

CENTRO UNIVERSITÁRIO FEI
ROBERTO GONÇALVES DE MAGALHÃES JÚNIOR

ANÁLISE DE SINAIS E MAPAS CEREBRAIS UTILIZANDO EEG: Comparação entre modelos
de representação linear e tensorial

São Bernardo do Campo
2019

ROBERTO GONÇALVES DE MAGALHÃES JÚNIOR

ANÁLISE DE SINAIS E MAPAS CEREBRAIS UTILIZANDO EEG: Comparação entre modelos
de representação linear e tensorial

Dissertação de Mestrado, apresentada ao Centro
Universitário FEI para obtenção do título de Mestre
em Engenharia Elétrica. Orientada pelo Prof. Dr.
Carlos Eduardo Thomaz.

São Bernardo do Campo

2019

GONÇALVES DE MAGALHÃES JÚNIOR, ROBERTO.
ANÁLISE DE SINAIS E MAPAS CEREBRAIS UTILIZANDO
EEG: Comparação entre modelos de representação linear e
tensorial / ROBERTO GONÇALVES DE MAGALHÃES JÚNIOR.
São Bernardo do Campo, 2019.
102 p. : il.

Dissertação - Centro Universitário FEI.
Orientador: Prof. Dr. Carlos Eduardo Thomaz.

1. Eletroencefalografia. 2. Análise multilinear. 3. Mapeamento cerebral. I. Eduardo Thomaz, Carlos, orient. II. Título.

Elaborada pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da FEI
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Aluno: Roberto Gonçalves de Magalhães Junior

Matrícula: 117119-8

Título do Trabalho: Análise de sinais e mapas cerebrais utilizando EEG: comparação entre modelos de representação linear e tensorial.

Área de Concentração: Processamento de Sinais e Imagens

Orientador: Prof. Dr. Carlos Eduardo Thomaz

Data da realização da defesa: 15/03/2019

ORIGINAL ASSINADA

Avaliação da Banca Examinadora:

São Bernardo do Campo, 15/03/2019.

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Carlos Eduardo Thomaz Ass.: _____

Prof. Dr. Francisco José Fraga da Silva Ass.: _____

Prof. Dr. Custódio Thomaz Kerry Martins Ass.: _____

A Banca Julgadora acima-assinada atribuiu ao aluno o seguinte resultado:

APROVADO

REPROVADO

VERSÃO FINAL DA
DISSERTAÇÃO

**APROVO A VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO EM QUE
FORAM INCLUÍDAS AS RECOMENDAÇÕES DA BANCA
EXAMINADORA**

Aprovação do Coordenador do Programa de Pós-graduação

Prof. Dr. Carlos Eduardo Thomaz

Aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

À minha família e aos meus amigos, pela motivação; especialmente aos meus pais, pelo apoio incondicional, proporcionando-me tranquilidade durante toda a minha trajetória acadêmica.

Ao professor Carlos Eduardo Thomaz, por sua orientação e sua disponibilidade compartilhando conhecimento e experiência; e pelas oportunidades que não surgiriam sem sua manifestação.

Ao Dr. Fábio Rocha pelas sugestões e colaboração.

Aos colegas do Laboratório de Processamento de Imagens, Estela Ribeiro e Laércio Silva, pela concessão de dados dos experimentos que ambos realizaram em seus respectivos trabalhos.

Por fim, o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 88887.144577 /2017-00 e do Centro Universitário FEI.

“Palavra puxa palavra, uma ideia traz outra, e assim se faz um livro, um governo, ou uma revolução.”

Machado de Assis, 1884.

RESUMO

Mapas são representações gráficas que podem expressar tanto o domínio espacial quanto o domínio conceitual de um objeto. A obtenção de mapas cerebrais está sujeita a diversas variáveis inerentes às características do próprio cérebro. Por esse motivo, podem ser construídos a partir de vários modelos de representação e de outros tantos métodos de aquisição e processamento. Nesse contexto, a eletroencefalografia (EEG) tem sido bastante requisitada, pois fornece sinais potencialmente úteis para a compreensão da dinâmica espacial e temporal do processamento da informação neural. Esses sinais podem ser representados por estruturas em modo-1 (vetor), em modo-2 (matriz) ou em múltiplos modos (tensor), dependendo da forma como o experimento é conduzido, podendo coexistir os modos de espaço, tempo, frequência, tipo e condição do teste, sujeito e grupo de pertinência. O objetivo deste trabalho é investigar e comparar as diferenças entre um modelo de representação tensorial (Espaço \times Tempo \times Sujeito) e dois modelos matriciais (Sujeito \times [Espaço \times Tempo] e Sujeito \times Espaço) por meio de mapas cerebrais e classificação de padrões. Foram utilizados a aproximação generalizada de baixo nível de matrizes, a análise de componentes principais e a entropia da correlação para a redução de dimensionalidade e extração de características dos sinais de EEG cuja aquisição se fez em experimentos envolvendo o jogo de xadrez e a musicalidade. Os resultados demonstram pelo menos três maneiras distintas e complementares para a produção de mapas cerebrais cognitivos e, quanto à classificação desses dados, o modelo tensorial se sobressai em nível de compressão e precisão.

Palavras-chave: Eletroencefalografia. Análise multilinear. Mapeamento cerebral.

ABSTRACT

Maps are linguistic forms that make it possible to express both the spatial domain and the conceptual domain of an object. Obtaining brain maps is subject to several variables inherent to the characteristics of the brain itself. For this reason, they can be constructed from various models of representation and from as many acquisition and processing methods. In this context, electroencephalography (EEG) has been widely requested because it provides potentially useful signals for understanding the spatial and temporal dynamics of neural information processing. These signals can be represented by 1-mode (vector), 2-mode (matrix) or multi-mode (tensor) structures depending on how the experiment is carried out, coexisting space, time, frequency, type and condition of the test, subject and group of pertinence. The purpose of this work is to investigate and compare the differences between a tensor model (Space \times Time \times Subject) and two matrix models (Subject \times [Space * Time] and Subject \times Space) by means of brain maps and pattern classification. We have used the generalized low rank approximation of matrices, principal component analysis and correlation entropy for the reduction of dimensionality and extraction of characteristics of EEG signals whose acquisition was made in experiments involving the chess game and musicianship. The results show at least three different and complementary ways for the representation of cognitive brain maps and, as far as the classification of these data is concerned, the tensorial model stands out in the level of compression and precision.

Keywords: Electroencephalography. Multilinear analysis. Brain mapping.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – A primeira eletroencefalografia registrada de um ser humano.	31
Figura 2 – Visão geral dos equipamentos que compõem o toposcópio de Walter e Shipton (1951).	31
Figura 3 – Exemplo de mapeamento gerado pelo toposcópio de Walter e Shipton (1951).	32
Figura 4 – Distribuição do campo elétrico cerebral utilizando uma codificação numérica.	33
Figura 5 – Exemplo de mapeamento gerado pelo modelo BEAM.	34
Figura 6 – Exemplo de mapas gerados a partir do cálculo de entropia da correlação.	35
Figura 7 – Exemplo de mapas gerados a partir de uma representação tensorial do EEG.	36
Figura 8 – Estrutura fisiológica básica de uma célula neural.	39
Figura 9 – Pulso elétrico neural.	40
Figura 10 – Atividade elétrica cerebral captada por um eletrodo.	43
Figura 11 – Sistema de referência de EEG 10-20.	44
Figura 12 – Sequência típica dos componentes ERP.	46
Figura 13 – Tensores.	48
Figura 14 – Desdobramento tensorial.	50
Figura 15 – Interpretação geométrica de autovetor.	53
Figura 16 – Interpretação geométrica das componentes principais para um espaço de 2 características.	55
Figura 17 – Etapas do processamento de sinais de EEG.	57
Figura 18 – Modelo tensorial modo-3 do sinal de EEG, ETS-3.	58
Figura 19 – Modelo matricial (tensorial modo-2) do sinal de EEG, S[ET]-2.	59
Figura 20 – Modelo matricial (tensorial modo-2) do sinal de EEG, SE-2.	59
Figura 21 – Interpretação geométrica das componentes principais para um espaço de 2 características.	63
Figura 22 – Equipamento de EEG OpenBCI.	67
Figura 23 – Exemplo de pergunta e a configuração de tabuleiro associada.	69
Figura 24 – Sinal elétrico cerebral médio por categoria de questão e grupo de jogadores.	71

Figura 25 – Mapas de EC.	71
Figura 26 – Mapeamento utilizando PCA.	72
Figura 27 – Representações das 15 primeiras componentes principais de cada modo extraído de GT: espacial (MCC) e temporal.	73
Figura 28 – Produto interno entre categorias de questões.	74
Figura 29 – Taxa de acerto obtida pelo classificador NN em função da taxa de compressão dos dados (experimento com xadrez).	75
Figura 30 – Taxa de acerto obtida pelo classificador NN no experimento com xadrez.	76
Figura 31 – Sinal elétrico cerebral médio por grupo de voluntários.	80
Figura 32 – Mapas de EC.	80
Figura 33 – Mapeamento utilizando PCA.	81
Figura 34 – Representações das 12 primeiras componentes principais de cada modo extraído de GT: espacial (MCC) e temporal.	82
Figura 35 – Produto interno entre os grupos de pertinência dos voluntários.	83
Figura 36 – Taxa de acerto obtida pelo classificador NN no experimento com música.	84
Figura 37 – Modelo de classificação baseada em regras.	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Exemplos de notações tensoriais.	49
Tabela 2 – Arcabouço de desenvolvimento do trabalho.	58
Tabela 3 – Categorias das questões.	68
Tabela 4 – Número de componentes principais e taxa de compressão (TC).....	70
Tabela 5 – Características acústicas extraídas para determinação dos segmentos dos sinais de EEG para as análises.	79
Tabela 6 – Número de componentes principais e taxa de compressão (TC).....	79

LISTA DE ABREVIATURAS

MC	Mapa Cerebral
MCC	Mapa Cerebral Cognitivo
EEG	Eletroencefalografia
BEAM	<i>Brain Electrical Activity Mapping</i>
SIPD	Sistema Inteligente de Processamento Distribuído
K-CNTD	<i>Convolutive Nonnegative Tucker Decomposition</i>
fMRI	<i>functional Magnetic Resonance Imaging</i>
CPD	<i>Canonical polyadic decomposition</i>
PARAFAC	<i>Parallel Fator Analysis</i>
GLRAM	<i>Generalized Low Rank Approximations of Matrices</i>
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
SP	<i>Spline Plana</i>
SS	<i>Spline Esférica</i>
NN	<i>Nearest Neighbors</i>
MTC	Mapa Topográfico Cerebral
EP	<i>Evoked Potentials</i>
ERP	<i>Event Related Potential</i>
RP	Reconhecimento de Padrões
RD	Redução de Dimensionalidade
PCA	<i>Principal Component Analysis</i>
CP	Componente Principal
EC	Entropia da Correlação
HOSVD	<i>Higher Order Singular Value Decomposition</i>
GT	GLRAM e Tucker

LISTA DE SÍMBOLOS

μV	microvolts
HZ	Hertz
mV	milivolts
ms	milissegundos
$d(X, Y)$	distância entre X e Y
N	número de voluntários
e	número de eletrodos
t	tempo de amostragem
k	número de vizinhos mais próximos
f	f -folds validação cruzada
h	entropia
$c_{i,j}$	correlação entre os eletrodos i e j
L	vetor(es) singular(es) à esquerda da GLRAM
R	vetor(es) singular(es) à direita da GLRAM
ρ_{PCA}	taxa de compressão do PCA
ρ_{EC}	taxa de compressão da EC
ρ_{GLRAM}	taxa de compressão da GLRAM
p_1	número de CPs do PCA
p_2	número de CPs da EC
l_1	número de CPs L da GLRAM
l_2	número de CPs R da GLRAM

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	27
1.1 JUSTIFICATIVA	28
1.2 MOTIVAÇÃO	28
1.3 OBJETIVO.....	29
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	29
2 TRABALHOS RELACIONADOS	30
2.1 BREVE HISTÓRICO E ESTADO DA ARTE.....	30
2.2 CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES	37
3 CONCEITOS FUNDAMENTAIS	38
3.1 NEUROCIÊNCIA COGNITIVA.....	38
3.1.1 Bases neurofisiológicas	39
3.1.2 Sistema Inteligente de Processamento Distribuído	41
3.2 ELETROENCEFALOGRAFIA.....	42
3.2.1 Geração do sinal de EEG	42
3.2.2 Características do EEG	43
3.2.2.1 Mapas topográficos cerebrais	44
3.2.2.2 Artefatos em EEG	45
3.2.2.3 Potencial Relacionado ao Evento	45
3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA TENSORIAL	47
3.3.1 Estrutura tensorial	47
3.3.2 Notações tensoriais e representações gráficas	47
3.3.3 Desdobramento tensorial	49
3.3.4 Decomposições tensoriais multilineares	49
3.4 RECONHECIMENTO DE PADRÕES	50
3.4.1 Redução de dimensionalidade	51
3.4.1.1 Autovetores e Autovalores	52
3.4.1.2 Análise de componentes principais	53
3.4.2 Classificação de dados	55

3.4.2.1 O vizinho mais próximo	56
3.4.2.2 Validação Cruzada	56
4 METODOLOGIA	57
4.1 ANÁLISE MULTIVARIADA DO SINAL DE EEG.....	57
4.1.1 Modelos de representação.....	58
4.1.2 Entropia da Correlação	60
4.1.3 Aproximação generalizada de baixo nível de Matrizes	61
4.1.4 Decomposição tensorial de Tucker.....	62
4.1.5 Taxa de compressão.....	64
4.1.6 Mapeamento e classificação	65
4.2 CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES.....	65
5 EXPERIMENTOS E RESULTADOS	66
5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	66
5.2 MATERIAIS.....	66
5.2.1 Algoritmos.....	67
5.3 ESTUDO DE CASO 1: JOGO DE XADREZ	68
5.3.1 Resultados.....	70
5.3.2 Considerações complementares.....	77
5.4 ESTUDO DE CASO 2: MUSICALIDADE.....	77
5.4.1 Resultados.....	79
5.4.2 Considerações complementares.....	84
5.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	84
6 CONCLUSÃO	87
REFERÊNCIAS	90

1 INTRODUÇÃO

Mapas são representações gráficas que podem expressar tanto o domínio espacial quanto o domínio conceitual de um objeto. Ao longo da história, o homem produziu mapas como meio de organizar informações e representar os elementos físicos ao seu redor, especialmente sob o aspecto da geografia e, mais recentemente, da astrologia, da genética e da neurociência (TOGA; MAZZIOTTA, 2002).

