítica da evolução da estrição nos diferentes materiais estudados. Este cenário permite a identificação de algumas das virtudes e deméritos da utilização da correção de Bridgman para a avaliação das propriedades em tração dos materiais metálicos em estudo. No capítulo 6, todos os ensaios realizados são tratados pelas técnicas em estudo a fim de avaliar o potencial de cada uma na determinação da curva tensão *vs.* deformação até a falha, assim como para apontar para novas pesquisas de interesse.

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÃO CRÍTICA

5.1 Ensaaios experimentais de tração

5.1.1 Curvas tensão por deformação de engenharia e verdadeiras

As Figuras 54 a 64 mostram as curvas tensão por deformação de engenharia e as curvas tensão por deformação verdadeira obtidas para todos os espécimes de cada um dos materiais ensaiados. As curvas verdadeiras são apresentadas até o início da estricção, ou seja, até a máxima deformação plástica uniforme, devido ao limite de validade das Equações (77 e 80). No geral uma aderência elevada é encontrada entre as curvas dos espécimes ensaiados para cada um dos materiais, inclusive com relação ao ponto de deformação no qual a instabilidade se inicia. A evolução da curva tensão vs. deformação de engenharia pós-estricção, no entanto, apresenta desvios expressivos em alguns casos pelas particularidades da evolução da estricção em cada espécime, o que será apresentado em mais detalhes adiante.

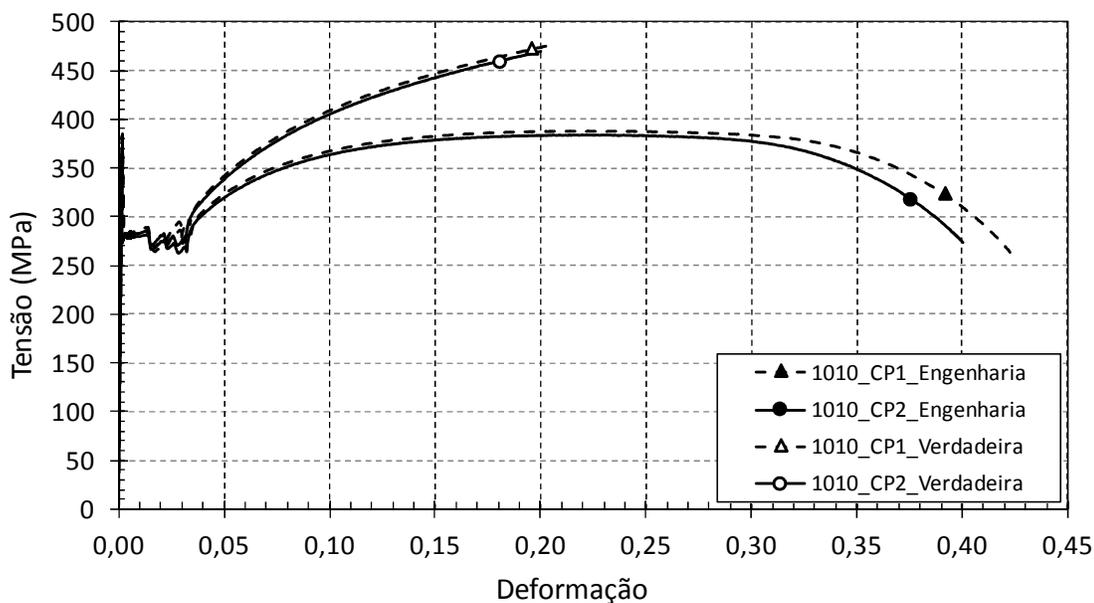


Figura 54: Curvas tensão por deformação de engenharia e verdadeira (esta última até o início da estricção) para corpos-de-prova de Aço ABNT 1010.

Fonte: Autor

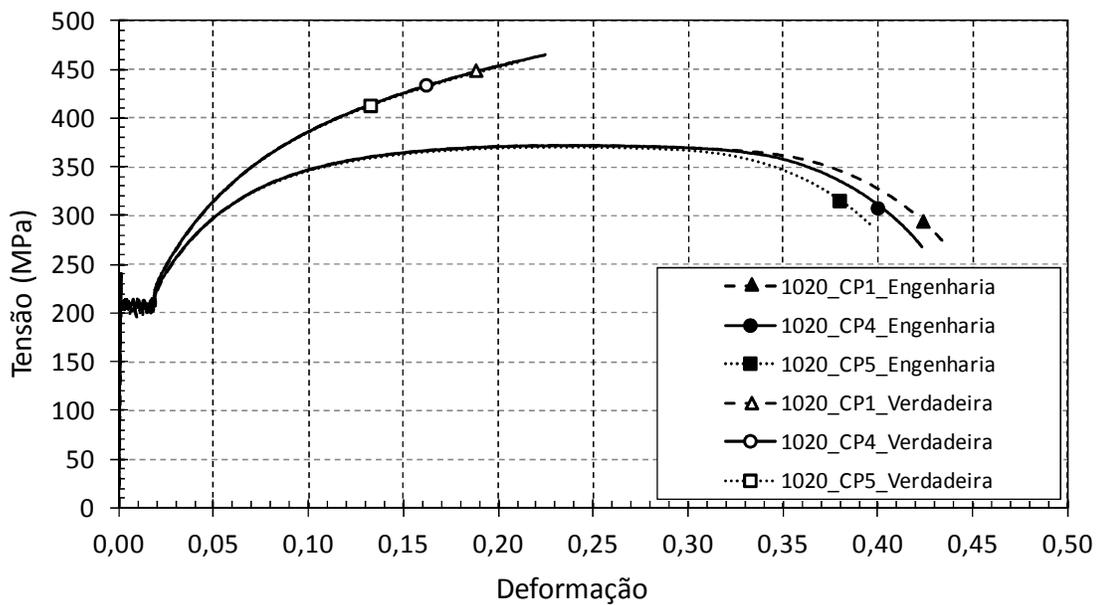


Figura 55: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova de Aço Carbono ABNT 1020 recozido.

Fonte: Autor

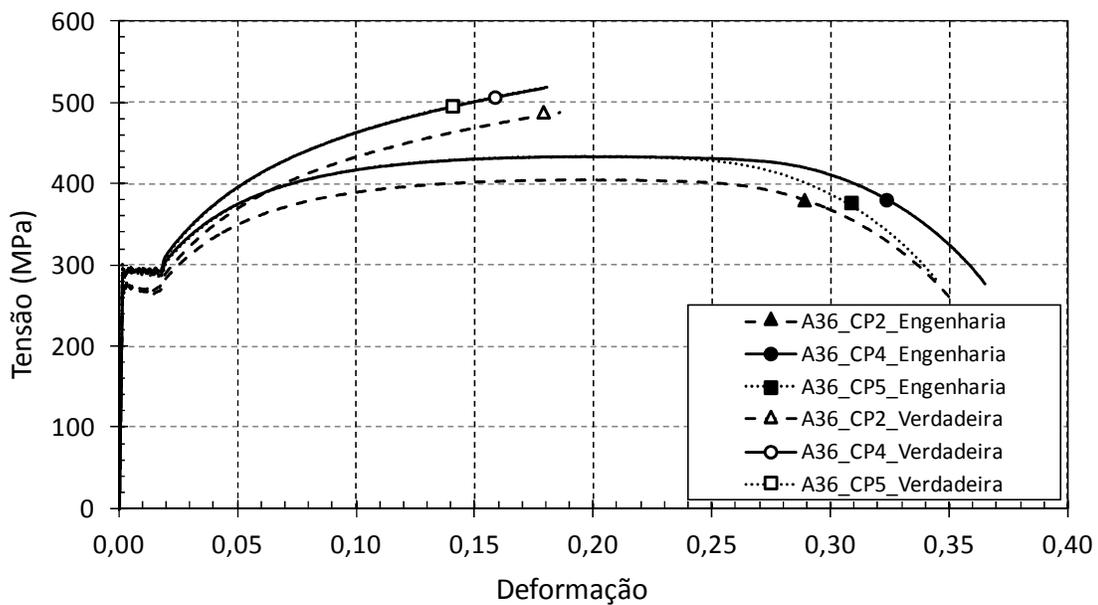


Figura 56: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Carbono A36.

Fonte: Autor

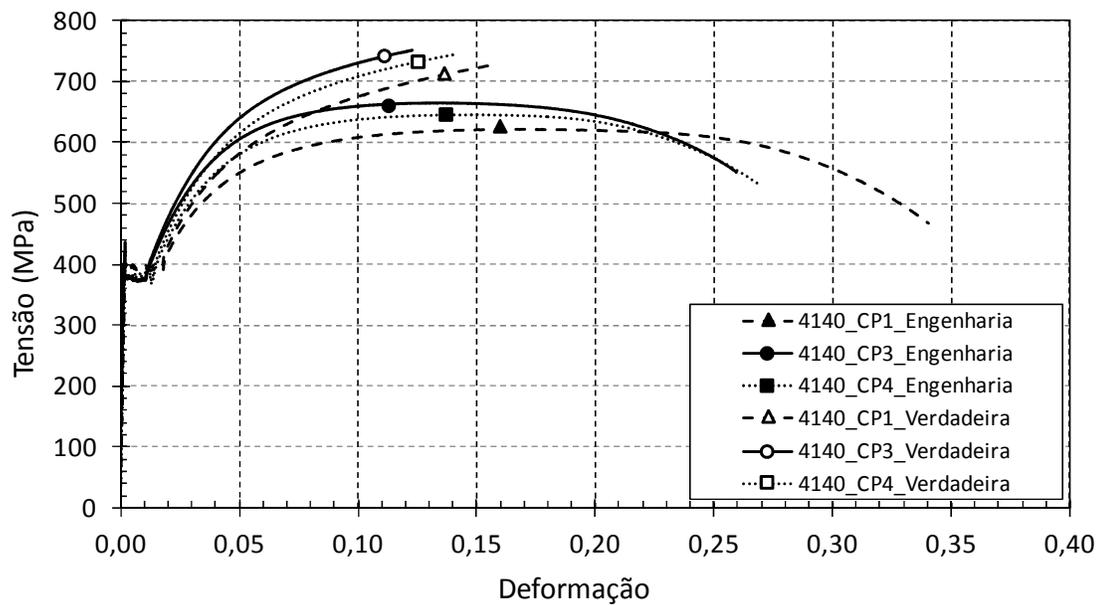


Figura 57: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Carbono 4140.

Fonte: Autor

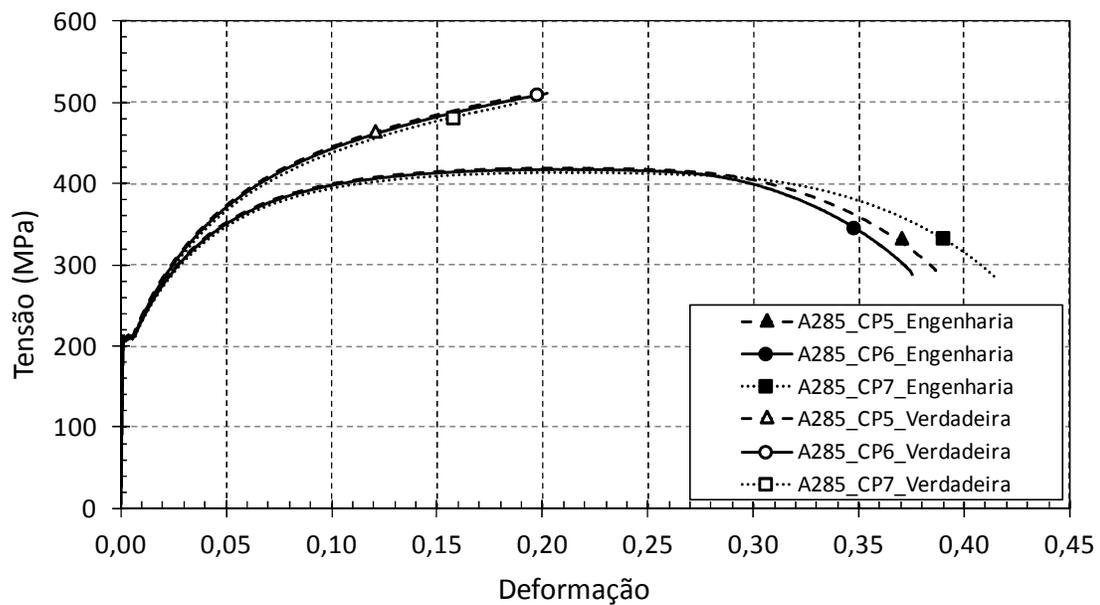


Figura 58: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Carbono A285.

Fonte: Autor

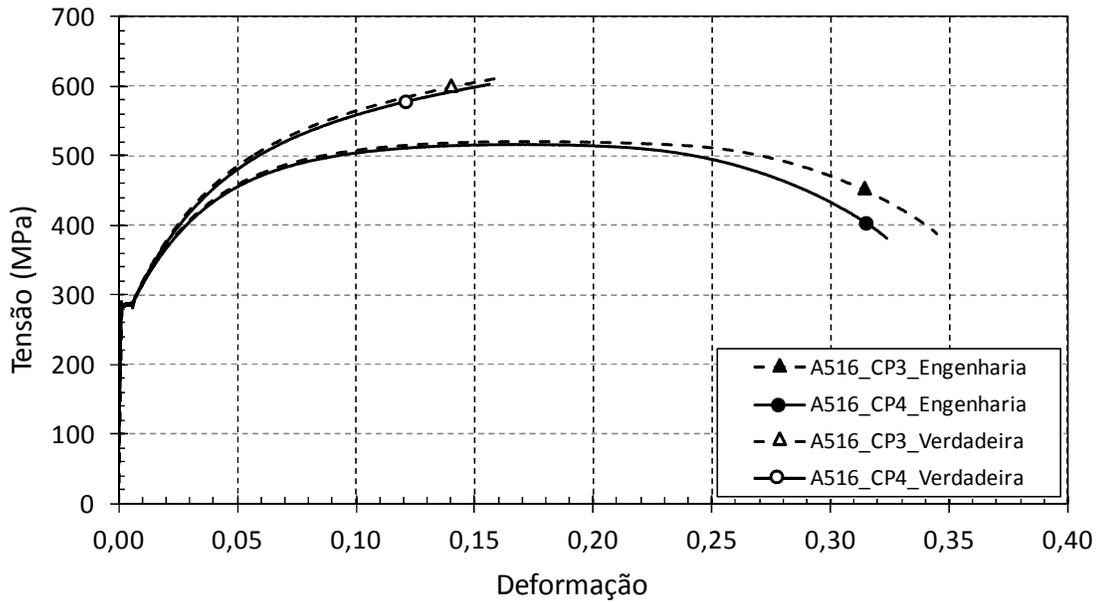


Figura 59: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Carbono A516.

Fonte: Autor

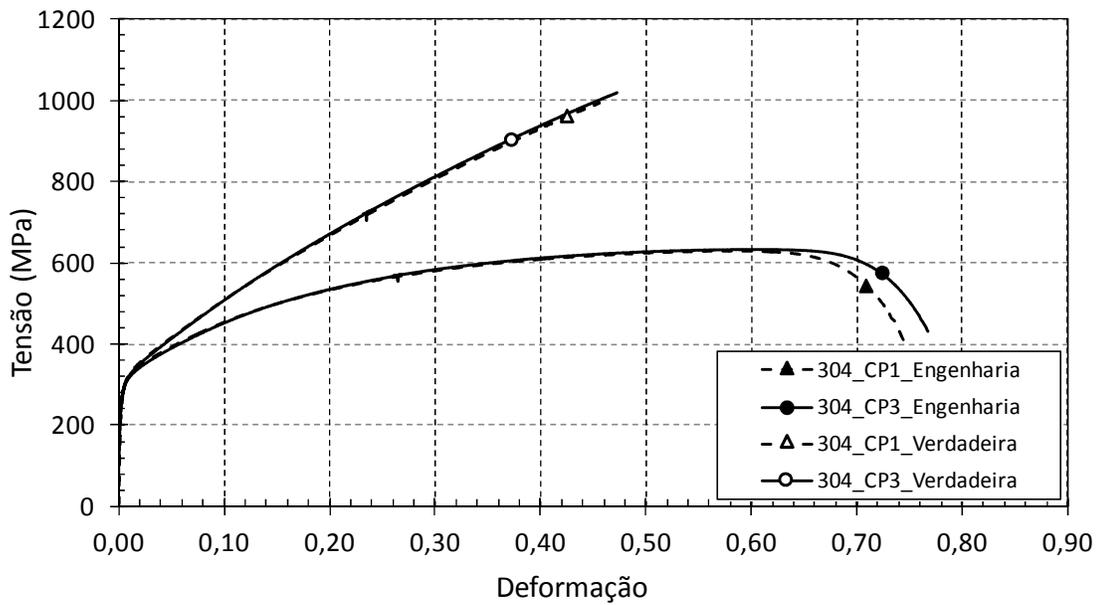


Figura 60: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Inoxidável AISI 304.

Fonte: Autor

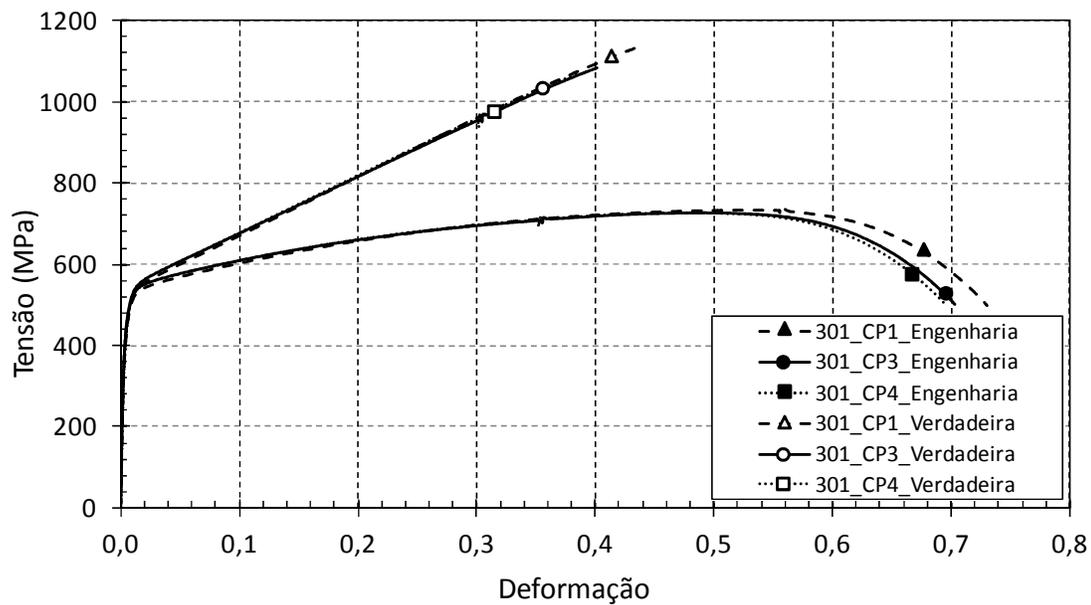


Figura 61: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Inoxidável AISI 301.

Fonte: Autor

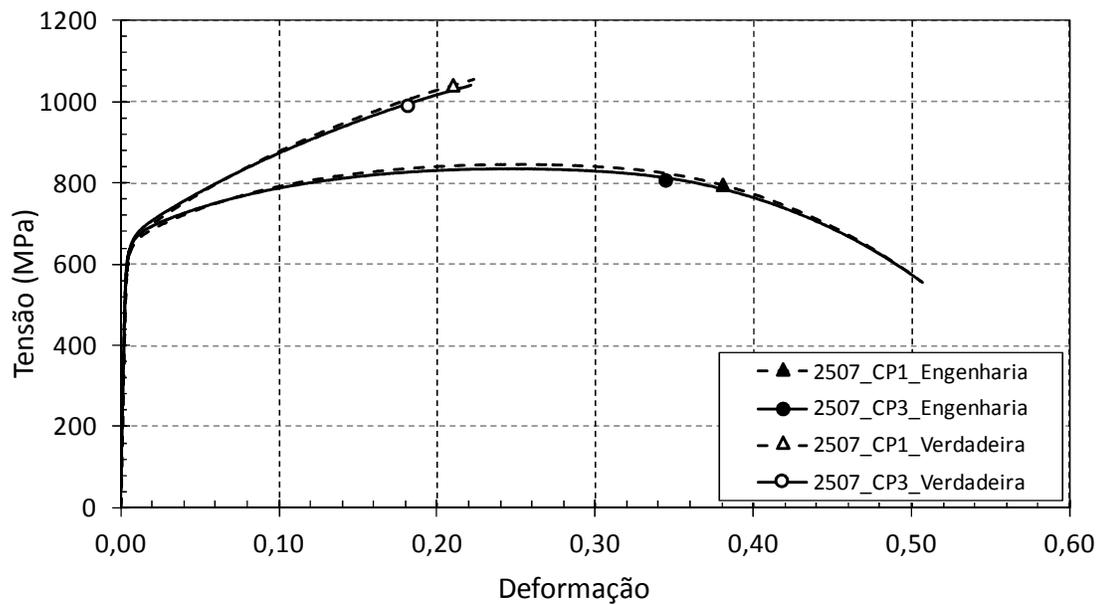


Figura 62: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova Aço Inoxidável SAF 2507.

Fonte: Autor

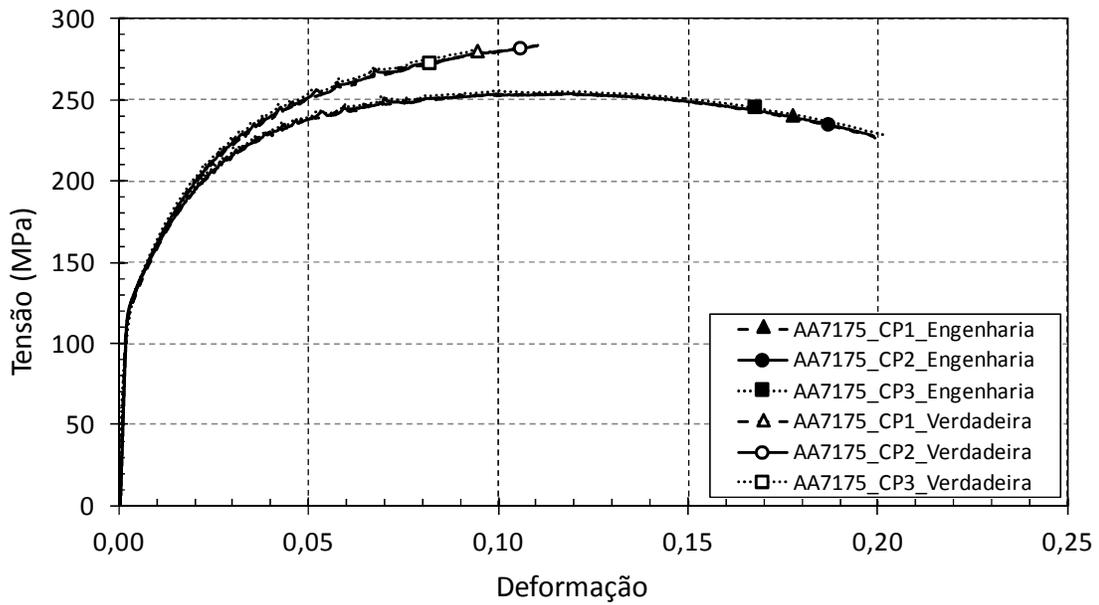


Figura 63: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova de Liga de Alumínio AA7175.

Fonte: Autor

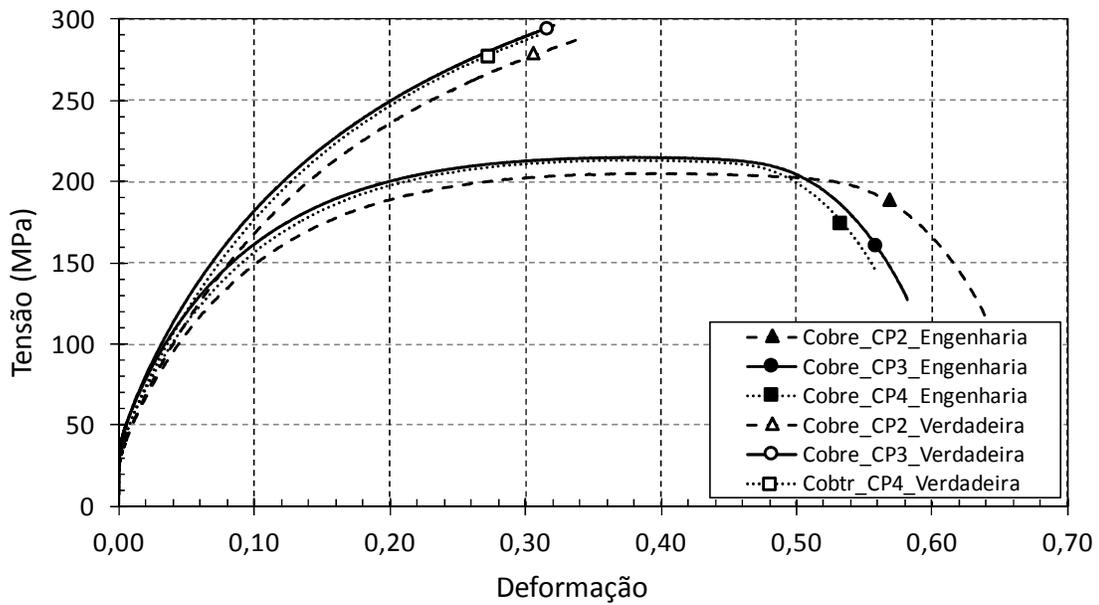


Figura 64: Curvas tensão por deformação da engenharia e verdadeira até o início da estricção para um corpo-de-prova de Liga de Cobre recozido

Fonte: Autor

5.1.2 Propriedades mecânicas convencionais

Na sequência, a Tabela 5 apresenta a compilação numérica das propriedades mecânicas básicas determinadas com base nas curvas tensão vs. deformação apresentadas pelas figuras anteriores para cada um dos materiais. Mais uma vez, agora quantitativamente, nota-se que mesmo com um número reduzido de espécimes ensaiados para cada material os desvios-padrão encontrados nas propriedades mecânicas básicas são bastante reduzidos. Todos os valores encontrados estão de acordo com o esperado e nenhuma adversidade de tratamento de dados foi encontrada.

Os valores de tensões e deformações de fratura (σ_f , ε_f – duas últimas colunas) apresentadas na Tabela 5 foram obtidos por meio das curvas corrigidas pelo método completo de Bridgman alimentado pela análise de imagens proposta, que serão demonstradas e discutidas mais adiante nesse trabalho. Foram aqui incluídas, no entanto, para melhor comparabilidade dos valores para cada material e uma primeira conclusão relevante daí emerge: comparando-se, por exemplo, e_f com ε_f para o aço ABNT 1010 fica evidente que o levantamento da curva tensão vs. deformação pelos métodos normalizados até o ponto de instabilidade representa uma grande subutilização dos dados do ensaio de tração. A deformação de engenharia na fratura ($e_f = 0,414$) se refere a uma deformação verdadeira ($\varepsilon = 0,346$ – ou seja, 34,6%), enquanto com a análise de imagens e modelo de Bridgman as propriedades puderam ser auferidas até a deformação verdadeira de fratura ($\varepsilon_f = 1,059$ – ou seja, 105,9%). Além de uma descrição muito mais ampla e realista da resposta em deformação do material, grandezas antes de quantificação não factível, como a tenacidade verdadeira por exemplo, passam a ter sua determinação viabilizada.

Tabela 5 – Propriedades dos materiais

<i>Material</i>	<i>E</i> (<i>GPa</i>)	<i>S_{LE}</i> (<i>MPa</i>)	<i>S_{LR}</i> (<i>MPa</i>)	<i>S_f</i> (<i>MPa</i>)	<i>e_f</i> (%)	<i>σ_f</i> (<i>MPa</i>)	<i>ε_f</i> (%)
Aço Carbono ABNT 1010	201,6±3,3	280,0±0,0	386,4±2,8	261,9±2,1	41,40±0,01	804,7±79,6	105,86±0,00
Aço Carbono ABNT 1020	210,0±3,4	205,7±4,0	370,9±0,8	274,1±12,6	41,87±0,02	704,6±40,0	92,44±0,04
Aço Carbono ASTM A36	211,3±8,2	286,7±10,4	423,9±16,2	271,9±11,2	35,36±0,01	966,7±31,2	118,12±0,03
Aço Carbono ABNT 4140	207,7±1,4	385,0±8,7	644,3±20,9	515,1±42,4	28,98±0,04	990,5±37,7	65,20±0,11
Aço Carbono ASTM A285	208,6±1,7	209,3±0,6	417,1±3,1	287,5±5,8	39,26±2,10	674,1±107,2	84,33±17,18
Aço Carbono ASTM A516	202,0±0,2	286,5±2,1	518,3±3,8	384,3±5,2	33,44±1,50	764,5±53,1	68,67±5,61
Aço Inoxidável AISI 304	178,6±2,2	282,5±10,6	631,6±4,0	418,1±19,7	75,61±1,65	1874,5±251,7	144,50±1,48
Aço Inoxidável AISI 301	186,5±2,6	453,3±2,9	732,3±10,2	498,8±1,4	70,98±1,80	2017,2±44,8	139,73±2,51
Aço Inoxidável SAF 2507	190,1±2,4	631,0±1,4	839,0±7,2	554,8±1,9	50,66±0,06	1490,6±4,9	98,85±0,02
Liga de Al AA7175	71,7±2,7	130,3±1,5	254,5±1,3	227,5±1,1	19,98±0,14	329,9±5,3	36,76±1,36
Cobre	72,9±3,6	36,7±5,0	211,1±5,1	129,3±13,6	59,29±4,15	498,4±15,3	134,87±12,29

Fonte: Autor

A Tabela 6, por sua vez, apresenta os valores dos coeficientes de resistência (H) e expoentes de encruamento (n) encontrados para os materiais ensaiados conforme o modelo de Hollomon apresentado pela Equação (88). Entretanto, uma ressalva neste momento se faz necessária. Para os aços que apresentaram o fenômeno do escoamento descontínuo como resultado da incidência de bandas de Lüders, o simples ajuste de uma lei de potência aos dados de tensão verdadeira vs. deformação plástica após o início do escoamento gera uma pobre descrição do fenômeno físico, como ilustra a Figura 65 (dados obtidos desta maneira foram então denominados H^* e n^*). Assim, valores alternativos para estes parâmetros (denominados H e n como realizado para os demais materiais) foram obtidos eliminando a região de escoamento descontínuo para que a progressividade do encruamento com a evolução da deformação pudesse ser descrita de maneira fenomenologicamente mais realista (vide Figura 66).

A análise da Tabela 6 revela que estão disponíveis na matriz de análise selecionada materiais de variados níveis de resistência mecânica (com coeficientes de resistência H

variando de 494,8 MPa a 1278,9 MPa) e também com diferentes comportamentos em termos de encruamento (com expoentes de encruamento n de 0,13 a 0,45).

Tabela 6 – Valores médios de coeficientes de resistência e expoentes de encruamento dos materiais ensaiados (o asterisco representa esses valores desconsiderando escoamento descontínuo).

<i>Material</i>	<i>H (MPa)</i>	<i>n (MPa)</i>	<i>H* (MPa)</i>	<i>n* (MPa)</i>
Aço Carbono ABNT 1010	711,9	0,2475	525,3	0,1149
Aço Carbono ABNT 1020	726,3	0,2801	560,2	0,1763
Aço Carbono ASTM A36	763,5	0,2302	616,0	0,1414
Aço Carbono ABNT 4140	1277,3	0,2552	1010,3	0,1698
Aço Carbono ASTM A285	789,8	0,2577	701,9	0,2107
Aço Carbono ASTM A516	964,5	0,2372	856,5	0,1924
Aço Inoxidável AISI 304	1151,8	0,3028	-	-
Aço Inoxidável AISI 301	1278,9	0,2523	-	-
Aço Inoxidável SAF 2507	1207,0	0,1301	-	-
Liga de Alumínio AA7175	527,1	0,2540	-	-
Cobre	494,8	0,4545	-	-

Fonte: Autor

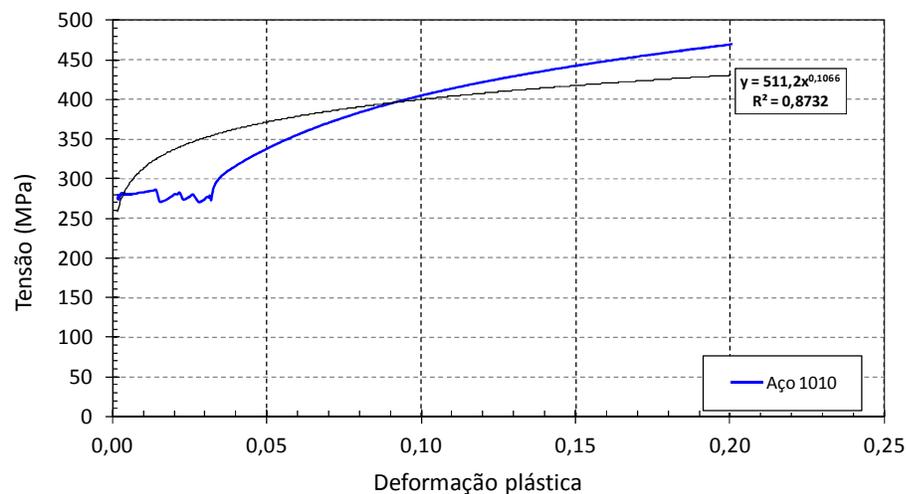


Figura 65: Ajuste de um modelo de potência (Hollomon) a um espécime de Aço ABNT 1010 (CP # 2) mantida a região de escoamento descontínuo. Resultam $K^* = 511,20 \text{ MPa}$ e $n^* = 0,1066$.

Fonte: Autor

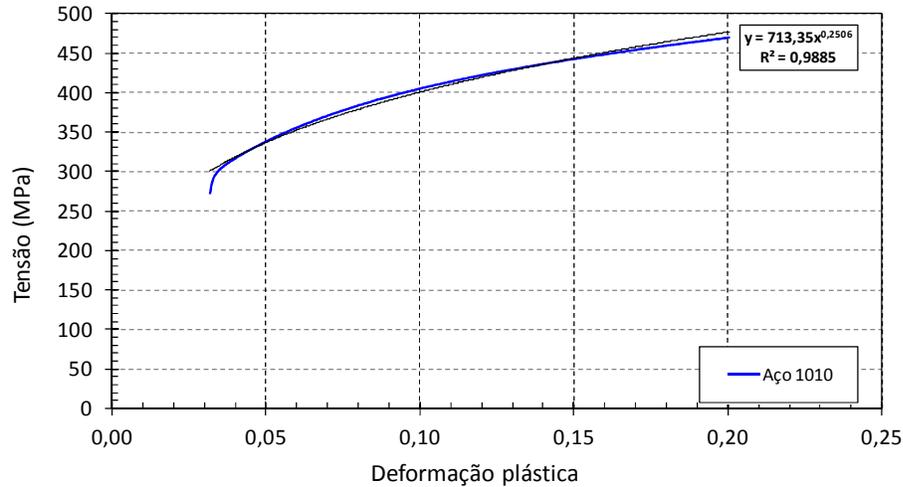


Figura 66: Ajuste de um modelo de potência (Hollomon) a um espécime de Aço ABNT 1010 (CP # 2) retirada a região de escoamento descontínuo. Resultam $K = 713,35 \text{ MPa}$ e $n = 0,2506$.

Fonte: Autor

5.2 Investigação pormenorizada do momento da instabilidade

Conforme já discutido no texto, existem algumas maneiras de se determinar o ponto de estricção (em termos do nível de deformação verdadeira - ϵ - para sua ocorrência) utilizando-se dados experimentais dos ensaios de tração. Para que um estudo detalhado e preciso do fenômeno da estricção possa ser realizado, é de fundamental importância que o ponto mais realista para a instabilidade seja conhecido e utilizado como referência. Assim, são investigados criticamente abaixo os resultados para as seguintes técnicas:

i) pelo ponto de máximo da curva tensão por deformação de engenharia, com a deformação respectiva obtida na forma $\epsilon_{LR} = \ln(1 + e_{LR})$;

ii) adotando a lei de potência (Equação 88) que demonstra que $\epsilon_{LR} = n$ (obtido pelo ajuste da curva tensão por deformação verdadeira calculada no regime plástico);

iii) pela definição fundamental de instabilidade plástica (vide Equação 96 e Figura 67 – baseada na diferenciação numérica da curva tensão-deformação verdadeira);

iv) por fim, utilizando a intersecção com o eixo das abscissas dos gráficos de a/R vs. ϵ_t como levantado por Bridgman (vide Figura 35). A fundamentação para esta determinação será apresentada a seguir, mas tais resultados podem ser levantados com os dados obtidos do algoritmo de análise de imagens desenvolvido.

Os valores de deformações obtidos das maneiras descritas acima estão demonstrados na Tabela 7. Para fácil visualização comparativa, entretanto, uma comparação entre as definições é de grande interesse ao trabalho. Foi considerada como referência a definição fundamental de instabilidade (Equação 96 – $d\sigma/d\varepsilon = \sigma$) e as Figuras 68 e 69 apresentam a congruência entre as técnicas para cada grupo de materiais ensaiados. Uma linha de referência (1:1) foi inserida em cada gráfico para indicar o nível de proximidade das previsões de instabilidade usando cada um dos métodos em relação à referência. A Figura 68(a) apresenta os resultados para todos os espécimes de aço ensaiados, enquanto as Figuras 68(b), 69(a) e 69(b) apresentam respectivamente os resultados para os aços inoxidáveis, cobre e alumínio ensaiados. Fica evidenciado em todos os casos que a utilização do máximo da curva de engenharia disponível fornece grande congruência com a definição fundamental de instabilidade. Isto era esperado já que a condição de derivada nula aí encontrada ($dF = 0 \therefore dS = 0$) representa a condição fundamental para a instabilidade plástica (a qual é definida como evolução da deformação sem a necessidade de um incremento de força). A técnica de intersecção da curva a/R vs. ε_t , embora apresente bons resultados em alguns casos, não se faz necessária já que a curva de engenharia está disponível e oferece melhor precisão. A definição da instabilidade utilizando a lei de potência ($\varepsilon_{LR} = n$) apresentou desvios também mais expressivos que o máximo da curva de engenharia em todos os materiais avaliados e não deve ser utilizada como referência neste estudo.