Mapas cerebrais (MCs) são corolários de mapas geográficos. Ambos podem representar diversas variáveis, como fluxo sanguíneo e atividade elétrica, ou densidade populacional e PIB; estão sujeitos a fenômenos temporais e podem expressar diferentes níveis hierárquicos do objeto que representam. Mapas geográficos estão vinculados a uma única realidade física. Já os mapas do cérebro devem ponderar as variâncias neuroanatômicas entre indivíduos. Versões distintas de MCs surgem conforme surgem métodos para tratar essas variações. O sucesso de cada versão depende não apenas da tecnologia empregada para adquirir os dados, aproveitá-los e analisá-los, mas também de como esta proporciona a compreensão de suas suposições e limitações subjacentes. Além disso, depende do entendimento da comunidade científica de que os resultados são precisos, confiáveis, representativos e, acima de tudo, permitam gerar inferências sólidas (TOGA; MAZZIOTTA, 2002).

Uma das formas aceitas de se produzir MCs é a partir da eletroencefalografia (EEG), pois fornece sinais potencialmente úteis para a compreensão da dinâmica espacial e temporal do processamento da informação neural (GAZZANIGA; IVRY; MANGUN, 2002; WU; ZHANG; CICHOCKI, 2014).

A eletroencefalografia é uma técnica não-invasiva que registra as atividades eletrofisiológicas do sistema neural na superfície do córtex ao longo do tempo (alta resolução temporal), e baixa resolução espacial (TOGA; MAZZIOTTA, 2002; FONTES; FUKUJIMA; CARDEAL, 2007). O sinal de EEG pode ser representado matematicamente por uma estrutura em modo-1 (vetor), modo-2 (matriz) ou multimodal (tensor), dependendo da forma como o experimento é conduzido. Atualmente, é comum a utilização de vários eletrodos no processo de aquisição de dados de EEG. Dessarte, são incluídos pelo menos os dois modos: um representando a evolução temporal do sinal e outro, a distribuição dos eletrodos sobre o escalpo. Recentemente, outros componentes modais passaram a ser considerados, como

frequência, tipo de teste, sujeito (voluntário) e condição e grupo de pertinência do sujeito (CONG et al., 2015).

As observações de Cong et al. (2015) sugerem que as informações de um sinal de EEG sejam mais naturalmente representadas utilizando-se uma estrutura multimodal em vez dos modelos convencionais vetorizados. De modo geral, essa abordagem fundamenta a questão central desta dissertação, que propõe estudar os efeitos produzidos por diferentes estruturas matemáticas usadas pra representar esses dados.

1.1 JUSTIFICATIVA

Mapas cerebrais (e outros mapas) devem evidenciar as informações pertinentes ao objeto de estudo, ter um sistema de referência compatível com o objeto real e ser igualmente compatíveis com o uso pretendido. No entanto, problemas semelhantes àqueles que incomodaram os primeiros cartógrafos geográficos continuam a desafiar os desenvolvedores de um mapa do cérebro. Trata-se da dificuldade em abordar sua complexidade inerente sob uma perspectiva que permita guiar sua exploração e registrar com precisão o progresso desta e, ao mesmo tempo, mantê-la compreensível e utilizável. Essa questão se torna delicada tendo em vista as incertezas produzidas por uma infinidade de variáveis que podem comprometer a interpretação de resultados associados a elas. Portanto, são válidos os estudos que estabeleçam uma relação comparativa entre diferentes técnicas de mapeamento cerebral cognitivo (MCC). Sobretudo, vale questionar o que esses diferentes mapas representam e se representam de fato a mesma informação.

1.2 MOTIVAÇÃO

Acredita-se que a análise da organização neural a partir de mapas cerebrais seja um caminho viável para compreender como aspectos distintos da cognição humana interagem entre si para a execução de uma tarefa mental complexa, como um jogo de xadrez ou uma tomada de decisão de compra de uma ação na bolsa de valores. Acredita-se ainda que a compreensão de como especialistas resolvem essas tarefas possa inspirar o desenvolvimento de procedimentos que estimulem as

conexões neurais associadas a elas, permitindo melhorar o aprendizado e o desempenho de não-especialistas.

1.3 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é estudar e comparar uma representação tensorial do sinal eletroencefalográfico com representações convencionais. Pretende-se, especificamente:

- Implementar um modelo matricial para o sinal de EEG: sujeito \times (espaço \times tempo);
- Propor e implementar um modelo tensorial para o sinal de EEG em modo-3: espaço \times tempo \times sujeito;
- Desenvolver mapas cerebrais cognitivos a partir dos modelos propostos;
- Estudar os efeitos causados pelas mudanças na forma como os sinais de EEG são representados:
 - Analisando visualmente os padrões de ativação resultantes de cada modelo;
 - Classificando esses padrões de ativação.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esta dissertação está organizada em 6 capítulos. No Capítulo 2, são mostrados trabalhos relacionados ao estudo proposto. No Capítulo 3, apresenta-se uma revisão conceitual sobre o tema apresentado, descrevendo como o sinal elétrico é gerado no cérebro, como ele é medido pelo EEG e quais etapas de processamento requer tendo em vista o reconhecimento de padrões; ademais são apresentados conceitos fundamentais acerca da álgebra tensorial. No Capítulo 4, descreve-se a metodologia proposta para o desenvolvimento da pesquisa. No Capítulo 5, são apresentados os experimentos e resultados e, por fim, no Capítulo 6, a conclusão, além de discutir-se as possibilidades de trabalhos subsequentes.

2 TRABALHOS RELACIONADOS

Este capítulo descreve o primeiro EEG humano e trabalhos relacionados ao uso desse tipo de sinal para visualizar as funções cerebrais cognitivas.

2.1 BREVE HISTÓRICO E ESTADO DA ARTE

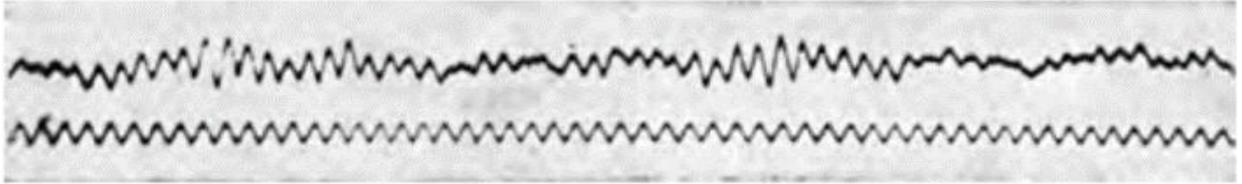
Entre 1926 e 1929, o psiquiatra alemão Hans Berger obteve registros de ondas alfa cerebrais usando um galvanômetro de dupla bobina. No entanto, as frequentes incertezas dos dados induziram Berger a duvidar da autenticidade de suas observações - de acordo com suas anotações no diário, demonstradas por Jung, 1963. Todo seu trabalho de pesquisa esteve direcionado à busca pela natureza da força da energia mental. De acordo com o conceito de Berger, a energia mental é considerada um produto parcial das energias metabólicas (sendo calor e eletricidade os demais produtos). Dessa forma, as ondas eletroencefalográficas ganham o aspecto de mensageiros dentro das atividades mentais, garantindo a comunicação entre as diferentes fontes dessas atividades (NIEDERMEYER; SILVA, 2005).

"Embora o EEG não seja exatamente o que Berger assumiu, sua contribuição foi a maior da história da eletroencefalografia. Foi uma daquelas 'síndromes de Colombo': em que uma descoberta é feita como um subproduto de uma busca por um objetivo diferente" (NIEDERMEYER; SILVA, 2005). Berger (1929) foi o primeiro a constatar que as correntes elétricas geradas no cérebro humano poderiam ser detectadas de forma não-invasiva e que a atividade elétrica muda conforme o estado funcional do cérebro (WALTER, 1936). O primeiro registro de EEG (Figura 1) foi feito em papel fotográfico com gravações de 1 a 3 minutos de duração cujo objetivo foi determinar com precisão as áreas de projeção (regiões primárias relativas à sensibilidade ou à motricidade) e suas funções correlatas. Entretanto, os eletrodos utilizados por Berger eram demasiadamente grandes para que se pudesse distinguir no EEG as particularidades da atividade elétrica nas diferentes áreas do córtex cerebral.

Em 1936, Walter (1936) verificou que as diferenças da atividade elétrica nas diversas áreas do cérebro poderiam ser identificadas utilizando-se um grande número de eletrodos pequenos distribuídos sobre o escalpo, permitindo, inclusive, o

diagnóstico de tumores. Então várias possibilidades foram exploradas (COHN, 1942, 1950; GOLDMAN et al., 1948; LILLY, 1949).

Figura 1 – A primeira eletroencefalografia registrada de um ser humano.

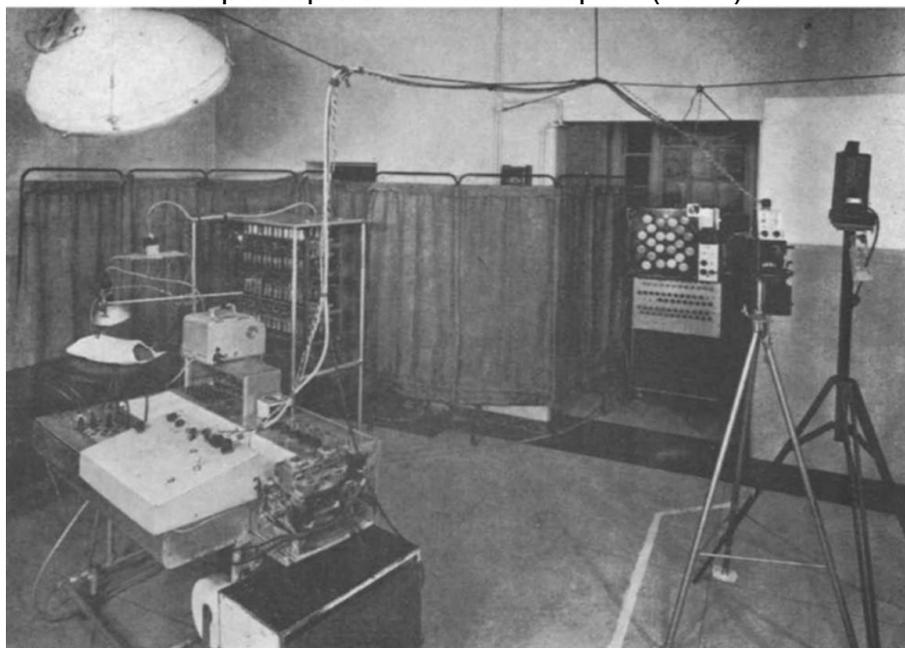


Fonte: Niedermeyer e Silva (2005).

Legenda: A linha inferior é uma onda senoidal de 10Hz para uso como marcador de tempo. A linha superior é a gravação do jovem filho de Berger – feita em 1925.

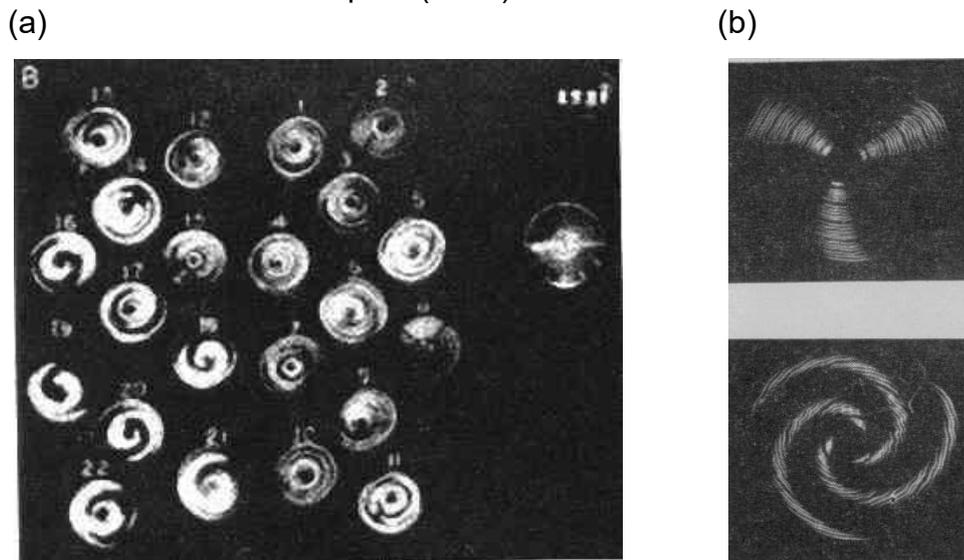
O toposcópio de Walter e Shipton (1951) foi o mais popular entre os dispositivos topográficos de EEG daquele período (Figura 2). O equipamento era composto por 22 tubos de raios catódicos, cada um deles conectado a um par de eletrodos em contato com o escalpo. O conjunto foi arranjado de tal forma que cada tubo mostrava a intensidade e a velocidade dos vários ritmos do EEG. Os tubos eram submetidos a uma rotação completa para evidenciar as diferentes frequências presentes no sinal (Figura 3b), em determinadas áreas do cérebro, e, então, fotografados (Figura 3a).

Figura 2 – Visão geral dos equipamentos que compõem o toposcópio de Walter e Shipton (1951).



Fonte: Walter e Shipton (1951).

Figura 3 – Exemplo de mapeamento gerado pelo toposcópio de Walter e Shipton (1951).



Fonte: Walter e Shipton (1951).

Em experimentos constituídos basicamente por tarefas mentais realizadas por voluntários, Walter e Shipton (1951) verificaram que os ritmos do EEG se alteravam de diversas formas, em várias regiões do cérebro. Eles observaram, por exemplo, a não ocorrência do ritmo alfa (presente em estado de repouso com os olhos abertos) na maior parte do cérebro enquanto o voluntário estivesse submetido a uma tarefa mental que exigisse estado de alerta. Em vez disso, predominava um ritmo mais rápido, as ondas beta.