Sendo este o cenário, as definições de instabilidade por meio do máximo da curva tensão vs. deformação de engenharia e por meio da definição $d\sigma/d\varepsilon = \sigma$ passam a ser consideradas equivalentes e conduzem à determinação, para cada espécime, da deformação verdadeira para instabilidade (aqui denominada ε_n , sendo n do inglês “necking”). Esta conclusão permite que o uso do ponto de máximo da curva S vs. e (já disponível inclusive nos dados puros aquiridos em laboratório) seja facilmente obtido para fins de tratamento numérico e conduza a um valor muito preciso de ε_{LR} .

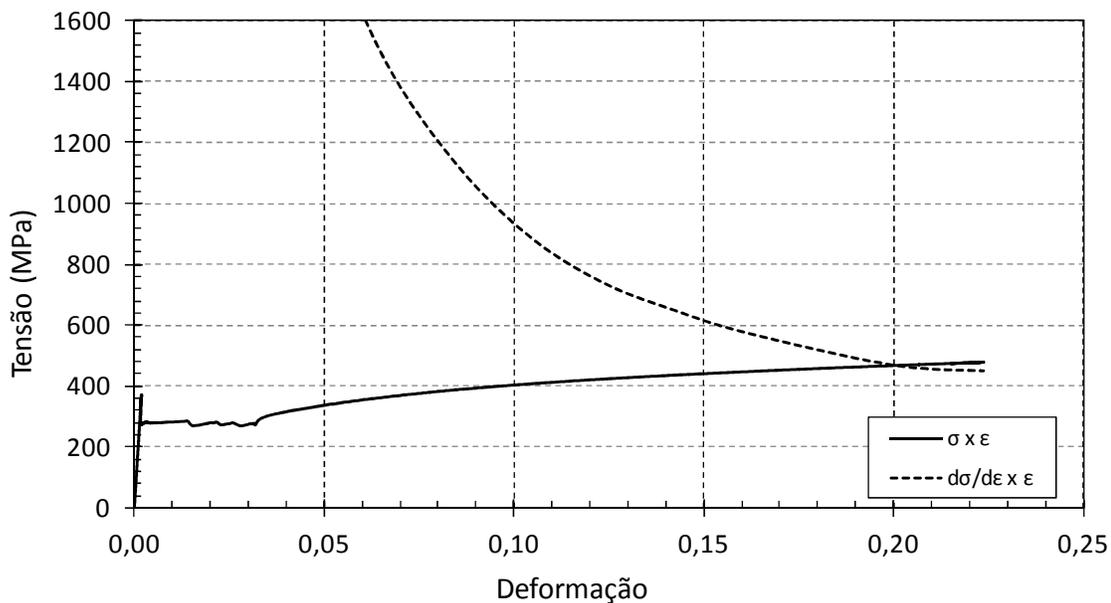


Figura 67: Exemplo de determinação do ponto de instabilidade utilizando a definição fundamental $d\sigma/d\varepsilon = \sigma$ aplicada, neste caso, a um espécime de aço ABNT 1010 (CP # 2). Todos os demais materiais ensaiados apresentaram essencialmente o mesmo comportamento.

Fonte: Autor

Tabela 7 – Valores médios de deformação verdadeira obtidos como ponto de instabilidade a partir dos resultados experimentais tratados.

<i>Material</i>	<i>Máximo da curva $S \times e$</i>	<i>Lei de Potência</i>	<i>Definição de Instabilidade</i>	<i>Curva a/R</i>
Aço Carbono ABNT 1010	0,2023	0,2475	0,1984	0,2843
Aço Carbono ABNT 1020	0,2158	0,2822	0,2082	0,3233
Aço Carbono ASTM A36	0,1824	0,2302	0,1824	0,2522
Aço Carbono ABNT 4140	0,1400	0,2552	0,1426	0,2356
Aço Carbono ASTM A285	0,1943	0,2577	0,1970	0,3084
Aço Carbono ASTM A516	0,1593	0,1924	0,1545	0,2646
Aço Inoxidável AISI 304	0,4644	0,3028	0,4626	0,5888
Aço Inoxidável AISI 301	0,4098	0,2523	0,4395	0,4475
Aço Inoxidável SAF 2507	0,2227	0,1301	0,2224	0,3089
Liga de Alumínio AA7175	0,1047	0,2540	0,8810	0,1048
Cobre	0,3233	0,4545	0,3227	0,4015

Fonte: Autor

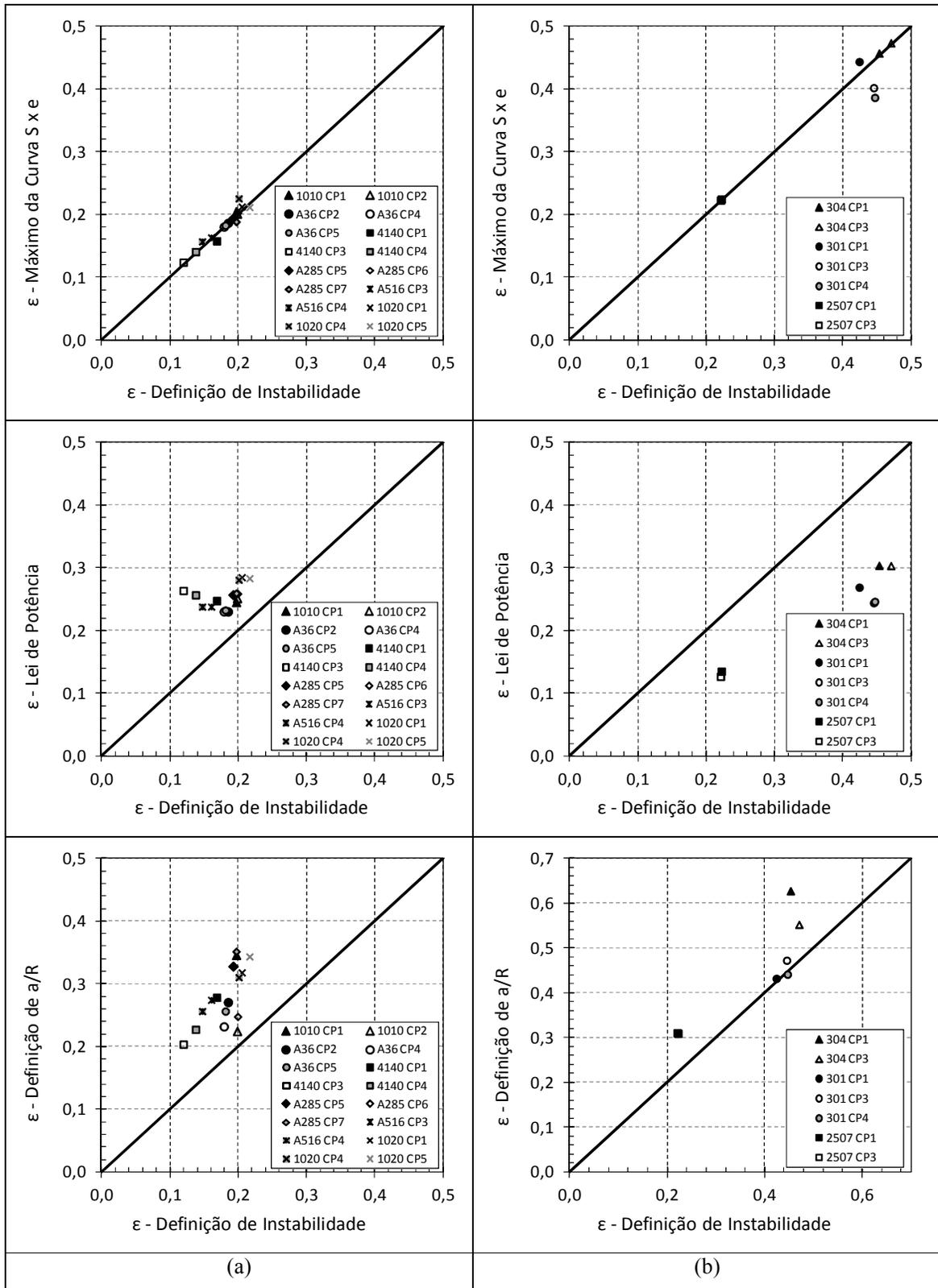


Figura 68: Ponto de instabilidade plástica (em termos da deformação verdadeira – ϵ – para sua ocorrência) definido utilizando as diferentes técnicas supracitadas para (a) aços ao carbono e (b) aços inoxidáveis ensaiados.

Fonte: Autor

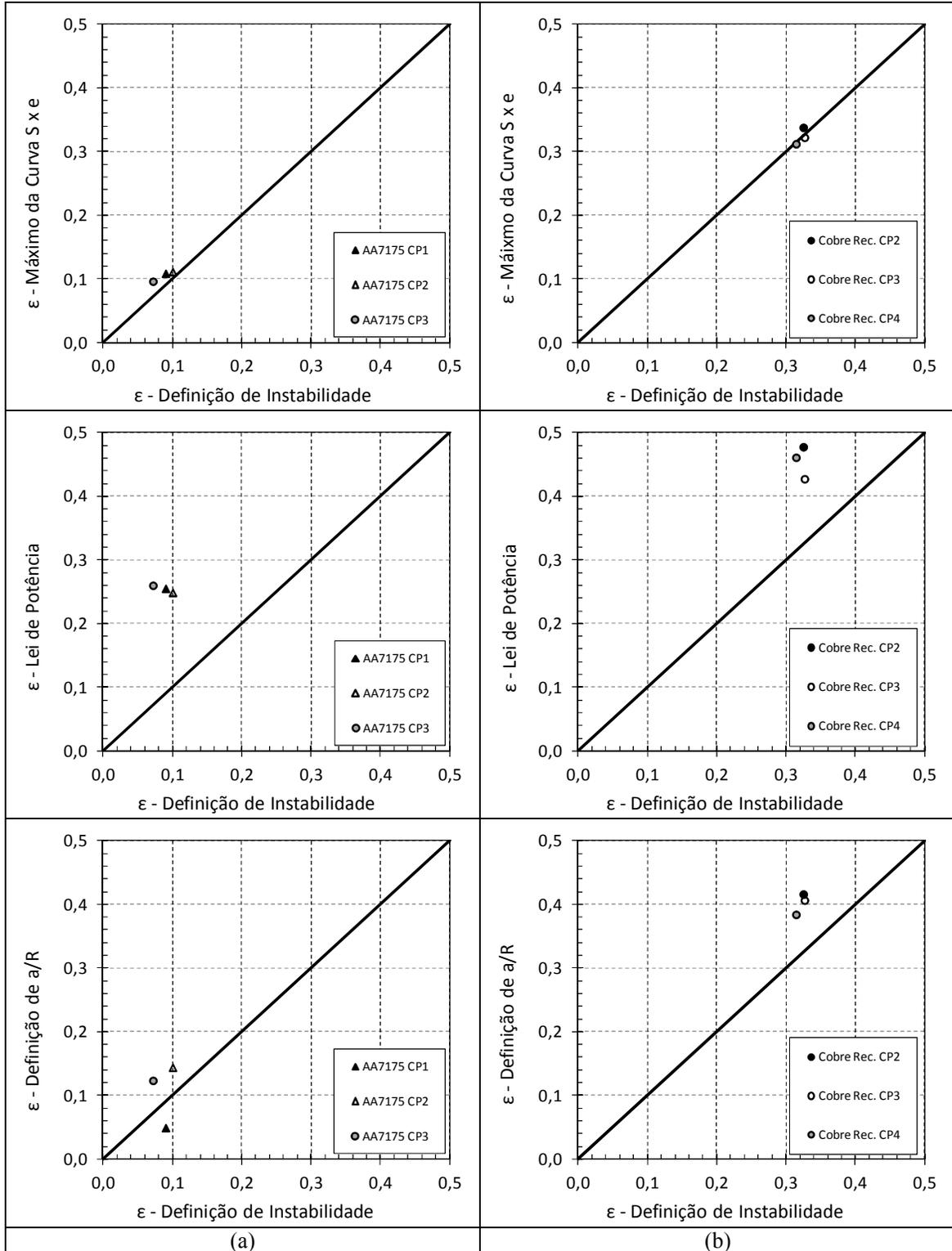


Figura 69: Ponto de instabilidade plástica (em termos da deformo verdadeira – ϵ – para sua ocorrência) definido utilizando as diferentes técnicas supracitadas para (a) alumínio e (b) cobre ensaiados.

Fonte: Autor

5.3 Evolução geométrica da estrição e ilustração das fraturas

Conhecido o ponto de instabilidade plástica e com sua determinação experimental com demonstrada viabilidade e precisão, é de fundamental importância a investigação detalhada de como se dá a evolução geométrica da estrição e da fratura em corpos-de-prova reais. As Figuras 70 a 80 apresentam, para espécimes selecionados de diferentes materiais, a evolução da estrição para níveis de deformação indo da instabilidade ($\varepsilon = \varepsilon_n = \lambda \varepsilon_f$) até a fratura ($\varepsilon = \lambda \varepsilon_f = 1 \varepsilon_f$). O parâmetro λ é aqui introduzido para representar de maneira relativa o posicionamento de um instante em análise (cuja deformação vale ε) comparado à deformação de fratura (ε_f – para a qual $\lambda = 1$).

A análise das Figuras 70 a 80 revela que o argumento de Bridgman sobre a aparente “estagnação” da deformação das regiões remotas à estrição é bastante razoável visualmente. Uma observação preliminar na Figura 89(b), a qual consiste de uma representação gráfica quantitativa do perfil direito de um espécime estriccionado por meio dos pixels que o definem, confirma as impressões aqui mencionadas.

Adicionalmente, as mesmas figuras revelam que para todos os materiais ensaiados a evolução da estrição se desenvolve com uma geometria de curvatura contínua e suave sem descontinuidades aparentes – ou seja, para os níveis de deformação de fratura obtidos nestes ensaios, o efeito microestrutural da presença de poucos grãos na mínima seção transversal não se mostrou presente ou relevante.

As Figuras 81 a 86, por sua vez, apresentam todos os espécimes fraturados para que se possa ter uma ideia geral do comportamento dos materiais ensaiados neste trabalho em termos de deformação final e configuração geométrica da estrição. A avaliação destas imagens permite concluir sobre a grande proximidade das condições de fratura para cada espécime de um mesmo material e também sobre a aparente aleatoriedade da posição na qual se desenvolveu a estrição, o que é desejável e garante ausência de viés nos resultados obtidos.

Por fim, as Figuras 87 e 88 apresentam a morfologia macroscópica das respectivas fraturas típicas encontradas para cada um dos materiais ensaiados (um espécime típico de cada material foi selecionado para ilustração). Todos os materiais apresentaram, de um ponto de vista mecânico, essencialmente as mesmas características morfológicas de fratura taça-cone com núcleo planar (fruto da maior tensão hidrostática) e raio externo com “*shear lips*”, sendo que uma investigação micromecânica e microestrutural futura pode ser de grande valia.

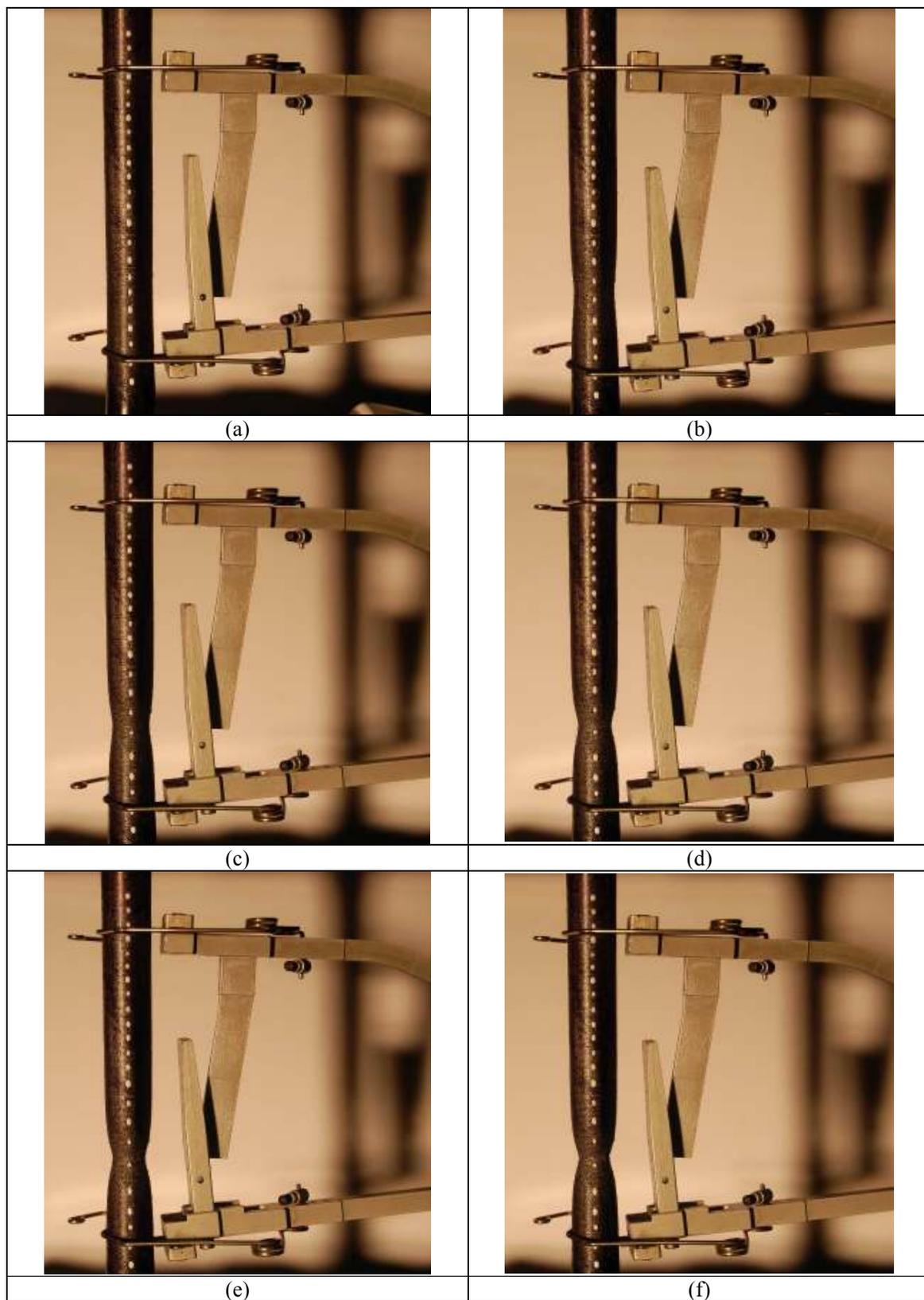


Figura 70: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ABNT 1010 (CP #1) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n = 0,19\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon = 0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon = 0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon = 0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon = 0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon = 1,00\varepsilon_f$.

Fonte: Autor

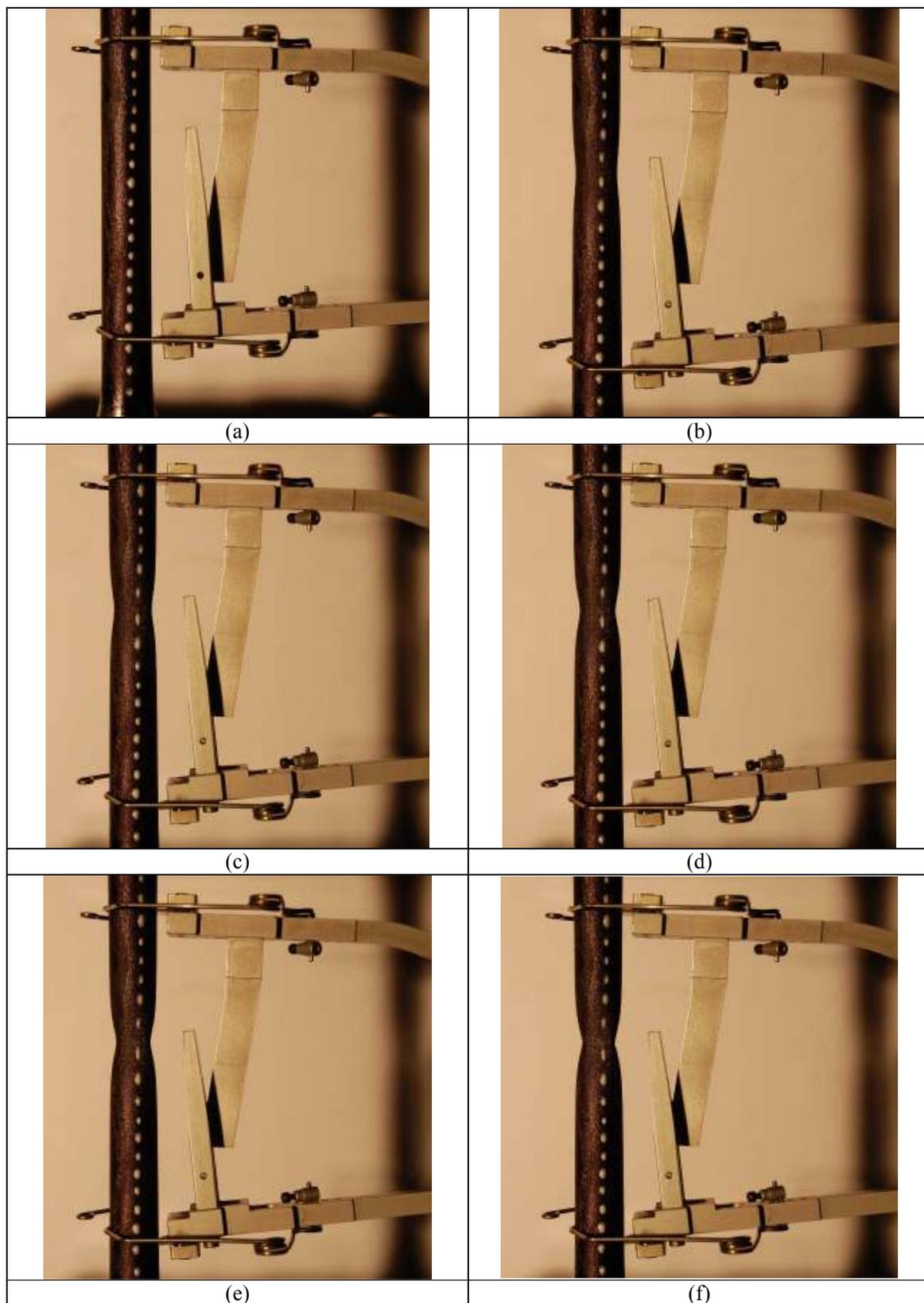


Figura 71: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ABNT 1020 (CP #1) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n = 0,19\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon = 0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon = 0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon = 0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon = 0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon = 1,00\varepsilon_f$.

Fonte: Autor

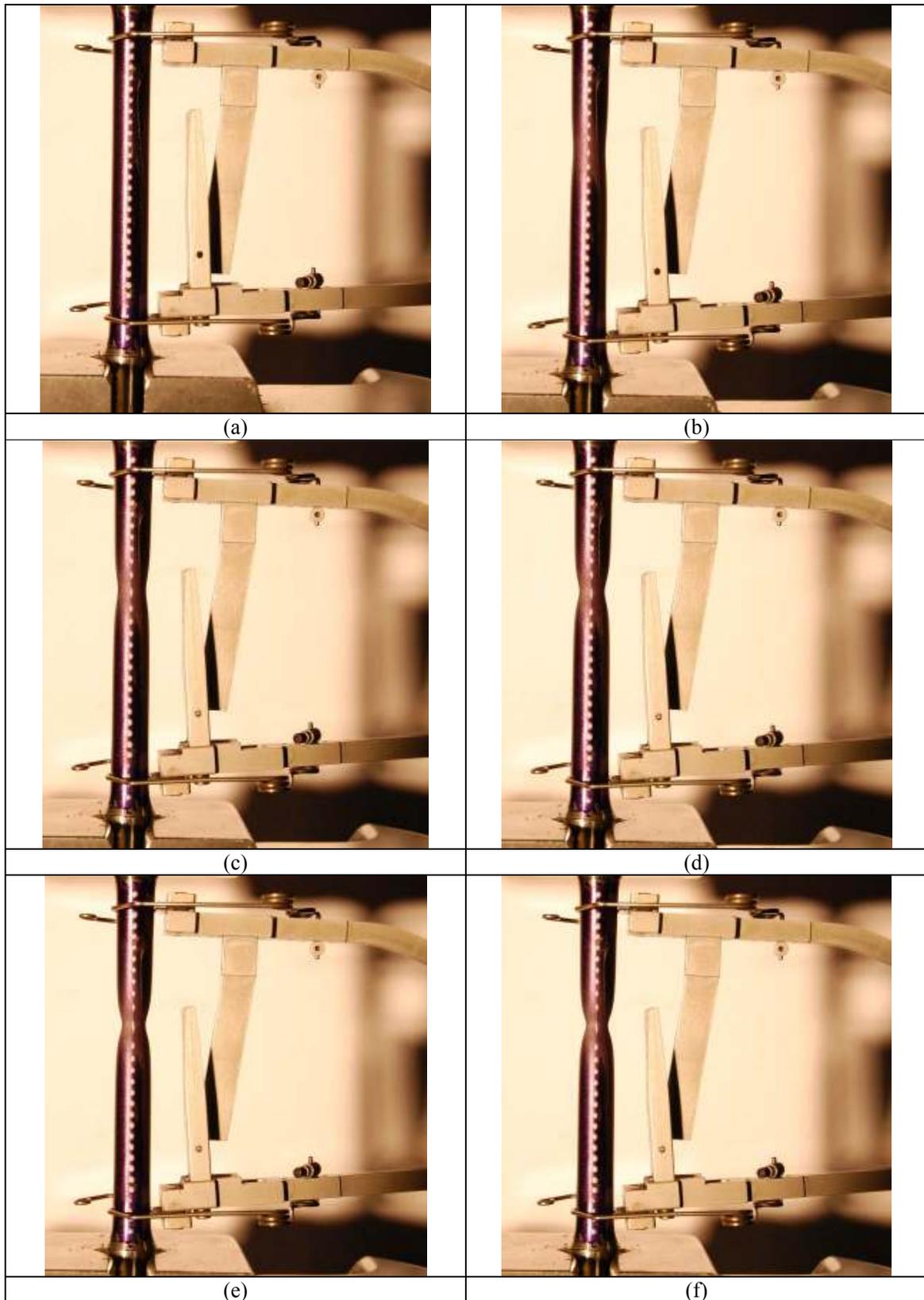


Figura 72: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ASTM A36 (CP #1) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n = 0,18\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon = 0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon = 0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon = 0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon = 0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon = 1,00\varepsilon_f$.

Fonte: Autor

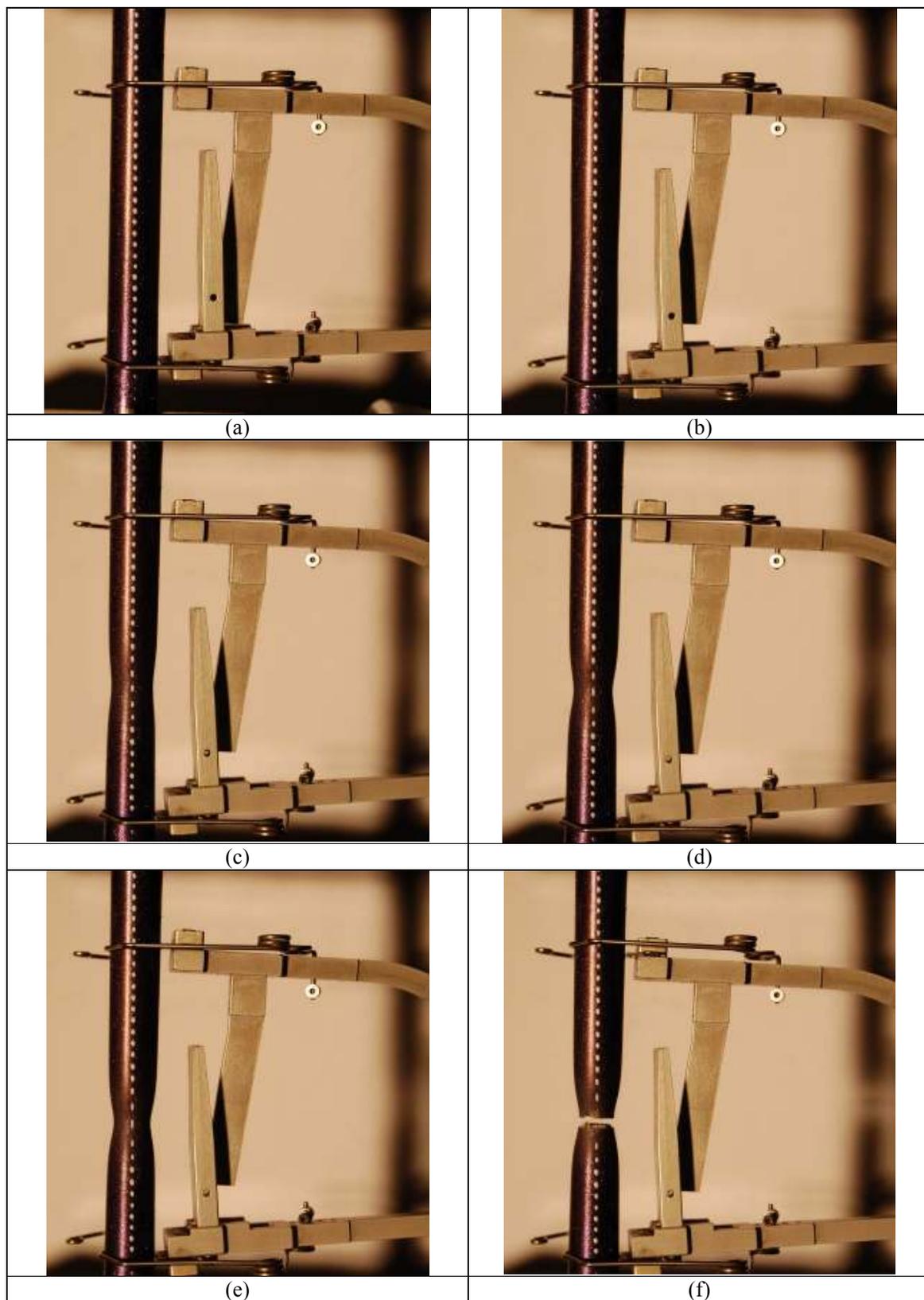


Figura 73: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ABNT 4140 (CP #1) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n = 0,21\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon = 0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon = 0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon = 0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon = 0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon = 1,00\varepsilon_f$.

Fonte: Autor

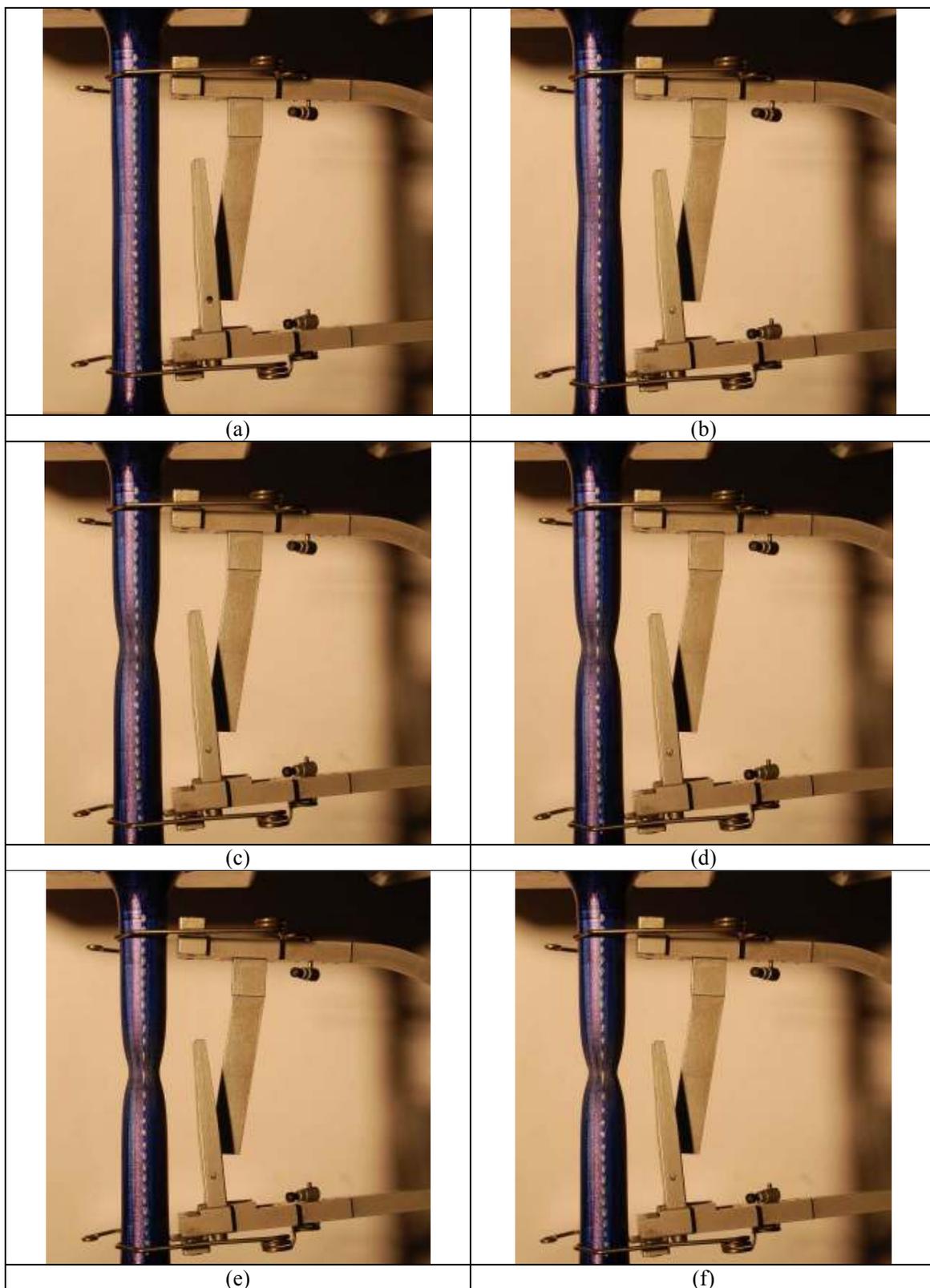


Figura 74: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ASTM A285 (CP #7) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n = 0,20\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon = 0,30\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon = 0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon = 0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon = 0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon = 1,00\varepsilon_f$.

Fonte: Autor

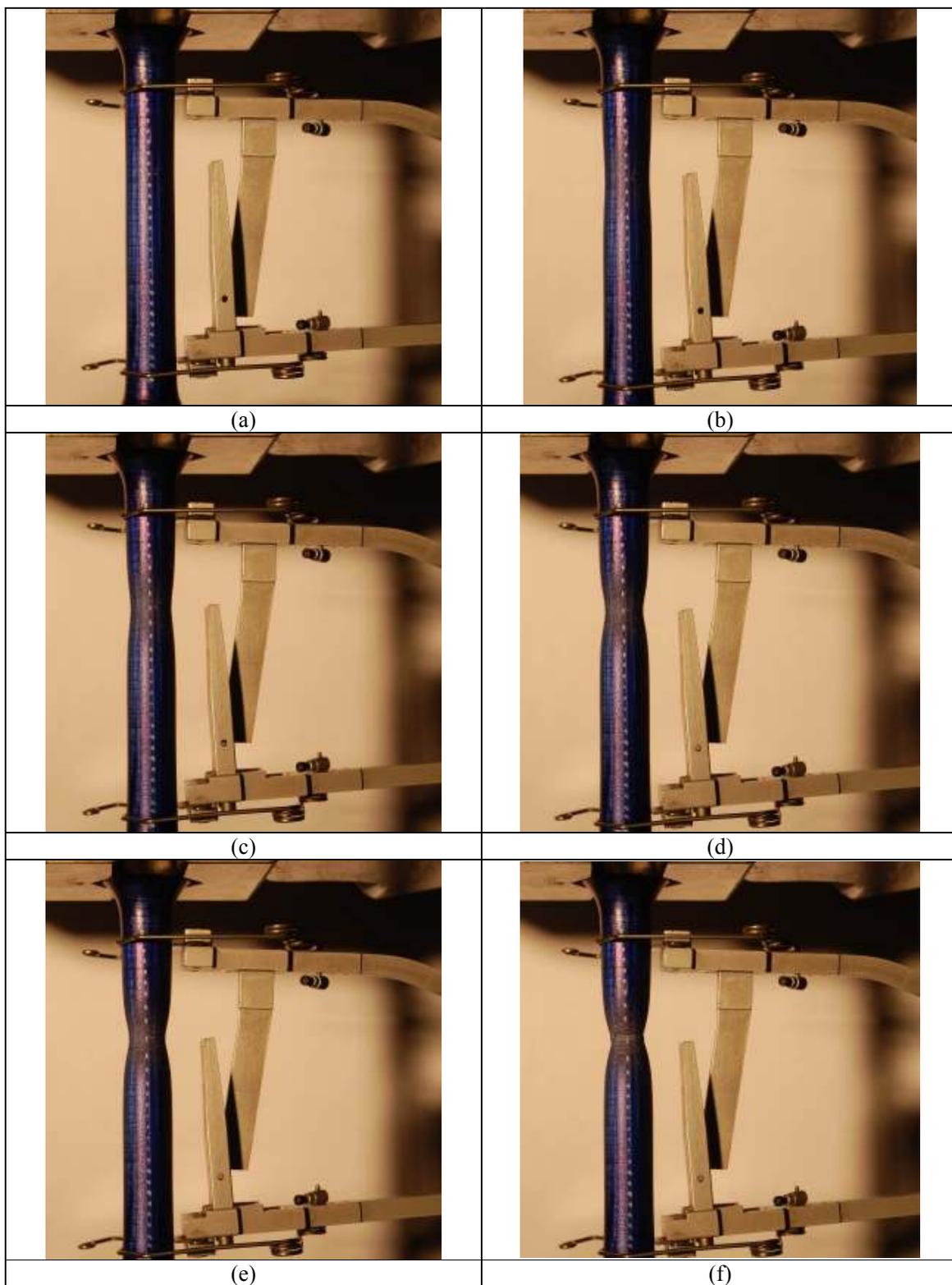


Figura 75: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço ASTM A516 (CP #3) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n = 0,23\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon = 0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon = 0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon = 0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon = 0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon = 1,00\varepsilon_f$.

Fonte: Autor

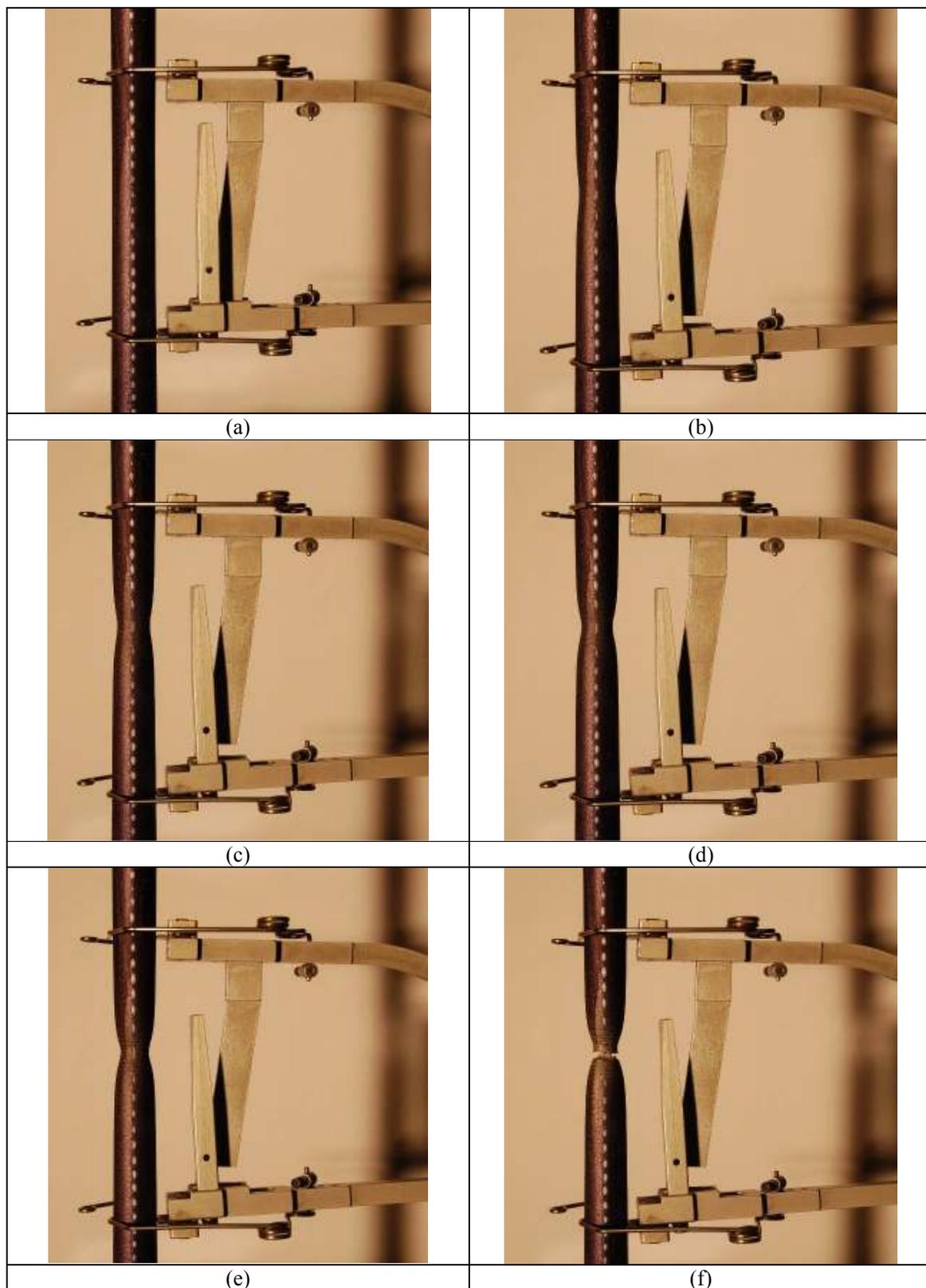


Figura 76: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço inoxidável AISI 304 (CP #1) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n = 0,35\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon = 0,60\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon = 0,70\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon = 0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon = 0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon = 1,00\varepsilon_f$.

Fonte: Autor

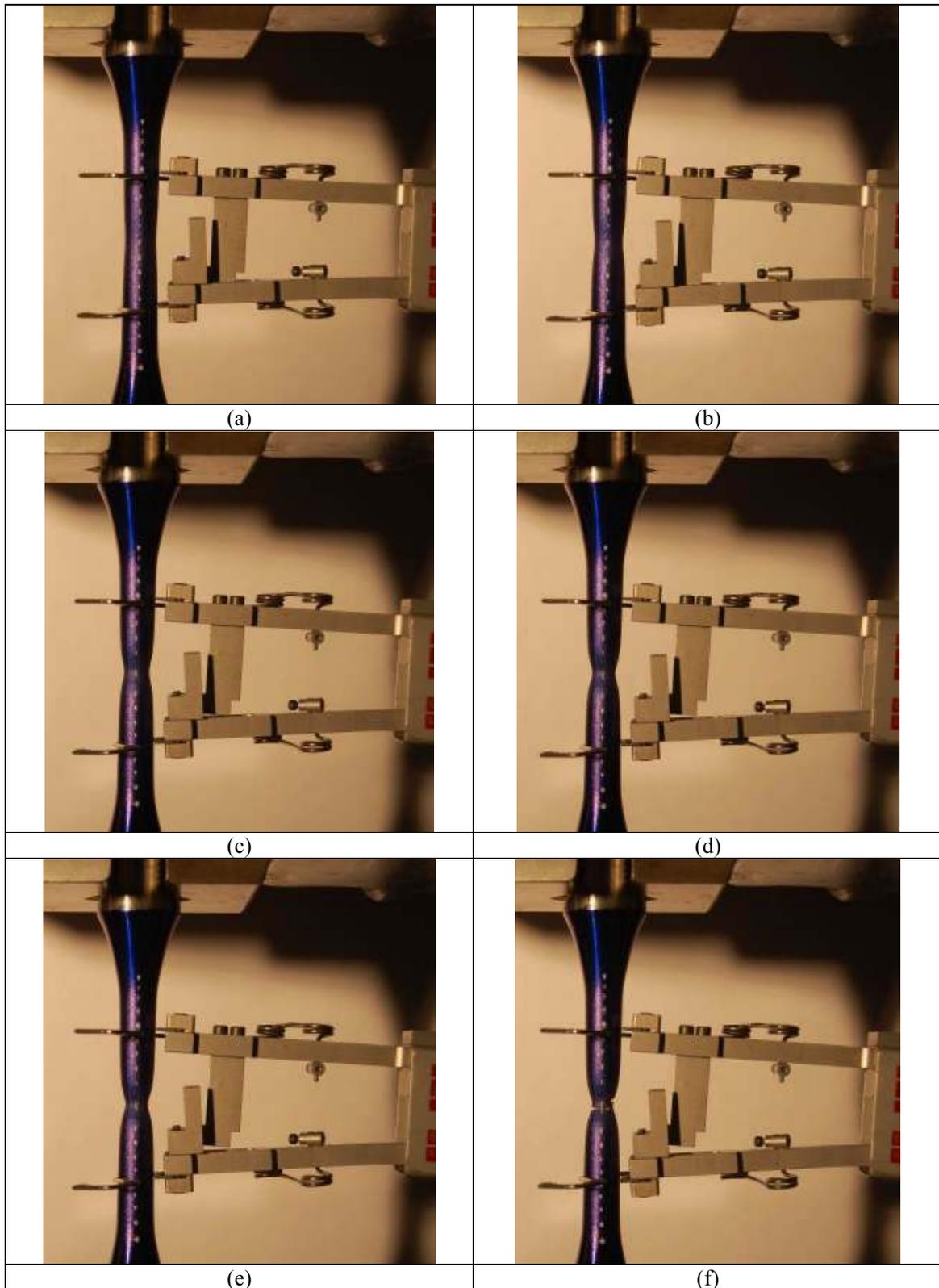


Figura 77: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço inoxidável AISI 301 (CP #3) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n = 0,32\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon = 0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon = 0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon = 0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon = 0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon = 1,00\varepsilon_f$.

Fonte: Autor

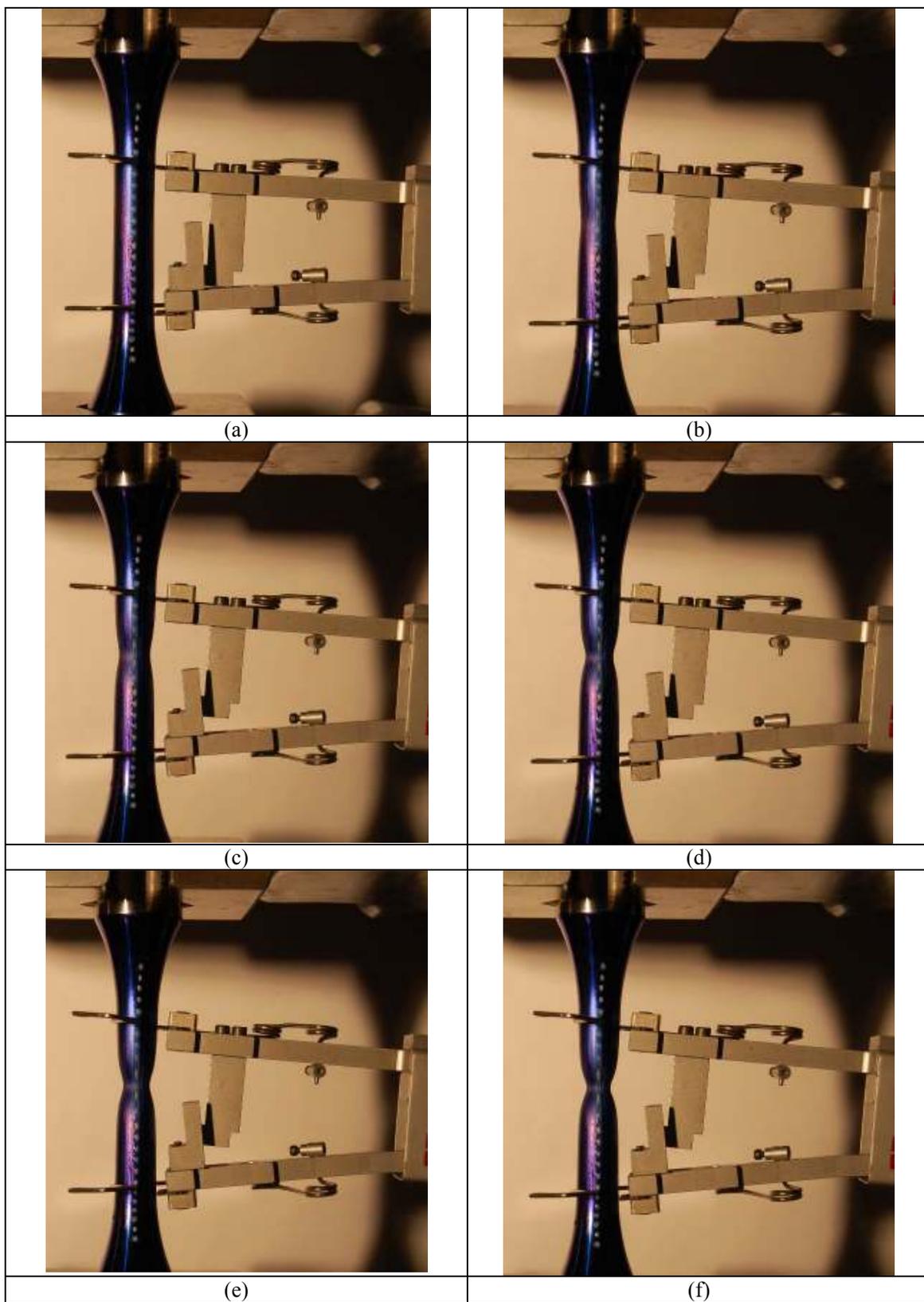


Figura 78: Evolução da estricção em espécime selecionado de aço inoxidável SAF 2507 (CP #3) para os seguintes níveis de ε : (a) $\varepsilon = \varepsilon_n = 0,22\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon = 0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon = 0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon = 0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon = 0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon = 1,00\varepsilon_f$.
Fonte: Autor

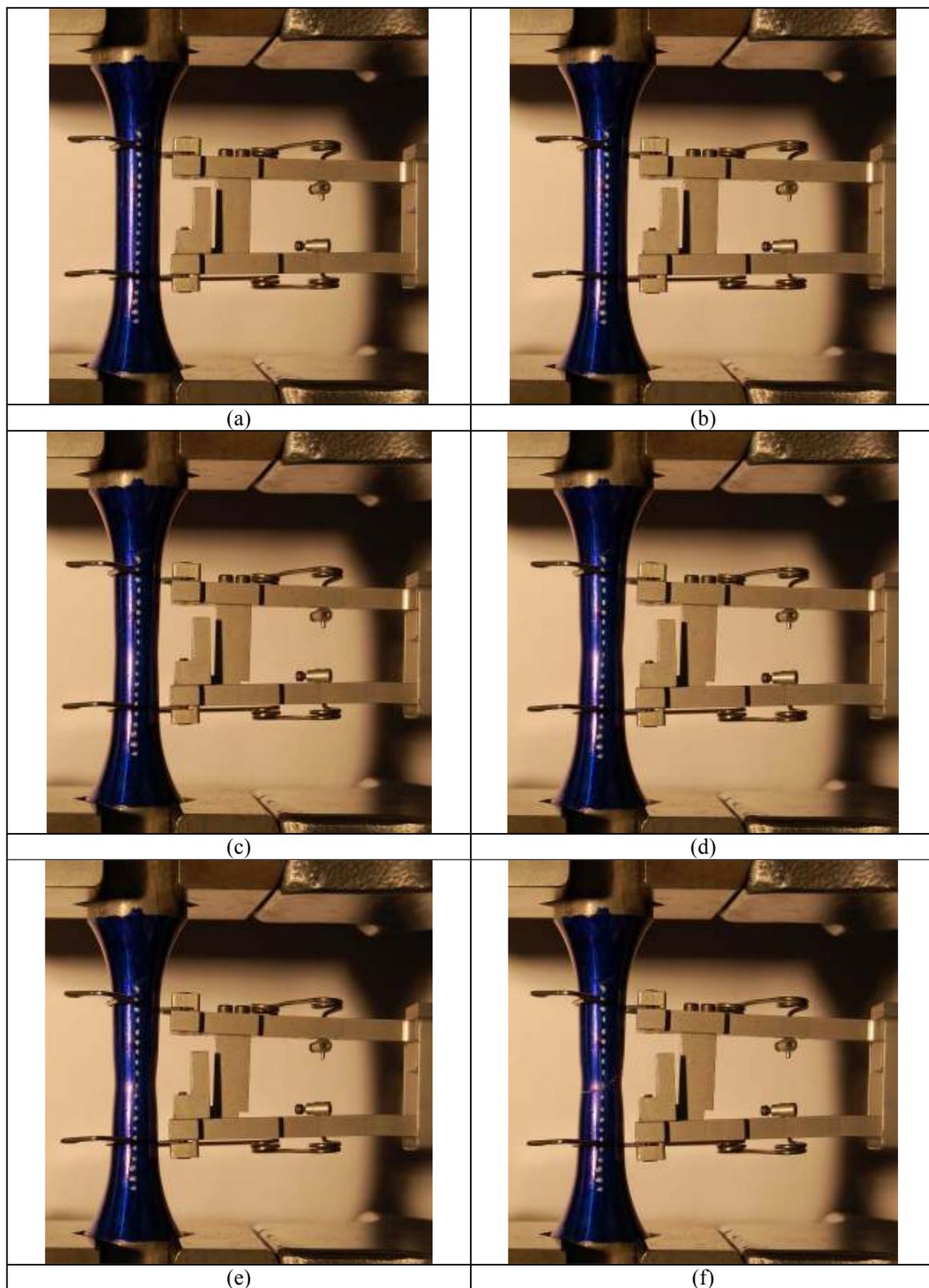


Figura 79: Evolução da estricção em espécime selecionado de alumínio AA7175 (CP #2) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n = 0,35\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon = 0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon = 0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon = 0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon = 0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon = 1,00\varepsilon_f$.
Fonte: Autor

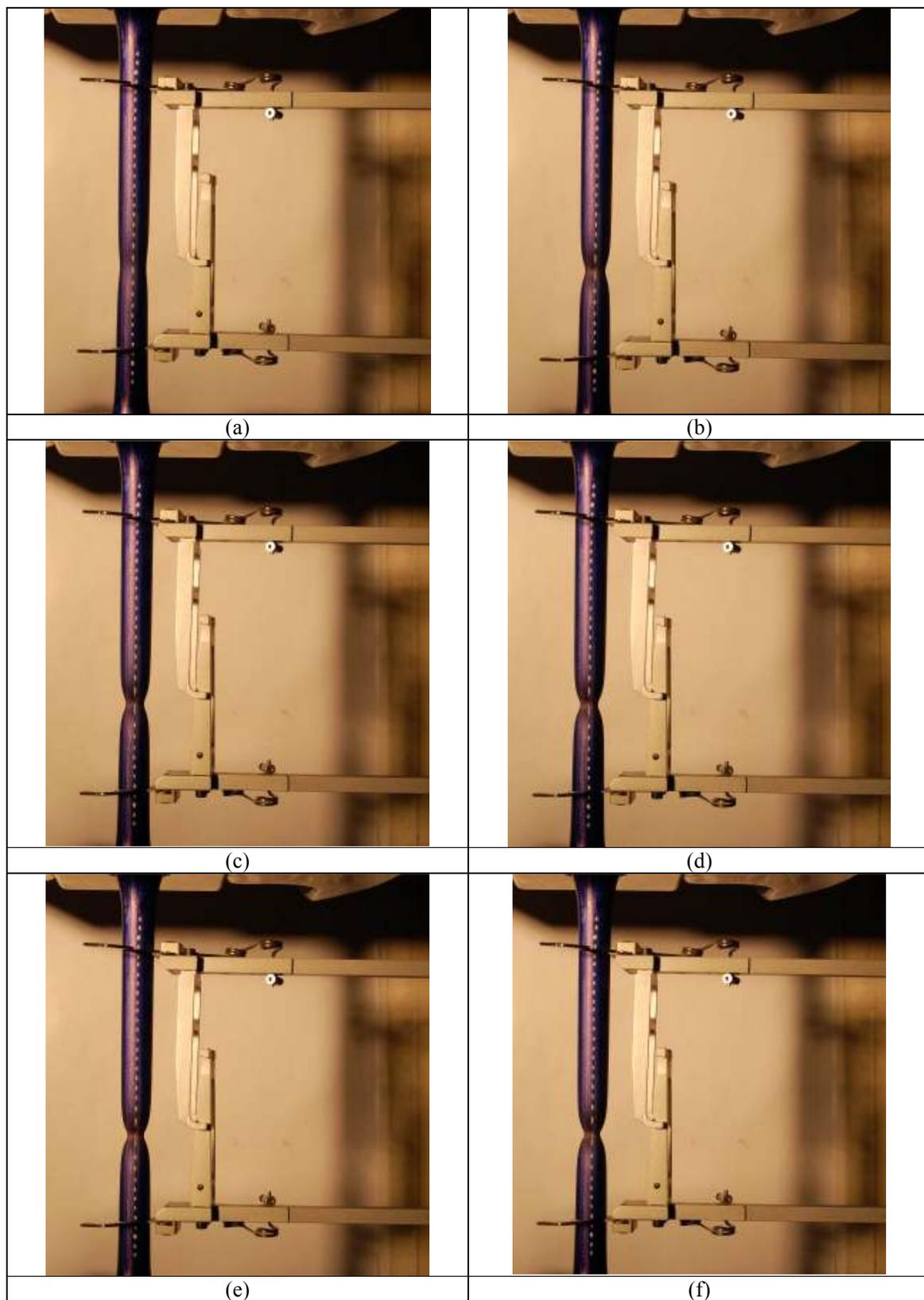
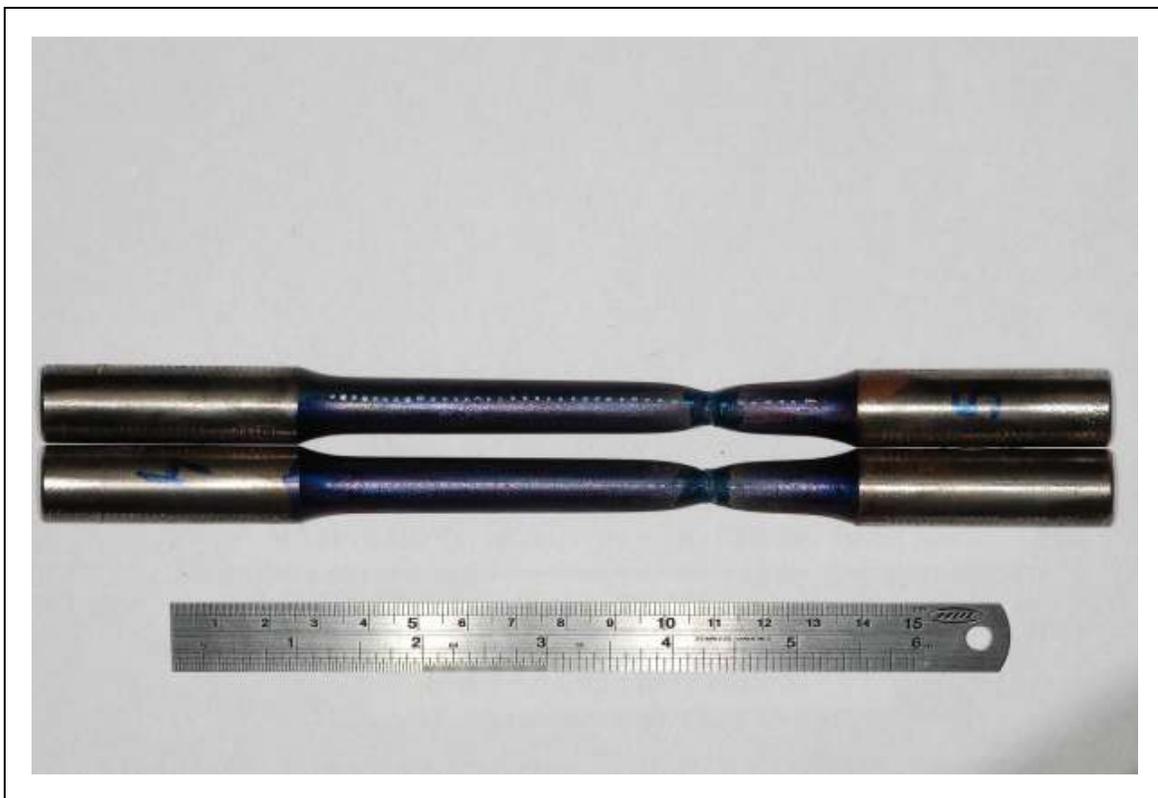


Figura 80: Evolução da estricção em espécime selecionado de cobre recozido (CP #2) para os seguintes níveis de deformação: (a) $\varepsilon = \varepsilon_n = 0,22\varepsilon_f$, (b) $\varepsilon = 0,40\varepsilon_f$, (c) $\varepsilon = 0,60\varepsilon_f$, (d) $\varepsilon = 0,80\varepsilon_f$, (e) $\varepsilon = 0,90\varepsilon_f$ e (f) $\varepsilon = 1,00\varepsilon_f$.

Fonte: Autor



(a)



(b)

Figura 81: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial para (a) aço ABNT 1010 e (b) aço ABNT 1020.
Fonte: Autor



(a)

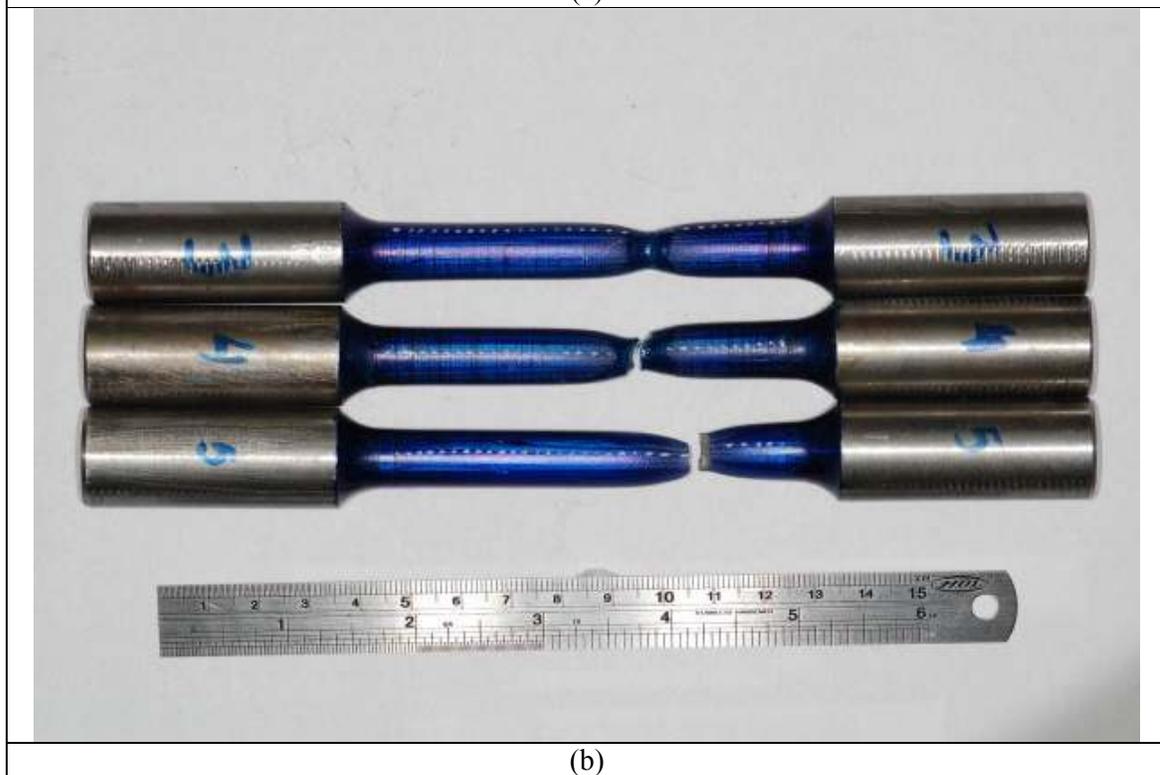


(b)

Figura 82: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial para (a) aço ASTM A36 e (b) aço ABNT 4140.
Fonte: Autor



(a)

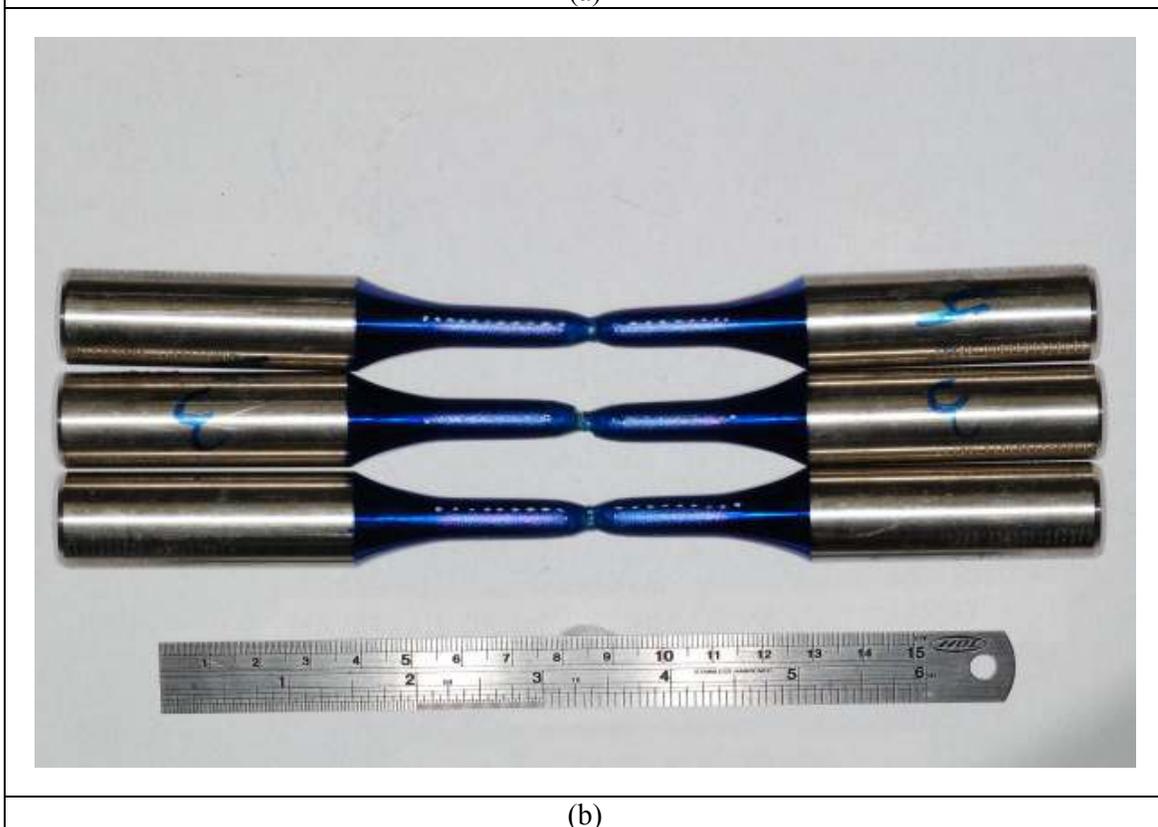


(b)

Figura 83: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial para (a) aço ASTM A285 e (b) aço ASTM A516.
Fonte: Autor

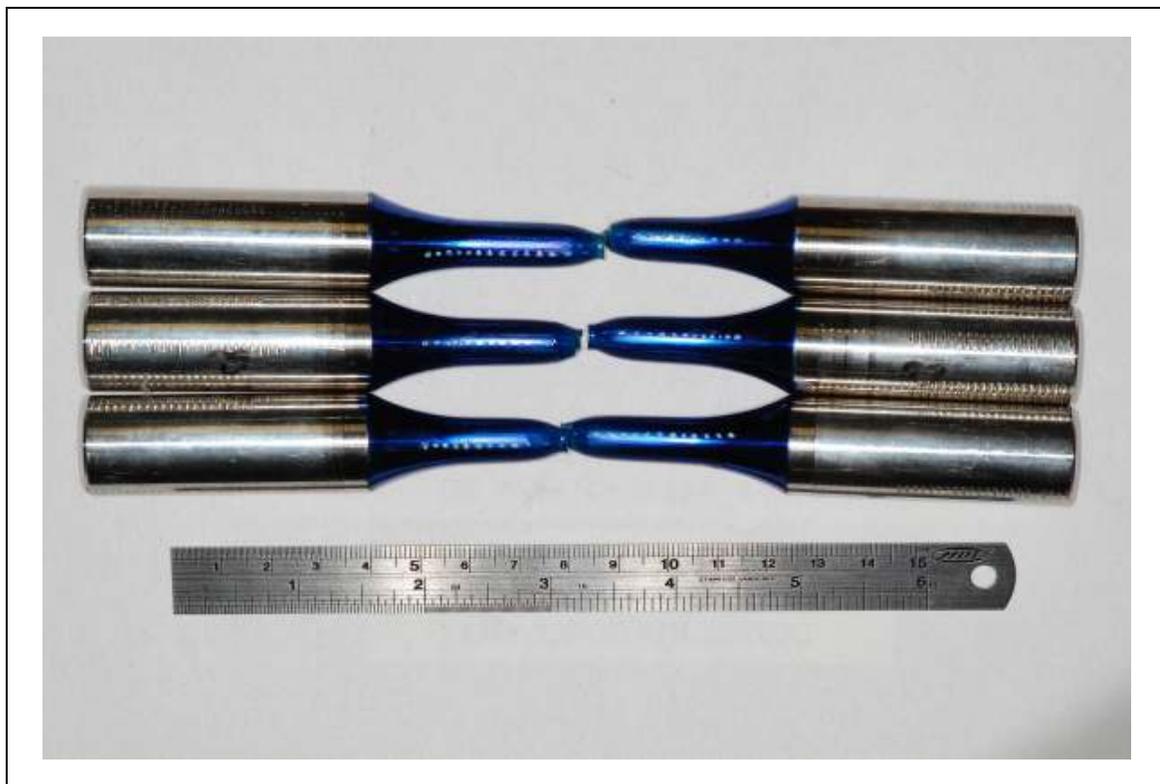


(a)

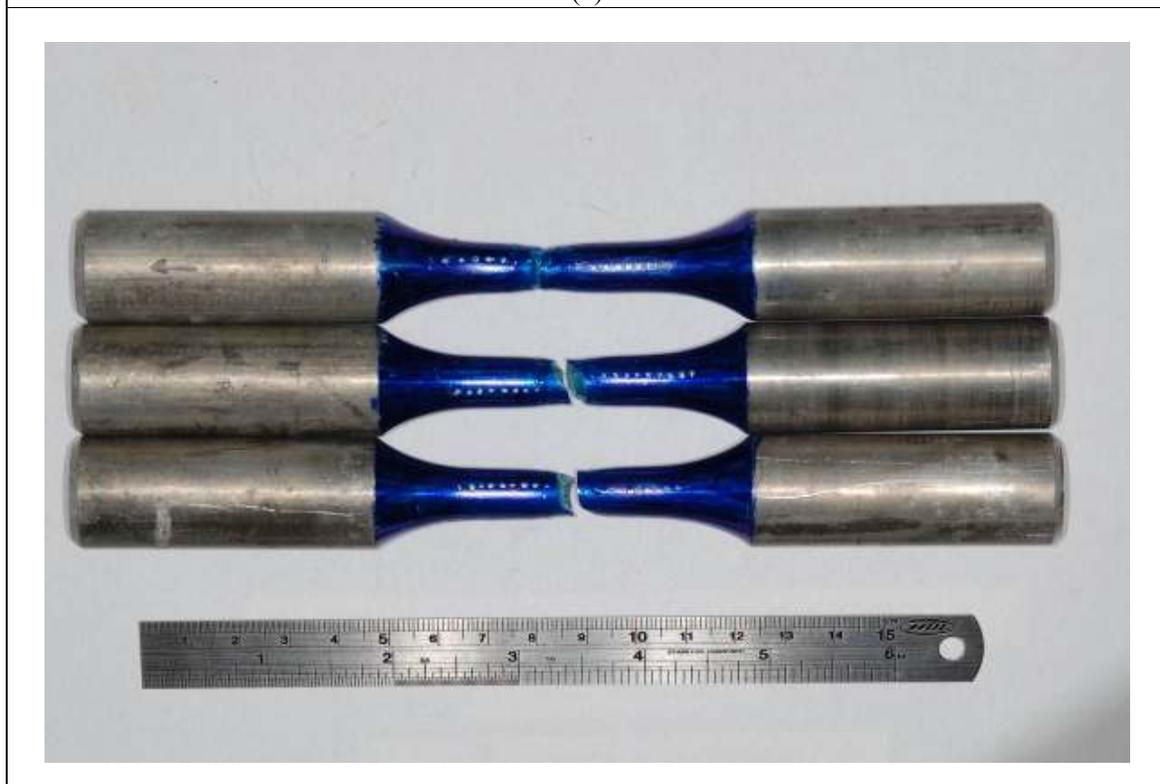


(b)

Figura 84: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial para (a) aço AISI 304 e (b) aço AISI 301.
Fonte: Autor



(a)



(b)

Figura 85: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial para (a) aço inoxidável SAF 2507 e (b) alumínio AA7175.