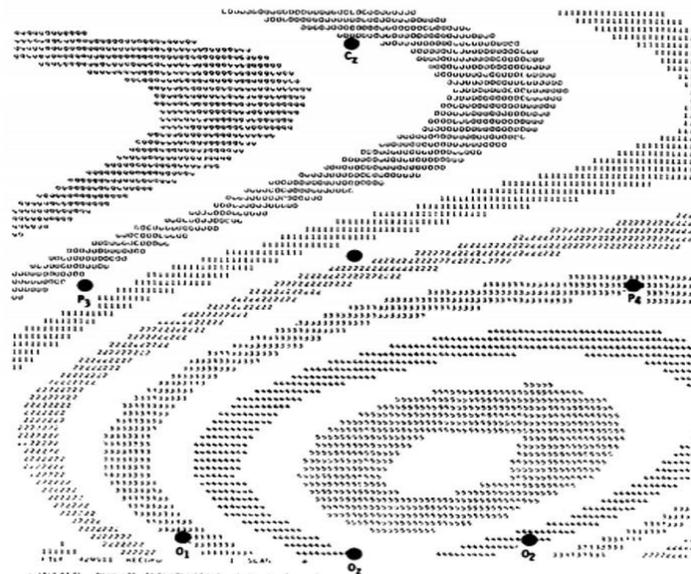
Embora se demonstrasse bastante valioso para a comunidade científica, o toposcópio de Walter e Shipton (1951) não teve êxito comercial ou uso disseminado, pois era muito grande, complexo e caro.

Ainda na década de 1950, o uso de funções de autocorrelação e correlação cruzada passou a ser considerado em análises de sinais de EEG. Barlow e Brazier (1954) e Brazier e Barlow (1956) obtiveram resultados semelhantes às análises em frequência (utilizadas em trabalhos antecessores por meio da transformada de Fourier), mas, com menor tempo de processamento. De modo geral, essa abordagem permitiu inferir o EEG como um sinal estocástico (NUWER, 1990). Foi possível obter alguns parâmetros estatísticos consideravelmente regulares, como amplitude média ou frequência média. Dessa forma, o EEG começou a ser caracterizado por distribuições de probabilidade e seus momentos (por exemplo, média, variância, assimetria e curtose) ou por espectros de frequência ou funções de correlação.

Todavia, essa interpretação implicou em um modelo matemático, mas não em um modelo biofísico, que não é necessariamente de natureza aleatória e pode ser tão altamente complexo que apenas uma descrição em termos estatísticos é justificada (SIEBERT, 1959; GASSER, 1977).

Assim, surgiram trabalhos subsequentes que simplesmente apresentavam o campo elétrico instantâneo gerado através do escalpo (ESTRIN; UZGALIS, 1969; LEHMANN, 1971) Figura 4, enquanto outros exploram a combinação bidimensional de uma dimensão linear sobre o escalpo com o tempo ou com a frequência (RÉMOND, 1955; NUWER, 1985; NUMER, 1988).

Figura 4 – Distribuição do campo elétrico cerebral utilizando uma codificação numérica.



Fonte: Estrin e Uzgalis (1969).

As décadas de 1960 e 1970 testemunharam a perda de interesse no EEG por um considerável número de epileptologistas, sobretudo devido à dubiedade com relação ao seu domínio, tanto por ser altamente complexo como por exigir um poder computacional outrora inconcebível. Essa situação mudou na década de 1980 em virtude da crescente ênfase no EEG e técnicas relacionadas na avaliação pré-cirúrgica de pacientes considerados candidatos à cirurgia de convulsão e do avanço tecnológico (NIEDERMEYER; SILVA, 2005).

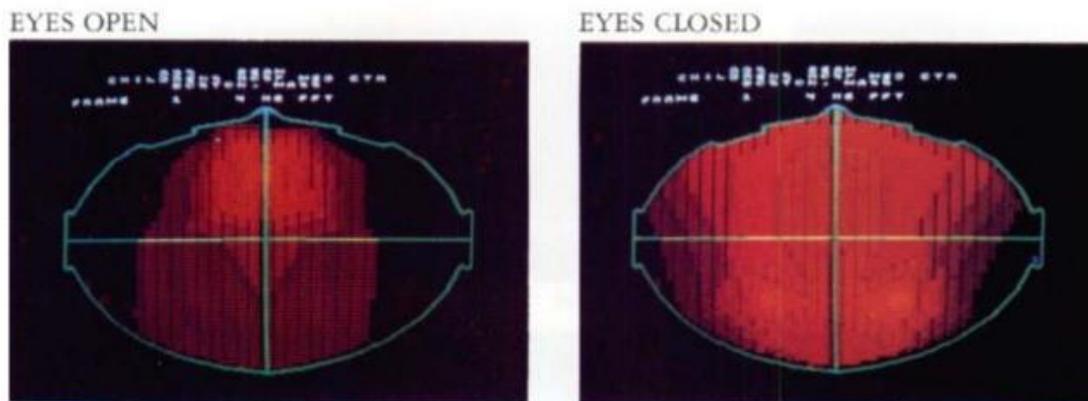
Nos anos 1970 e 1980, surgiram a tomografia computadorizada e ressonância magnética (técnicas de neuroimagem estrutural) substituindo o EEG em diagnósticos clínicos do sistema nervoso central. Apesar do EEG ser naturalmente inapropriado

para testes orientados à estrutura e, mesmo que as outras técnicas permitam detectar um tumor cerebral hemisférico, uma lesão vascular ou uma contusão traumática, o EEG sempre pode aferir o grau de alterações disfuncionais ao redor da lesão.

O diagnóstico tópico de EEG, no entanto, fez um retorno por conta da própria forma de mapeamento cerebral computadorizado. Este desenvolvimento está associado principalmente ao nome de Frank Duffy (NIEDERMEYER; SILVA, 2005).

Duffy, Burchfiel e Lombroso (1979) introduziram um método de mapeamento topográfico de EEG a partir de potenciais evocados derivados de 20 ou mais eletrodos no escalpo, apresentando imagens coloridas em uma tela de vídeo controlada por computador (Figura 5). Este método, denominado *Brain Electrical Activity Mapping* (BEAM) foi baseado nos trabalhos pioneiros de Walter e Shipton (1951) e Lehmann (1971). Desde então, o mapeamento da atividade elétrica do cérebro foi relatado como sendo útil na busca de anormalidades eletrofisiológicas em pacientes com tumores (DUFFY; BURCHFIEL; LOMBROSO, 1979; DUFFY, 1982), dislexia (DUFFY et al., 1980) e epilepsia (LOMBROSO CT, 1980, 1982).

Figura 5 – Exemplo de mapeamento gerado pelo modelo BEAM.



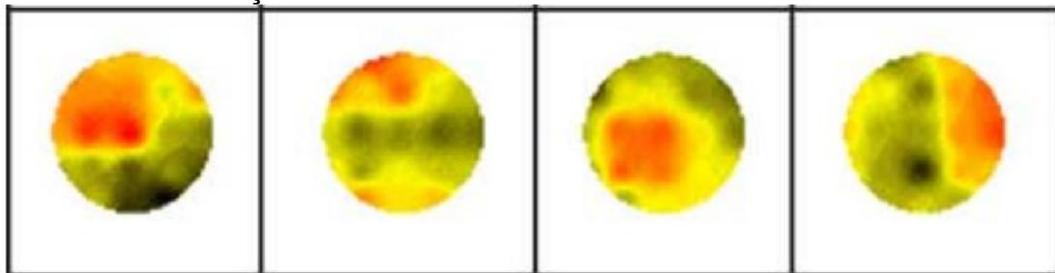
Fonte: Duffy, Burchfiel e Lombroso (1979).

O advento dos computadores digitais, na década de 1980, impulsionou ainda mais os estudos acerca da topografia cerebral do EEG (LOPES DA SILVA, 1990). O mapeamento do cérebro se tornou particularmente atrativo porque permitiu transformar formas de onda aparentemente complexas em distribuições de superfície simples (DUFFY; BURCHFIEL; LOMBROSO, 1979; PERRIN et al., 1987), cuja inspeção visual também possibilitou o reconhecimento de padrões de atividade elétrica (INFANTOSI et al., 1998).

Em 1991, Hjorth (1991) parametriza o que se tornou uma das mais conhecidas técnicas para melhorar a atividade do EEG radial na convexidade cortical subjacente a um eletrodo. Essa técnica de derivação da fonte (HJORTH, 1975) apenas era aplicável aos eletrodos centrais de um EEG analógico, sendo realizada usando um subconjunto de sensores vizinhos para diferenciação. O EEG digital possibilitou a extensão e generalização dessa abordagem para montagens de fontes virtuais, apresentando a atividade elétrica com várias orientações em diferentes regiões do cérebro (SCHERG, 1994). Essa técnica de transformação espacial fornece novas informações sobre como o EEG é gerado e ajuda a compreensão de como as atividades focais se propagam para o couro cabeludo.

Em 2005, Rocha et al. (2005) apresentou uma técnica que considera o cérebro como um Sistema Inteligente de Processamento Distribuído (SIPD) e permite a geração de mapas cerebrais cognitivos a partir do cálculo da entropia da correlação entre eletrodos distintos a partir dos quais se analisam padrões de ativação cerebral (Figura 6).

Figura 6 – Exemplo de mapas gerados a partir do cálculo de entropia da correlação.



Fonte: Fábio T Rocha et al. (2005).

Nos últimos anos, outras diversas contribuições têm surgido de trabalhos baseados nessa abordagem, em que os autores utilizaram análise de componentes principais e análise de componentes independentes como métodos para remoção de artefatos e extração da atividade cerebral de interesse para a produção de mapas (DIEN, 2012; ONTON; MAKEIG, 2006; VIGARIO; OJA, 2008).

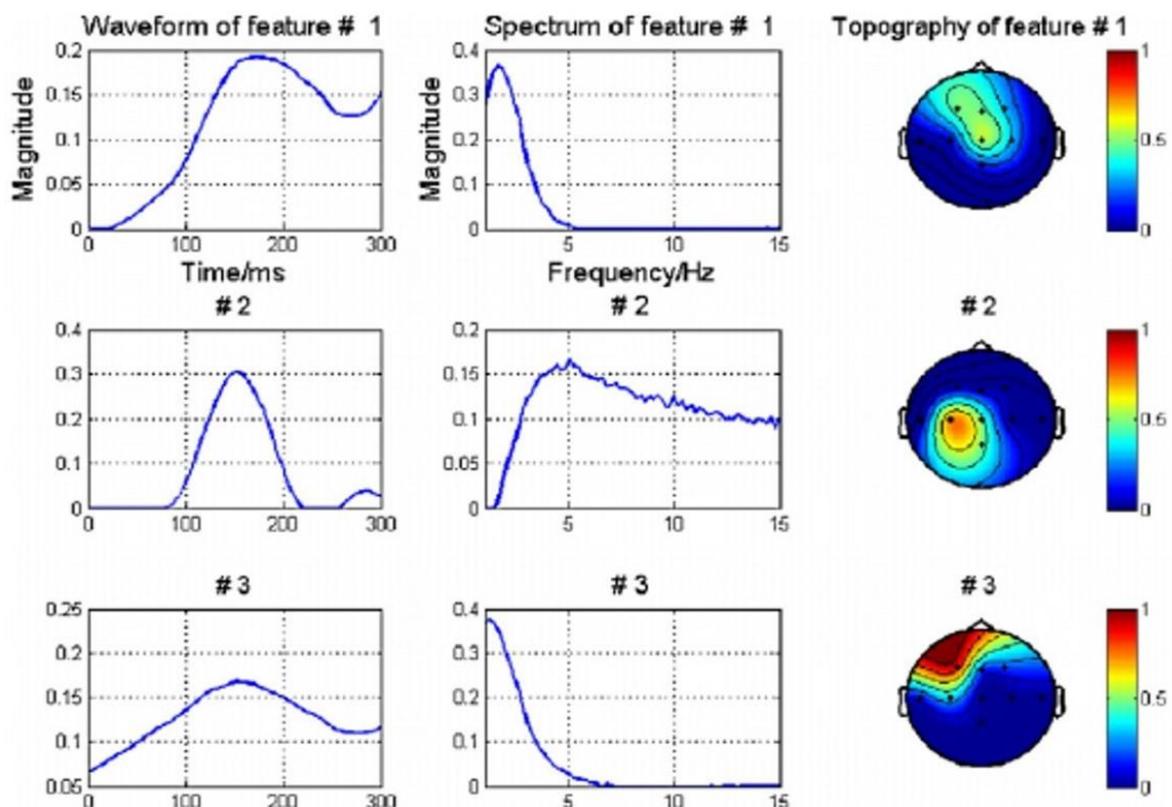
Mais recentemente, vários pesquisadores têm aproveitado os recursos da álgebra multilinear, explorando possibilidades tais que o EEG possa ser representado e processado com maior totalidade de informações (CONG et al., 2012a,b) como em estudos sobre a localização de fontes de atividade cerebral (BECKER et al., 2014),

questões da neurociência cognitiva ou da neurociência clínica (ACAR et al., 2007a,b) ou ainda relacionadas com MCC (CICHOCKI et al., 2008).

Por exemplo, Wu, Zhang e Cichocki (2014) propuseram o uso de um modelo tensorial baseado no algoritmo k-mode Convolutive Nonnegative Tucker Decomposition (K-CNTD) para estimar a matriz de fatores convolutivos de uma estrutura tensorial cujos resultados indicaram alto desempenho em reconhecimento de voz, especialmente em condições de ruídos, e grande potencial no diagnóstico / classificação de Alzheimer utilizando dados de EEG e fMRI (functional Magnetic Resonance Imaging).

Em outro trabalho recente, Cong et al. (2015) apresentam dois modelos fundamentais de decomposição tensorial (Canonical polyadic decomposition, CPD, ou parallel factor analysis, PARAFAC; e Tucker decomposition) em aplicações incluindo devidamente os dois modos de representação dos sinais de EEG (one-way e multi-way) e três componentes (temporal, espectral e espacial, Figura 7), obtendo resultados precisos em predição, detecção, diagnóstico e classificação.

Figura 7 – Exemplo de mapas gerados a partir de uma representação tensorial do EEG.



Fonte: Cong et al. (2015).

Em um contexto mais abrangente, no campo da análise multilinear, merece destaque o algoritmo *Generalized Low Rank Approximations of Matrices*, GLRAM (YE, 2005). O algoritmo funciona de maneira iterativa e a aproximação é melhorada durante iterações sucessivas. Resultados experimentais realizados por Ye (2005), utilizando imagens como objeto de estudo, mostram que o GLRAM converge mais rapidamente e tem um requisito de espaço para armazenamento menor do que o *Singular Value Decomposition* (SVD), o que é desejável para conjuntos de dados grandes e de alta dimensão. Mais do que isso, Ye (2005) considerou (talvez de forma inédita) que a equivalência das informações contidas em dois ou mais subconjuntos derivados de um mesmo conjunto original de dados, por meio de técnicas diferentes de redução de dimensionalidade, se dá quando essa redução também for equivalente, ou seja, quando os subconjuntos resultantes do processamento apresentarem a mesma taxa de compressão.

2.2 CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES

Este capítulo revisou brevemente a história e descreveu sucintamente estudos realizados nas últimas décadas, fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. A quantidade reduzida de artigos presentes na literatura que abordem comparações entre modelos de representação de sinais de EEG para a produção de mapas cerebrais evidencia a relevância e a necessidade de ainda se discutir essas questões.

Os resultados apresentados da literatura afim e de processamento de sinais revelam coerência nos modelos multimodais, mas não discutem explicitamente as diferenças pertinentes. Diferenças essas que podem carregar informações relevantes para uma melhor compreensão do processamento neural. Também merece destaque a estratégia comparativa adotada por Ye (2005) sobre a taxa de compressão de dados, que será abordada nesta dissertação, bem como o algoritmo GLRAM - em função do bom desempenho evidenciado.

3 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Neste capítulo, apresenta-se uma revisão bibliográfica dos conceitos essenciais para a compreensão dos métodos aplicados nesta dissertação. Além disso, são descritas as etapas fundamentais e os modelos adotados para o processamento de sinais eletroencefalográficos, tendo em vista o mapeamento cerebral cognitivo e a classificação dos dados por meio de reconhecimento de padrões.

3.1 NEUROCIÊNCIA COGNITIVA

A Neurociência Cognitiva é um ramo da ciência que estuda os mecanismos biológicos concernentes às capacidades mentais do ser humano. Um primeiro passo em busca da compreensão da mente, é aprender como as células nervosas (neurônios) se organizam para a formação de circuitos neurais e como estabelecem as transmissões sinápticas entre si. Uma das ideias defendidas é que a especificidade das conexões sinápticas representa a base da percepção, da ação, da emoção e do aprendizado (KANDEL et al., 2014).

Estima-se que o cérebro humano possua cerca de 100 bilhões de neurônios classificados em, pelo menos, mil tipos diferentes. Muito além disso, a interconexão e organização dos neurônios em circuitos anatômicos funcionais precisos aumenta extraordinariamente a complexidade das capacidades mentais humanas (KANDEL et al., 2014). Dessa forma, é possível entender o comportamento do sistema nervoso com foco em cinco características básicas:

- os componentes estruturais neurais (neurônios e células gliais);
- os mecanismos por meio dos quais os neurônios geram as sinapses;
- os padrões de interconexões entre neurônios e das conexões com outros elementos, como músculos e glândulas;
- a relação entre diferentes padrões de interconexão com diferentes tipos de comportamentos;
- as formas como os neurônios e suas conexões se alteram em função da experiência.

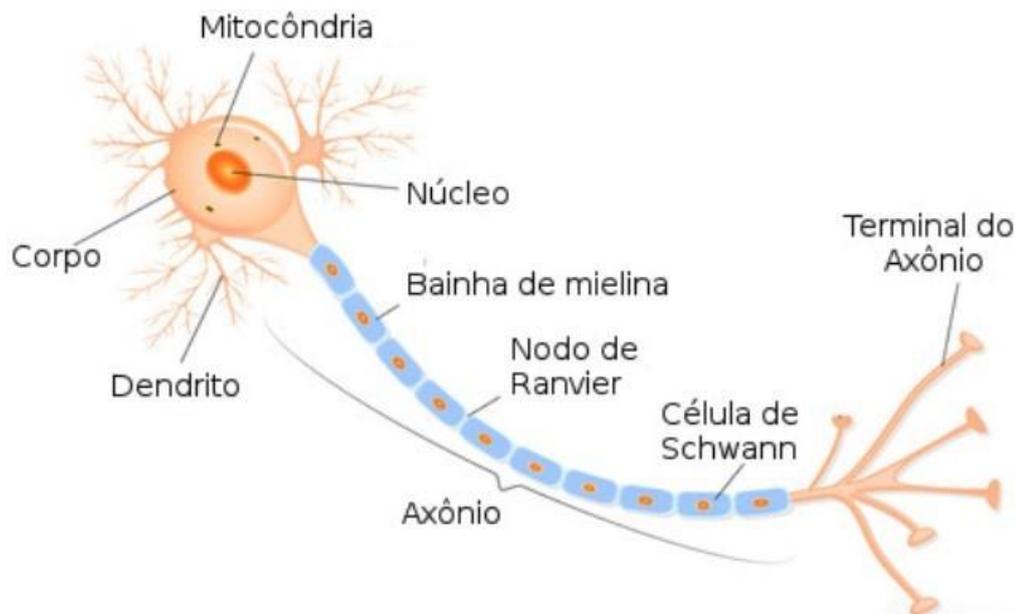
Esta seção oferece uma visão geral da natureza dos sinais neurais, introduzindo tais tópicos em conjunto. Destacam-se as características relativas aos padrões de interconexão neural, que são mais interessantes para a presente dissertação.

3.1.1 Bases neurofisiológicas

O sistema nervoso representa uma rede de comunicações que possui a função de captar estímulos externos e coordenar e monitorar toda atividade consciente e inconsciente do organismo humano. Esse sistema é composto principalmente por células nervosas e células gliais.

As células nervosas são morfologicamente divididas em corpo celular, dendrito, axônio e terminais pré-sinápticos (Figura 8). O corpo celular é o centro das atividades metabólicas, onde se concentram as principais organelas intracelulares. Todo neurônio geralmente possui um axônio, que transmite sinais a outros neurônios; e um número variado de dendritos, que são os receptores dos sinais oriundos de outras células nervosas (KANDEL et al., 2014).

Figura 8 – Estrutura fisiológica básica de uma célula neural.

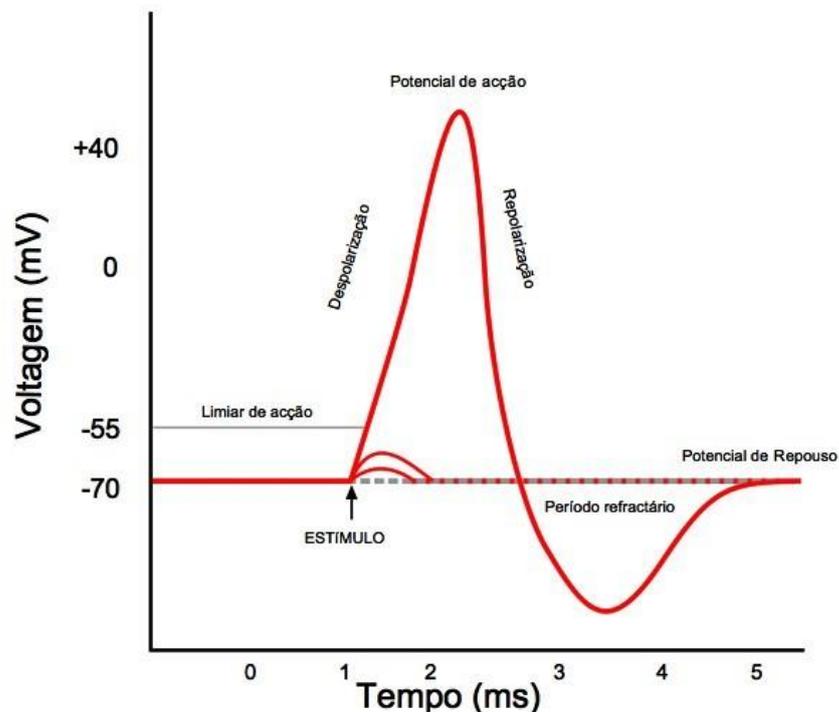


Fonte: Disponível em ¹. Acesso em fevereiro de 2019.

¹ <https://www.infoescola.com/sistema-nervoso/neuronios/>

Sabe-se que, não havendo continuidade celular entre um neurônio e o seguinte, as membranas das células emissoras e receptoras ficam separadas entre si por um espaço chamado fenda sináptica. O sinal é incapaz de ultrapassar eletricamente esse espaço. Para tal, atuam os neurotransmissores, que são liberados pelo neurônio pré-sináptico e se difundem para os receptores da membrana do neurônio receptor pós-sináptico, o que ocasiona a abertura de canais de cátions ou ânions provocando sua despolarização ou hiperpolarização, respectivamente. Tem-se, como efeito, o fluxo de íons para dentro e para fora da célula receptora. Dessa forma, quando um sinal nervoso, ou impulso, atinge o terminal de seu axônio, íons que se encontram no meio extracelular passam pela membrana através de canais que se abrem por ação dos neurotransmissores, tendo-se um fluxo de íons para o meio intracelular. A magnitude desse fluxo é definida em função do gradiente elétrico e de concentração de íons em relação ao meio intracelular. Quando a despolarização da membrana atingir um determinado limiar, tem-se a geração de um potencial de ação (Figura 9), que só ocorre pela soma espacial ou temporal das sinapses.

Figura 9 – Pulso elétrico neural.



Fonte: Disponível em ². Acesso em fevereiro de 2019.

² <https://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php/Ficheiro:Impulsonervoso.jpg>.

Cada célula nervosa constitui parte de um circuito que possui uma ou mais funções comportamentais específicas, que são determinadas por suas conexões com outros neurônios. Todos os comportamentos, dos simples reflexos às atividades mentais complexas, são o produto da sinalização entre neurônios apropriadamente interconectados.

De modo geral, esse controle neurológico pode ser composto por aferência sensorial, processamento intermediário e eferência motora. Cada componente citado pode ter múltiplas rotas neurais capazes de gerar simultaneamente a mesma informação, ou uma muito semelhante (KANDEL et al., 2014). Esse processamento em paralelo pode evidenciar uma característica evolutiva para a construção de um cérebro mais eficiente, posto que ele aumenta a velocidade e a confiabilidade das funções das conexões neurais.

Segundo (KANDEL et al., 2014), essas conexões podem sofrer alterações em decorrência da plasticidade funcional de determinados tipos de sinapses, podendo se modificar fisiológica (durando de segundos a horas) e anatomicamente (durando dias, meses e anos) por meio da experiência e do aprendizado. Mudanças fisiológicas são geralmente de curto prazo e refletem as alterações na efetividade das conexões sinápticas existentes. Já as alterações anatômicas são tipicamente de longo prazo e estão relacionadas com o desenvolvimento de novas conexões sinápticas entre neurônios. A plasticidade funcional das células nervosas é o motivo pelo qual se pode caracterizar cada ser humano como um ser individual e único.

3.1.2 Sistema Inteligente de Processamento Distribuído

Um pressuposto fundamental deste trabalho é que o cérebro se comporta como um Sistema Inteligente de Processamento Distribuído (SIPD). O SIPD é composto por diversos agentes especializados no processamento de informações (nesse caso, grupo de neurônios). O sistema possui a capacidade de criar diferentes padrões de conectividade entre esses agentes, através de diferentes níveis de comunicação que estabelece entre eles.

A maior comunicação entre agentes com altos níveis de conexão garante que a sua combinação seja a mais simples possível e, portanto, seus resultados são alcançados mais rapidamente e com menor consumo de energia (ROCHA, Fábio T et al., 2005). Analogamente, a interrupção da comunicação com agentes não

especializados garante que os mesmos não interfiram negativamente no processamento neural.

Além de favorecer a elevação do grau de conectividade entre os agentes mais especializados, um sistema inteligente capaz de estabelecer processamento em paralelo contribui para a melhoria do resultado processado.

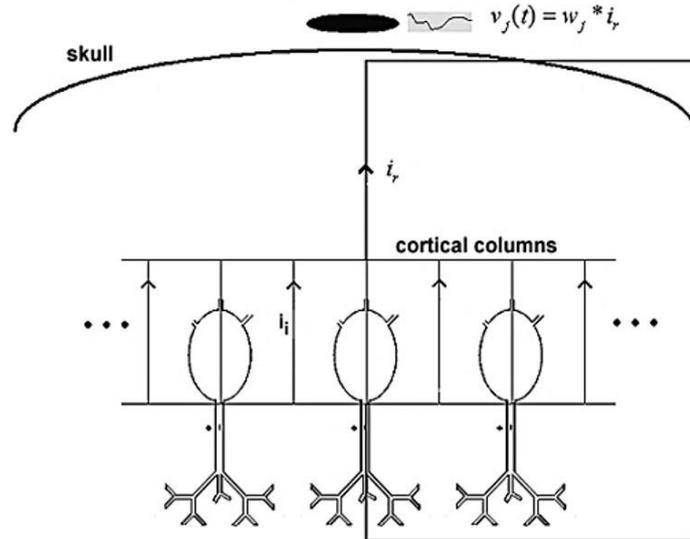
3.2 ELETROENCEFALOGRAFIA

Esta seção visa apresentar a eletroencefalografia (EEG), mostrando como o sinal elétrico cerebral é gerado e capturado pelo equipamento de EEG, além do posicionamento dos eletrodos, os artefatos contidos e algumas características de ritmos que compõem esse sinal. Também são abordados os conceitos de Potencial Relacionado ao Evento e Mapas Topográficos.