Fonte: Autor

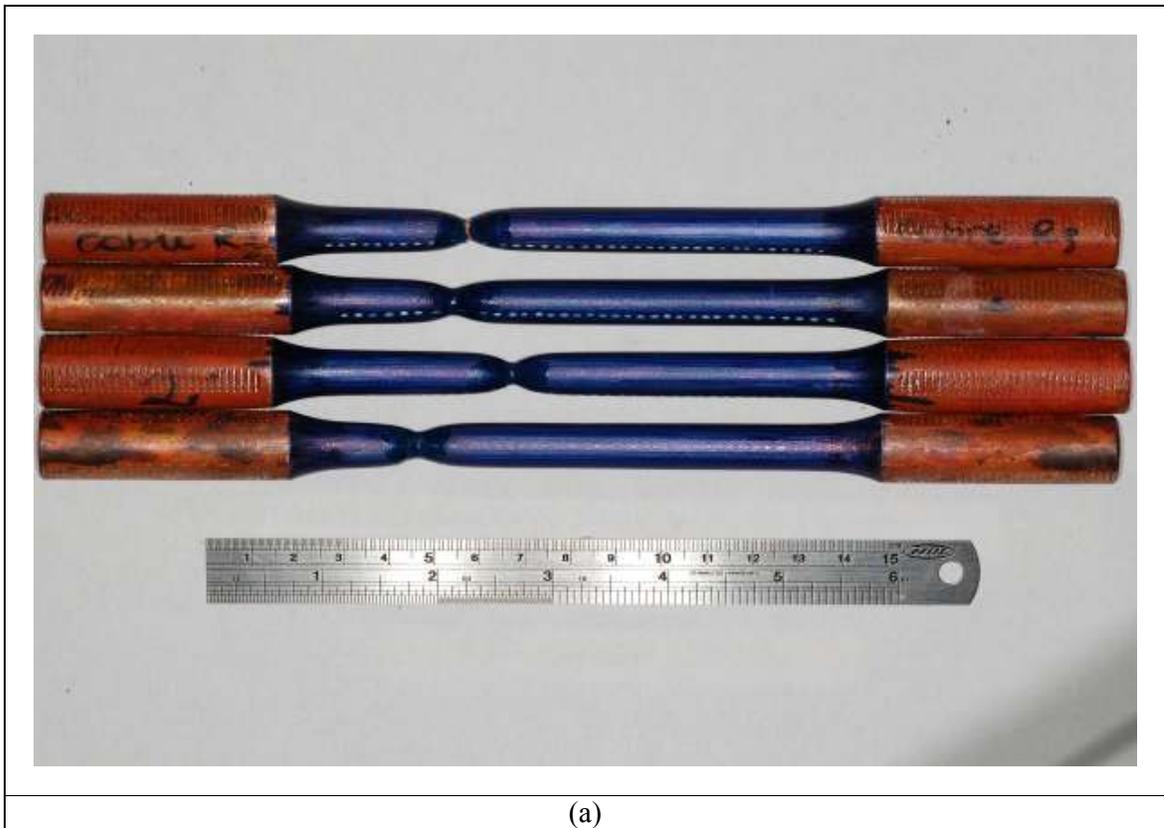


Figura 86: Corpos-de-prova ensaiados em tração uniaxial para (a) cobre.
Fonte: Autor

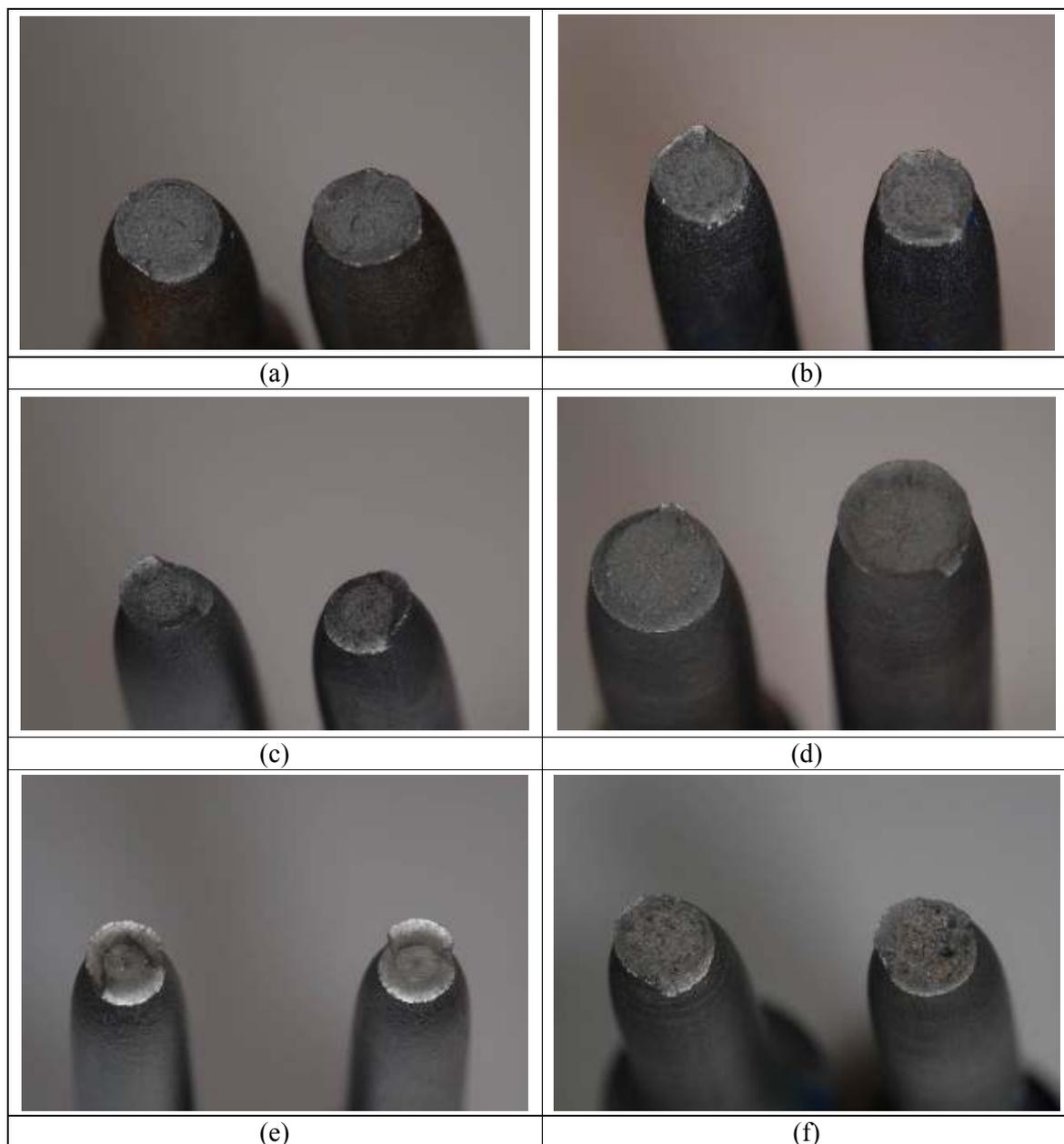


Figura 87: Topologia macroscópica ilustrativa das fraturas taça-cone para (a) aço ABNT 1010, (b) aço ABNT 1020, (c) aço ASTM A36, (d) aço ABNT 4140, (e) aço ASTM A285 e (f) aço ASTM A516.

Fonte: Autor

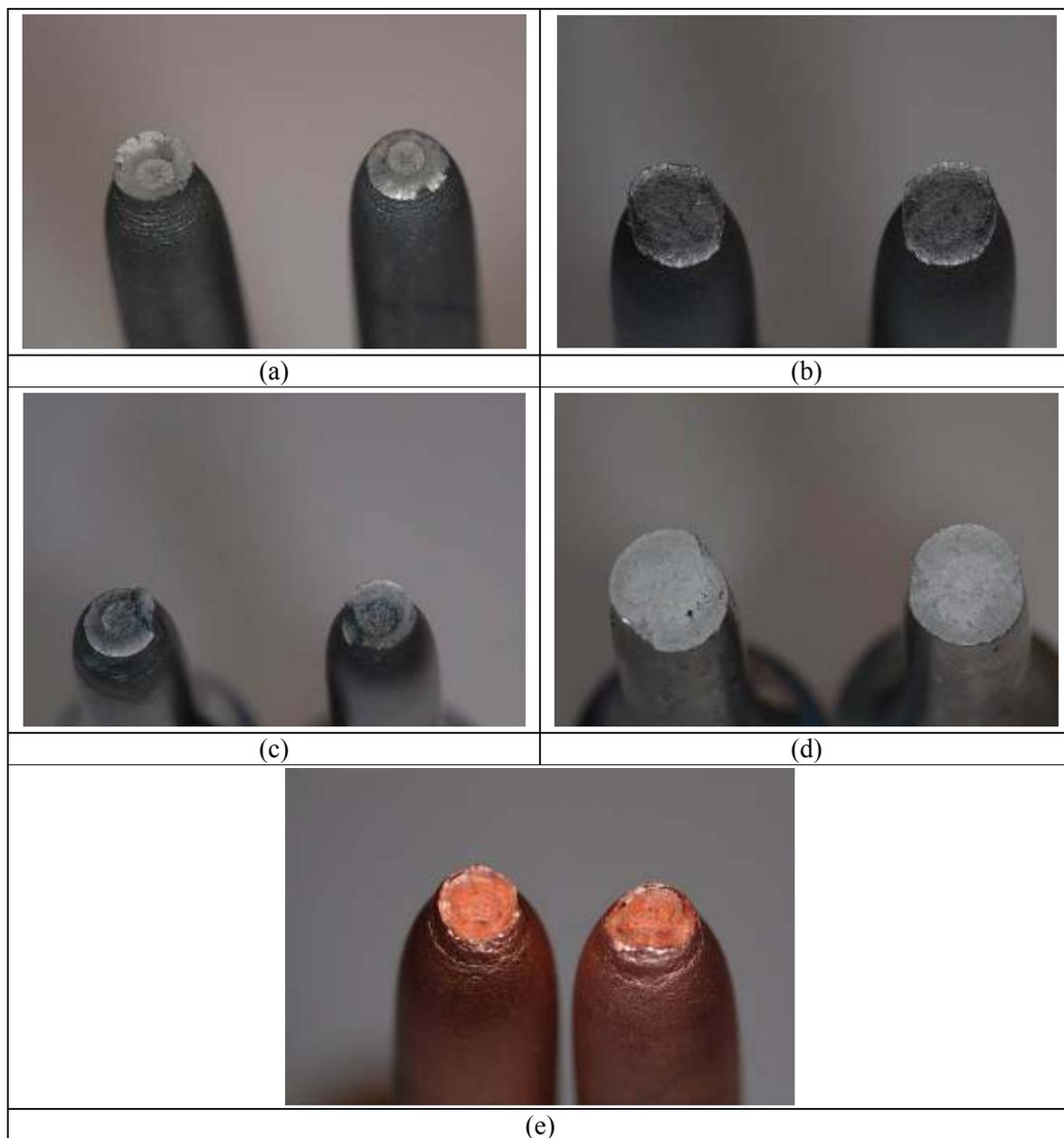


Figura 88: Topologia macroscópica ilustrativa das fraturas taça-cone para (a) aço inoxidável AISI 304, (b) aço inoxidável AISI 301, (c) aço inoxidável SAF 2507, (d) alumínio AA7175 e (e) cobre.

Fonte: Autor

5.4 Avaliação quantitativa da evolução geométrica da estrição

Embora altamente ilustrativas, porém, as imagens da seção anterior precisam ser quantitativamente descritas e avaliadas para que as conclusões desejadas possam emergir de maneira robusta e matematicamente aplicável à correção dos dados tensão vs. deformação para a presença de triaxialidade, o que é feito na sequência.

Tomando-se como referência a geometria esquemática da estrição apresentada pela Figura 19, a Figura 89(a) possui uma reprodução da geometria em investigação com algumas grandezas geométricas de interesse aí incluídas. Primeiramente, a Figura 89(b) apresenta resultados pós-processados (utilizando a técnica de análise de imagens desenvolvida ao longo do trabalho) de como evolui a deformação transversal de um espécime de aço ABNT 1020 recozido antes e após a instabilidade plástica. Fica evidenciado nestes resultados que, assim como comentado por Bridgman (1944), a deformação após o início da estrição se concentra predominantemente na região estriccionada, enquanto o restante do corpo-de-prova praticamente mantém a sua deformada pré-instabilidade (a região remota fica “congelada”).

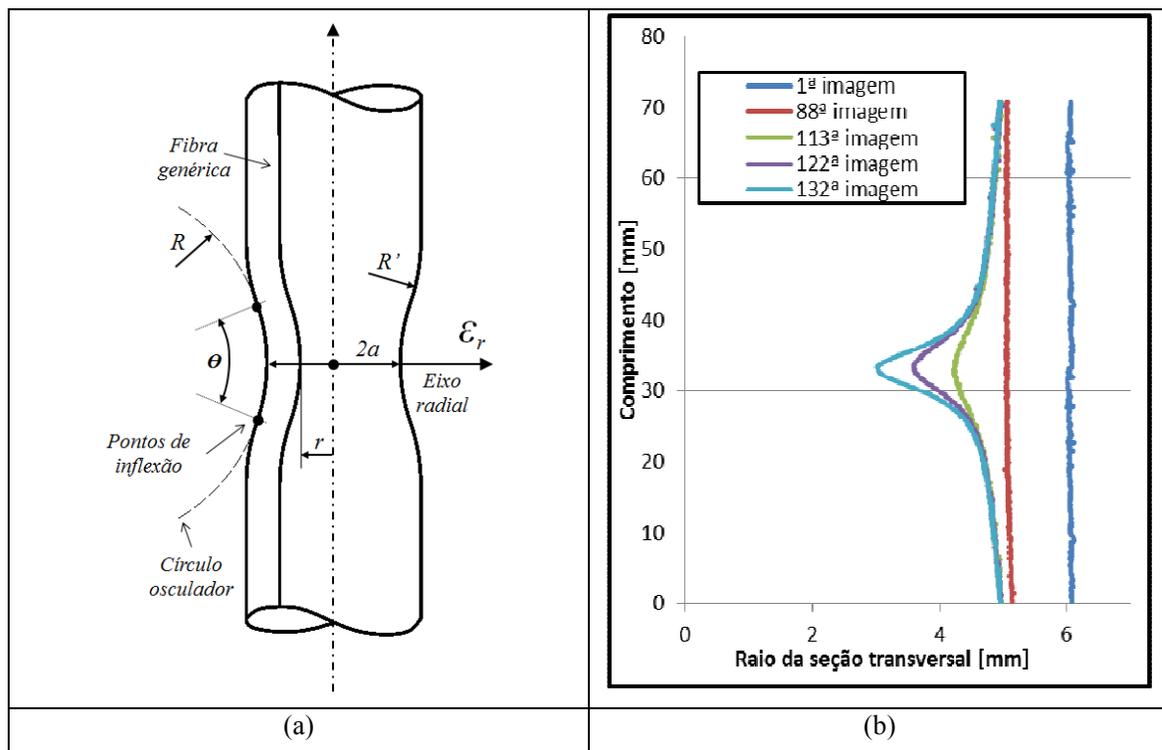


Figura 89: (a) Grandezas geométricas idealizadas como descritoras da estrição e (b) ilustração do perfil lateral de um espécime de ABNT 1020 recozido em diferentes fases de deformação verdadeira pós-instabilidade avaliado por análise de imagens. A 132ª imagem é a antecessora da fratura. Nota-se aí a aparente manutenção (“congelamento”) da geometria remota à estrição independente do nível de deformação pós-instabilidade, o que é mencionado por Bridgman em seu trabalho original.

Fonte: Autor

Após longa investigação conduzida no trabalho sobre a evolução de todos os parâmetros geométricos ilustrados na Figura 89(a), os resultados selecionados como de interesse e as principais conclusões são discutidos na sequência.

Primeiramente, um parâmetro que baliza a correção de Bridgman e merece destaque é o adimensional a/R . As Figuras 90 e 91 a seguir ilustram, para os mesmos espécimes apresentados nas Figuras 70 a 80, a evolução de a/R vs. ϵ_t . Aqui, a nomenclatura ϵ_t é empregada para se referir à deformação verdadeira calculada com base nas alterações de área (seção transversal), sendo análogas à definição de ϵ . Diferentemente do apresentado por Bridgman, onde grandes níveis de pressão hidrostática foram impostos aos ensaios para favorecer a extensão da plasticidade (atingindo deformações de até $\sim 4,0$) e uma evolução curvilínea foi encontrada (vide Figura 35), para todos os casos ensaiados no presente trabalho a evolução foi essencialmente linear até a fratura. Mesmo o material que atingiu maior deformação plástica na fratura ($\epsilon_f = 1,455$ – aço inoxidável AISI 304) está bastante menos deformado que os ensaios conduzidos por Bridgman e com evolução essencialmente linear. Regressões de primeira ordem e os respectivos coeficientes de múltipla correlação foram incluídos nas Figuras 90 e 91 e indicam o elevado grau de linearidade.

Uma crítica que se pode fazer aos ensaios originais de Bridgman (1952) é que como resultado da pressão hidrostática, os espécimes não estavam expostos ao estado plano de tensões (EPT) típico da superfície externa em condições reais de ensaio, mas estavam expostos ao estado triplo de tensões (ETT), que faz com que a estrição do corpo-de-prova demore mais para se formar e para evoluir. Assim, a evolução linear aqui encontrada pode ser considerada mais realista do ponto de vista prático real e ainda favorece fortemente a descrição matemática da estrição como será discutido e simplificado adiante.

Um ponto que merece destaque neste momento é a precisão (em termos de potencial metrológico) conseguida com a técnica de análise de imagens de alta resolução desenvolvida. Observando-se as Figuras 90 e 91 fica evidenciado que o pós-processamento das imagens fornece grande estabilidade dos dados gerados (pequenos espalhamento das medidas subsequentes), mesmo se tratando de um problema físico de pequenas dimensões. Até o momento, com a máquina Nikon D-40 de 15 Megapixels em máximo aumento uma resolução de 0,02 mm foi obtida (esta capacidade metrológica é dada pelo tamanho do pixel conseguido). Comparando-se as Figuras 90 e 91 com a Figura 35, fica explicitamente evidente a melhor descrição do fenômeno físico em comparação aos principais trabalhos disponíveis na literatura, os quais não contavam com os recursos atuais. Esse foi um ponto positivo deste trabalho e que merece destaque.

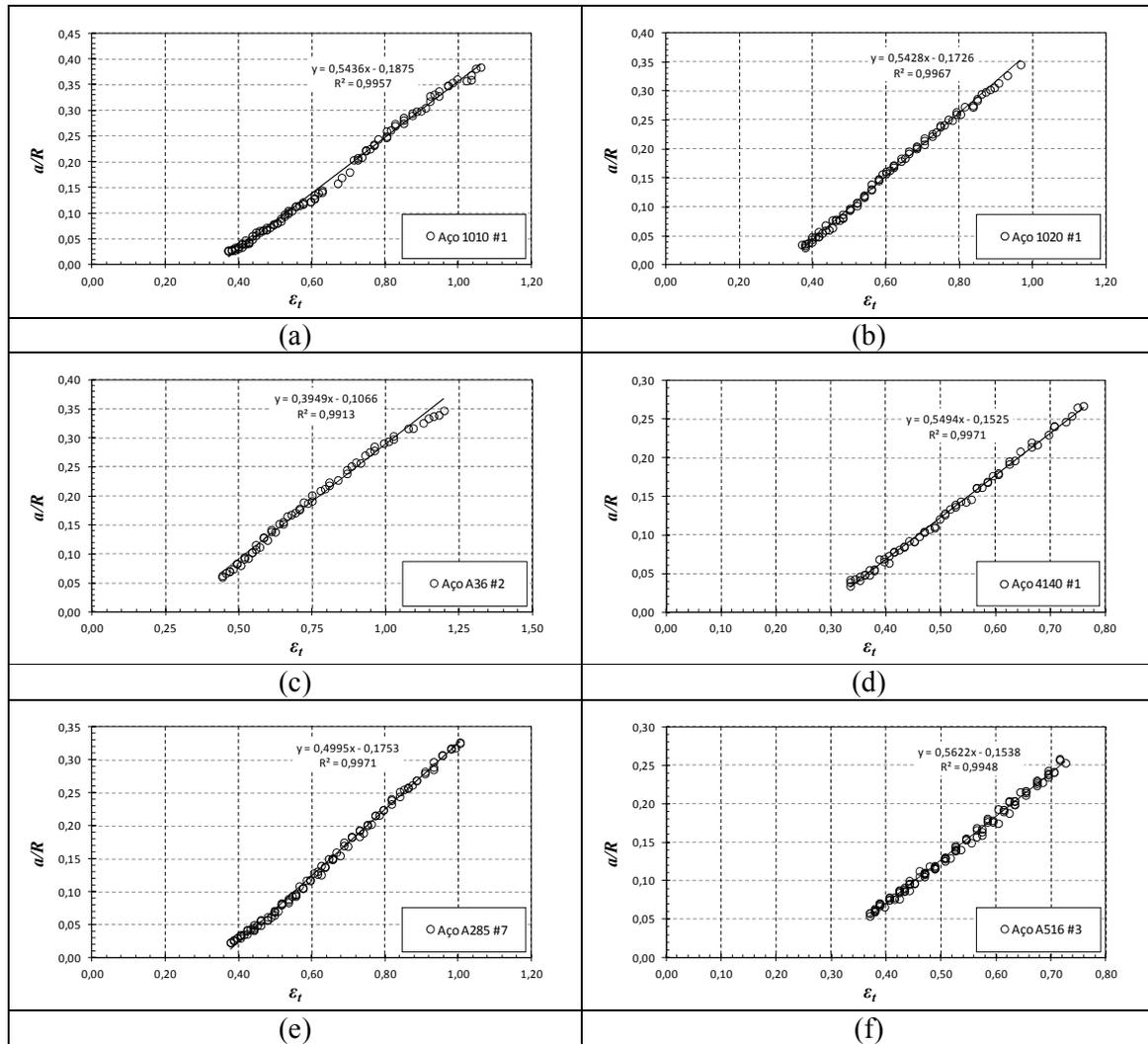


Figura 90: Evolução de a/R vs. ϵ_t para (a) aço ABNT 1010 – CP #1, (b) aço ABNT 1020 – CP #1, (c) aço ASTM A36 – CP #2, (d) ABNT 4140 – CP #1, (e) aço ASTM A285 – CP #7 e (f) aço ASTM A516 – CP #3.

Fonte: Autor

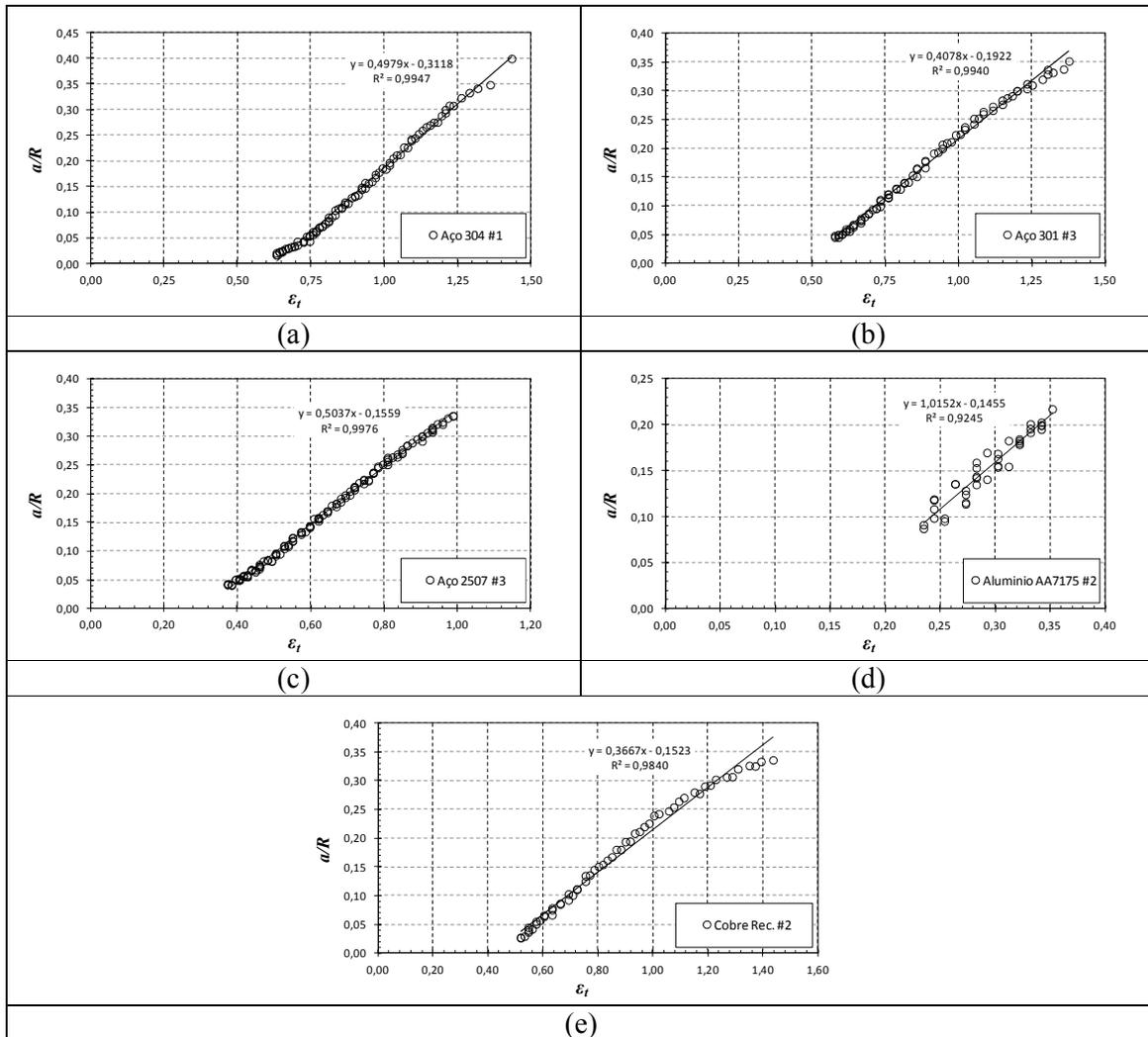


Figura 91: Evolução de a/R vs. ϵ_t para (a) aço inoxidável AISI 304 – CP #1, (b) aço inoxidável AISI 301 – CP #3, (c) aço inoxidável SAF 2507 – CP #3, (d) cobre – CP #2 e (e) alumínio AA7175 – CP #2.

Fonte: Autor

Analisando-se todos os espécimes ensaiados sob a lógica das Figuras 90 e 91, foi evidenciado que a inclinação (coeficiente angular) da evolução a/R vs. ϵ_t era praticamente constante para um mesmo material. Entretanto, as curvas para diferentes espécimes estavam posicionadas em diferentes cotas na abscissa, inviabilizando uma generalização.

Uma saída pode ser conseguida se o adimensional a/R for discutido fisicamente. No momento imediatamente anterior à instabilidade o espécime é tido como prismático e portanto, independente do valor instantâneo do raio (a), o raio do círculo osculador (R) tende a infinito conduzindo a um valor de $a/R = 0$. Assim, a intersecção das evoluções lineares das Figuras 90 e 91 com o eixo das abscissas deve idealmente fornecer a deformação verdadeira no momento da estricção (ϵ_n). As Figuras 68 e 69 demonstraram tal proximidade, embora com

um maior espalhamento de resultados se comparados à referência da definição de instabilidade.

Esta abordagem permite escrever tal evolução segundo a Equação (131) e, espécime a espécime, deduzir a deformação de instabilidade (ε_n) da deformação total utilizada para a apresentação dos resultados (ε_t) na forma da Equação (132). Define-se aí a deformação ao longo do regime triaxial de tensões (ε_{tri}), a qual vale zero no momento da estrição (já que neste instante $\varepsilon_t = \varepsilon_n$) e pode ser utilizada como interessante descritor das condições de instabilidade já que eliminam a dependência dos resultados do ponto de instabilidade.

$$\frac{a}{R} = \gamma \varepsilon_t + \kappa \quad (131)$$

$$\varepsilon_{tri} = \varepsilon_t - \varepsilon_n \quad (132)$$

As evoluções das Figuras 90 e 91 podem então ser expressas em termos de ε_{tri} e, admitindo linearidade e usando os argumentos físicos citados pode-se forçar a intersecção das novas regressões lineares na origem, culminando nas evoluções normalizadas apresentadas pelas Figuras 92 e 93 para os mesmos espécimes.

A vantagem neste caso é a independência dos parâmetros descritores da evolução a/R em relação ao momento da estrição de cada espécime, cujo início pode ser impactado por efeitos de acabamento superficial, defeitos, entre outros. Resulta, portanto, a Equação (133) como descritora da evolução da geometria normalizada (a/R) da estrição, onde ψ é preliminarmente entendida como uma propriedade do material que caracteriza a evolução da estrição.

$$\frac{a}{R} = \psi \cdot \varepsilon_{tri} = \psi (\varepsilon_t - \varepsilon_n) \quad (133)$$

Consequentemente, este trabalho propõe que o fator de correção original de Bridgman dado pela Equação (120) seja reescrito em função do parâmetro ψ calibrado experimentalmente e da deformação de regime triaxial (ε_{tri}) como apresentado pela Equação (134).

A grande vantagem desta abordagem é que diferentemente do modelo original de Bridgman que exige que medições físicas instantâneas sejam realizadas na amostra para encontrar o raio da estrição (R) e determinar a razão a/R, esta abordagem depende somente do nível de deformação para o qual se quer determinar a tensão verdadeira corrigida.

O parâmetro ψ , por sua vez, pode ser entendido como propriedade do material e pode ser calibrado por uma única medição física post-mortem como já explanado (possibilitado pela evolução linear de a/R evidenciada neste trabalho para todos os materiais).

$$k' = \frac{1}{\left(1 + \frac{2}{\psi \cdot \varepsilon_{tri}}\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{2} \cdot [\psi \cdot \varepsilon_{tri}]\right)}, \quad (134)$$

A Equação (135) apresenta, por fim, o modelo proposto com a tensão corrigida determinada usando o fator de correção k' apresentado pela Equação (134).

$$\sigma_B' = \sigma_{zz(\text{médio})} \cdot k' = \frac{\sigma_{zz(\text{médio})}}{\left(1 + \frac{2}{\psi \cdot \varepsilon_{tri}}\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{2} \cdot [\psi \cdot \varepsilon_{tri}]\right)} \quad (135)$$

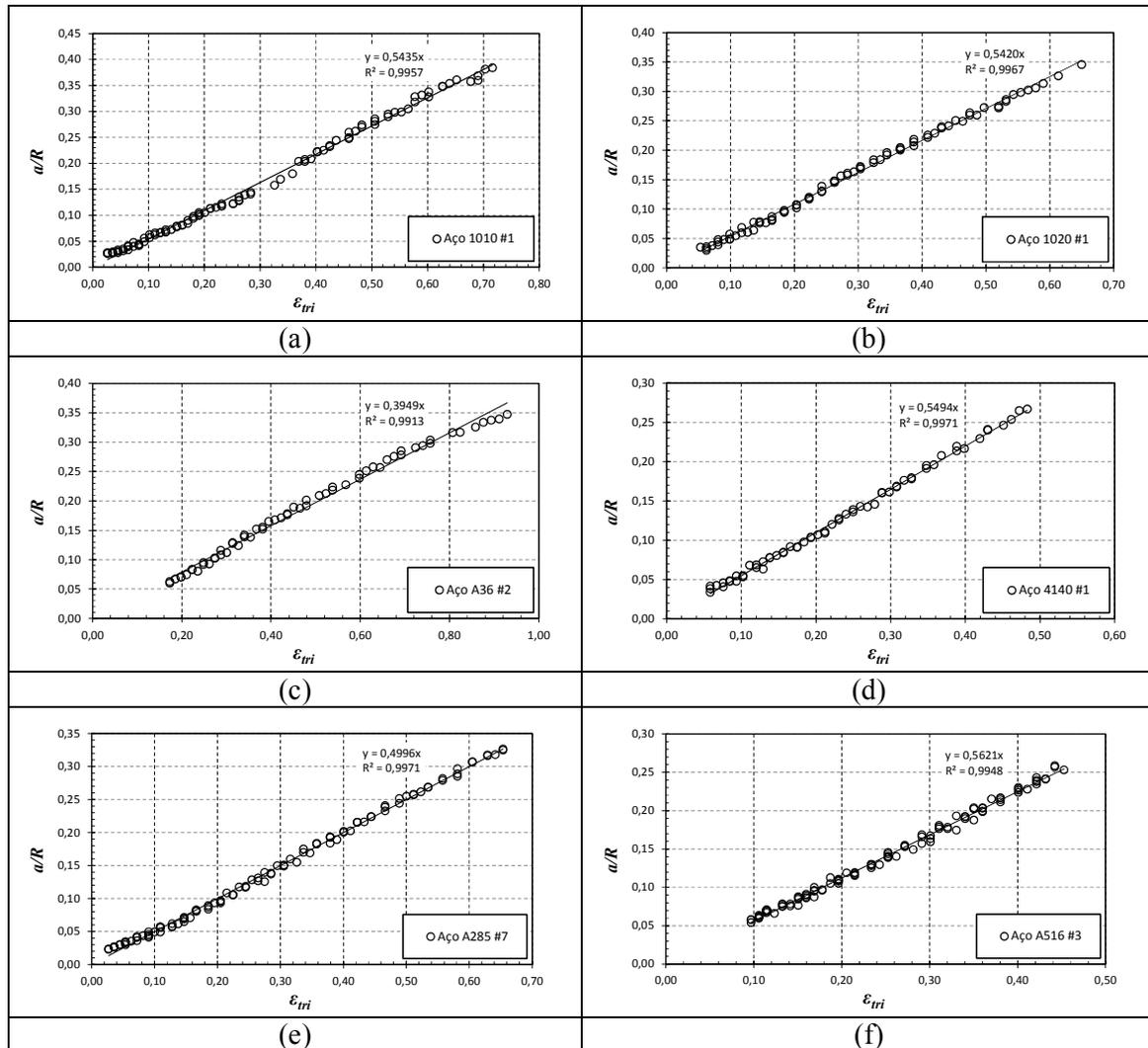


Figura 92: Evolução de a/R vs. ϵ_{trI} para (a) aço ABNT 1010 – CP #1, (b) aço ABNT 1020 – CP #1, (c) aço ASTM A36 – CP #2, (d) ABNT 4140 – CP #1, (e) aço ASTM A285 – CP #7 e (f) aço ASTM A516 – CP #3.
Fonte: Autor

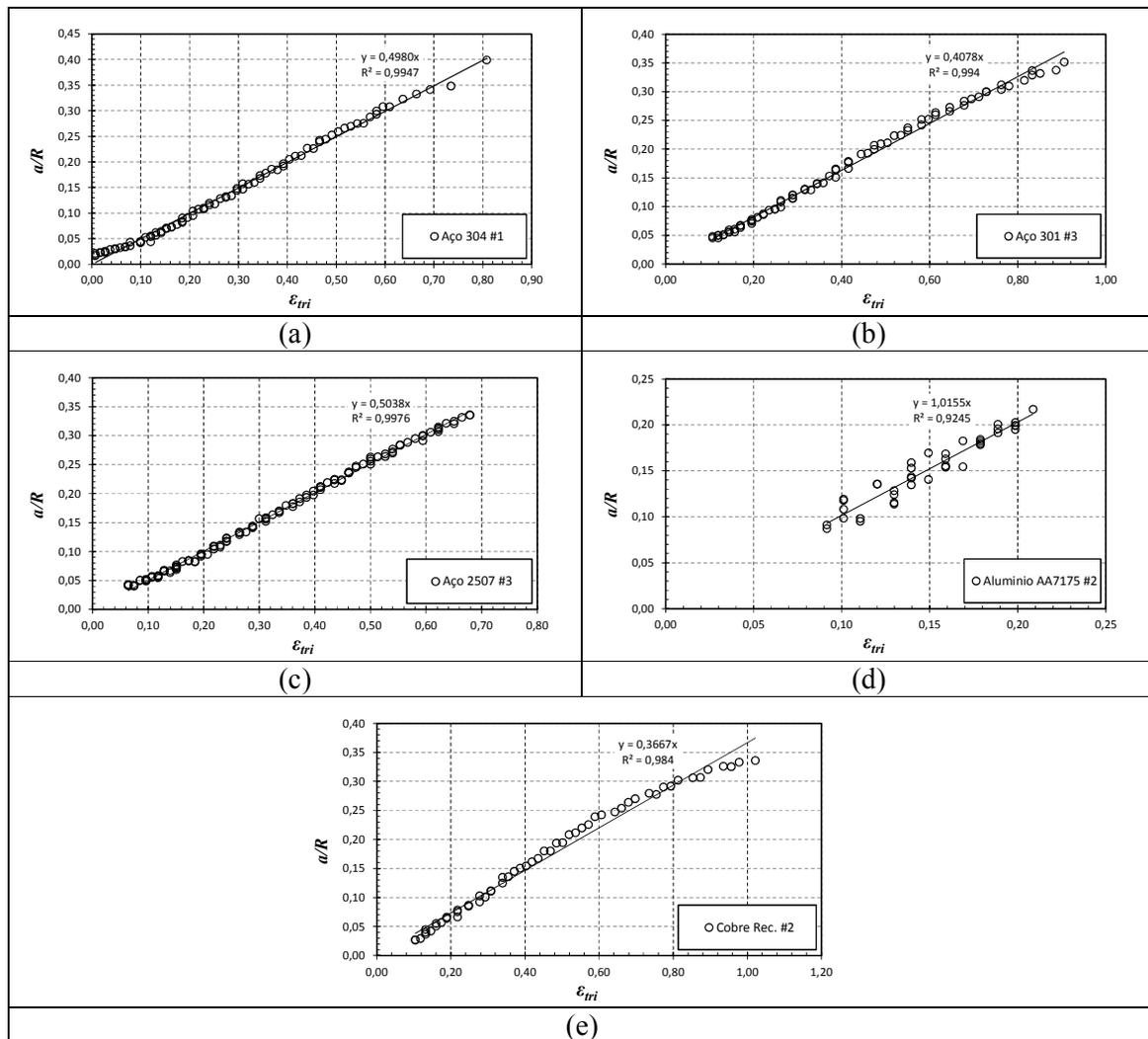


Figura 93: Evolução de a/R vs. ϵ_{tr1} para (a) aço inoxidável AISI 304 – CP #1, (b) aço inoxidável AISI 301 – CP #3, (c) aço inoxidável SAF 2507 – CP #3, (d) cobre – CP #2 e (e) alumínio AA7175 – CP #2.

Fonte: Autor

Para que os resultados apresentados tenham relevância prática, é desejável que o parâmetro ψ (Psi) seja estável para diferentes ensaios de um mesmo material, o que seria uma condição necessária (embora não suficiente) para que este parâmetro seja uma propriedade do material sendo avaliado. As Figuras 94 e 95 apresentam os mesmos resultados das Figuras 92 e 93, mas contendo todos os espécimes ensaiados para cada um dos materiais ensaiados. Fica evidenciado em tais figuras que a variação do parâmetro ψ entre os corpos-de-prova de um mesmo material é muito reduzida, o que evidencia grande potencial desta abordagem para o aprimoramento das metodologias existentes para descrição da estricção.