3.2.1 Geração do sinal de EEG

Os espaços percorridos pelos campos elétricos, desde sua geração no cérebro até sua captação por eletrodos distribuídos sobre o escalpo, englobando várias camadas de tecido não neural, os ossos do crânio e a pele, faz com que a contribuição de um único neurônio cortical isolado seja muito pequena. Por esse motivo, os registros dos eletrodos referem-se à atividade extracelular de um grupo de neurônios corticais, secundários aos potenciais de membrana dos neurônios, os quais produzem potenciais de campo na zona dendrítica e potenciais de polarização oposta na zona dos corpos celulares, resultando em um dipolo vertical. O campo elétrico produzido é definido como $v_j(t) = w_j \times i_r$, tal que w_j é o valor da resistência elétrica entre o eletrodo e a coluna celular ativada e i_r é a somatória das correntes iônicas locais i_i . A contribuição de cada corrente i_i depende, então, da distância entre o ponto onde ela é produzida e o eletrodo; e o sinal medido, da sincronicidade com a qual essas correntes são geradas (PARADISO; BEAR; CONNORS, 2007). A Figura 10 mostra hipoteticamente a atividade elétrica cerebral que pode ser registrada por EEG.

Figura 10 – Atividade elétrica cerebral captada por um eletrodo.



Fonte: Rocha et al. (2017).

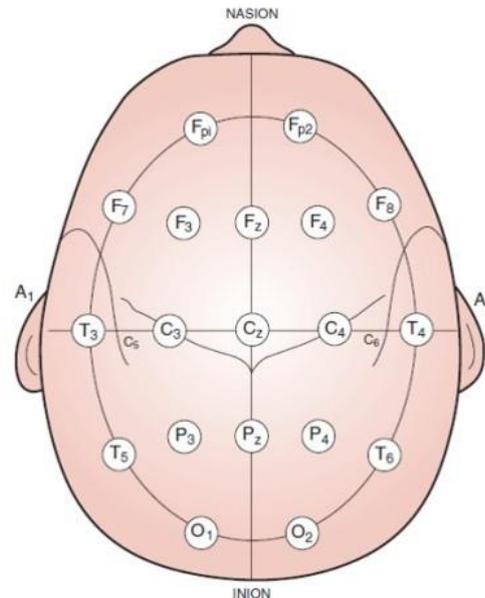
3.2.2 Características do EEG

O registro de biopotenciais inicia-se a partir de eletrodos que os convertem em sinais elétricos analisáveis (USAkli, 2010). No caso do EEG, os eletrodos são feitos de metal, principalmente de Cloreto de Prata (AgCl), em formato de disco, agulha ou microeletrodos (usados para medir potenciais intracranianos); e apresentam boa resolução temporal e baixa resolução espacial.

Os eletrodos são distribuídos sobre o escalpo de acordo com determinados marcos anatômicos que comumente seguem a convenção 10-20 recomendada pela International Federation of Societies for Electroencephalography and Clinical Neurophysiology - ilustrada na Figura 11. Nesse modelo, o crânio é dividido em proporções de 10% ou 20% do comprimento das distâncias entre os pontos de referência: nasion e inion, no plano medial e os pontos pré-auriculares, no plano perpendicular ao crânio.

A atividade elétrica produzida espontaneamente pelo cérebro tem uma amplitude de cerca de $100 \mu\text{V}$ quando medida pelo escalpo e entre 1-2 mV quando medida de forma intracraniana, isto é, na superfície do cérebro (MALMIVUO; MALMIVUO; PLONSEY, 1995).

Figura 11 – Sistema de referência de EEG 10-20.



Fonte: Rocha et al. (2017).

3.2.2.1 Mapas topográficos cerebrais

Os mapas topográficos cerebrais (MTCs) foram introduzidos com a finalidade de facilitar a análise espacial de dados encefalográficos, apresentando-os de maneira resumida (HARNER, 1988). Esses mapas transformam formas de onda aparentemente complexas em distribuições de superfície simples (PERRIN et al., 1987; DUFFY; BURCHFIEL; LOMBROSO, 1979), que são geradas a partir de técnicas de interpolação para a estimativa dos valores nas localidades da superfície cortical onde o EEG não foi adquirido (INFANTOSI et al., 1998).

A utilização de técnicas de interpolação para estimar o potencial no escalpo foi investigada por Perrin et al. (PERRIN et al., 1987) que avaliaram o desempenho das técnicas *spline* plana (SP) e 4-vizinhos mais próximos – *Nearest Neighbors* (4-NN). Os resultados desse estudo demonstraram que a técnica SP tem um desempenho superior à 4-NN. Resultados semelhantes foram obtidos por Soong et al. (SOONG et al., 1993), que também compararam o desempenho das técnicas 4-NN, SP e, adicionalmente, a técnica *spline* esférica (SS). Por outro lado, Soufflet et al. (SOUFFLET et al., 1991) concluíram que não existem diferenças significativas entre as técnicas *Spline* e NN.

3.2.2.2 Artefatos em EEG

Os sinais de EEG normalmente apresentam componentes de potencial elétrico provenientes de outras fontes que não seja o cérebro. Esses artefatos podem surgir em virtude da movimentação do corpo, dos olhos, ou do piscamento palpebral, bem como de interferências elétricas externas, mau funcionamento do equipamento ou problemas no contato dos eletrodos sobre a pele (ARGOUD et al., 2001). A presença desses artefatos deve ser minimizada ou excluída de modo que se evite interpretações equivocadas na análise dos sinais de EEG uma vez que a ordem de grandeza da amplitude, em especial os movimentos oculares, é superior à da própria atividade neural.

3.2.2.3 Potencial Relacionado ao Evento

O cérebro apresenta um estado funcional global e instantâneo resultante da interação com estímulos externos, que se manifesta em diferentes etapas e aspectos no processamento da informação. A estimulação sensorial provoca alterações na atividade elétrica cortical sob a forma de Resposta Evocada, que se caracteriza por um sincronismo no tempo e em fase; ou Resposta Induzida, sincronizada com estímulo em relação ao tempo, mas não em fase.

A Resposta Evocada pode ser obtida por técnicas lineares como a Média Coerente, que evidencia os Potenciais Evocados Relacionados a Eventos (*Event Related Potential*, ERP). Em contrapartida, a obtenção da Resposta Induzida requer métodos não-lineares, como a Densidade Espectral de Potência do EEG (PFURTSCHELLER; DA SILVA, 2011).

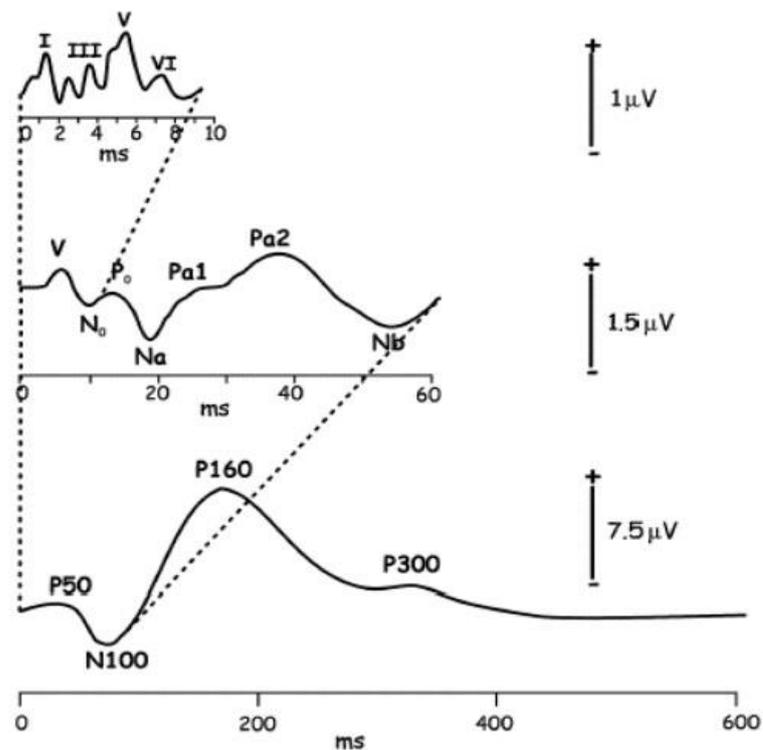
Os ERPs são variações da atividade elétrica captadas no couro cabeludo em resposta a eventos ou estímulos específicos (SUR; SINHA, 2009). Além disso, são compostos por uma sequência de ondas caracterizadas por latência, amplitude e polaridade. Dessa forma, os componentes dos ERPs podem ser denotados pela letra maiúscula *P*, representando uma deflexão positiva, ou *N*, deflexão negativa; seguidas por um numeral que indica: a sua latência média (N100 ou P300); a ordem em que aparecem (P1, N1, P2, N2, etc.) ou a latência experimental (N148, P125) – (ALTENMÜLLER; MÜNTE; GERLOFF, 2005).

As amplitudes dos componentes dos ERPs simbolizam o alcance do poder neuronal ou dos processos cognitivos específicos, enquanto que a sequência e as latências indicam a evolução temporal do processamento da informação (DINTEREN et al., 2014). Segundo Dunca et al. (2009), quanto maior a complexidade do desse processamento, maior será a latência do sinal – podendo variar entre 250 e 1000 ms.

O P300 é classificado como um ERP auditivo endógeno ou cognitivo (MCPHERSON, BALLACHANDA, & KAF, 2007) e é considerado o componente ERP mais extensivamente estudado em investigações de funções cognitivas (MARTINS, 2017).

A Figura 12 mostra uma sequência típica dos EPs, em resposta a um estímulo qualquer.

Figura 12 – Sequência típica dos componentes ERP.



Fonte: Ribeiro (2018).

Legenda: os componentes estão nomeados em algarismos romanos, foram obtidos a partir de estímulos auditivos e mostrados em diferentes intervalos de tempo com diferentes configurações: potenciais de curta latência (superior); média latência (médio) e potenciais de latência longa (inferior).

3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA TENSORIAL

O objetivo desta seção é fornecer uma ideia matemática geral sobre tensores, métodos para sua decomposição em estruturas de dimensões menores e exemplos de aplicações.

3.3.1 Estrutura tensorial

Na análise e processamento de dados, toda informação é estruturada de modo a facilitar sua compreensão. Razão pela qual existem diversos modelos estruturais que são utilizados para a representação e a organização de grupos de dados. Destaca-se, no contexto do presente trabalho, a estrutura tensorial, que é considerada uma organização natural e parcimoniosa da informação que possui características multivariáveis, isto é, características multidimensionais (KOLDA; BADER, 2009), e apresenta a propriedade da unicidade (estruturas únicas que podem dispensar as imposições de constantes e/ou restrições ao modelo) (NETO, 2005).

Numa estrutura tensorial, a informação deve ser organizada em função do número de dimensões (ou modos) que a compõe, e cada elemento, alocado em uma posição do tensor. Um tensor de N dimensões refere-se como um tensor de N -ésima ordem, arranjo ordem N , ou tensor ordem N . Vale ressaltar que escalares, vetores e matrizes são estruturas tensoriais particulares, denominadas, respectivamente, como tensores de ordem zero, de primeira ordem e de segunda ordem.

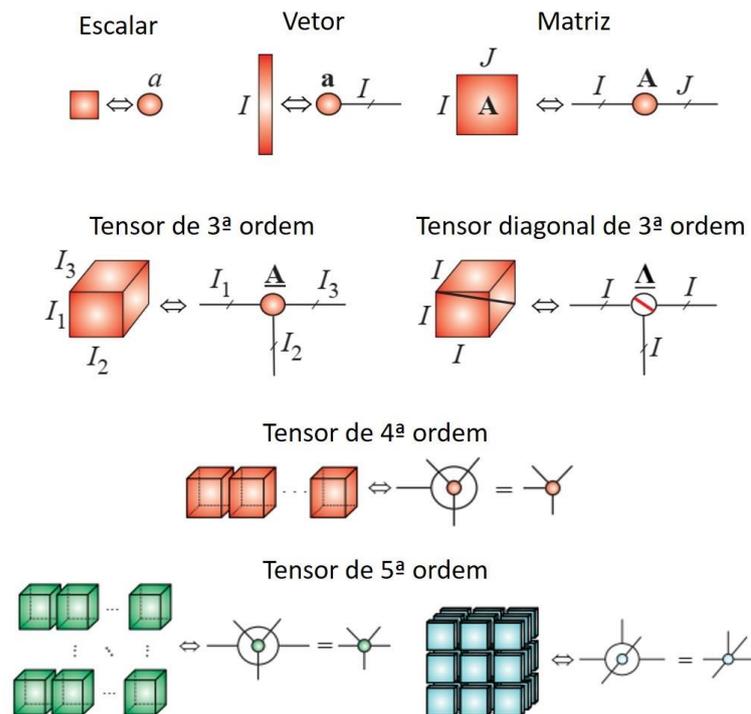
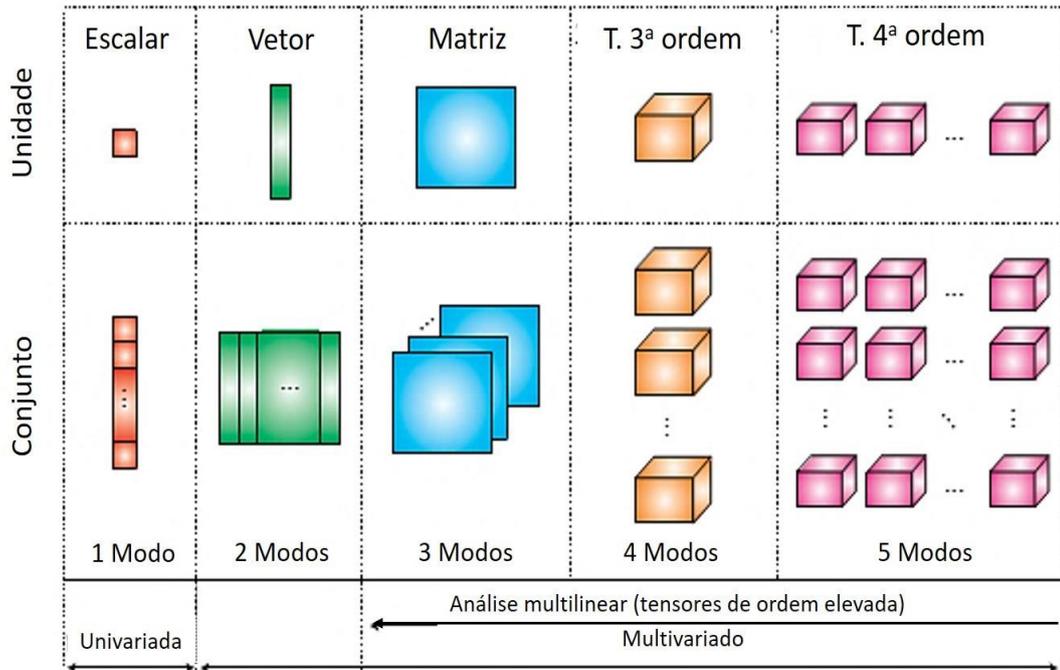
3.3.2 Notações tensoriais e representações gráficas

As notações e terminologias usadas para representar tensores e redes de tensores podem ser diferentes entre as diferentes comunidades científicas. Esta dissertação faz uso do padrão descrito na Tabela 1 e dos elementos gráficos da Figura 13.