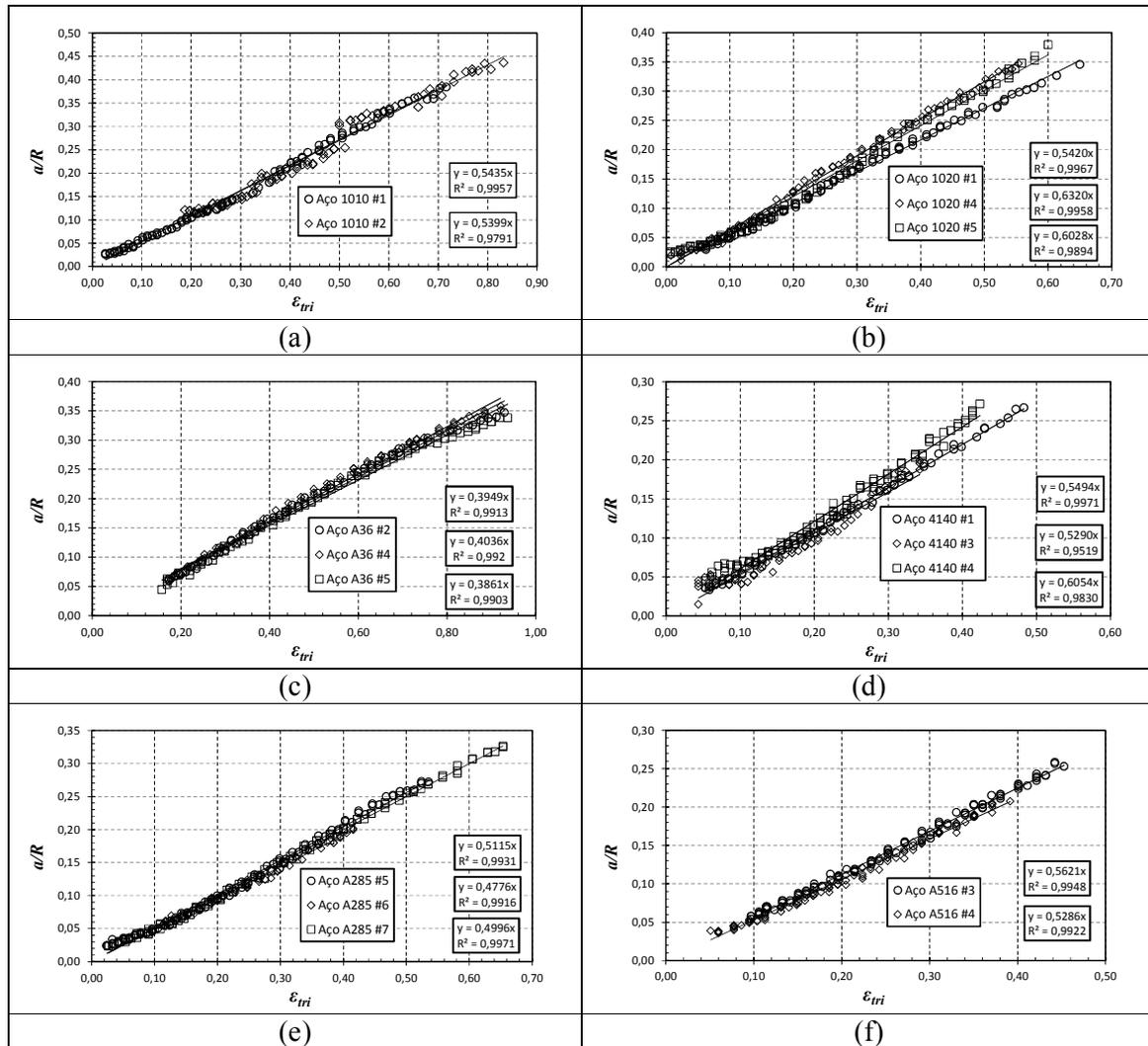


Figura 94: Evolução de a/R vs. ϵ_{tri} para todos os espécimes ensaiados de (a) aço ABNT 1010 – CP #1, (b) aço ABNT 1020 – CP #1, (c) aço ASTM A36 – CP #2, (d) ABNT 4140 – CP #1, (e) aço ASTM A285 – CP #7 e (f) aço ASTM A516 – CP #3.

Fonte: Autor

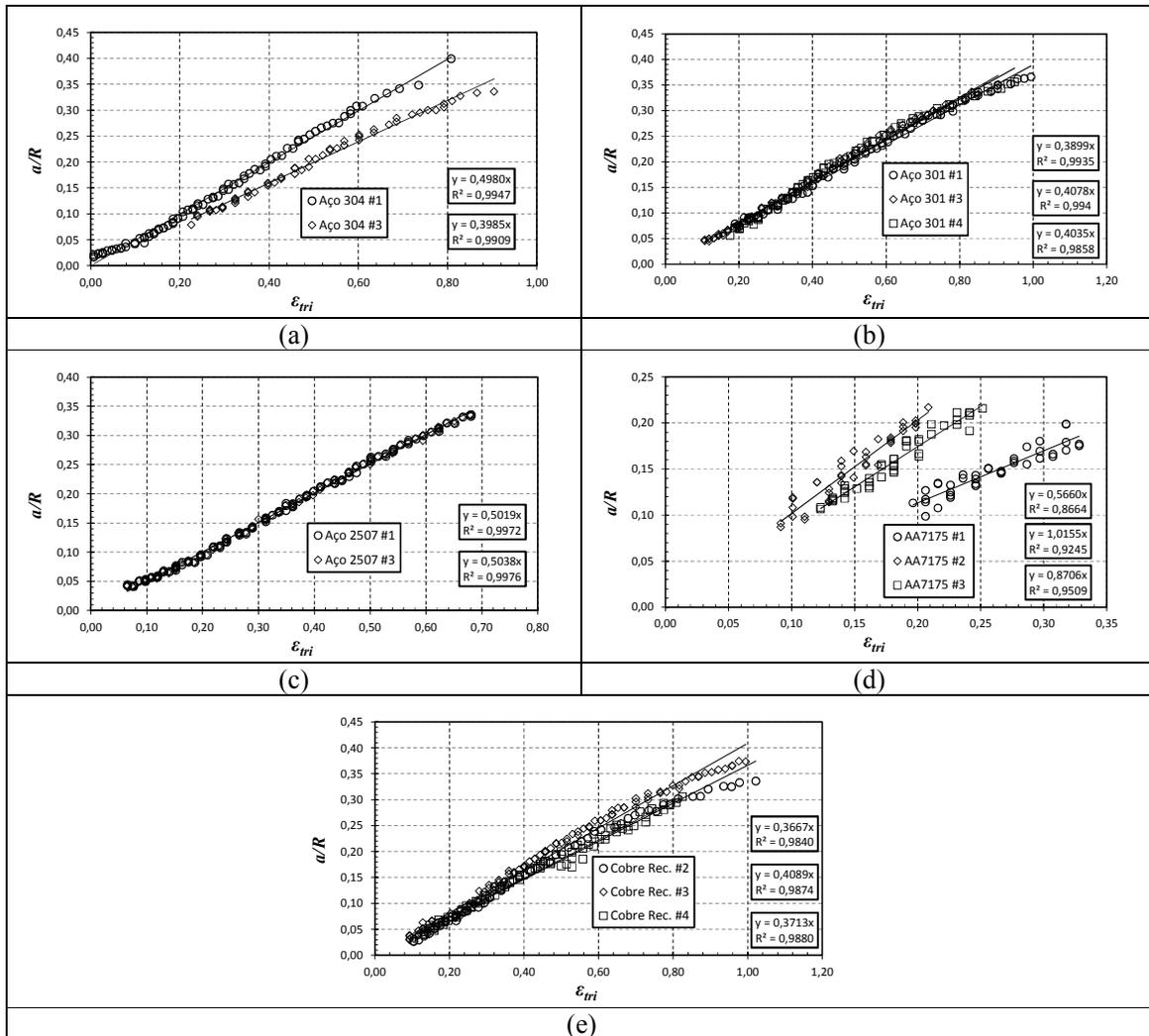


Figura 95: Evolução de a/R vs. ε_{iri} para todos os espécimes ensaiados de (a) aço inoxidável AISI 304 – CP #1, (b) aço inoxidável AISI 301 – CP #3, (c) aço inoxidável SAF 2507 – CP #3, (d) cobre – CP #2 e (e) alumínio AA7175 – CP #2.

Fonte: Autor

Análise bastante similar à conduzida para o adimensional a/R pôde ser conduzida para o ângulo de aderência do raio do círculo osculador ao espécime (θ – vide Figura 89(a)). Este ângulo é definido pelo algoritmo de análise de imagens de tal sorte que minimize o erro das regressões por equações de circunferência que descrevem R e R' configurando dois setores circulares que se tocam no ponto de inflexão como já comentado. As Figuras 96 e 97 mostram os resultados da evolução θ vs. ε_{iri} também para os múltiplos corpos de provas ensaiados e induzindo cruzamento na origem. A proporcionalidade é idealizada na forma da Equação (136), sendo que θ é dado neste trabalho em radianos.

$$\theta = \chi \cdot \varepsilon_{tri} = \chi(\varepsilon_t - \varepsilon_n) \quad (136)$$

Fica evidenciado em tais figuras que, analogamente ao parâmetro ψ , o parâmetro χ (Chi) demonstra grande proporcionalidade com a deformação ϵ_{tri} e grande estabilidade entre os espécimes ensaiados, mesmo tendo sido testada uma reduzida quantidade de amostras.

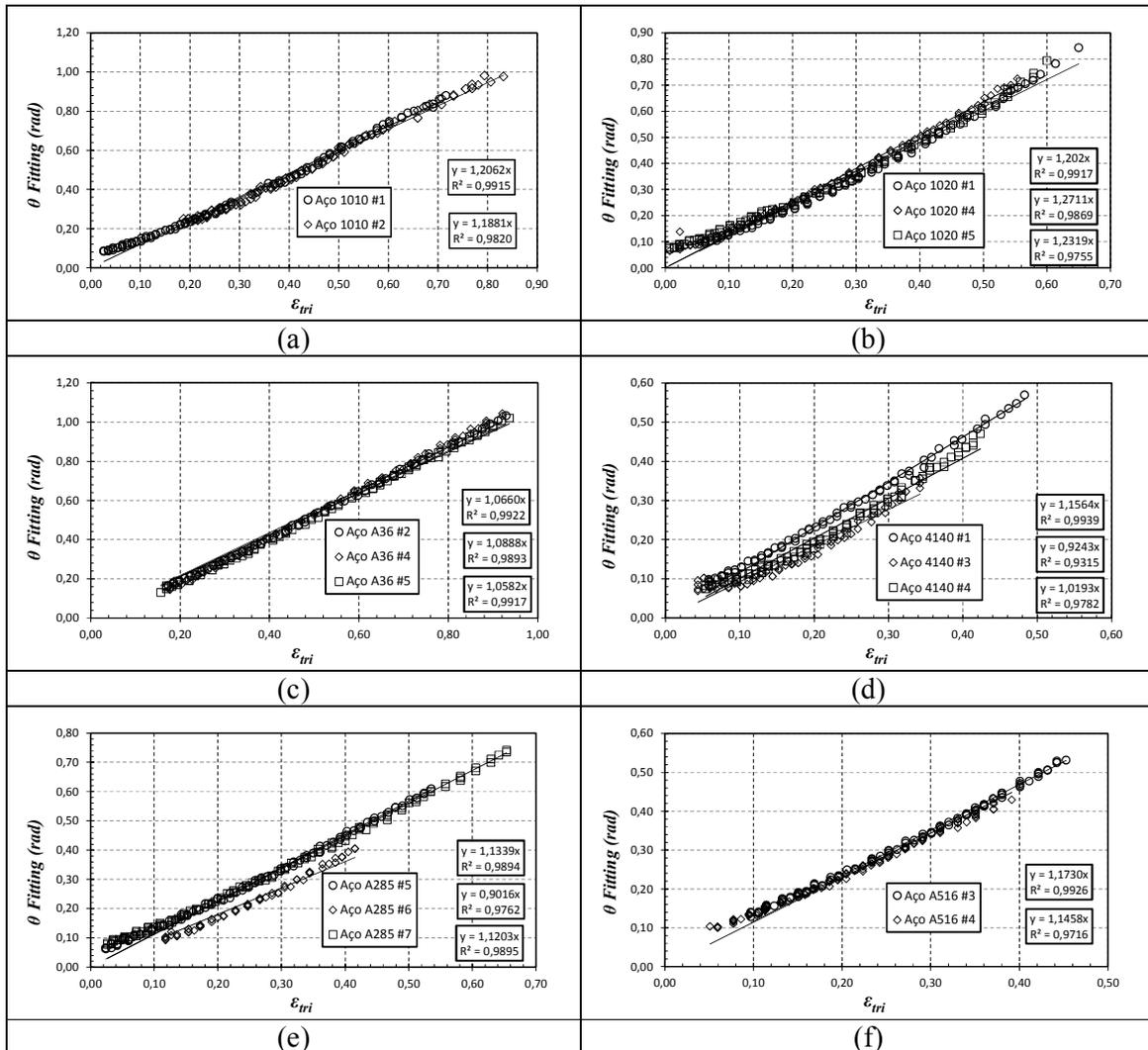


Figura 96: Evolução de θ vs. ϵ_{tri} para todos os espécimes ensaiados de (a) aço ABNT 1010 – CP #1, (b) aço ABNT 1020 – CP #1, (c) aço ASTM A36 – CP #2, (d) ABNT 4140 – CP #1, (e) aço ASTM A285 – CP #7 e (f) aço ASTM A516 – CP #3.

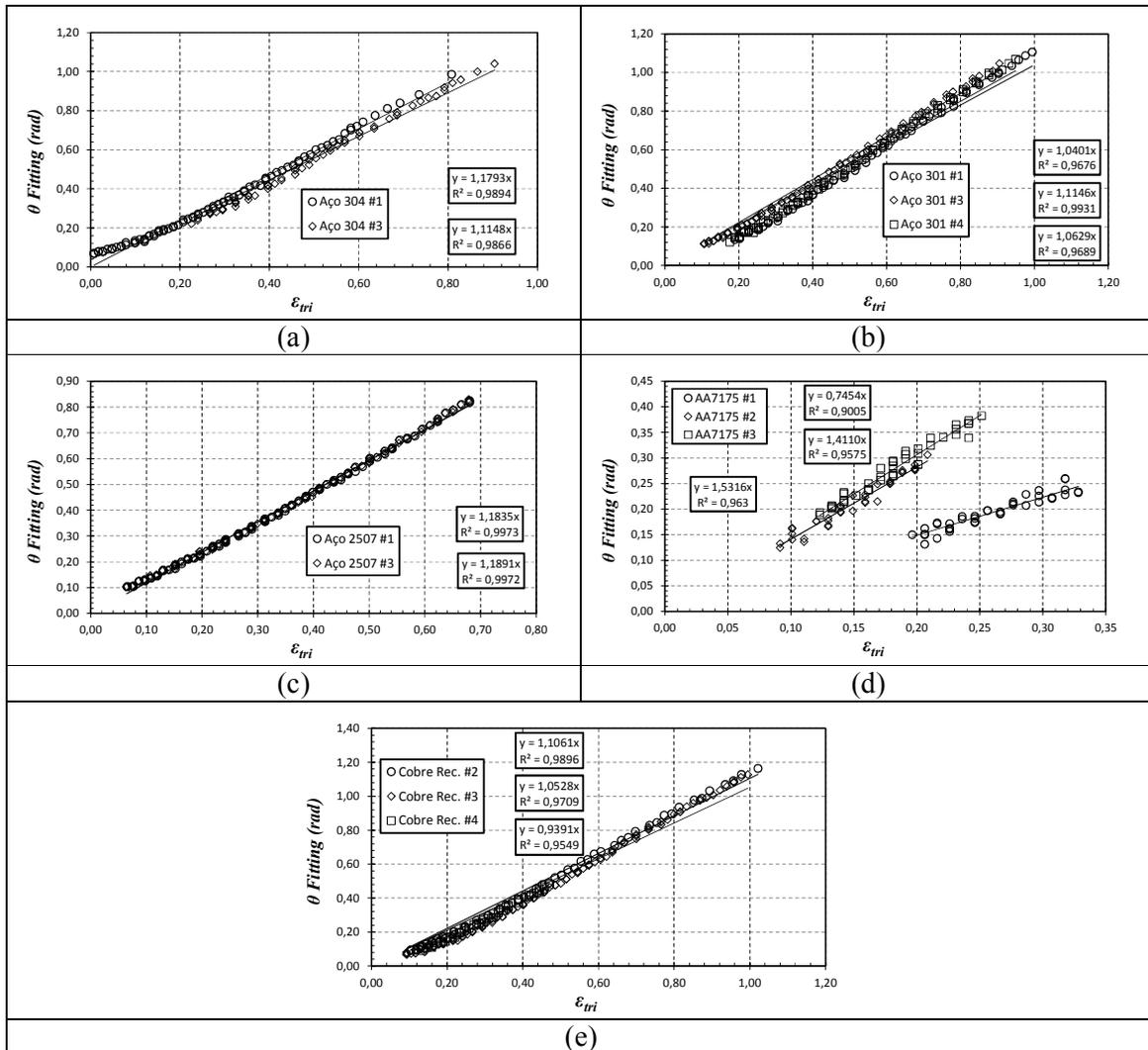


Figura 97: Evolução de θ vs. ϵ_{TRI} para todos os espécimes ensaiados de (a) aço inoxidável AISI 304 – CP #1, (b) aço inoxidável AISI 301 – CP #3, (c) aço inoxidável SAF 2507 – CP #3, (d) cobre – CP #2 e (e) alumínio AA7175 – CP #2.

Fonte: Autor

A Tabela 8 apresenta os principais resultados médios e desvios para os parâmetros ψ e χ para todos os materiais e corpos de provas ensaiados. Como previamente comentado, aparente estabilidade dos parâmetros para um mesmo material foi encontrada, mas investigações futuras envolvendo outras geometrias (por exemplo, diferentes diâmetros) de espécimes, assim como diferentes condições microestruturais e de tratamento termomecânico são de grande relevância para qualquer generalização adicional e principalmente para o melhor entendimento do efeito dessas variáveis na resposta plástica dos materiais. Até o momento, as condições necessárias para que estes parâmetros venham a se tornar propriedades dos materiais investigados não são violadas.

Uma vantagem das evoluções encontradas já no presente momento, entretanto, é que estas evoluções são de grande relevância às correções por triaxialidade e, se puderem de fato ser aproximadas da proporcionalidade com suficiente nível de precisão, os parâmetros ψ e χ poderiam ser determinados de posse de uma única medição (física, por meio de imagem ou projeção de perfil) do espécime fraturado ou na iminência da fratura. Por exemplo, finalizando-se o ensaio quando a derivada da curva Sx e apresentasse tendência fortemente decrescente mas anterior à separação final e medindo o espécime em um projetor de perfil ou microscópio de medição. Tais medições podem fornecer o par (a,R) que permitirá a determinação do ponto final da evolução a/R vs. ϵ_{III} das Figuras 92 e 93, conduzindo à determinação de ψ . Relembrando, o parâmetro a/R é o principal parâmetro de entrada para a utilização do modelo completo de Bridgman (Equações 120 e 122). Ainda, a determinação conjunta de θ (o que pressupõe-se ser possível), faz com que o parâmetro χ possa ser igualmente determinado com um único espécime. O uso de alguns espécimes pode fornecer uma média realista para ψ e χ e que permita a futura utilização do modelo completo de Bridgman.

Outra conclusão de interesse ao se avaliar a Tabela 8 é que os parâmetros ψ e χ , embora próximos, não são os mesmos valores para materiais de mesmas classes (como os aços ao carbono ou aços inoxidáveis). Com isto, a possibilidade de determinação fica ainda mais relevante do ponto de vista prático.

Tabela 8 – Valores médios e de desvios-padrão dos parâmetros ψ e χ referentes às Equações (130) e (131) para todos os materiais ensaiados.

<i>Material</i>	ψ	χ
Aço Carbono ABNT 1010	0,5417±0,0025	1,1972±0,0128
Aço Carbono ABNT 1020	0,5923±0,0459	1,2350±0,0347
Aço Carbono ASTM A36	0,3949±0,0088	1,0710±0,0159
Aço Carbono ABNT 4140	0,5613±0,0396	1,0333±0,1167
Aço Carbono ASTM A285	0,4962±0,0172	1,0519±0,1304
Aço Carbono ASTM A516	0,5454±0,0237	1,1594±0,0192
Aço Inoxidável AISI 304	0,4483±0,0704	1,1471±0,0456
Aço Inoxidável AISI 301	0,4004±0,0093	1,0725±0,0382
Aço Inoxidável SAF 2507	0,5029±0,0013	1,1863±0,0040
Liga de Alumínio AA7175	0,8174±0,2294	1,2293±0,4234
Cobre	0,3823±0,0232	1,0327±0,0853

Fonte: Autor

6 APLICAÇÃO EXPLORATÓRIA DOS MÉTODOS EM ESTUDO

Para que os resultados obtidos possam ser discutidos em termos comparativos à luz de aplicações práticas relevantes, os gráficos na sequência (Figuras 98 a 108) demonstram curvas tensão por deformação até a falha que suportam a comparação entre todos os métodos de correção abordados nesse trabalho aplicados aos espécimes ensaiados em laboratório. A aplicação exploratória é aqui (nesta seção – para evitar um excessivo número de figuras no corpo do texto) empregada a um espécime de cada material, sendo que todas as figuras (inclusive as aqui apresentadas) se encontram no Apêndice. As comparações de cada figura envolvem as seguintes curvas tensão vs. deformação e seus respectivos métodos de obtenção:

- i. Curva de engenharia (S vs. e) obtida por meio das Equações (73,74).
- ii. Curva verdadeira calculada (σ vs. ϵ) obtida até a estricção pelas Equações (77,80).
- iii. Curva verdadeira com base na área mínima instantânea ($\sigma = F/A$ vs. ϵ_t) obtida após a estricção pelas Equações (78,79).
- iv. Curva verdadeira com base no modelo de Bridgman (σ_B vs. ϵ_t) completo alimentado em todos os parâmetros pela análise de imagens obtida após a estricção. Equações (78,122).
- v. Curva verdadeira com base no modelo de Bridgman (σ_B vs. ϵ_t) simplificado válido originalmente somente para aços. Equações (78,121).
- vi. Curva verdadeira com base no modelo de Bridgman (σ_B vs. ϵ_t) completo alimentado (no parâmetro a/R) por meio de $\underline{\nu}_{\text{médio}}$ obtido neste trabalho. Equações (78,135).
- vii. Curva verdadeira com base no modelo de extrapolação de Lei de Potência (σ_P vs. ϵ_t). Equações (78,58).
- viii. Curva verdadeira com base no modelo da Média Ponderada (σ_{MP} vs. ϵ_t) com $w = 0,45$. Equações (78,129).

Inicialmente, a comparação da máxima deformação verdadeira que pode ser calculada pelo método ii (curva negra contínua), no caso ϵ_{LR} , com a máxima deformação verdadeira na fratura calculada considerando a estricção pelos diferentes métodos (ϵ_f) demonstra que para todos os materiais a consideração da estricção permite expandir largamente a caracterização das propriedades mecânicas com base no ensaio de tração. No caso da Figura 98 por exemplo (aço ABNT 1010), a extensão da curva tensão deformação aumentou em $\sim 5,25$ vezes. As

tensões puderam ser descritas neste caso até deformações de $\sim 1,05$ (105%), contra $\sim 0,2$ (20%) com base nas formulações clássicas constantes das normas (método ii). A avaliação das demais figuras representa que extensões ainda superiores podem ser obtidas, como no caso do aço ASTM A36 da Figura 105 (expandida em ~ 6 vezes).

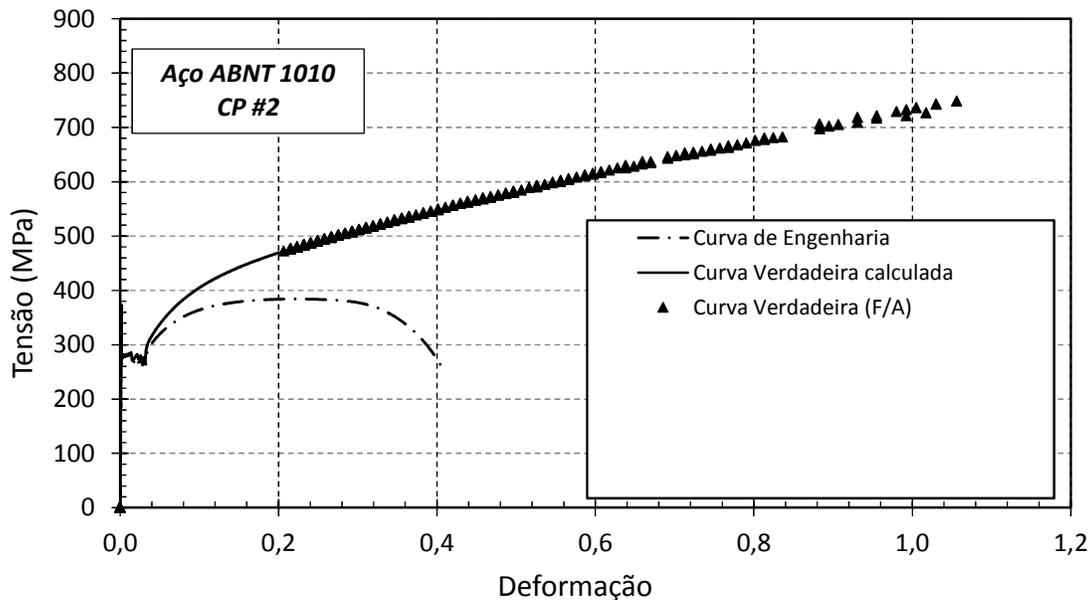


Figura 98: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada e verdadeira experimental (F/A) para o aço ABNT 1010 CP#2.

Fonte: Autor

Como já mencionado anteriormente, é adotada como base de comparação (referência) a curva σ_B vs. ϵ_t obtida aplicando-se o modelo completo de Bridgman alimentado em todos os seus parâmetros com a análise de imagens desenvolvida (método iv acima – marcadores nas imagens seguintes: ○).

Sendo assim, primeiramente, pode-se analisar a curva tensão-deformação corrigida por esse método para o Aço ABNT 1010 (Figura 99), onde é possível verificar que as tensões obtidas por esse modelo são subestimadas em relação às tensões calculadas com base na área da mínima seção transversal, podendo, portanto, ser consideradas como as tensões verdadeiras sentidas pelo material, eliminando-se o efeito da triaxialidade de tensões pós-estricção.

Em seguida, está demonstrada a curva tensão-deformação corrigida pelo método simplificado de Bridgman (originalmente válido para os aços) – Figura 100, onde pode-se verificar que, quando comparado à curva de referência, apresenta uma subestimativa de tensões que pode ser considerada conservadora, uma vez que as tensões se mostram

decrecidas de um valor maior do que o necessário para descrever fielmente o comportamento do material até a falha. Essa curva se mostra desenhada com os marcadores \diamond .

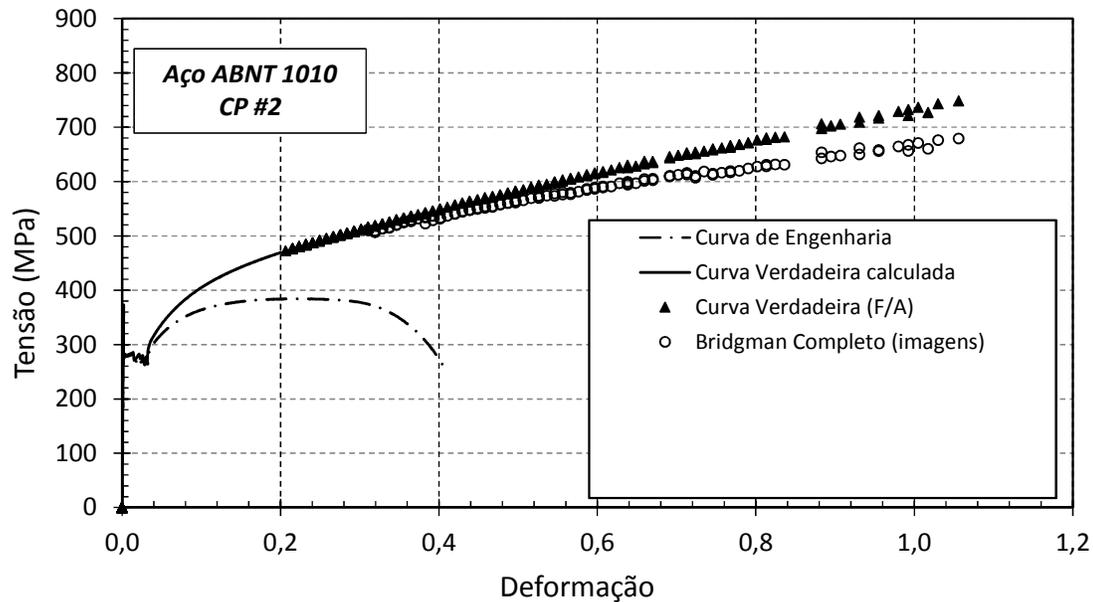


Figura 99: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A) e corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio para o aço ABNT 1010 CP#2.
Fonte: Autor

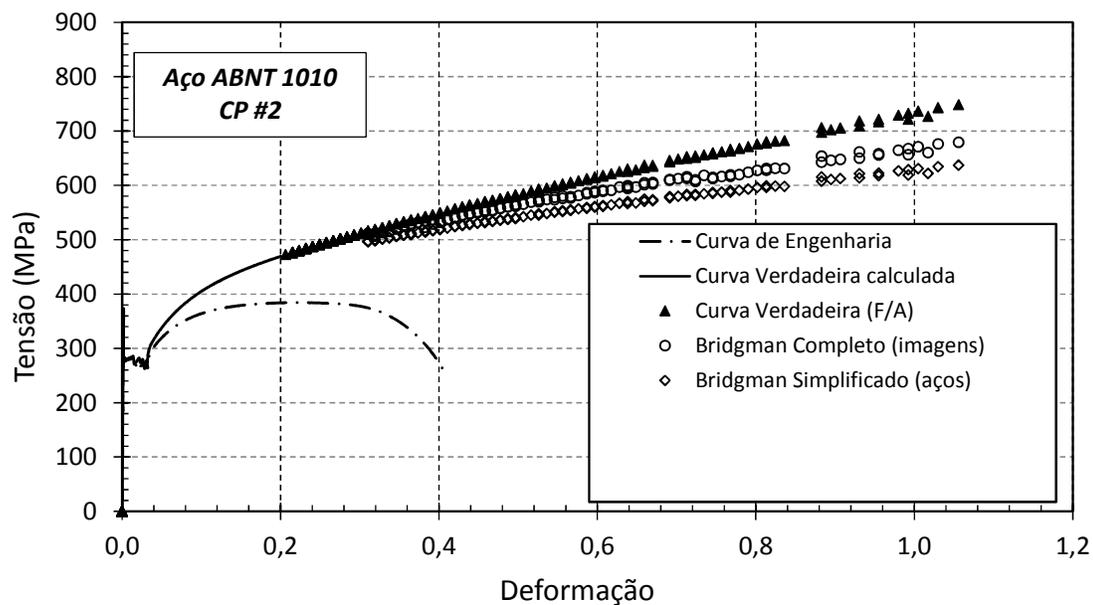


Figura 100: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e simplificado (aços) para o aço ABNT 1010 CP#2.
Fonte: Autor

Na Figura 101 pode ser observada a curva tensão-deformação obtida pela aplicação do modelo completo de Bridgman alimentado pela proposta desse trabalho (marcadores \square), onde pode ser observada a grande aderência em relação à curva de referência, mostrando que tal proposta é robusta e que o parâmetro ψ pode ser considerado, até o momento, como uma propriedade do material, apesar de investigações adicionais ainda serem necessárias.

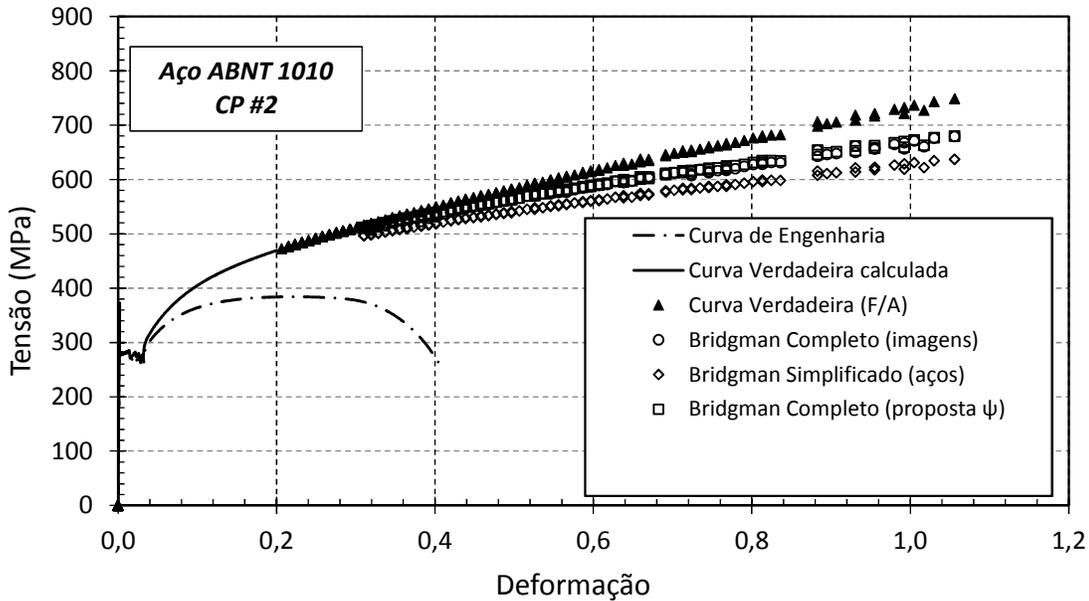


Figura 101: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e pela proposta ψ desse trabalho para o aço ABNT 1010 CP#2.

Fonte: Autor

O gráfico da Figura 102 mostra a curva corrigida pelo método da extrapolação por lei de potência (marcadores ---), utilizando a equação de Hollomon, e no caso desse aço, pode-se verificar que tal curva se manteve muito próxima à curva calculada com base na área da mínima seção transversal, não se mostrando, portanto, capaz de corrigir as tensões avaliadas pelo ensaio de tração e de consequentemente representar o comportamento do material até a falha.

Por fim, está demonstrada na Figura 103 a curva tensão-deformação corrigida pelo método da média ponderada, com a constante de peso valendo 0,45, conforme o que foi encontrado como melhor solução para os aços pelo pesquisador Ling (1996). Nesse gráfico pode-se observar que a curva descrita pelos marcadores ... também não se distanciou da curva calculada com base na área da mínima seção transversal, e assim como o método da

extrapolação da lei de potencia, não se mostrou capaz de corrigir a curva e representar o comportamento verdadeiro do material.

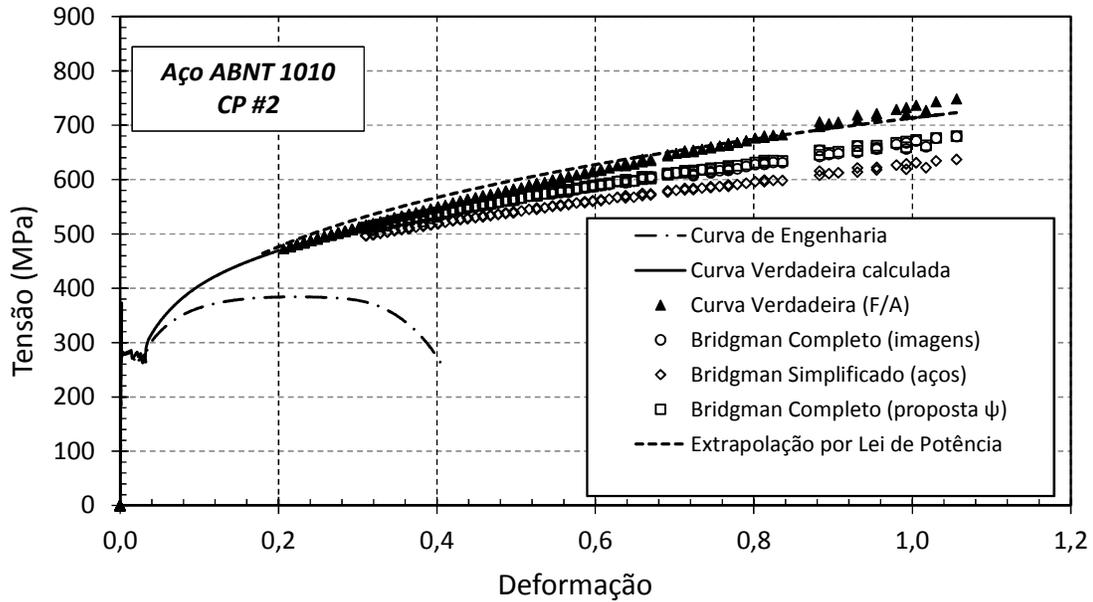


Figura 102: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, pela proposta ψ desse trabalho e pela extrapolação por lei de potência para o aço ABNT 1010 CP#2.