Na Figura 13, os círculos externos indicam a estrutura global de cada tensor cujos elementos que o compõem são representados pelos círculos internos. Observe-se, como exemplo, os tensores de quinta ordem: à esquerda, uma matriz de blocos tensoriais de terceira ordem representada por um círculo externo com dois traços (os dois modos da matriz) envolvendo o círculo interno com três traços (tensor de terceira

ordem); à direita, um bloco de matrizes representado por um círculo externo com 3 conectores envolvendo o círculo interno com 2 conectores. De modo mais didático, tem-se à esquerda uma matriz de cubos e à direita, um cubo de matrizes.

Figura 13 – Tensores.



Fonte: Cichocki et al. (2016).

Tabela 1 – Exemplos de notações tensoriais.

$\underline{\mathbf{X}} \in \mathfrak{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$	tensor de ordem N e dimensão $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_n$
$x, \mathbf{x}, \mathbf{X}$	escalar, vetor, matriz
$\underline{\mathbf{G}}, \underline{\mathbf{S}}, \underline{\mathbf{G}}^{(n)}, \underline{\mathbf{X}}^{(n)}$	núcleos de tensores
$\mathbf{A}^T, \mathbf{A}^{-1}$	transposta e inversa de \mathbf{A}
$\mathbf{A} = [a_1, a_2, \dots, a_R] \in \mathfrak{R}^{I \times R}$	matriz com R vetores colunas $a_r \in \mathfrak{R}^I$, com elementos a_{ir}
$\mathbf{X}_{(n)} \in \mathfrak{R}^{I_n \times I_1 \dots I_{n-1} I_{n+1} \dots I_N}$	matriciação em modo- n de $\underline{\mathbf{X}} \in \mathfrak{R}^{I_1 \times \dots \times I_N}$
$\mathbf{X}_{\langle n \rangle} \in \mathfrak{R}^{I_n \times I_1 \dots I_{n-1} I_{n+1} \dots I_N}$	matriciação em modo-1, \dots , n de $\underline{\mathbf{X}} \in \mathfrak{R}^{I_1 \times \dots \times I_N}$
$\underline{\mathbf{X}}(:, i_2, i_3, \dots, i_N) \in \mathfrak{R}^{I_1}$	modo-1, fibra de um tensor $\underline{\mathbf{X}}$ obtida pela fixação de todos os índices exceto um
$\underline{\mathbf{X}}(:, :, i_3, \dots, i_N) \in \mathfrak{R}^{I_1 \times I_2}$	modo-2, fatia de um tensor $\underline{\mathbf{X}}$ obtida pela fixação de todos os índices exceto dois
$\underline{\mathbf{X}}(:, :, :, i_4, \dots, i_N) \in \mathfrak{R}^{I_1 \times I_2}$	modo-3, subtensor de $\underline{\mathbf{X}}$
\circ, \odot, \otimes	produtos externo, khatri-Rao e Kronecker
$\mathbf{x} = \text{vec}(\underline{\mathbf{X}})$	vetorização de $\underline{\mathbf{X}}$

Fonte: Cichocki et al. (2016).

3.3.3 Desdobramento tensorial

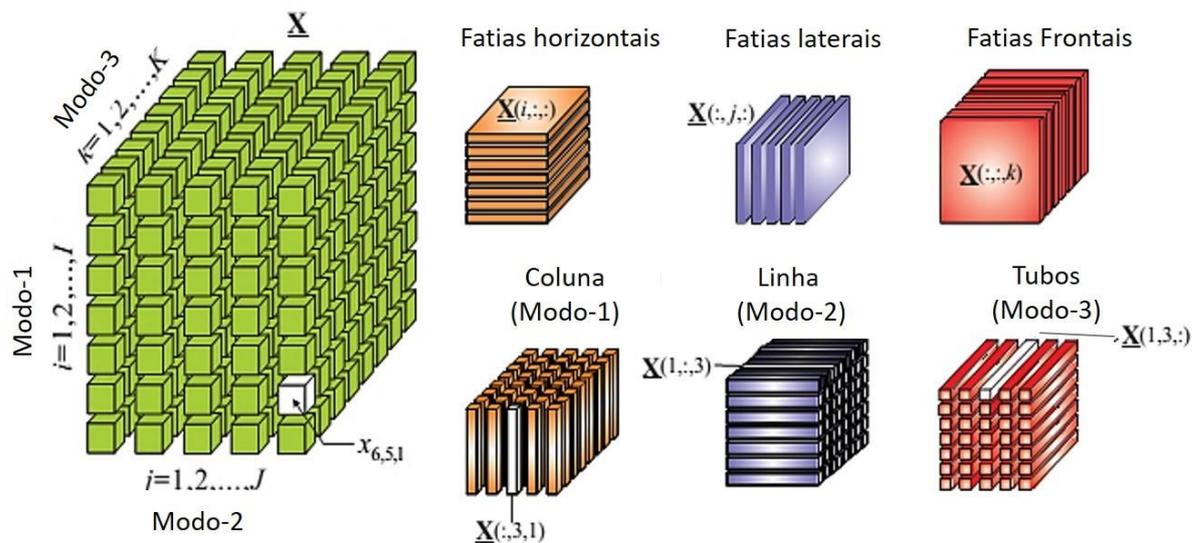
Embora seja estruturalmente conveniente para a representação de informações multivariadas, o tensor é comumente reordenado em um formato matricial para facilitar seu tratamento matemático, otimizando seu processamento em sistemas computacionais convencionais. Essa reordenação é chamada de desdobramento e implica na organização dos elementos tensoriais em vetores (fibras colunares, lineares ou tubulares) ou em matrizes (fatias horizontais, laterais ou frontais), conforme a Figura 14.

3.3.4 Decomposições tensoriais multilineares

As decomposições tensoriais são ferramentas fundamentadas na álgebra multilinear que apresentam grande potencial em problemas de modelagem de dados multidimensionais, possibilitando a identificação e extração dos diferentes fatores que os compõem. Historicamente, essas decomposições foram introduzidas por Hitchcock (1927) e, posteriormente, desenvolvidas por Cattell (1944) e Tucker (1966), recebendo

mais atenção com o advento da decomposição canônica proposta por Carroll e Chang (1970). Cichocki et al. (2016) descrevem uma série de algoritmos para decomposição tensorial para implementação computacional, e podem ser consultados na referida bibliografia.

Figura 14 – Desdobramento tensorial.



Fonte: Cichocki et al. (2016).

3.4 RECONHECIMENTO DE PADRÕES

O reconhecimento de padrões abrange uma variedade de aplicações e objetivos, que incorporam diversos problemas de processamento de informação com grande relevância prática. Segundo Pavlidis (1977), a palavra *pattern* (padrão) possui a mesma raiz de *patron* (patrono) cujo significado remete a algo que pode ser configurado como um exemplo ideal a ser seguido. Para Duda e Hart (1973), trata-se de uma regularidade observada em qualquer ambiente de informações. Assim, o reconhecimento de padrões (RP) pode ser entendido como o processo de identificação de regularidades ou de estruturas ideais que permitem estabelecer relações entre os objetos a serem estudados.

Um sistema de RP é tipicamente composto por um sensor de aferência e representação dos dados de entrada; um extrator das características que se valem das informações relevantes para a decisão; e um esquema de classificação. Essa estrutura é abordada nesta seção.

De acordo com Andrews (1972), o mundo físico é constituído de parâmetros essencialmente de dimensão infinita. Contudo, na prática, o mesmo é representado por um conjunto R de características, que corresponde à dimensionalidade do espaço dos padrões (geralmente muito grande). Sendo assim, R é submetido a uma redução de dimensionalidade (N) de modo que garanta a discriminação dos padrões inerentes aos dados e permita que as regras de classificação possam ser processadas matematicamente e em tempo razoável.

Assim, o problema de RP pode ser descrito como uma transferência do espaço de padrões P (dimensão R), para o espaço de características F (dimensão N) e finalmente para o espaço de classificação C (dimensão K).

Dois conceitos fundamentais dentro de reconhecimento de padrões devem ser abordados:

- **Padrão:** São os atributos que definem um objeto ou um grupo de objetos. Como exemplo, um padrão pode ser um conjunto de medidas ou observações, geralmente representado na forma de vetor ou matriz.
- **Características:** Qualquer medição útil extraída no processo de identificação do padrão. Intensidade de sinais são exemplos de características.

3.4.1 Redução de dimensionalidade

O termo redução de dimensionalidade (RD) está associado aos problemas decorrentes do aumento da dimensão de dados processáveis, que podem comprometer a tarefa de reconhecimento de padrões. Segundo Hair et al. (1998), a RD é uma das mais importantes formas de regressão de dados, pois permite eliminar subconjuntos de atributos (redundantes, ruidosos ou esparsos, por exemplo) do conjunto original de atributos (HAIR et al., 1998).

De modo geral, os métodos de RD são utilizados para transformar um conjunto de dados de dimensão n elevada em uma base de dimensão menor que n , mantendo as informações relevantes e reduzindo sua complexidade e a degradação do desempenho dos algoritmos de busca, seleção ou transformação de atributos.

O estudo de dados de alta dimensionalidade pode estar associado com a busca pela visualização e análise de dados multivariados, além dos aspectos da “maldição da dimensionalidade”. Esse fenômeno se refere ao problema ocasionado pelo aumento exponencial no volume relativo à inclusão de dimensões extras em um

espaço matemático. Na prática, a maldição da dimensionalidade implica que, para um determinado número de amostras, há uma quantidade máxima de características a partir da qual o desempenho de um algoritmo que as processe irá degradar, ao invés de melhorar (BISHOP, 2006).

Os processos de redução de dimensionalidade podem ser divididos em modelos lineares ou não-lineares, discretos ou contínuos, entre outros aspectos, conforme a tipologia e a forma como os dados de entrada são representados. Nesta dissertação, são abordados a análise de componentes principais, descrita na próxima subseção; a entropia da correlação, a aproximação generalizada de baixo nível de matrizes e a decomposição de Tucker, descritas no capítulo 4.

3.4.1.1 Autovetores e Autovalores

Autovetores e autovalores são conceitos importantes em reconhecimento de padrões. Em suma, o autovalor associado a um autovetor expressa a representatividade da componente principal a qual se refere em relação a um conjunto de autovetores.

Considerando uma transformação linear: $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, define-se um autovetor de \mathbf{A} (uma matriz quadrada) como sendo um vetor \mathbf{v} não nulo tal que:

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}, \quad (1)$$

que pode ser interpretada de forma geométrica analisando-se a Figura 15. Em tal caso, λ é um número real, sendo o autovalor associado ao autovetor \mathbf{v} .

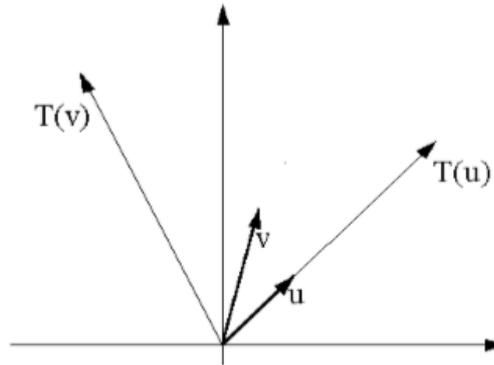
A Equação (1) pode ser reescrita sem alteração de igualdade multiplicando-se o termo da direita pela matriz identidade. Assim:

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{I}\mathbf{v} \equiv (\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{v} = 0. \quad (2)$$

Se a matriz \mathbf{A} for de dimensão $n \times n$, tem-se um conjunto de n equações lineares com n incógnitas cuja uma solução possível pode ser obtida fazendo-se com que o determinante da matriz seja igual a zero, ou seja, $\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0$. Essa equação, comumente denominada de equação característica da matriz \mathbf{A} , produz um

polinômio de grau n em λ , apresentando n raízes $(\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_n)$, e para cada raiz λ_j obtém-se valores v_j que compõem o autovetor de v .

Figura 15 – Interpretação geométrica de autovetor.



Fonte: Disponível em ³. Acesso em março de 2019.

Legenda: u é autovetor de T . v não é autovetor de T .

3.4.1.2 Análise de componentes principais

A análise de componentes principais (*Principal Component Analysis*, PCA) é uma técnica estatística multivariada cujo objetivo fundamental é identificar a base vetorial de componentes que apresente a máxima variância de um conjunto de dados. Cada componente é uma combinação linear de todas as variáveis originais, ortogonais entre si, estimada com o propósito de reter o máximo de informação possível (VARELLA, 2008).

Em outras palavras, o objetivo do PCA é transformar um conjunto de dados n -dimensional $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]$ em uma outra estrutura p -dimensional, representada pelas variáveis $[\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N]$, tal que $p \leq n$. Considerando \mathbf{X} uma matriz em que cada linha \mathbf{X}_i^T é um vetor de características de \mathbf{X} , tem-se:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_N^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{11} & \cdots & \mathbf{x}_{1(e*t)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}_{N1} & \cdots & \mathbf{x}_{N(e*t)} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

³ http://www.joinville.udesc.br/porta/professores/andretavares/materiais/RP_Aula17_PCA.pdf

tal que, nesta dissertação, N é o número de voluntários; e , o número de eletrodos e t , o tempo de amostragem. A estrutura de interdependência entre as variáveis da matriz de dados é representada pela matriz de covariância \mathbf{S} que, padronizada com média zero, pode ser calculada por:

$$\mathbf{S}_x = \frac{1}{N-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X}. \quad (4)$$

O conjunto de dados da matriz \mathbf{X} pode ser projetado sobre uma nova base por meio de uma transformação linear:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{A}, \quad (5)$$

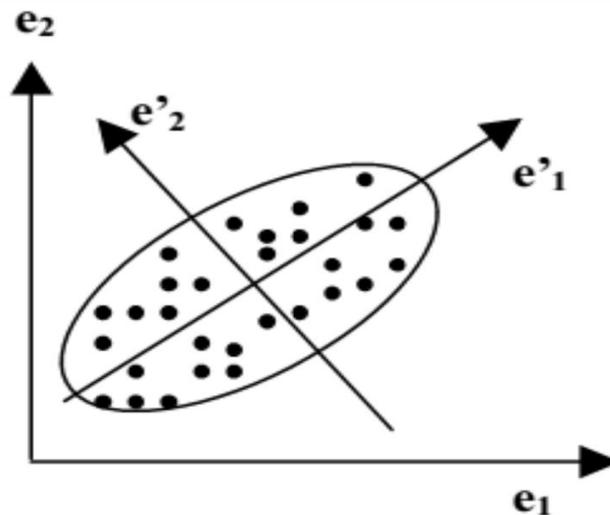
sendo as colunas da matriz de transformação \mathbf{A} os eixos da nova base, expressa na base original.

Analogamente à Equação (4):

$$\mathbf{S}_y = \frac{1}{N-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} = \mathbf{A}^T \mathbf{S}_x \mathbf{A}. \quad (6)$$

A Figura 16 apresenta as componentes principais determinadas para um espaço de 2 (duas) características. Os autovetores indicam as duas direções ortogonais entre si de maior variância. Os eixos da nova base ortonormal são definidos pelos autovetores de \mathbf{S}_x . As novas características associadas às colunas de \mathbf{Y} não se correlacionam com a variância dada pelos autovalores de \mathbf{S}_x , ou seja, \mathbf{S}_y se configura como uma matriz diagonal. Assim, as colunas da matriz de transformação geradas pelo PCA, que representam as p componentes, são os primeiros autovetores de \mathbf{S}_x , isto é, os autovetores cujos autovalores são não-nulos e ordenados de forma decrescente.

Figura 16 – Interpretação geométrica das componentes principais para um espaço de 2 características.



Fonte: Swets e Weng (1996).

3.4.2 Classificação de dados

O processo de classificação de dados propõe-se a estabelecer um modelo conciso de distribuição de um atributo, ou classe, em função dos demais atributos, por meio de regras de previsão que condicionam o planejamento e a tomada de decisões a partir de um conjunto de instâncias denominado de treinamento.

Segundo Borges e Nievola (2006), os classificadores têm por objetivo geral a maximização das classificações assertivas dos dados de teste, podendo ser úteis para os propósitos de análise descritiva e preditiva (BASGALUPP, 2010). Na análise descritiva, busca-se uma explicação das características dos objetos de diferentes classes. Como exemplo, o classificador afere se tais clientes são bons pagadores. Já na análise preditiva, o classificador busca predizer se um novo cliente será um bom ou mau pagador.

Há diversos modos de se representar um classificador. Cada método é capaz de gerar modelos que se ajustam aos dados do conjunto de treinamento; e buscam generalizar e predizer, com uma alta taxa de acerto, as classes dos objetos que não são usados na construção do modelo (BASGALUPP, 2010). Para Goldshmidt e Passos (2005) essa é uma das tarefas mais importantes e populares da Mineração de dados. Mas, como o foco deste trabalho não é buscar classificadores ideais, aborda-se o modelo do vizinho mais próximo, por ser um dos mais simples.

3.4.2.1 O vizinho mais próximo

O algoritmo de classificação baseado no vizinho mais próximo (*Nearest Neighbor* – NN) é um método preditivo deveras comum em problemas de reconhecimento de padrões. A ideia principal do NN é determinar o rótulo de classificação de uma amostra a partir da amostra vizinha mais próxima, ou seja, aquela que apresenta a menor distância para determinada métrica, sendo a mais utilizada, inclusive neste trabalho, a distância Euclidiana:

$$d(X, Y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}, \quad (7)$$

sendo $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ e $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ dois pontos no \mathbb{R}^n .

3.4.2.2 Validação Cruzada

A validação cruzada é uma técnica cujo objetivo é mensurar a capacidade de generalização de um modelo, mediante o particionamento da base de dados em f partes (*folds*). No modelo *f-fold*, $f - 1$ partes são usadas para o treinamento; e a parte restante serve como base de testes. O processo é repetido f vezes, utilizando cada parte como base de testes. Por fim, determina-se a acurácia sobre os erros encontrados, a partir da média dos resultados obtidos em cada etapa.

A teoria de validação cruzada foi introduzida por Geisser (JUNIOR, 2007), cujo trabalho apontou que a variância entre as precisões dos testes é inversamente proporcional ao valor de f . Em outras palavras, a repetição aumenta a confiabilidade da estimativa da precisão do classificador.

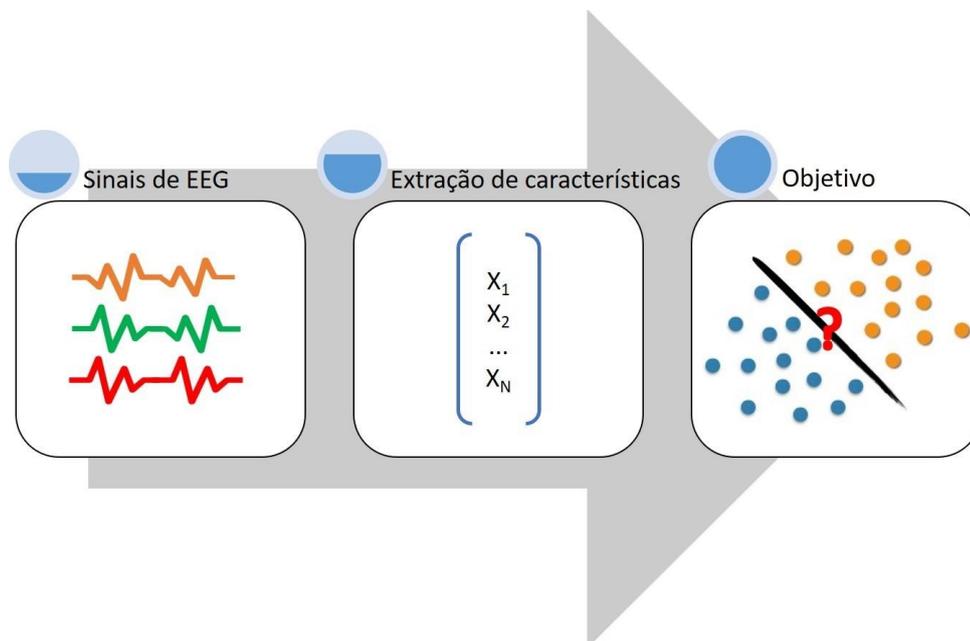
4 METODOLOGIA

Este capítulo sintetiza o procedimento como cada um dos modelos e métodos apresentados foram utilizados para se alcançar os objetivos propostos.

4.1 ANÁLISE MULTIVARIADA DO SINAL DE EEG

Conforme visto na seção 3.4, o processamento para determinar um padrão de ativação cerebral inicia-se a partir de um modelo de representação do sinal de EEG. Considera-se, por exemplo, um vetor $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, tal que x_1, x_2, \dots, x_n são os atributos originais desse sinal. O vetor \mathbf{x} tem, então, sua dimensionalidade reduzida, sem perdas de informações relevantes a partir da qual são extraídas as informações necessárias para classificação dos dados, por exemplo. A Figura 17 exemplifica o procedimento descrito.

Figura 17 – Etapas do processamento de sinais de EEG.



Fonte: Autor.

A Tabela 2 representa o arcabouço deste trabalho, que pode ser lido de modo análogo à Figura 17.

Na primeira coluna, estão dispostos os modelos de representação do sinal de EEG apresentados na Seção 4.1.1; na segunda, os respectivos métodos para a

redução da dimensionalidade de cada modelo (o PCA mostrado na Seção 3.4.1.2, e os demais serão abordados neste capítulo); por último, os objetivos das análises: mapeamento cerebral cognitivo (MCC) e classificação.

Tabela 2 – Arcabouço de desenvolvimento do trabalho.

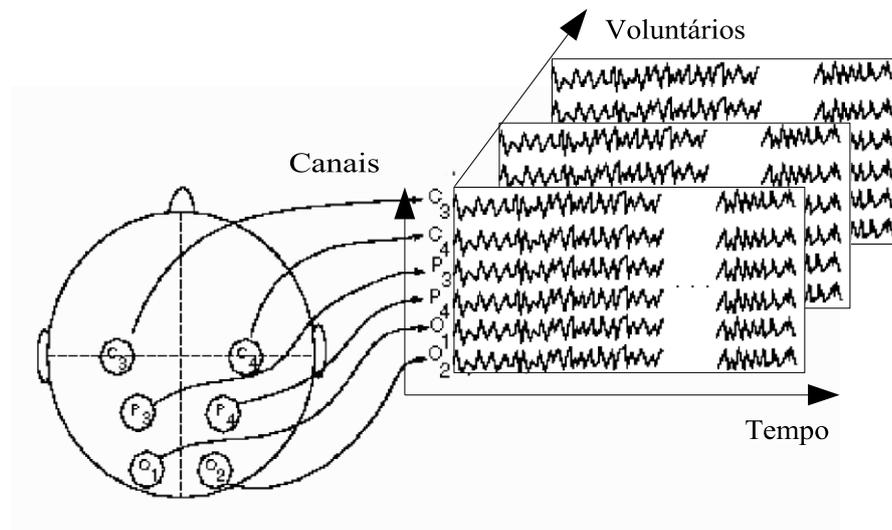
Representação	Extração de características	Objetivo
S[ET]-2	PCA	MCC e classificação
SE-2	EC	
ETS-3	GLRAM	

Fonte: Autor.

4.1.1 Modelos de representação

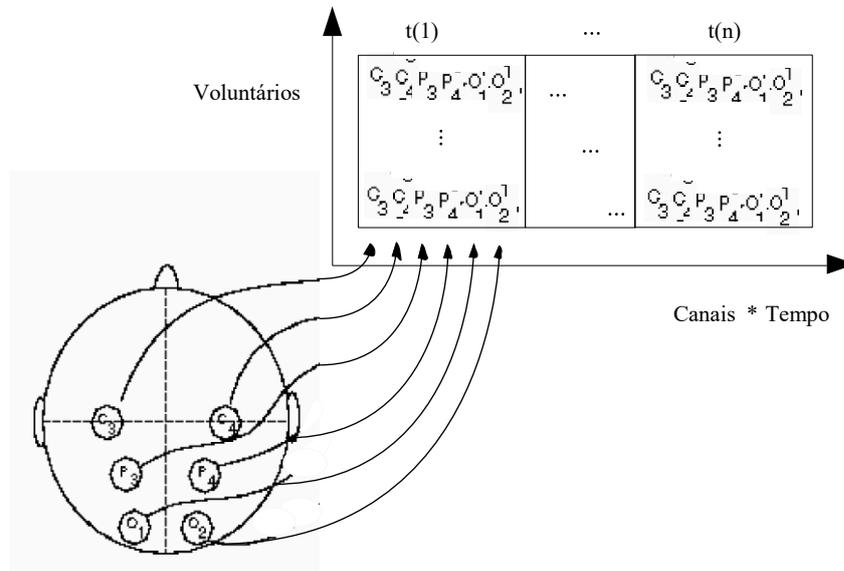
Nesta dissertação, foram adotados três modelos de representação para o estudo do sinal de EEG – dois deles podem ser observados nas Figuras 18 e 19. O primeiro é composto por três dimensões: Espaço (representado pelos canais) \times Tempo \times Sujeito (representado pelos voluntários), ETS; o segundo, por duas: Sujeito \times [Espaço * Tempo], S[ET]-2.

Figura 18 – Modelo tensorial modo-3 do sinal de EEG, ETS-3.



Fonte: Autor, adaptado ⁴. Acesso em abril de 2018.

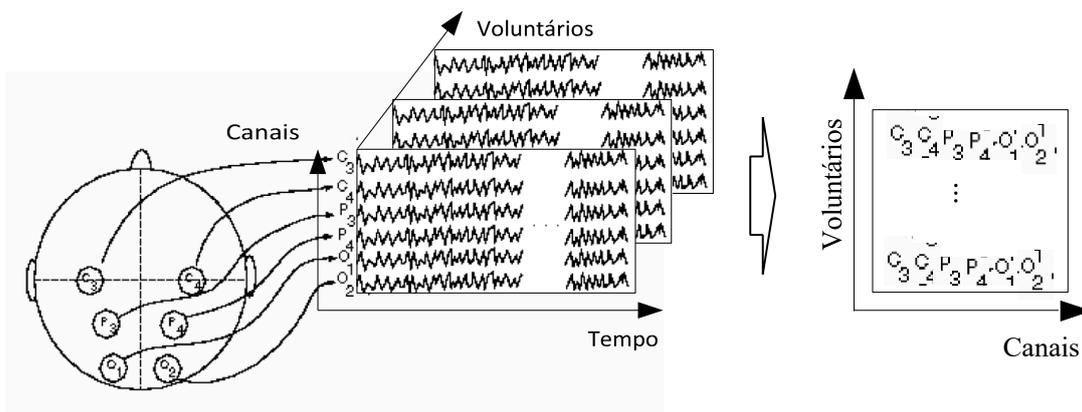
Figura 19 – Modelo matricial (tensorial modo-2) do sinal de EEG, S[ET]-2.



Fonte: Autor, adaptado ⁴. Acesso em abril de 2018.

O terceiro modelo parte da representação mostrada na Figura 18, envolvendo uma etapa de pré-processamento em que todas amostras temporais são resumidas em um único valor, os dados sofrem, então, um rearranjo que resulta em uma composição Sujeito \times Espaço, SE-2 (Figura 20).