Fonte: Autor

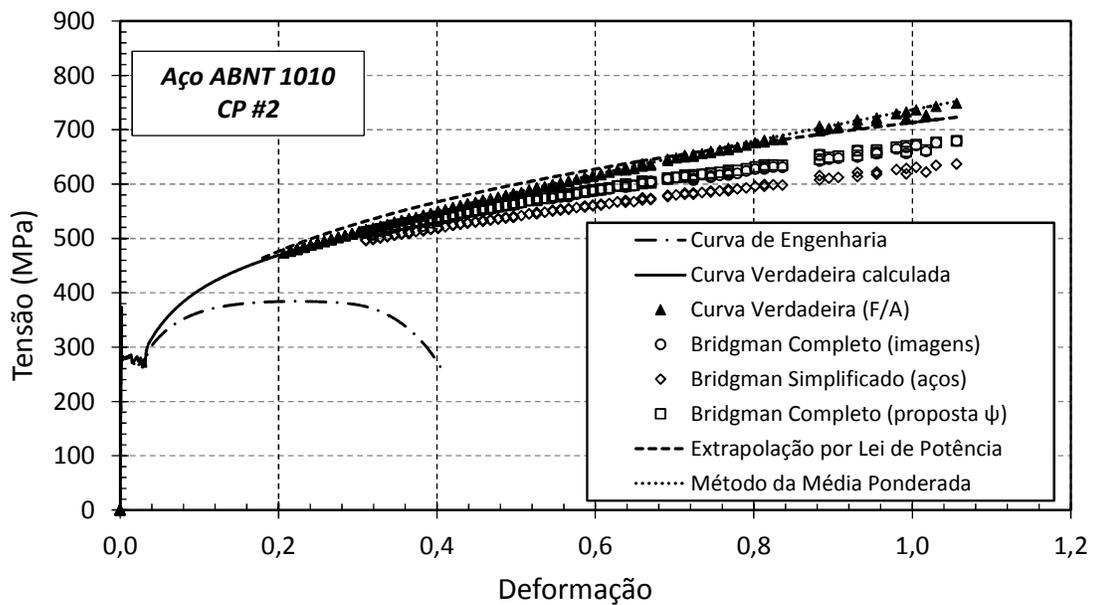


Figura 103: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1010 CP#2.

Fonte: Autor

Adicionalmente, assim como acontece para o Aço ABNT 1010, fica evidenciado em todos os gráficos demonstrados na sequencia que a utilização da tensão média calculada como F/A conduz a uma superestimativa expressiva de tensões. Se comparada ao modelo de Bridgman completo de referência, esta superestimativa pode ultrapassar em alguns casos 25% (vide Figura 109 no instante da fratura por exemplo).

Observando as Figuras 104-113, realiza-se agora uma avaliação comparativa entre os métodos de correção por triaxialidade e o seguinte cenário emerge:

- O método da extrapolação da lei de potência (vii) não apresentou bons resultados para o aço ABNT 1010, como pode ser observado na Figura 102. Mesmo para os demais aços (Figuras 104 a 108), desvios expressivos em relação ao método de Bridgman completo foram evidenciados, algumas vezes ultrapassando sensivelmente a curva de tensões médias (F/A). Em outros casos, uma subestimativa foi encontrada e no caso dos aços inoxidáveis (Figuras 109 a 111), a aderência pobre de tais materiais a uma lei de potência fez com que a curva prevista não apresentasse nem a continuidade esperada com a curva verdadeira anterior à estrição. No alumínio (Figura 112) e no cobre (Figura 113) grande superestimativa foi encontrada. Assim, o método da extrapolação por lei de potência definitivamente não pode ser admitido como uma técnica robusta de descrição do comportamento tensão vs. deformação de materiais dúcteis pós-instabilidade.
- O método da média ponderada (viii) utilizando $w = 0,45$ não foi capaz de reproduzir a curva tensão vs. deformação nem para os aços (materiais considerados na literatura para a calibração do w aqui empregado). Não houve uma tendência geral, mas em alguns casos a correção foi muito sutil (praticamente não se distanciando da curva F/A) enquanto em outros os desvios foram muito elevados (representando sub ou superestimativa). Tais resultados indicam que, para a utilização adequada deste método, o procedimento iterativo sugerido por Ling (1996) deve ser aplicado a cada material e cada espécime em busca do w adequado ao caso. Generalizações para a aplicação do método, portanto, não se mostraram viáveis para os testes conduzidos.
- O modelo simplificado proposto por Bridgman para aços (v) apresentou comportamento de correção bastante estável e a favor da segurança (em todos os materiais testados, leve subestimativa – entre 5 e 10 % – foi encontrada em relação ao modelo completo de Bridgman alimentado por imagens). A melhor aderência

ocorreu para o alumínio em todos os espécimes (com muita proximidade), mas somente uma liga foi testada, não permitindo generalizações. Este modelo pode ser de grande utilidade para avaliações de integridade estrutural já que mostra-se consistentemente conservativo. Entretanto, não se mostra de acurada aplicação a simulações numéricas, as quais exigem maior precisão na evolução tensão-deformação.

- Por fim, o modelo de Bridgman completo mas alimentado pelos valores de a/R obtidos dos resultados de ψ propostos neste trabalho (método vi) apresentou total aderência à curva de referência considerada (a qual contava com o fornecimento de todos os dados por meio de análise de imagens). Este resultado demonstra que todos os resultados de ψ (e por extensão θ) aqui propostos como de evolução proporcional por meio das equações (133,136) podem ser utilizados de maneira muito acurada para a correção das tensões para o efeito de triaxialidade até o momento da fratura.

Uma ressalva a respeito da última conclusão se faz necessária neste momento. Para as comparações aqui apresentadas, o valor de ψ aplicado na obtenção de a/R veio da regressão linear do respectivo espécime segundo as Figuras 94 e 95, assim os bons resultados podem ser reféns da determinação realizada com o próprio espécime em avaliação. Entretanto, uma conclusão já pode ser confirmada: a hipótese de linearidade de a/R com a deformação (ϵ_{tri}) como proposto pelas Equações (133,136) é fenomenologicamente robusta para aplicação até os níveis de deformação ensaiados.

Para eliminar a ressalva levantada, as Figuras 114 a 117 aplicam a mesma estratégia de correção das figuras anteriores (somente incluindo a curva F/A e do modelo completo de Bridgman com dados das imagens para melhor visualização), mas utilizando o valor médio de ψ determinado para o lote de amostras ensaiadas para cada material (vide Tabela 8). Para tornar a validação o mais crítica possível, os espécimes cujo ψ apresentava o maior desvio da média foram considerados. Ficou claramente evidenciado que as variações experimentadas por diferentes espécimes no valor de ψ não alteraram em praticamente nada a boa aderência ao modelo de Bridgman completo suportado pelos dados de análise de imagens. Consequentemente, a proposta do presente trabalho é robusta para a aplicação prática com grande precisão até o momento da fratura. Do ponto de vista laboratorial, a determinação da geometria da estrição somente no espécime pós-falha e a decorrente determinação de ψ garantem grande precisão nas correções e motivam pesquisas futuras na área.

Em suma, tais comparações dos métodos de correção permitem concluir que a correção de Bridgman em sua versão completa suportada pela estratégia desenvolvida de análise de imagens é capaz de descrever a curva verdadeira até a falha independente do material. O mesmo pode ser dito para o modelo completo de Bridgman suportado pela determinação (mesmo que com base em um único ponto) do valor de ψ para o material sendo ensaiado. O método de Bridgman simplificado para aços é em geral conservativo, enquanto os métodos da extrapolação por lei de potência e da média ponderada não apresentaram resultados coerentes e que os habilitem para aplicações gerais.

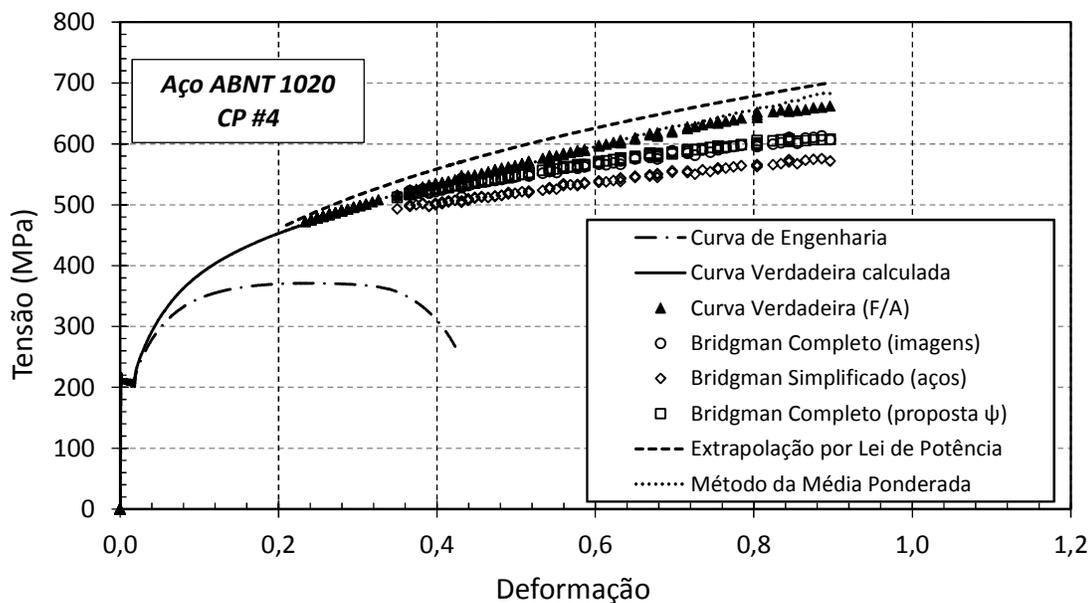


Figura 104: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1020 CP#4.

Fonte: Autor

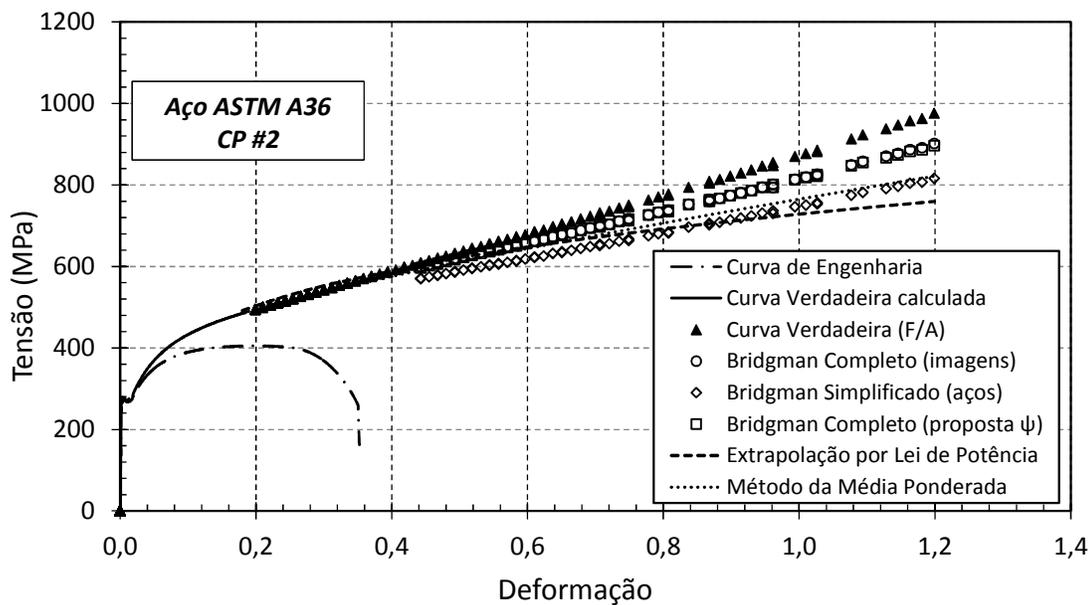


Figura 105: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A36 CP#2.

Fonte: Autor

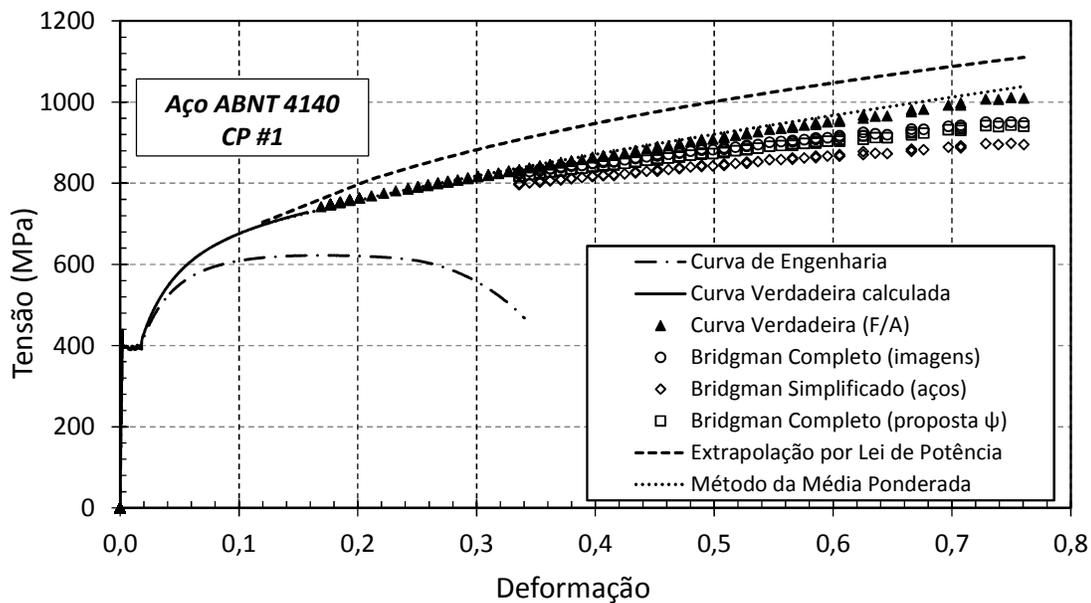


Figura 106: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 4140 CP#1.

Fonte: Autor

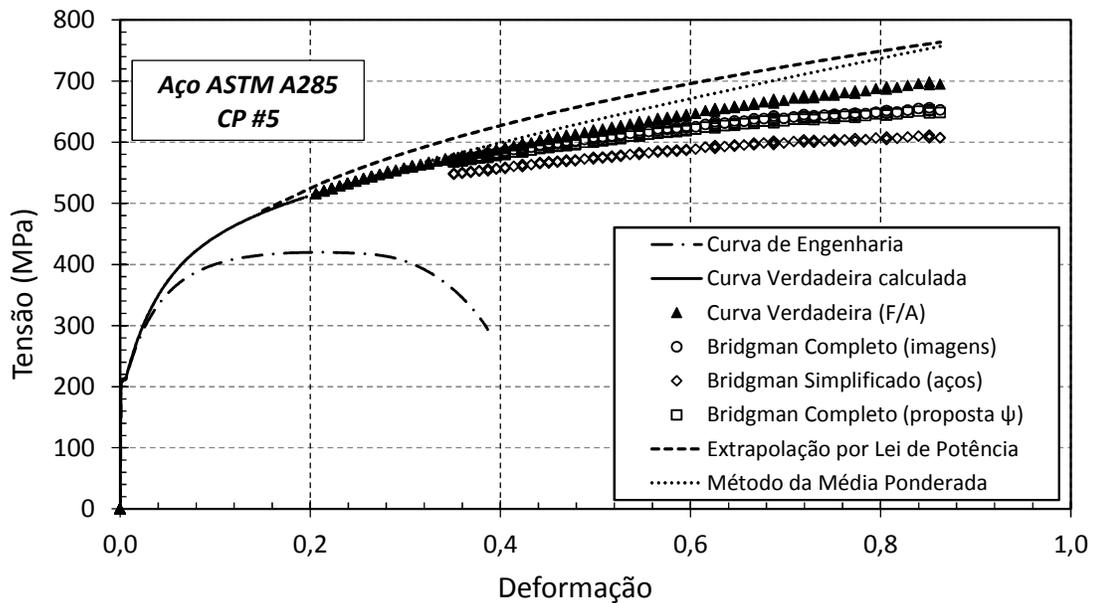


Figura 107: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (açós) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A285 CP#5.

Fonte: Autor

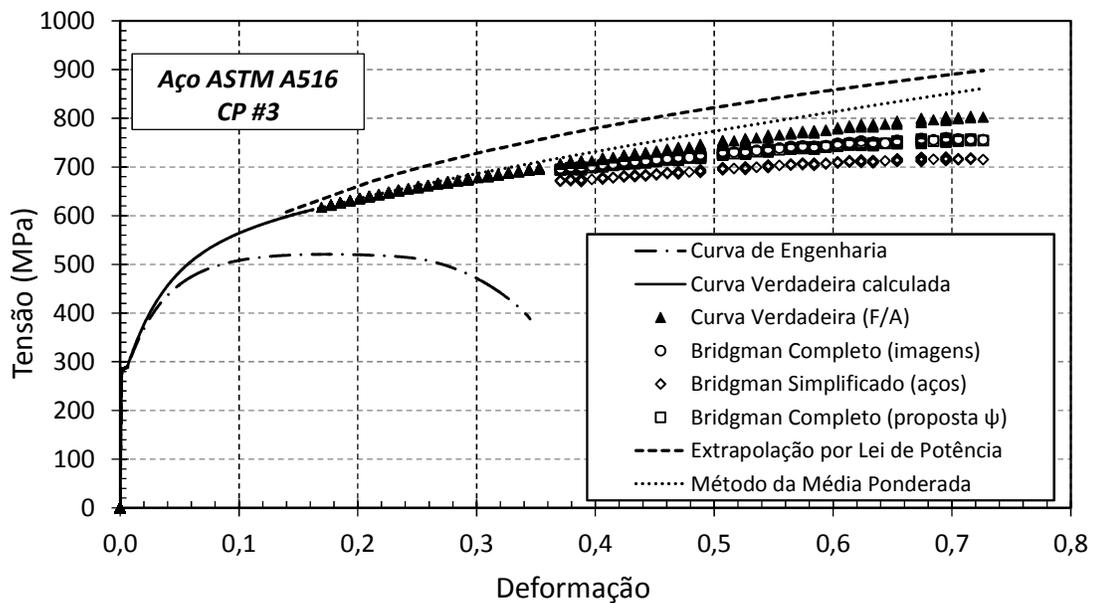


Figura 108: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (açós) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A516 CP#3.

Fonte: Autor

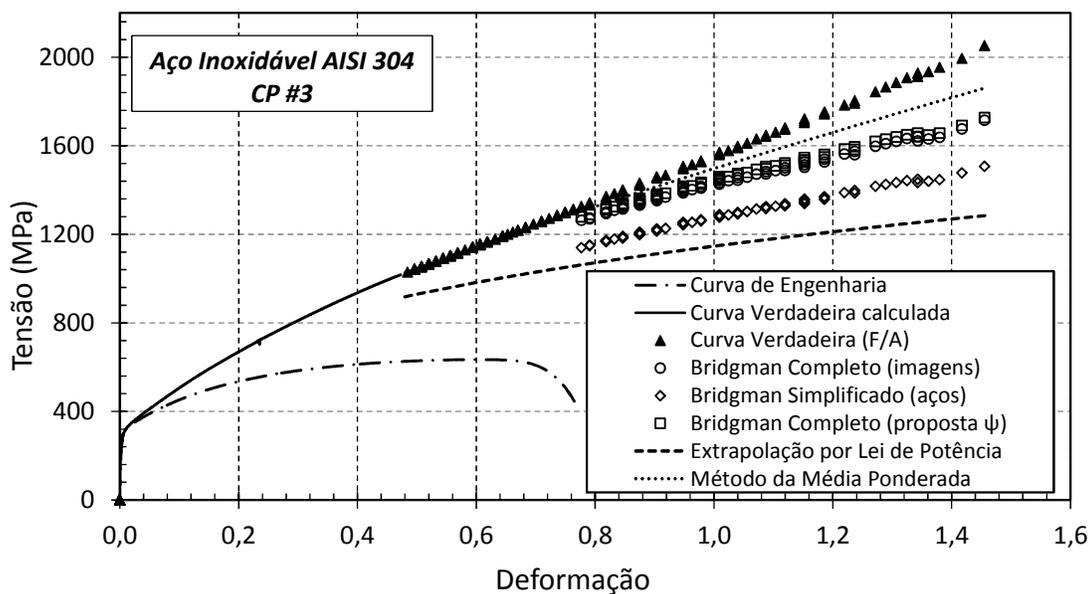


Figura 109: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 304 CP#3.

Fonte: Autor

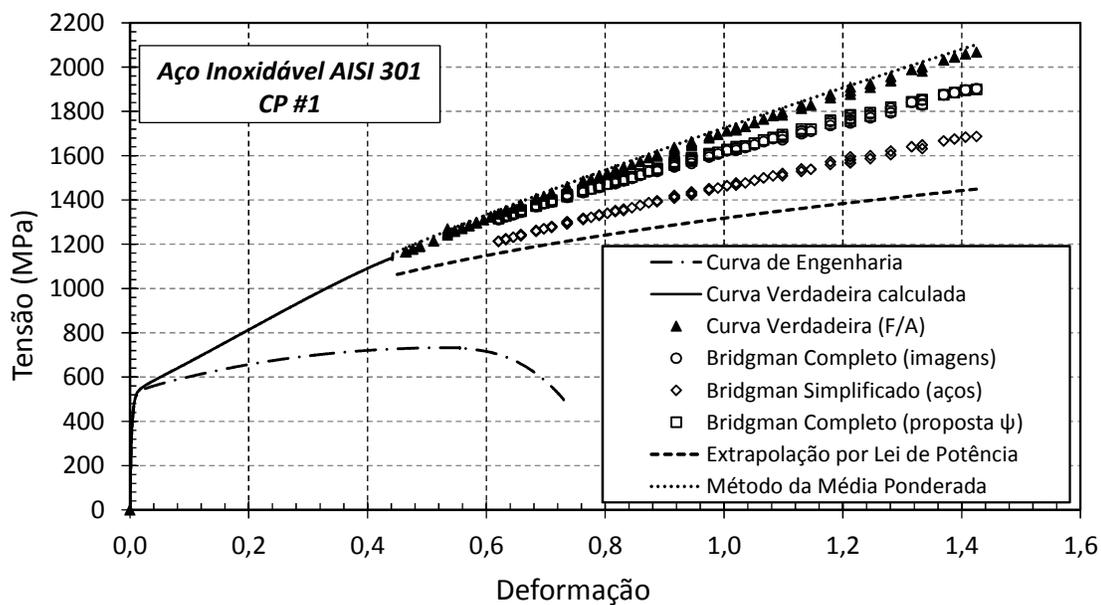


Figura 110: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 301 CP#1.

Fonte: Autor

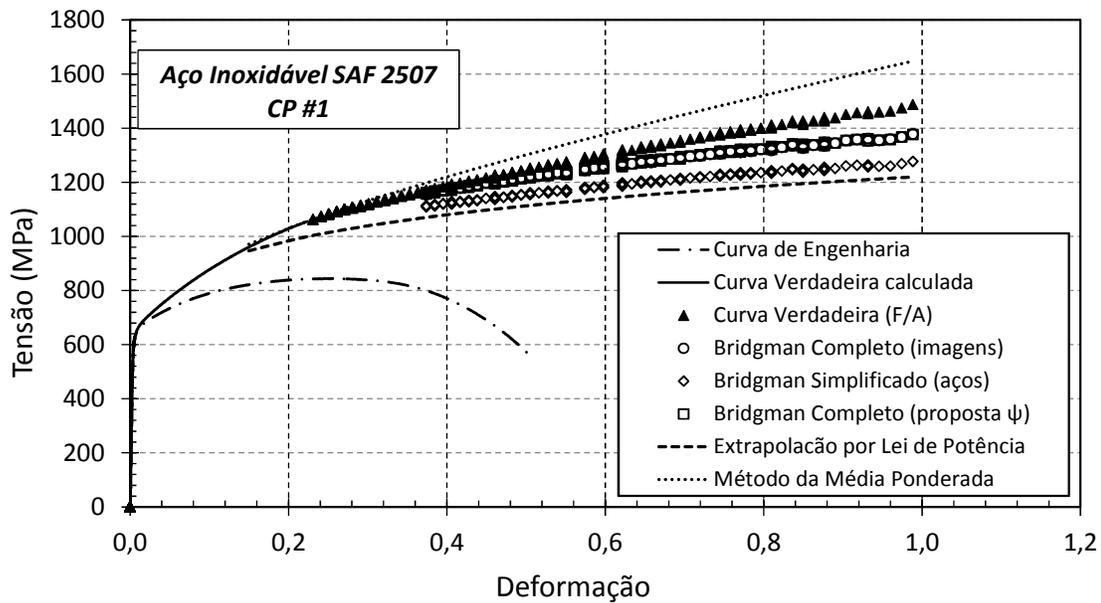


Figura 111: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável SAF 2507 CP#1.

Fonte: Autor

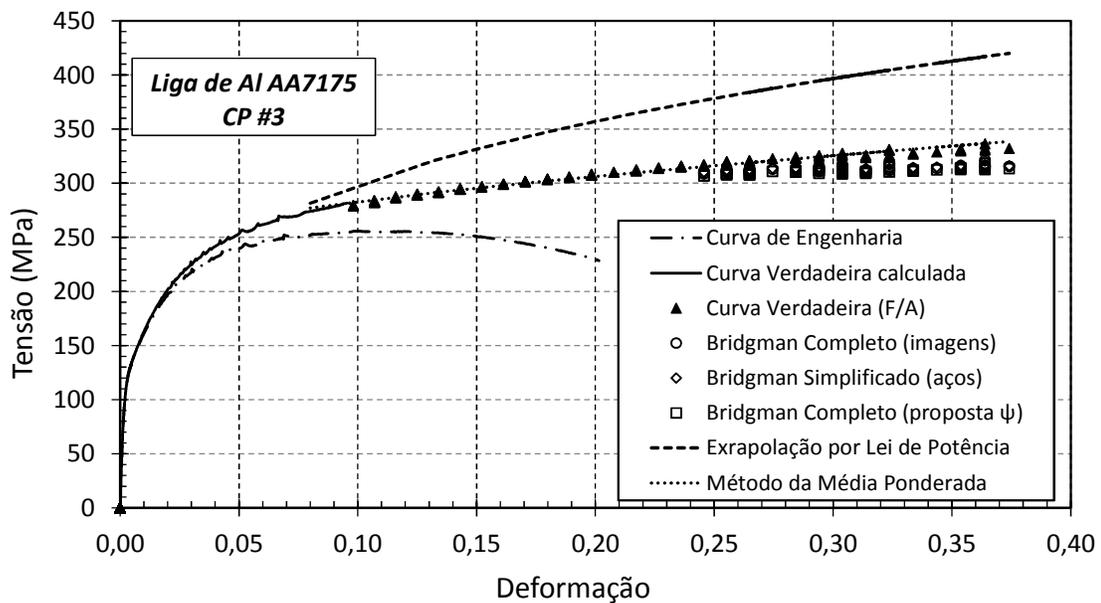


Figura 112: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o alumínio AA7175 CP#3.

Fonte: Autor

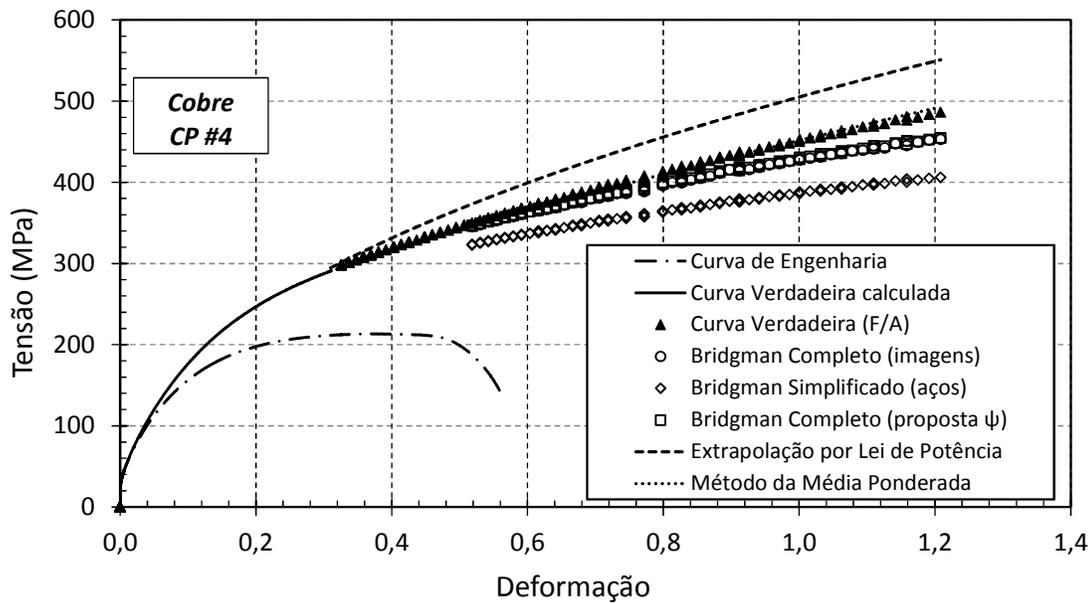


Figura 113: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o cobre CP#4.

Fonte: Autor

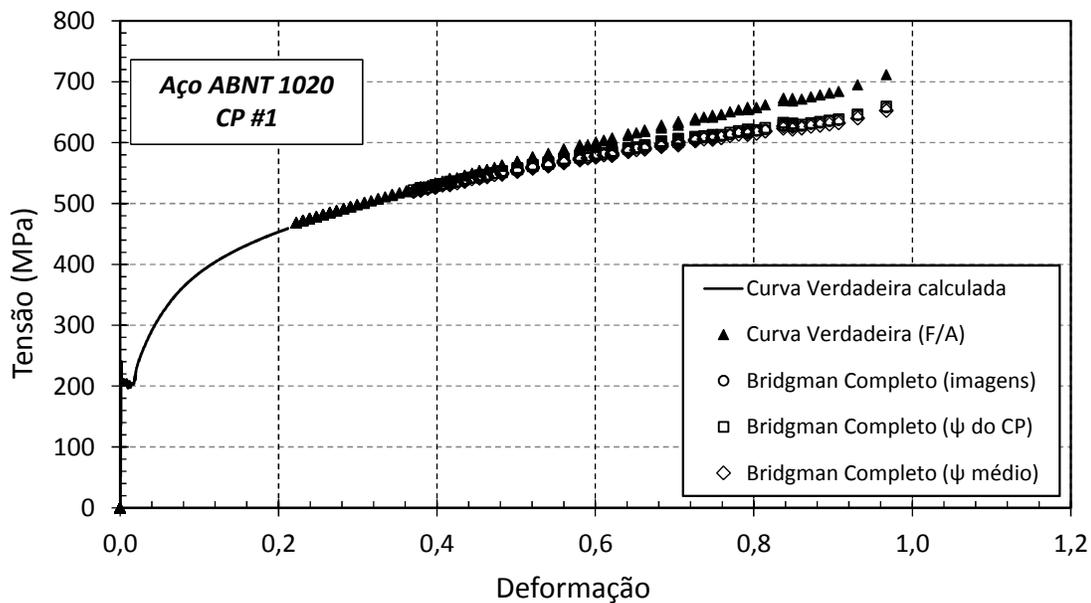


Figura 114: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e pela proposta ψ do corpo-de-prova e médio para o aço ABNT 1020 CP#1.

Fonte: Autor

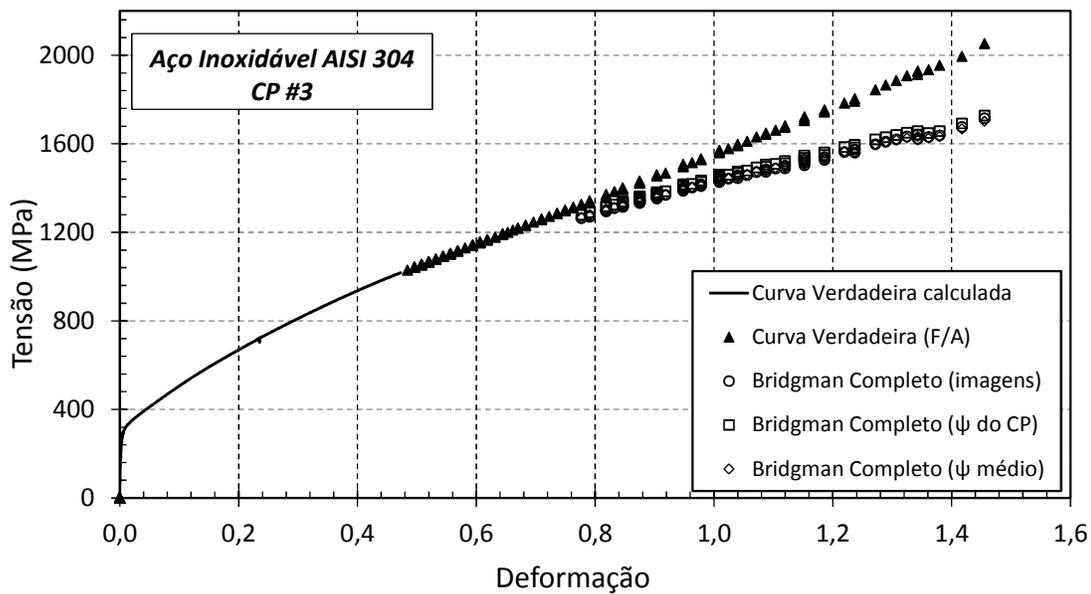


Figura 115: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e pela proposta ψ do corpo-de-prova e médio para o aço inoxidável AISI 304 CP#3.

Fonte: Autor

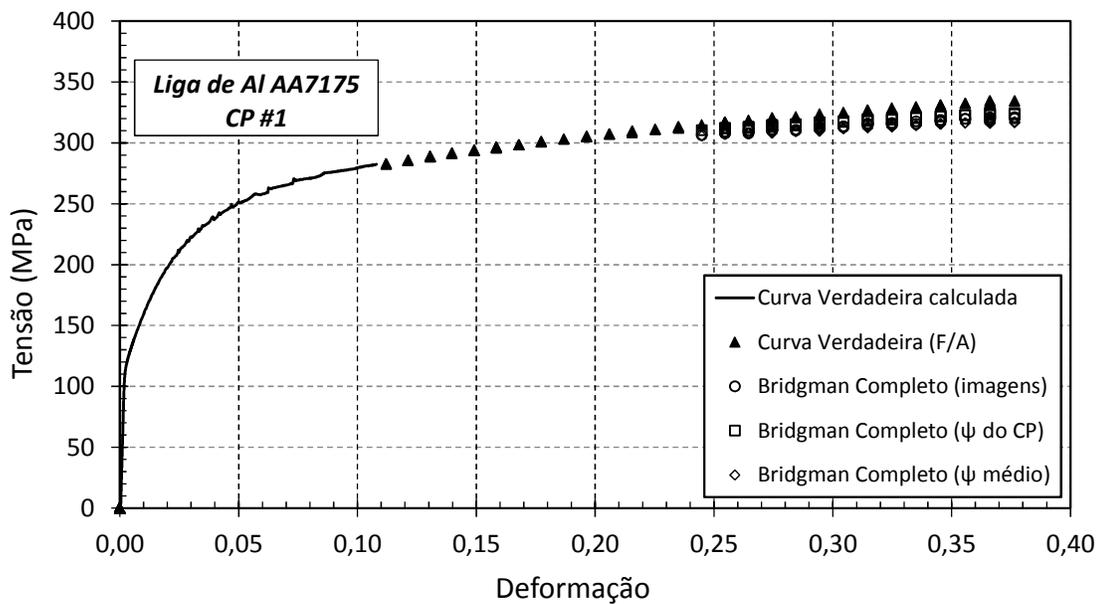


Figura 116: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e pela proposta ψ do corpo-de-prova e médio para o alumínio AA7175 CP#1.

Fonte: Autor

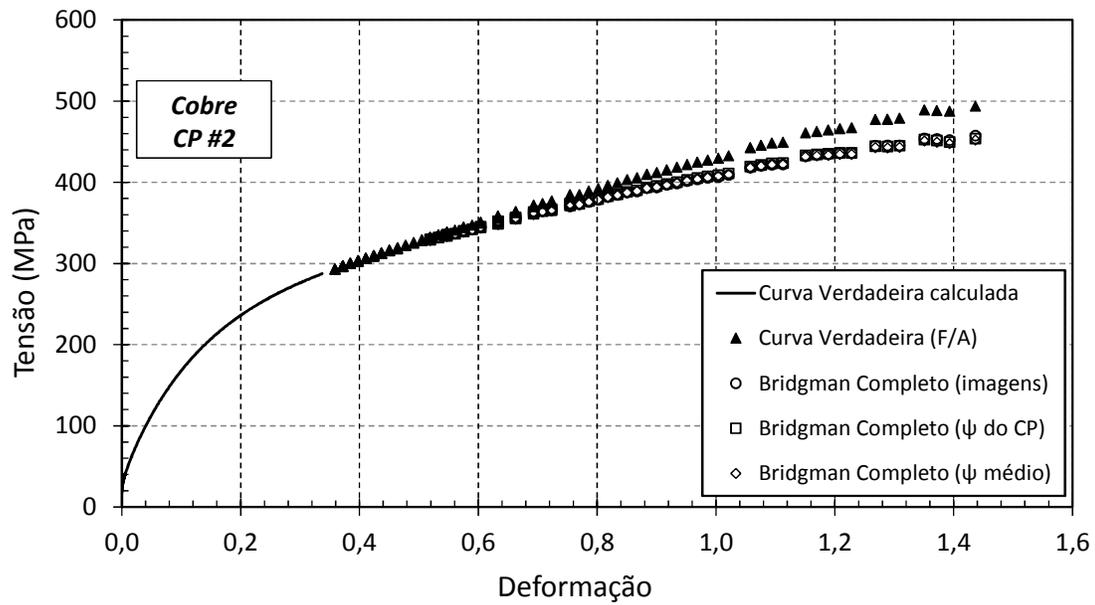


Figura 117: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio e pela proposta ψ do corpo-de-prova e médio para o aço cobre CP#2.

Fonte: Autor

7 CONCLUSÕES

Com base nos resultados obtidos com o presente trabalho, conclui-se que:

- a) O uso de correções da curva tensão *vs.* deformação pós-instabilidade para os efeitos de triaxialidade é de grande relevância e valia para aprimorar o levantamento de propriedades mecânicas de materiais metálicos dúcteis, já que evita superestimativas de tensões (que chegaram a ultrapassar 25%) e ao mesmo tempo expande a abrangência das propriedades levantadas. Deformações até 6 vezes superiores ao possível utilizando técnicas convencionais foram devidamente caracterizadas no presente trabalho.
- b) A determinação da deformação verdadeira para a instabilidade (ϵ_n) por meio do ponto de máximo dos dados experimentais (*S vs. e*) apresenta forte congruência com a definição fundamental ($d\sigma/de = \sigma$) e facilita os procedimentos de tratamento de dados, garantindo elevada precisão.
- c) Os argumentos de Bridgman sobre a estabilidade da geometria remota à estricção após a ocorrência da instabilidade foram verificados pela análise das imagens de alta resolução obtidas em Laboratório e também pela avaliação de pixels do contorno dos espécimes realizada pelo algoritmo de Matlab. Ainda, para todos os materiais ensaiados a evolução da estricção se desenvolveu com uma geometria de curvatura contínua e suave sem descontinuidades aparentes ou efeitos de um pequeno número de grãos tornando o espécime não axissimétrico. Todas as avaliações foram feitas para ambos os lados com resultados essencialmente iguais.
- d) Todos os corpos-de-prova de cada material apresentaram similares morfologias de fratura e aleatoriedade na posição de separação, permitindo que os resultados experimentais utilizados sejam tidos como válidos.
- e) A técnica de análise de imagens de alta resolução em tempo real apresentou grande estabilidade de operação, com desvios muito baixos dos resultados e resolução da ordem de 0,02 mm com o aparato fotográfico utilizado. O código desenvolvido para o tratamento de imagens mostrou-se robusto e é de interesse que desenvolvimentos na área tenham sequência, incluindo as validações numérico-computacionais utilizando modelos de elementos finitos.
- f) A evolução curvilínea de *a/R* com a deformação verdadeira obtida e argumentada por Bridgman não foi obtida no presente trabalho. Contrariamente, em todos os

espécimes ensaiados a evolução a/R foi fortemente linear e, para eliminar o efeito do ponto exato de instabilidade, todas as calibrações foram realizadas em termos de ε_{tri} . Com isto, uma proposta alternativa inovadora para a evolução de a/R é apresentada por meio da Equação $\frac{a}{R} = \psi \cdot \varepsilon_{tri} = \psi(\varepsilon_t - \varepsilon_n)$, da qual deriva o parâmetro ψ . Este parâmetro merece investigações futuras pois possui potencial para ser considerado como propriedade de material.

- g) Conclusão similar foi obtida para o parâmetro θ que descreve o ângulo de cobertura (ou aderência) do raio R do círculo osculador da estrição. Forte linearidade foi encontrada e uma nova proposta de evolução de θ em termos de ε_{tri} emergiu na forma da Equação $\theta = \chi \cdot \varepsilon_{tri} = \chi(\varepsilon_t - \varepsilon_n)$. Aqui, o parâmetro χ foi sugerido, valendo para este os mesmos argumentos mencionados acima para ψ .
- h) Uma conclusão de interesse é que os parâmetros ψ e χ foram muito estáveis para os diferentes corpos-de-prova de cada um dos materiais ensaiados. Entretanto, não apresentaram os mesmos valores para materiais de mesmas classes (como os aços ao carbono ou aços inoxidáveis). Com isto, a possibilidade de determinação com somente uma medição física ao final do ensaio fica ainda mais relevante do ponto de vista prático e de contribuição à engenharia.

Em suma, as comparações dos métodos de correção por triaxialidade estudados permitem concluir que a correção de Bridgman em sua versão completa suportada pela estratégia desenvolvida de análise de imagens é capaz de descrever a curva verdadeira até a falha independente do material com grande precisão. O mesmo pode ser dito para o modelo completo de Bridgman suportado pela determinação (mesmo que com base em um único ponto) do valor de ψ proposto no trabalho. O método de Bridgman simplificado para aços é em geral conservativo, enquanto os métodos da extrapolação por lei de potência e da média ponderada não apresentaram resultados coerentes e que os habilitem para aplicações gerais.

8 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Em face aos resultados obtidos e das conclusões formuladas, são apresentadas nesse momento algumas sugestões para trabalhos futuros.

- a) Investigação numérica e fenomenológica da validade das hipóteses de Bridgman no que tange à estabilidade do campo de deformações e evolução da deformação de fibras genéricas para diferentes posições a partir do centro dos espécimes.
- b) Validação e proposição de aprimoramentos às distribuições de tensões e deformações para níveis de intensa plasticidade propostas por Bridgman e Mirone.
- c) Modelagem da estrição de corpos-de-prova de tração cilíndricos expostos à pressão hidrostática com o auxílio de modelos de elementos finitos para comparação da evolução de a/R vs. deformação transversal com a curva obtida por Bridgman em seus estudos.
- d) Investigação micromecânica do processo de fratura incluindo nucleação e propagação de microtrincas na estrição (por meio de modelos de dano), para que os materiais possam ser mais realisticamente representados e possam melhor suportar simulações avançadas.
- e) Estender o estudo a corpos-de-prova planos, de seção retangular, para que os métodos de correção desenvolvidos para os mesmos também possam ser aplicados aos dados obtidos experimentalmente e validados com base em simulações numéricas.

REFERÊNCIAS

ANDERSON T.L. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**. 3.ed. EUA: Boca Raton, 2005.

ANDERSSON H. Analysis of a model for void growth and coalescence ahead of a moving crack tip. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, V. 25, Suécia, p. 217-233, 1977

AMERICAN SOCIETY FOR METALS. **Failure Analysis and Prevention**, V. 11, 9 ed., EUA: ASM International, 2002 (ASM Handbook).

AMERICAN SOCIETY FOR METALS. **Tensile Testing**. 2.ed. EUA: ASM International, 1993.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS **E8/E8M – 09**: Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials. Philadelphia, EUA, 2009.

ARAÚJO, A. C. **Análise da formação de bandas de cisalhamento por meio de corpos-de-prova de tração especiais**. 79f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Minas Gerais, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR ISO 6892:2002**: Materiais metálicos – Ensaio de tração à temperatura ambiente. Rio de Janeiro, Brasil, 2002.

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos Elementos Finitos**. Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.

AZEVEDO N.B. **Avaliação Experimental de Curvas Tensão por deformação verdadeiras de materiais ferrosos e não ferrosos utilizando a Correção de Bridgman**. 2011. 118 f. Projeto de Iniciação Científica (Graduação de Engenharia Mecânica) – Centro Universitário da FEI, São Bernardo do Campo.

BEER, F. P.; JOHNSTON JR. **Resistência dos Materiais**. 3.ed. EUA: McGraw-Hill, 2005.

CHAKRABARTY J. **Theory of Plasticity**. 3.ed. Inglaterra: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2006

CHEN W.H.; Necking of a bar. **Int.J.Solids Structures**, V.7, Grã-Bretanha, p.685-717, 1971.

CHOUNG, J. M.; CHO, S. R. Study on true stress correction from tensile tests. **Journal of Mechanical Science and Technology**, V.22, Coréia, p.1039-1051, 2008.

DAVIDENKOV N. N.; SPIRIDONOVA N. I. Mechanical methods of testing analysis of the state of stress in the neck of a tension test specimen. **Proc. Am. Soc. Test. Mat**, V.46, p.1147-1158, 1946.

DAN W.J.; ZHANG W.G.; LI S.H.; LIN Z.Q. An experimental investigation of large-strain tensile behavior of a metal sheet. **Materials and Design**, V.28, China, p. 2190-2196, 2007.

DIETER G. E. **Mechanical Metallurgy** SI metric edition. EUA: McGraw-Hill Inc., 1988.

_____. **Metalúrgia Mecânica**. 2.ed. Brasil: Guanabara Koogan, 1981.

DONATO G. H. B.; GANHARUL G.K.Q; AZEVEDO N.B. Methods for the experimental evaluation of true stress-strain curves after necking of conventional tensile specimens: exploratory investigation and proposals. **Pressure Vessels and Piping Division Conference**, Canadá, p.1-10, 2012.

DOWLING N.E. **Mechanical Behavior of Materials** - Engineering methods for deformation, fracture and fatigue 2.ed. USA: Pearson Prentice Hall, 1999.

_____. **Mechanical Behavior of Materials**. 3.ed. EUA: Pearson Prentice Hall, 2007.

EISEMBERG M.A. Anisotropic Tensile Necking. **International Journal of Plasticity**, V.1, USA, p. 29-38, 1985.

FÉODOSIEV V. **Resistência dos Materiais**, Brasil: Edições Lopes da Silva, 1977.

GOODS S.H.; BROWN L.M. Overview nº 1 - The nucleation of cavities by plastic deformation. **Acta Metallurgica**, V. 27, Inglaterra, p. 1-15, 1979

GUPTA N.K; AMBASHT P.B. An experimental investigation of tensile deformation of round bars. **Mechanics of Materials**, India, p. 219-228, 1982.

JOUN M.; EOM J.G.; LEE M.C. A new method for acquiring true stress–strain curves over a large range of strains using a tensile test and finite element method. **Mechanics of Materials**, V. 40, Coréia, p. 586-593, 2008.

HERTZBERG, RICHARD W. **Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials**. EUA: John Wiley & Sons, Inc., 1937.

HOSFORD W.F.; CADDELL R.M. **Metal Forming - Mechanics and Metallurgy**. 3.ed. Reino Unido: Cambridge University Press, 2007.

_____. **Mechanical Behavior of Materials**, 2.ed. Reino Unido: Cambridge University Press, 2010.

KAUFMANN, E. N. **Characterization of materials**. EUA: John Wiley & Sons, Inc., 2003.

LA ROSA G.; MIRONE G.; RISITANO A.; Effect of stress triaxiality corrected plastic flow on ductile damage evolution in the framework of continuum damage mechanics. **Engineering Fracture Mechanics**, V.68, Itália, p. 417-434, 2001.

LE ROY G.; EMBURY J.D.; EDWARDS G.; ASHBY M.F. A model of ductile fracture based on the nucleation and growth of voids. **Acta Metallurgica**, V. 29, Grã-Bretanha, p. 1509-1522,1981.

LING Y. Uniaxial true stress-strain after necking. **AMP Journal of Technology**, V.5, USA, p. 38-48, 1996.

MIRONE G. A new model for the elastoplastic characterization and the stress-strain determination on the necking section of a tensile specimen. **International Journal of Solids and Structures**, V. 41, Itália, p. 3545-3564, 2004.

NEEDLEMAN A. A numerical study of necking in circular cylindrical bars. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, V.20, Reino Unido, p.111-127, 1972.

NORRIS D.M.; MORAN B.; SCUDDER J.K.; QUIÑONES D.F. A computer simulation of the tension test. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, V.26, EUA, p.1-19, 1978.

PERTENCE, A. E. M. **Uso de Materiais Modelo para a Simulação da Ductilidade de Metais**. 241f. Tese (Doutorado em Engenharia Metalúrgica e de Minas), Universidade Federal de Minas Gerais, 1994.

PUTTICK, K. E. **The Shear Component of Ductile Fracture**. Inglaterra, p.759-762, 1960.

RAGAB A.R.; BAYOUMI S.E.A. **Engineering solid mechanics: Fundamentals and Applications**. EUA: CRC Press, 1998.

ROESLER J.; HARDERS H.; BAEKER M. **Mechanical Behaviour of Engineering Materials: metals, ceramics, polymers and composite**. EUA: Springer, 2007.

SAJE M. Necking of a cylindrical bar in tension. **Int.J. Solids Structure**, V.55, Grã-Bretanha, p. 731-742, 1979.

THOMASON P. F. An Analysis of Necking in Axi-Simetric Tension Specimens. **Int. J. mech. Sci.**, V.11, Grã-Bretanha, p. 481-490, 1969.

TVERGAARD V. Ductile fracture by cavity nucleation between larger voids. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, V.30, Dinamarca, p. 265-286, 1982.

TVERGAARD V.; NEEDLEMAN A. Analysis of the Cup-Cone Fracture in a Round Tensile Bar. **Acta metal**, V.32, Dinamarca, p. 157-169, 1983.

UNIVERSIDADE DE ILLINOIS. Manual **WARP3D-Release 16.3.1** 3-D Dynamic Nonlinear Fracture Analyses of Solids Using Parallel Computers. EUA, 2010.

ZHANG K.S.; LI Z. H. Numerical Analysis of the Stress-Strain Curve and Fracture Initiation for Ductile Material. **Engineering Fracture Mechanics**, V. 49, Taiwan, p. 235-241, 1994.

ZHANG K.S.; ZHENG C.Q. Analisis of large deformation and fracture of axysymmetric tensile specimens. **Engineering Fracture Mechanics**, V. 39, Grã-Bretanha, p. 851-857, 1991.

APÊNDICE

(Resultados das aplicações exploratórias conduzidas na seção 6, aqui apresentadas para cada um dos espécimes ensaiados no trabalho)

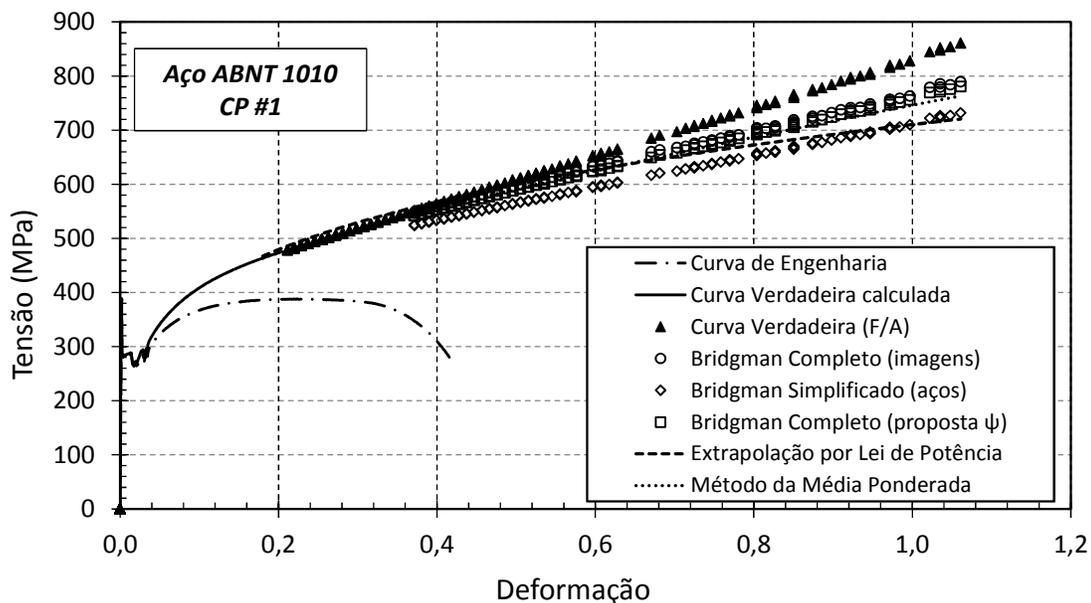


Figura A.1: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (açós) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1010 CP#1.

Fonte: Autor

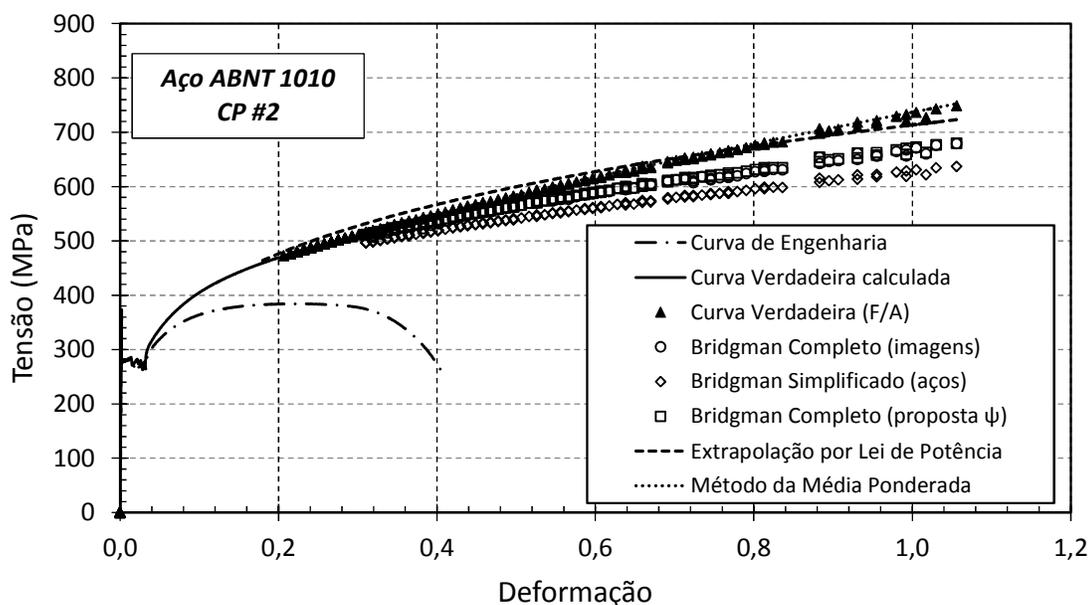


Figura A.2: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (açós) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1010 CP#2.

Fonte: Autor

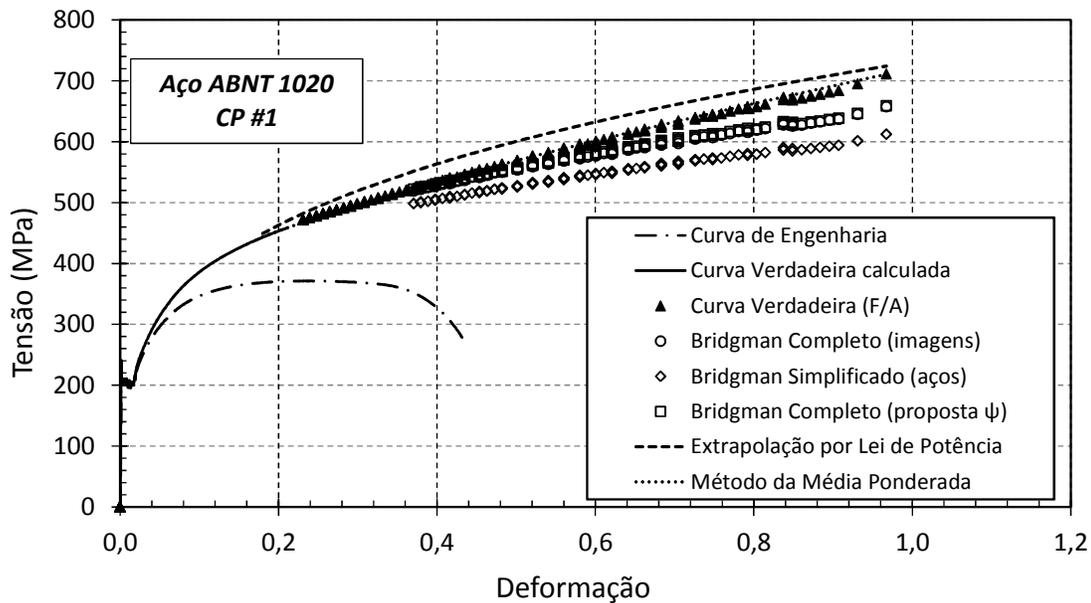


Figura A.3: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1020 CP#1.

Fonte: Autor

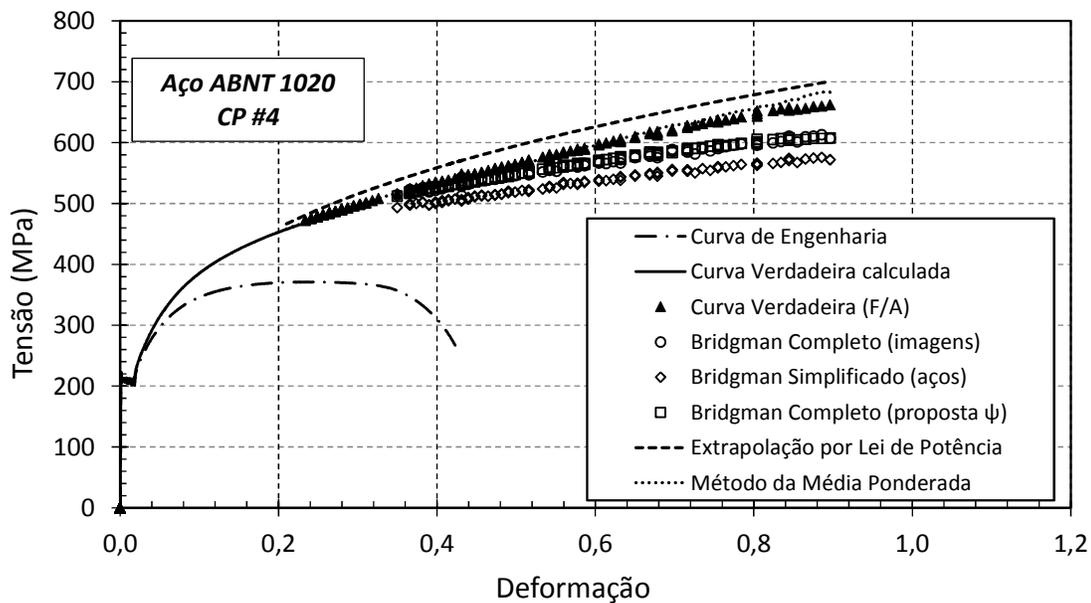


Figura A.4: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1020 CP#4.

Fonte: Autor

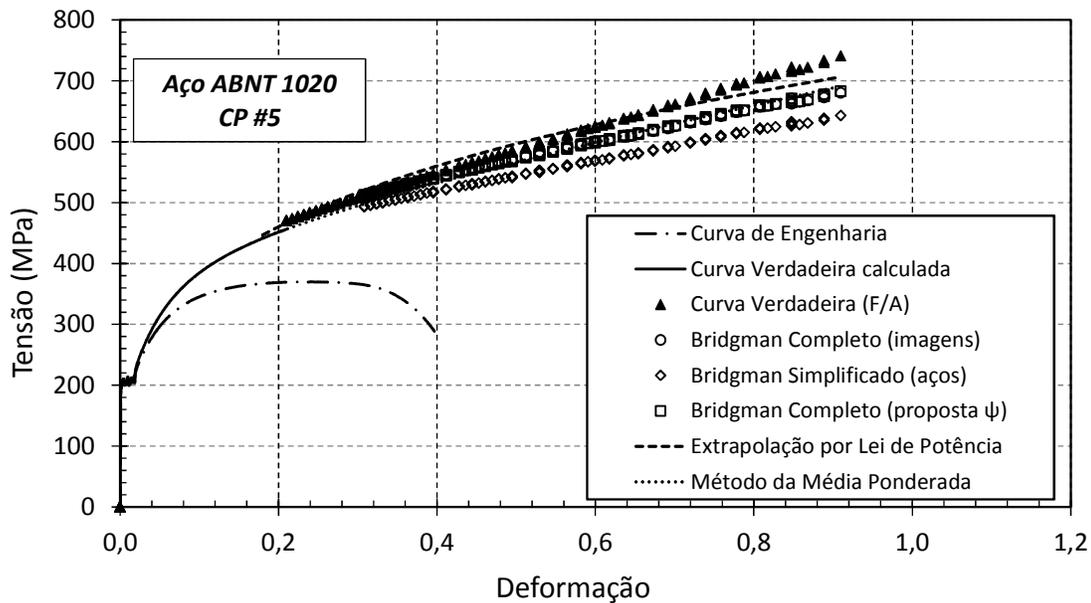


Figura A.5: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 1020 CP#5.

Fonte: Autor

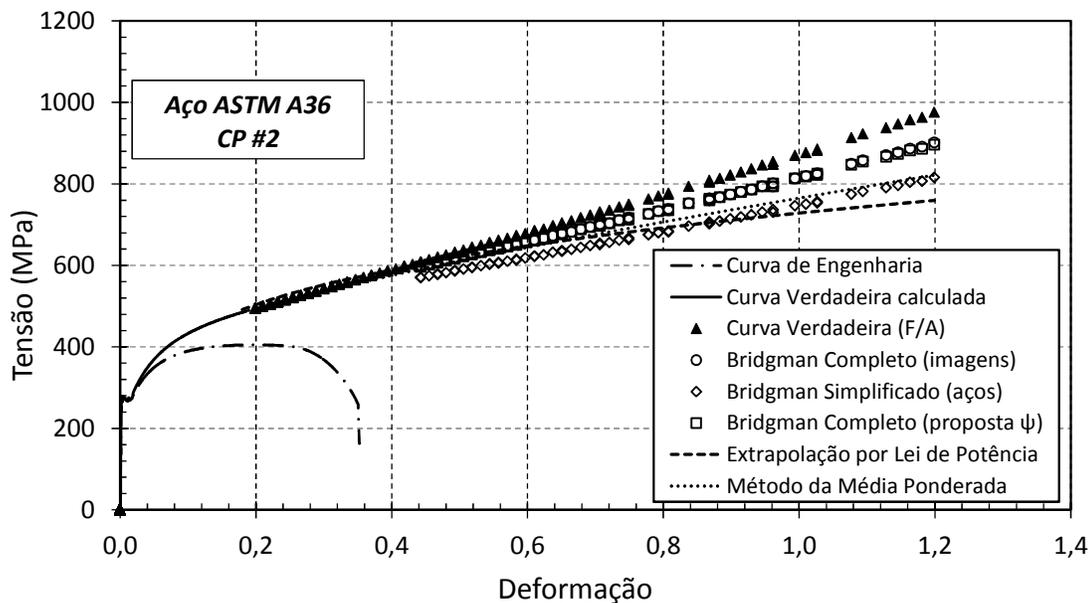


Figura A.6: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A36 CP#2.

Fonte: Autor

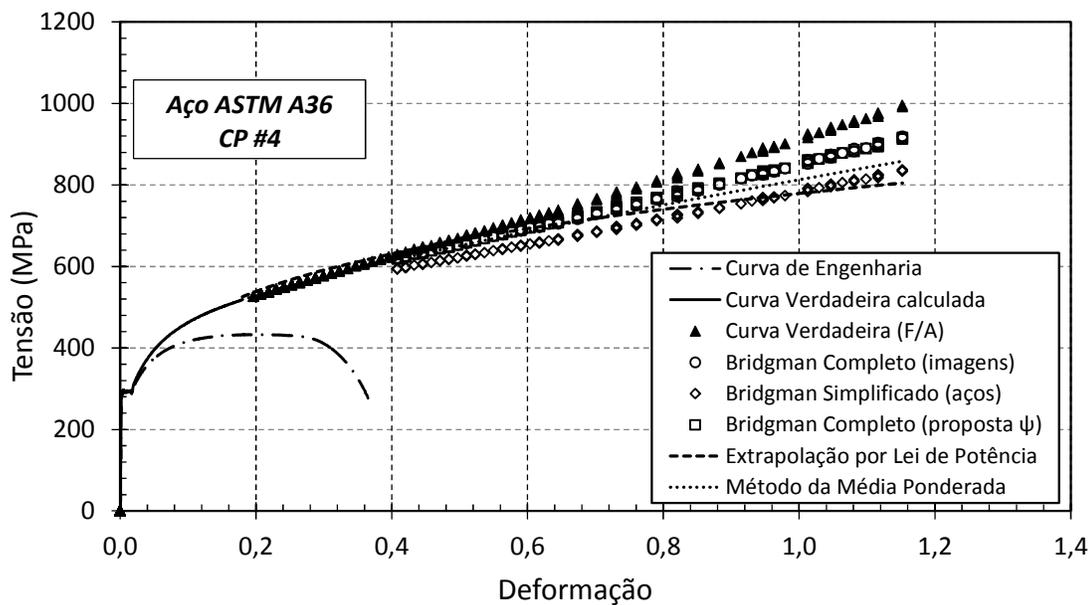


Figura A.7: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A36 CP#4.

Fonte: Autor

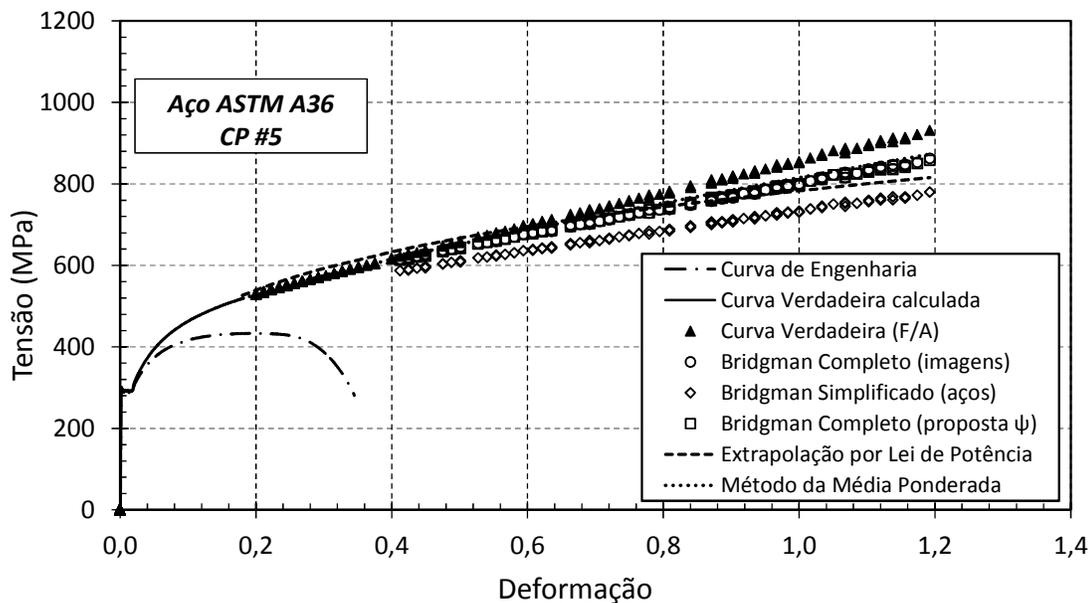


Figura A.8: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A36 CP#5.

Fonte: Autor

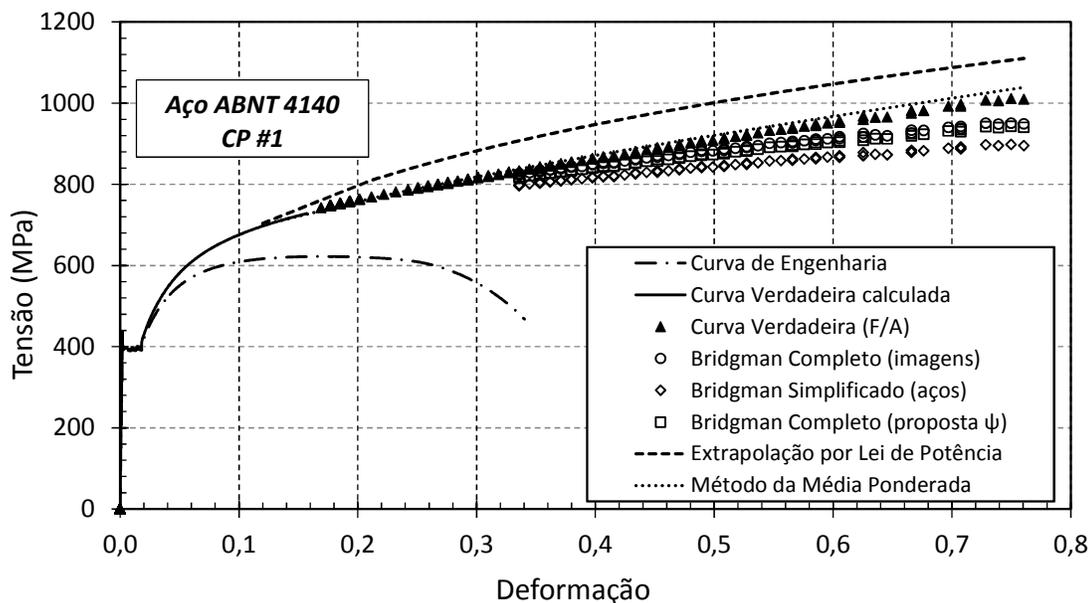


Figura A.9: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 4140 CP#1.

Fonte: Autor

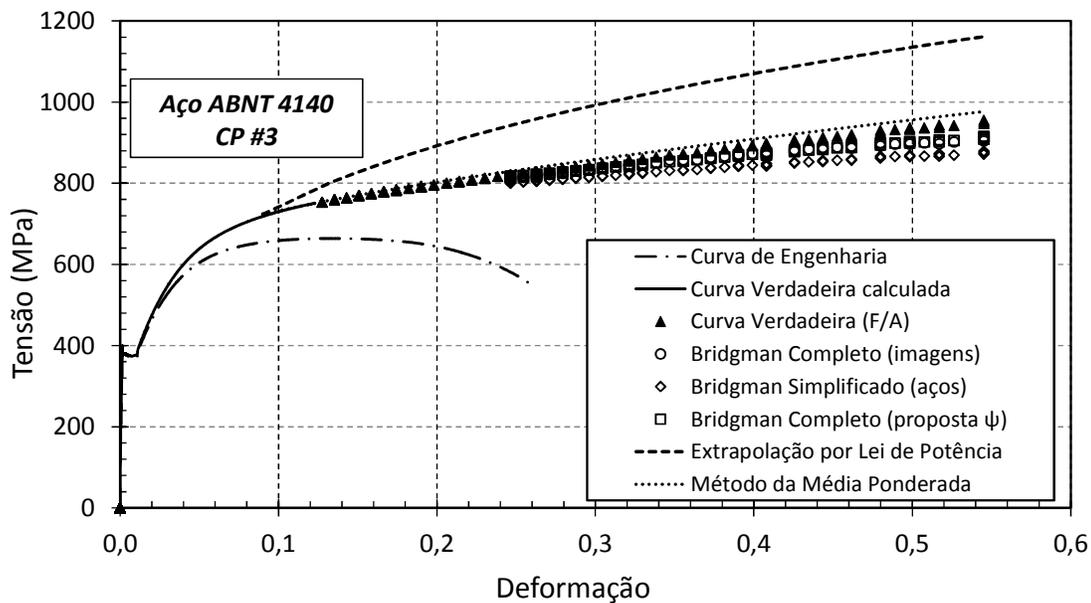


Figura A.10: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 4140 CP#3.

Fonte: Autor

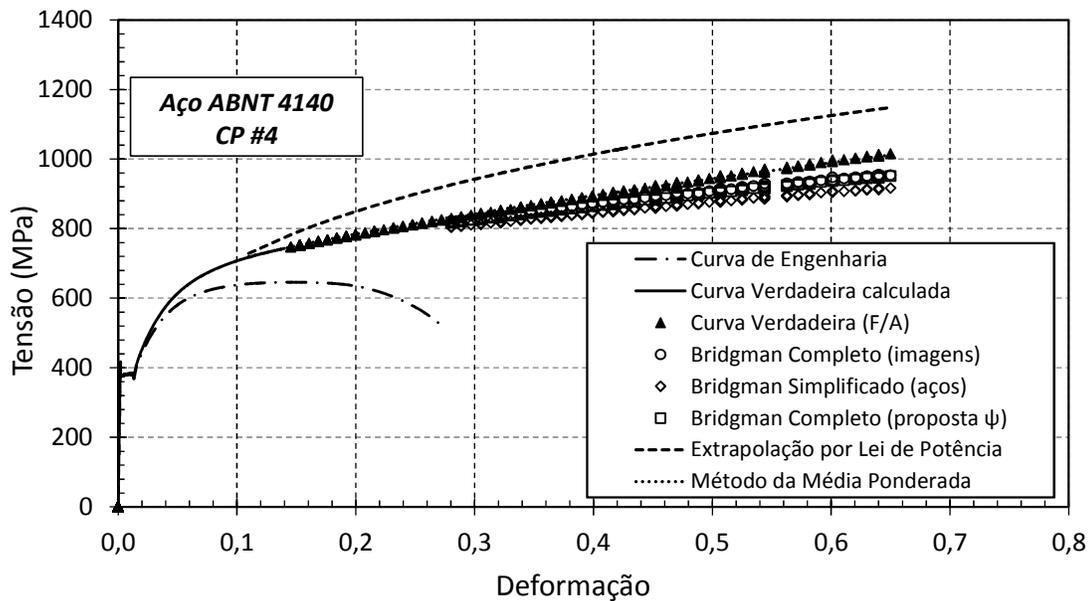


Figura A.11: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ABNT 4140 CP#4.

Fonte: Autor

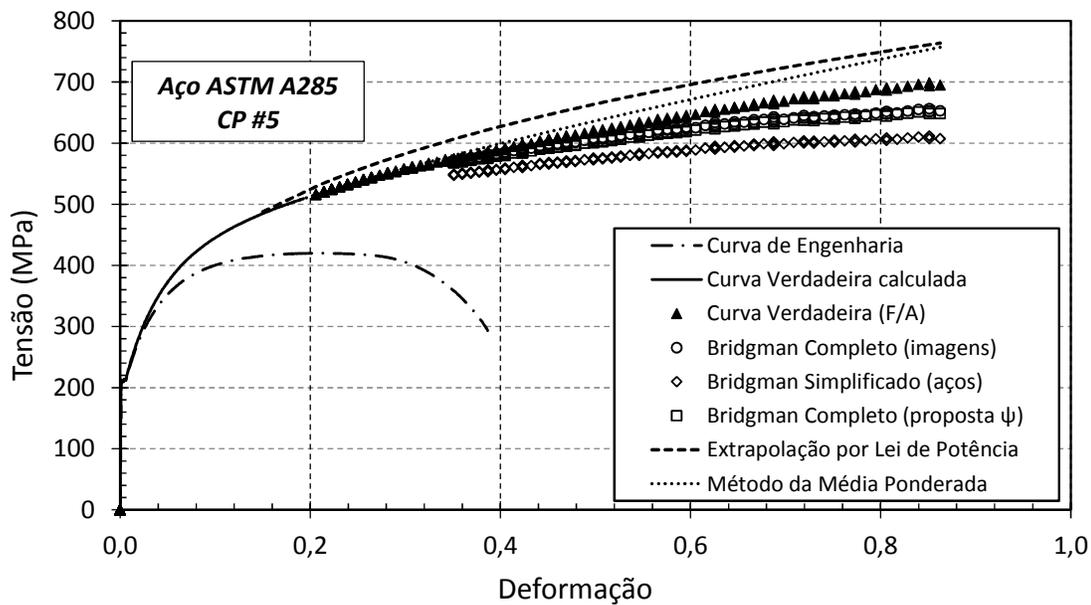


Figura A.12: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A285 CP#5.

Fonte: Autor

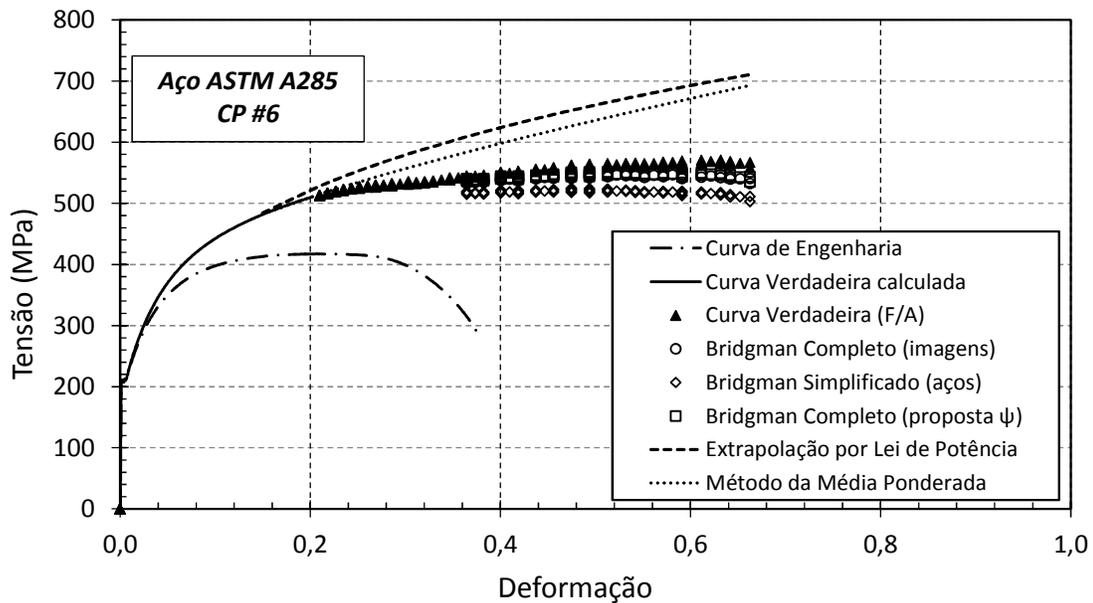


Figura A.13: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A285 CP#6.

Fonte: Autor

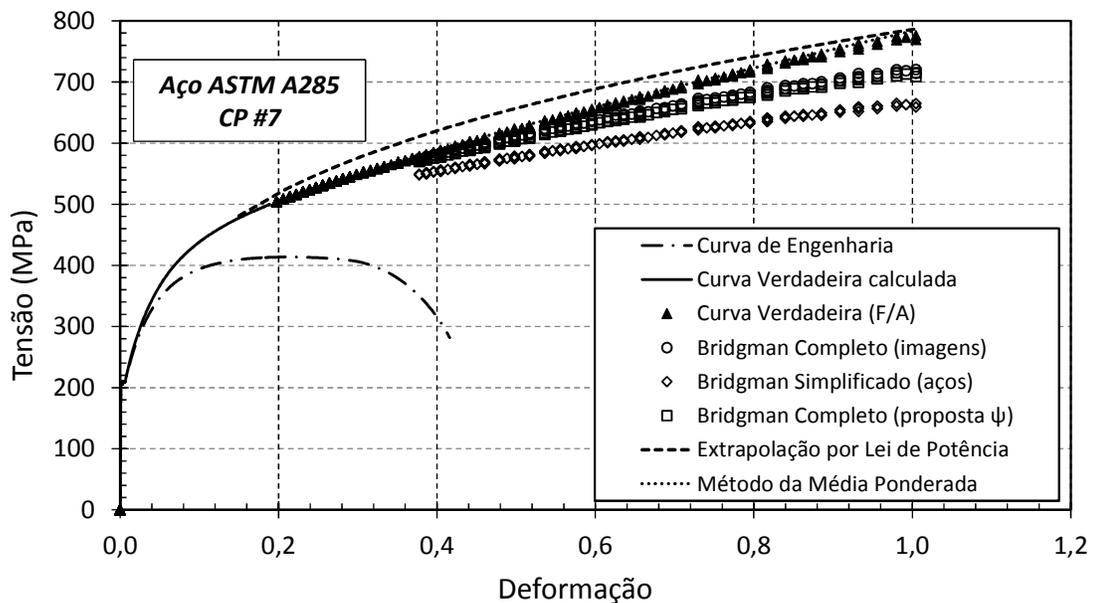


Figura A.14: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A285 CP#7.

Fonte: Autor

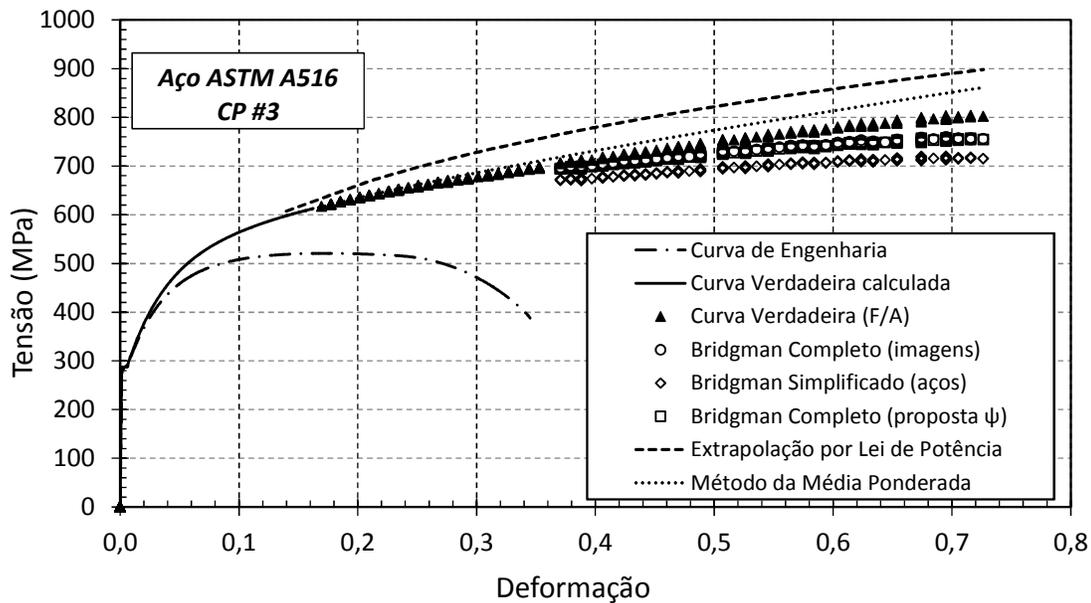


Figura A.15: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A516 CP#3.

Fonte: Autor

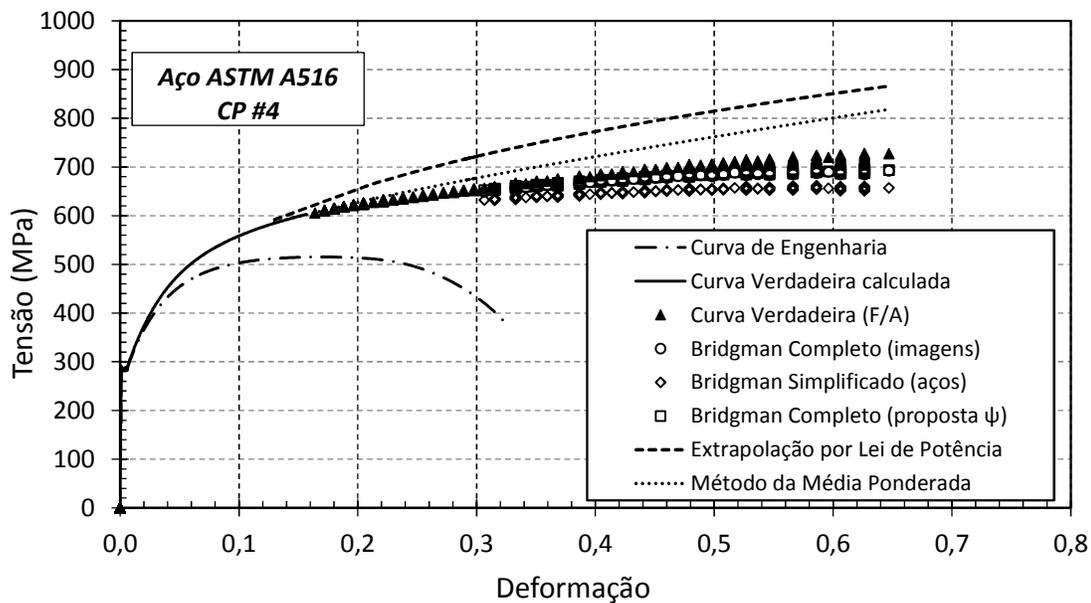


Figura A.16: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço ASTM A516 CP#4.

Fonte: Autor

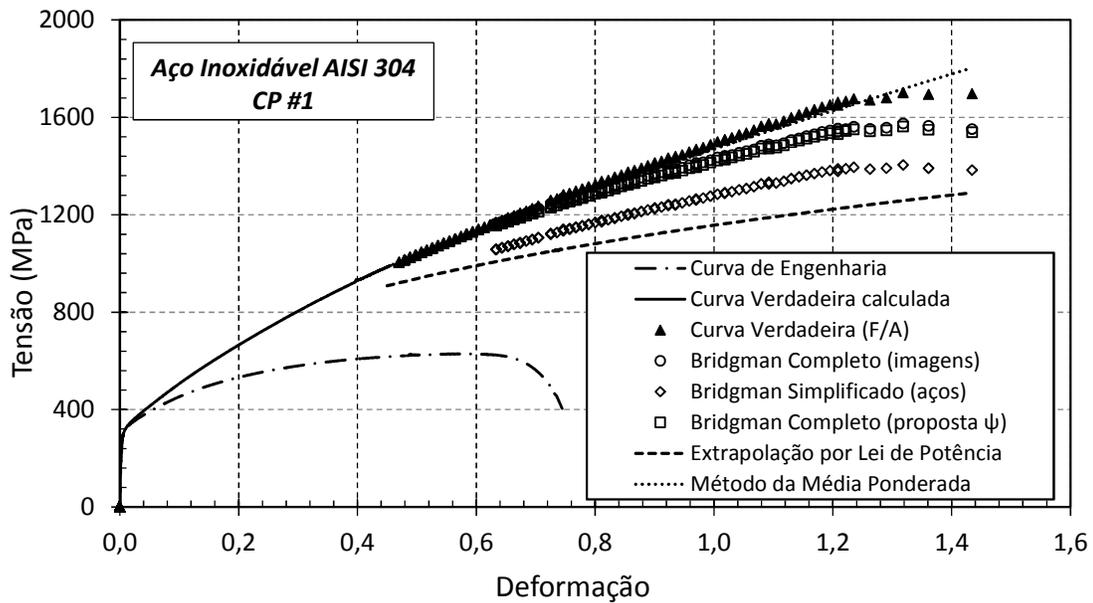


Figura A.17: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (açós) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 304 CP#1.

Fonte: Autor

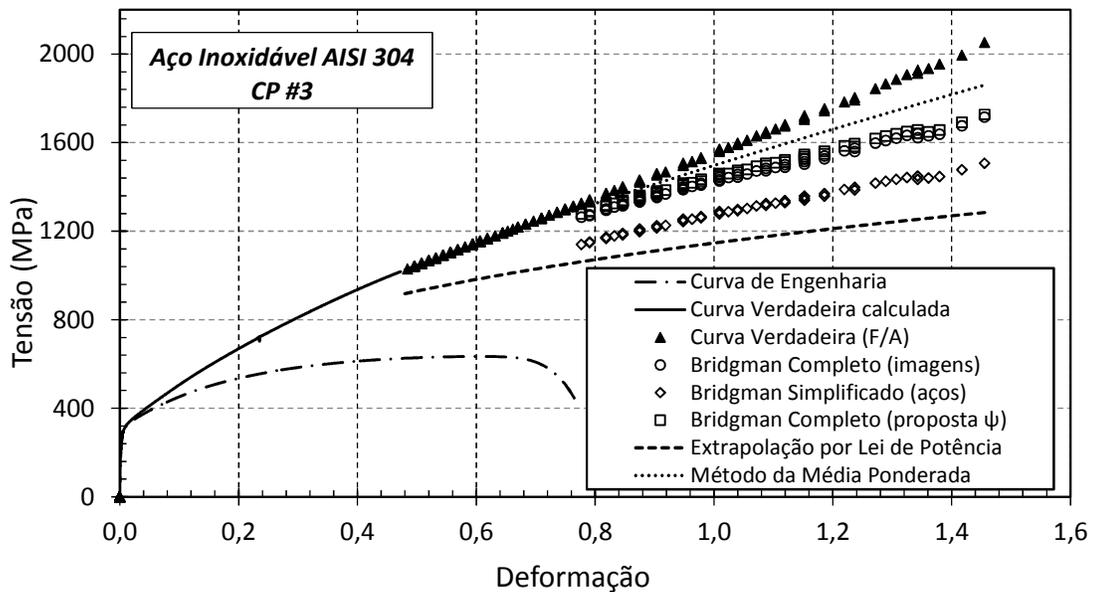


Figura A.18: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (açós) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 304 CP#3.

Fonte: Autor

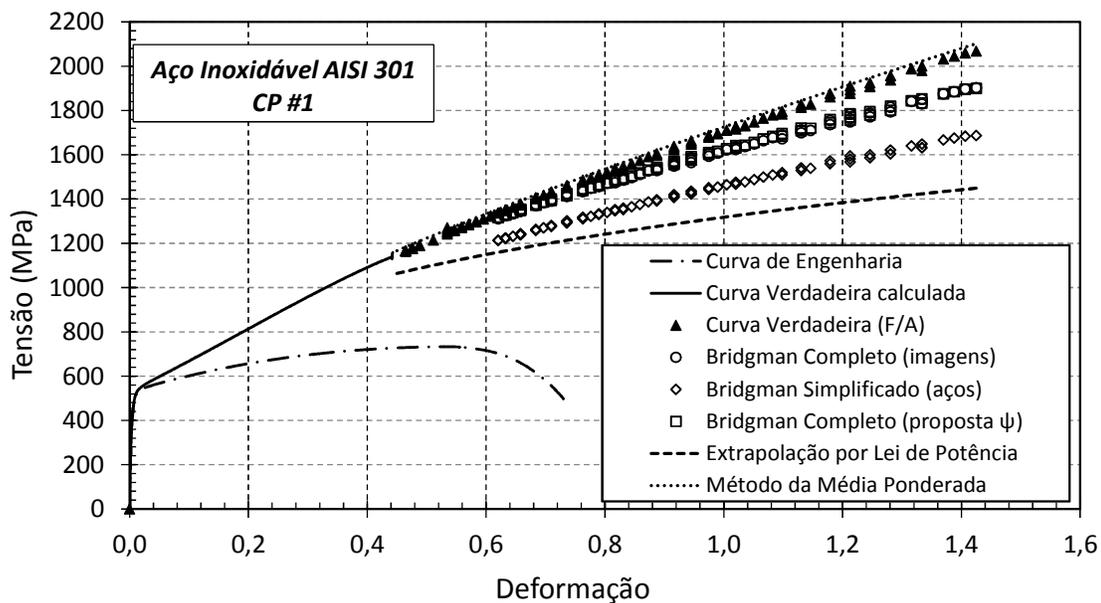


Figura A.19: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (açós) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 301 CP#1.

Fonte: Autor

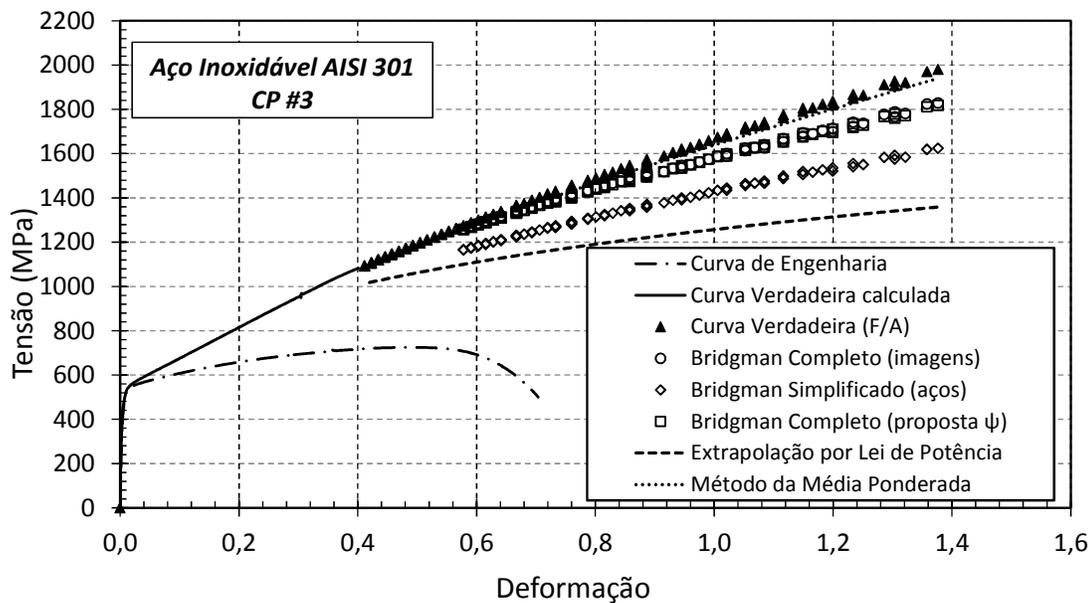


Figura A.20: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (açós) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 301 CP#3.

Fonte: Autor

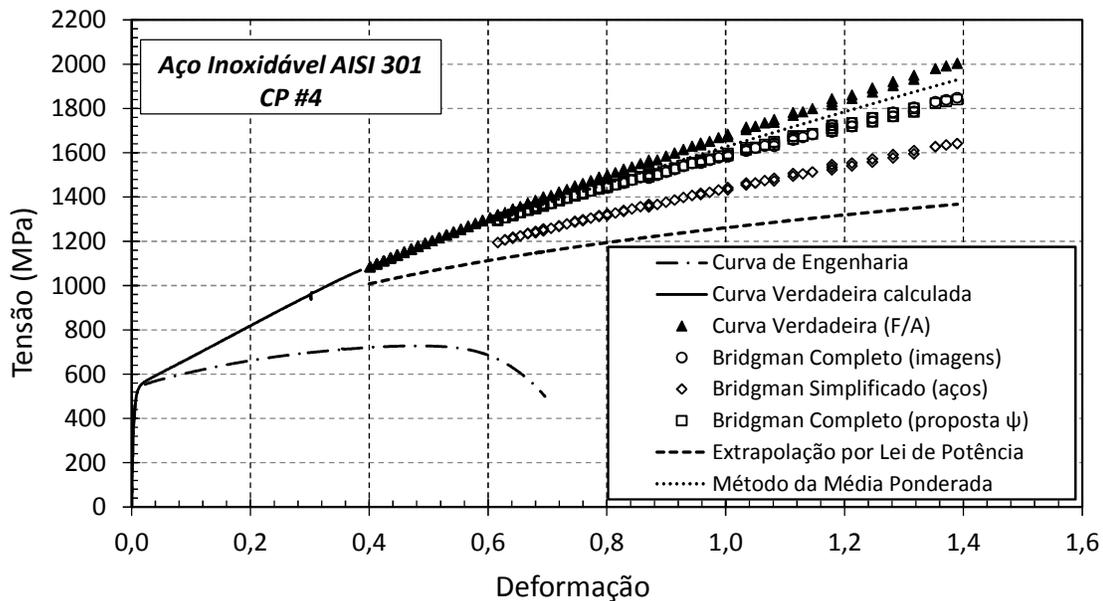


Figura A.21: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável AISI 301 CP#4.

Fonte: Autor

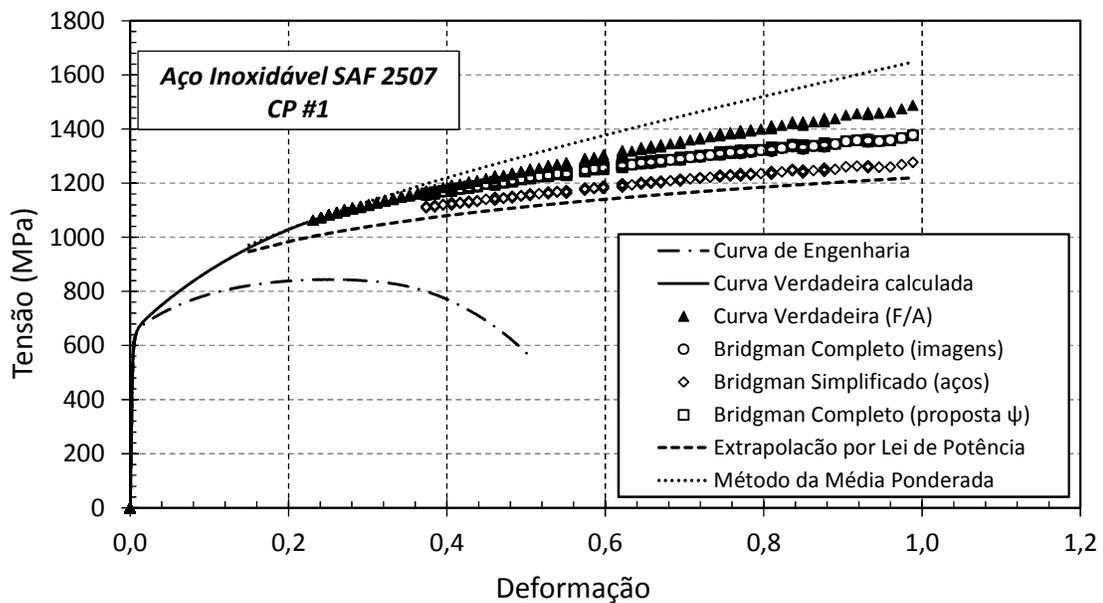


Figura A.22: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável SAF 2507 CP#1.

Fonte: Autor

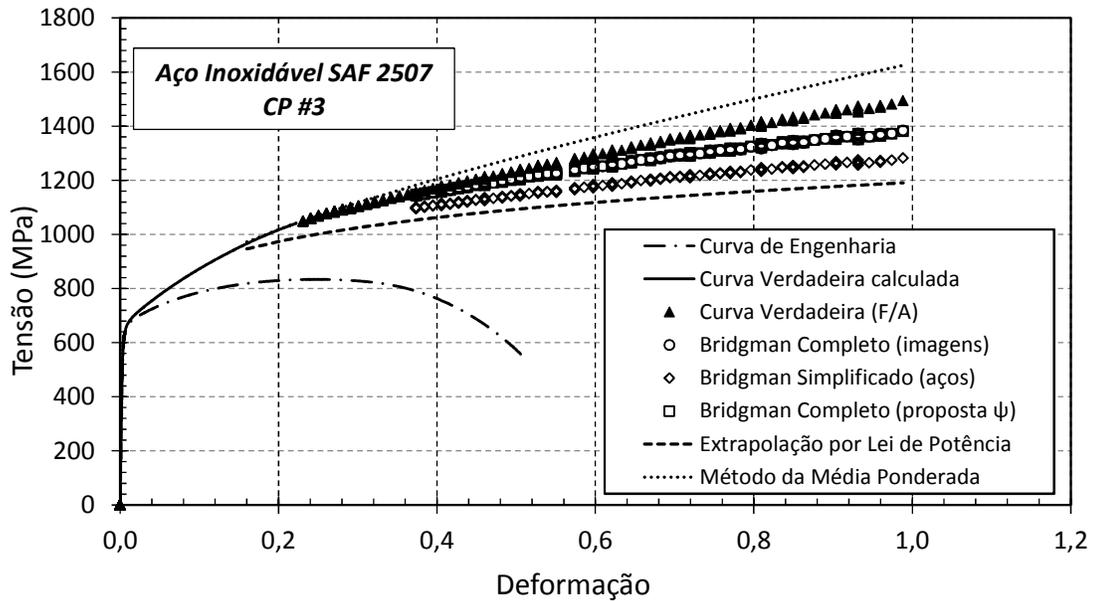


Figura A.23: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o aço inoxidável SAF 2507 CP#3.

Fonte: Autor

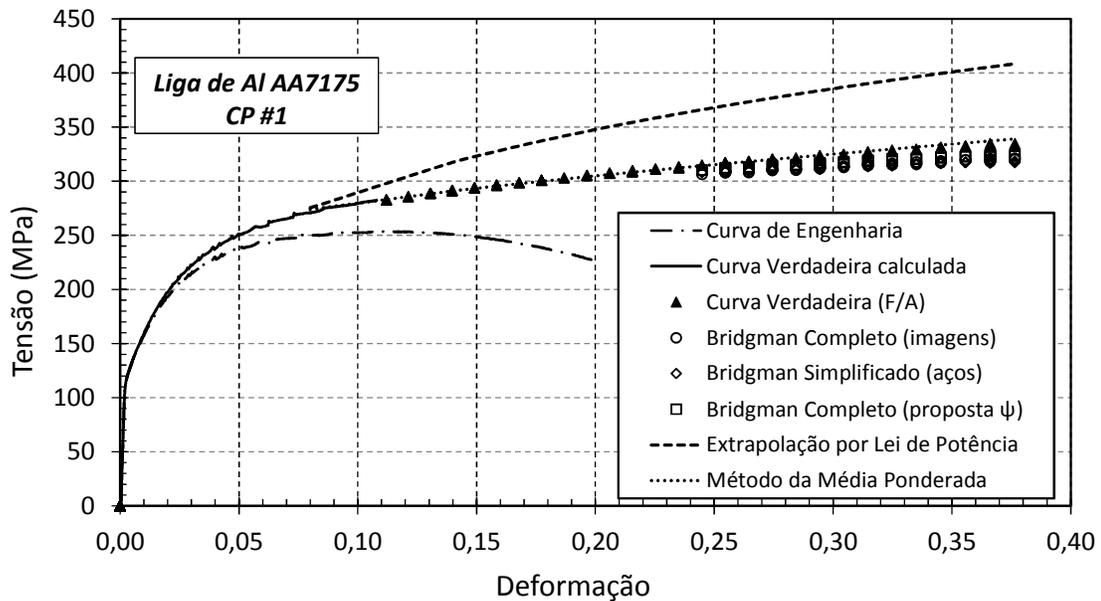


Figura A.24: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o alumínio AA7175 CP#1.

Fonte: Autor

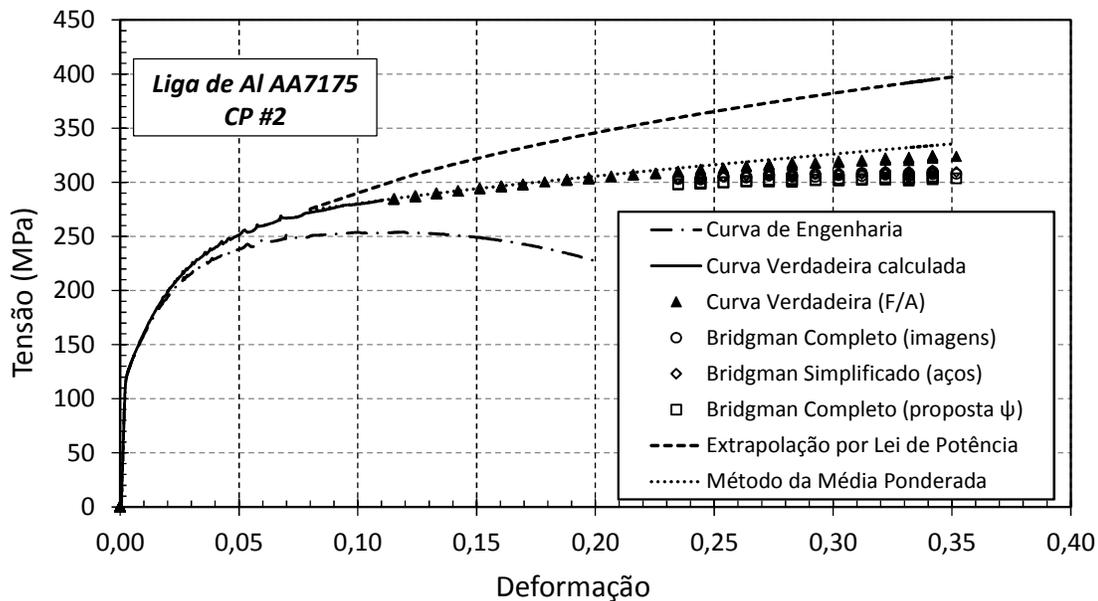


Figura A.25: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o alumínio AA7175 CP#2.

Fonte: Autor

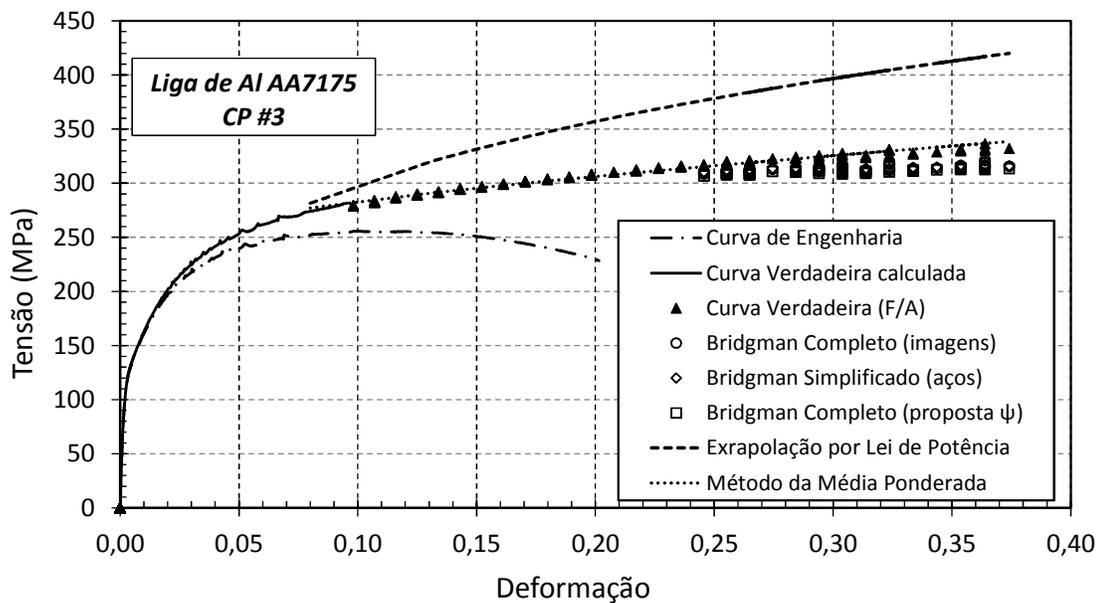


Figura A.26: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o alumínio AA7175 CP#3.

Fonte: Autor

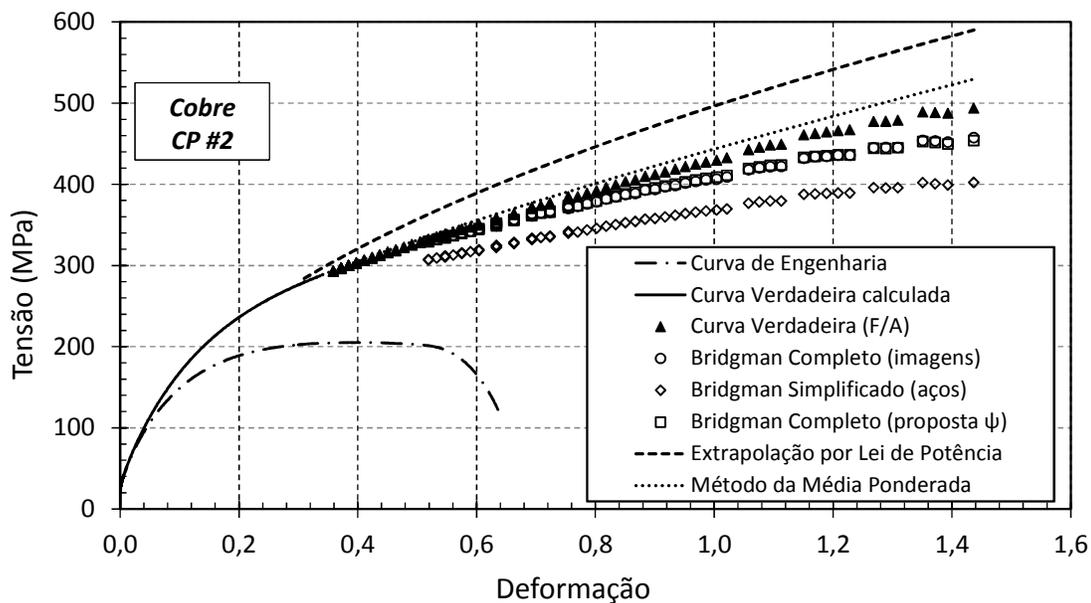


Figura A.27: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (açós) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o cobre CP#2.

Fonte: Autor

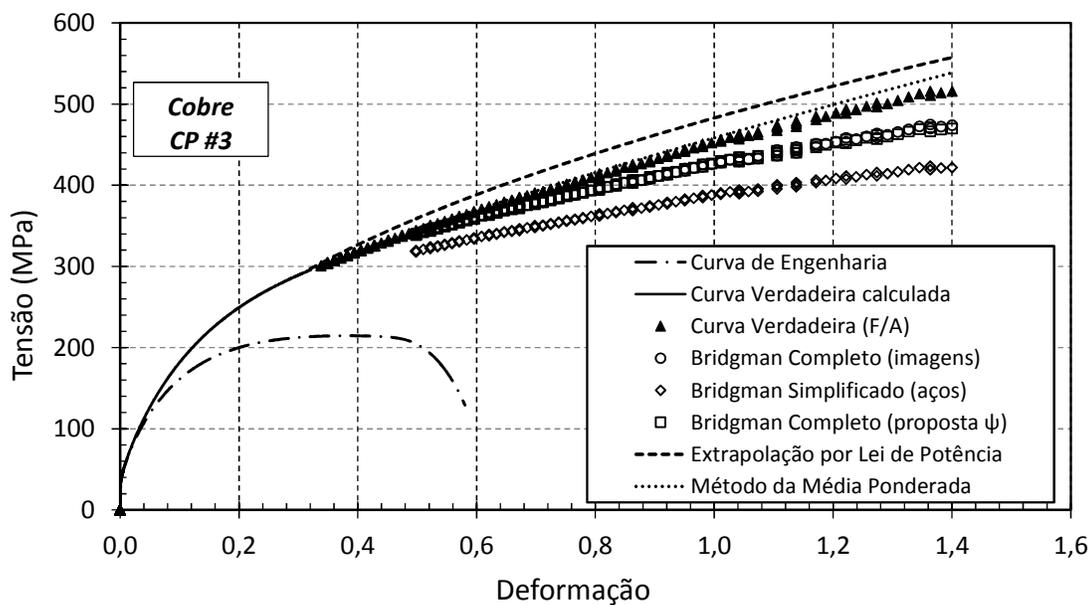


Figura A.28: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (açós) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o cobre CP#3.

Fonte: Autor

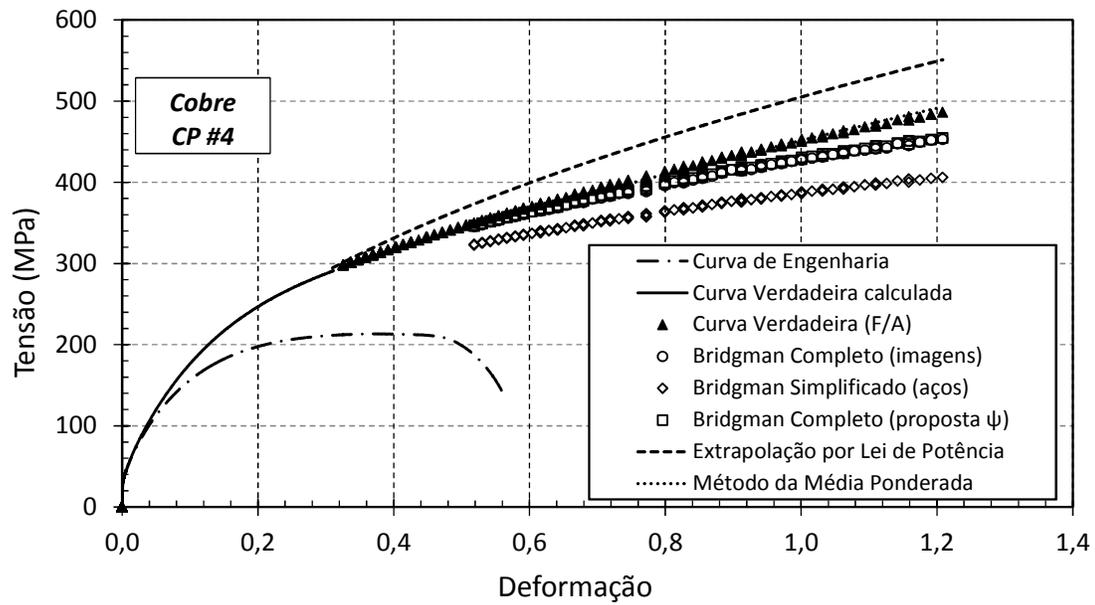


Figura A.29: Curvas tensão por deformação de engenharia verdadeira calculada, verdadeira experimental (F/A), corrigida pelo método de Bridgman completo por análise de imagens do ensaio, simplificado (aços) e pela proposta ψ desse trabalho, pela extrapolação por lei de potência e pelo método da média ponderada para o cobre CP#4.

Fonte: Autor