Figura 20 – Modelo matricial (tensorial modo-2) do sinal de EEG, SE-2.



Fonte: Autor, adaptado ⁴. Acesso em abril de 2018.

Note que, no modelo S[ET]-2, uma das dimensões do sinal de EEG é abstraída pela vetorização dos domínios espaço-tempo. No modelo SE-2, o tempo é totalmente

⁴ <http://www.cs.colostate.edu/eeg/talks/spr98/4.html>.

suprimido. No modelo ETS-3, por outro lado, a representação é mais natural, tendo suas dimensões independentes e bem definidas. Vale ressaltar que os modelos S[ET]-2 e SE-2 não exploram recursos da álgebra tensorial.

4.1.2 Entropia da Correlação

Rocha et al. (2005) propõem um método de redução de dimensionalidade especificamente para o processamento de sinais de EEG que sintetiza, a cada 2 segundos antes da tomada de decisão, a comunicação entre os agentes neurais especializados nas soluções de uma determinada tarefa por meio da variação da atividade elétrica registrada por cada um dos eletrodos do EEG.

A técnica se inicia a partir do cálculo da entropia da correlação entre um eletrodo i e os demais eletrodos j :

$$h(c_{i,j}) = -c_{i,j} \log_2 |c_{i,j}| - (1 - c_{i,j}) \log_2 |(1 - c_{i,j})|, \quad (8)$$

sendo $c_{i,j}$ a correlação entre dois canais distintos.

A equação (8) mostra que se a correlação entre dois canais for igual a 1 ou igual a 0, então a entropia será igual a 0. Por outro lado, se a correlação for igual a 0,5, a entropia será máxima, igual a 1.

Analogamente, a entropia da correlação média é calculada como:

$$h(\bar{c}_i) = -\bar{c}_i \log_2 |\bar{c}_i| - (1 - \bar{c}_i) \log_2 |(1 - \bar{c}_i)|, \quad (9)$$

tal que,

$$\bar{c}_i = \frac{1}{e-1} \sum_{j=1}^{e-1} c_{i,j}, \quad (10)$$

e e é a quantidade total de eletrodos.

Finalmente, o valor de entropia de cada eletrodo é:

$$h(ci) = \sum_{j=1}^{e-1} h(\bar{c}_i) - h(c_{i,j}). \quad (11)$$

Os resultados obtidos a partir da equação (11) são, então, submetidos à Análise de Componentes Principais e Análise Fatorial, baseada no algoritmo de rotação varimax das componentes principais, obtendo-se um valor representante de cada eletrodo (ROCHA, et al., 2016).

4.1.3 Aproximação generalizada de baixo nível de Matrizes

A aproximação generalizada de baixo nível de Matrizes (*Generalized Low Rank Approximations of Matrices*, GLRAM) é um algoritmo iterativo apresentado por Ye (2005) como uma alternativa computacionalmente mais eficiente ao cálculo SVD (*Singular Value Decomposition*) que permite a decomposição de um arranjo de matrizes, isto é, de um tensor de ordem 3.

Considerando $\underline{\mathbf{A}}_i \in \mathbb{R}^{e \times t}$, para $i = 1, \dots, N$, o objetivo da GLRAM é calcular duas matrizes $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{e \times l_1}$ e $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{e \times l_2}$, com colunas ortonormais, e N matrizes $\mathbf{M}_i \in \mathbb{R}^{l_1 \times l_2}$ que produza:

$$\mathbf{L}\mathbf{M}_i\mathbf{R}^T \approx \underline{\mathbf{A}}_i, \quad (12)$$

partindo do problema de minimização:

$$\min_{\substack{\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{e \times l_1} : \mathbf{L}^T \mathbf{L} = \mathbf{I}_{l_1} \\ \mathbf{R} \in \mathbb{R}^{e \times l_2} : \mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}_{l_2} \\ \mathbf{M}_i \in \mathbb{R}^{l_1 \times l_2} : i=1, \dots, n}} \sum_{i=1}^n \|\underline{\mathbf{A}}_i - \mathbf{L}\mathbf{M}_i\mathbf{R}^T\|_F^2, \quad (13)$$

tal que a norma de Frobenius, $\|\mathbf{G}\|_F$, de uma matriz $\mathbf{G} = \mathbf{G}_{i,j}$ é definida como:

$$\|\mathbf{G}\|_F = \sqrt{\sum_{i,j} \mathbf{G}_{i,j}^2}. \quad (14)$$

De forma análoga ao SVD, as colunas de \mathbf{L} (*left*) são chamadas de vetores singulares à esquerda de $\underline{\mathbf{A}}_i$ enquanto as colunas de \mathbf{R} (*right*) são os vetores singulares à direita de $\underline{\mathbf{A}}_i$.

Ye (2005) propõe o seguinte procedimento iterativo para solucionar o problema de otimização apresentado na Equação (13). Primeiramente e de forma arbitrária,

escolhe-se \mathbf{L} igual a matriz identidade de $\underline{\mathbf{A}}_i$, por exemplo, e computa-se, então, \mathbf{R} a partir dos autovetores da matriz \mathbf{M}_R . Segue-se com a atualização de \mathbf{L} computando os autovetores da matriz \mathbf{M}_L . O pseudocódigo do procedimento descrito é apresentado no Algoritmo 1, podendo ser repetido até a convergência.

Algoritmo 1 – GLRAM.

```

1 Entrada: Array de Matrizes  $\mathbf{A}_{e \times t \times s}$ ,  $l1$ ,  $l2$  e ITE
2 Saída: Matrizes  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{R}$  e  $\{\mathbf{M}\}_{i=1}^N$ 
3  $i \leftarrow 1$ 
4  $\mathbf{L} \leftarrow \mathbf{I}_{e \times l1}$ 
5 enquanto  $i \leq ITE$  faça
6    $\mathbf{M}_R = \sum_{j=1}^N \mathbf{A}_j^T \mathbf{L}_{i-1} \mathbf{L}_{i-1}^T \mathbf{A}_j$ 
7   Computar os  $l2$  autovetores  $\{\phi_j^R\}_{j=1}^{l2}$  de  $\mathbf{M}_R$  correspondente aos  $l2$  maiores
   autovalores
8    $\mathbf{R}_i \leftarrow [\phi_1^R, \dots, \phi_{l2}^R]$ 
9    $\mathbf{M}_L = \sum_{j=1}^N \mathbf{A}_j \mathbf{R}_i \mathbf{R}_i^T \mathbf{A}_j^T$ 
10  Computar os  $l1$  autovetores  $\{\phi_j^L\}_{j=1}^{l1}$  de  $\mathbf{M}_L$  correspondente aos  $l1$  maiores
   autovalores
11   $\mathbf{L}_i \leftarrow [\phi_1^L, \dots, \phi_{l1}^L]$ 
12   $i \leftarrow i + 1$ 
13 fim
14  $\mathbf{L} \leftarrow \mathbf{L}_{i-1}$ 
15  $\mathbf{R} \leftarrow \mathbf{R}_{i-1}$ 
16 para  $j=1$  até  $s$  faça
17    $\mathbf{M}_j \leftarrow \mathbf{L}^T \mathbf{A}_j \mathbf{R}$ 
18 fim
19 retorna  $[\mathbf{L}, \mathbf{R}, \mathbf{M}]$ .

```

Fonte: Adaptado de Ye (2005).

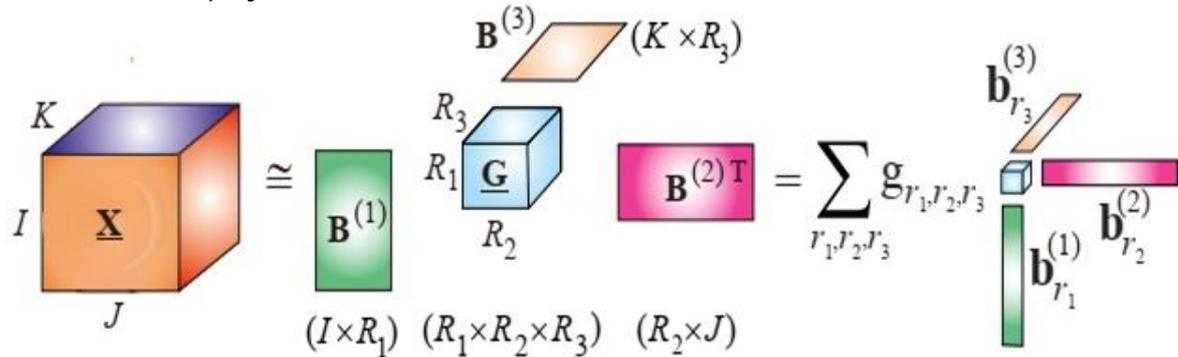
4.1.4 Decomposição tensorial de Tucker

A decomposição tensorial de Tucker foi proposta em 1966 por Tucker (1966), tornando-se um modelo base para outros que incorporam suas características. De modo geral, essa decomposição fornece uma fatoração generalizada de um tensor de ordem N em matrizes componentes de tamanhos relativamente pequenos (Figura 21), podendo ser expressa conforme a equação:

$$\underline{\mathbf{X}} \cong \sum_{r_1=1}^{R_1} \dots \sum_{r_N=1}^{R_N} g_{r_1 r_2 \dots r_N} (\mathbf{b}_{r_1}^{(1)} \circ \mathbf{b}_{r_2}^{(2)} \circ \dots \circ \mathbf{b}_{r_N}^{(N)}) = \underline{\mathbf{G}} \times_1 \mathbf{B}^{(1)} \times_2 \mathbf{B}^{(2)} \dots \times_N \mathbf{B}^{(N)}, \quad (15)$$

em que $\underline{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ é o tensor de dados, $\underline{\mathbf{G}} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ é o núcleo tensorial, e $\mathbf{B}^{(n)} = \mathbf{b}_1^{(n)} \circ \mathbf{b}_2^{(n)} \circ \dots \circ \mathbf{b}_{R_n}^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times R_n}$ são as componentes matriciais em modo- n , $n = 1, 2, \dots, N$.

Figura 21 – Interpretação geométrica das componentes principais para um espaço de 2 características.



Fonte: Cichocki et al. (2016).

Um caso especial do formato Tucker, usado neste trabalho, refere-se ao modelo SVD multilinear (MLSVD; ou *Higher Order SVD* - HOSVD), no qual todos os fatores $\mathbf{B}^{(n)} = \mathbf{U}^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times R_n}$ e o núcleo $\underline{\mathbf{G}} = \underline{\mathbf{S}} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ são ortogonais (CICHOCKI et al., 2016).

As matrizes $\mathbf{U}^{(n)}$ podem ser computadas aplicando-se o SVD truncado padrão às matrizes modo- n desdobradas, $\mathbf{X}_{(n)} \cong \mathbf{U}^{(n)} \mathbf{S}_n \mathbf{V}^{(n)T} \in \mathbb{R}^{I_n \times I_1 \dots I_{n-1} I_{n+1} \dots I_N}$, das quais são obtidos vetores singulares à esquerda, para cada n . Dessa forma:

$$\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{X}} \times_1 \mathbf{U}^{(1)T} \times_2 \mathbf{U}^{(2)T} \dots \times_N \mathbf{U}^{(N)T}. \quad (16)$$

Análogo ao SVD truncado padrão, um tensor de dados $\underline{\mathbf{X}}$ pode ser aproximado computando-se os vetores singulares multilineares e fatias do tensor núcleo, correspondendo a valores singulares multilineares pequenos. O Algoritmo 2 descreve o HOSVD truncado.

Algoritmo 2 – HOSVD truncado.

- 1 **Entrada:** $\underline{\mathbf{X}} \in \mathfrak{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ e ε (erro de aproximação)
- 2 **Saída:** $\hat{\underline{\mathbf{X}}} = [\underline{\mathbf{S}}; \mathbf{U}^{(1)}, \dots, \mathbf{U}^{(N)}]$ tal que $\|\underline{\mathbf{X}} - \hat{\underline{\mathbf{X}}}\|_F \leq \varepsilon$
- 3 $\underline{\mathbf{S}} \leftarrow \underline{\mathbf{X}}$
- 4 **para** $n=1$ **até** N **faça**
- 5 $[\mathbf{U}^{(n)}, \mathbf{S}, \mathbf{V}] = \text{svd_truncado}(\mathbf{S}_{(n)}, \frac{\varepsilon}{\sqrt{N}})$
- 6 $\underline{\mathbf{S}} \leftarrow \mathbf{V}\mathbf{S}$
- 7 **fim**
- 8 $\underline{\mathbf{S}} \leftarrow \text{reshape}(\underline{\mathbf{S}}, [R_1, \dots, R_N])$
- 9 **retorna** $[\underline{\mathbf{S}}$ e $\mathbf{U}^{(n)} \in \mathfrak{R}^{I_n \times R_n}]$.

Fonte: Adaptado de Vannieuwenhoven, Vandebril e Meerbergen (2012).

4.1.5 Taxa de compressão

Cada modelo de representação dos sinais de EEG foi reduzido observando-se as mesmas taxas ρ de compressão (Equação 17), induzindo a equivalência das informações mantidas após a redução, conforme o pressuposto observado por Ye (2005).

$$\rho = \frac{\text{Unidade de memória requerida para representar } A}{\text{Unidade de memória requerida para representar } \bar{A}}, \quad (17)$$

tal que A é o dado original e \bar{A} é o dado obtido a partir do descarte de componentes de A .

Dessa forma, é possível determinar previamente o número de características necessárias e suficientes para que cada uma das técnicas gere resultados que possam ser adequadamente comparados entre si por meio das Equações (18), (19) e (20):

$$\rho_{PCA} = \frac{N \times e \times t}{N \times p_1 + (e \times t) \times p_1}, \quad (18)$$

$$\rho_{EC} = \frac{N \times e \times t}{N \times p_2 + e \times p_2}, \quad (19)$$

$$\rho_{GLRAM} = \frac{N \times e \times t}{N \times (l_1 \times l_2) + e \times l_1 + t \times l_2}, \quad (20)$$

sendo p_1 , p_2 e o par $\{l_1, l_2\}$ os números de componentes extraídas do PCA, EC e GLRAM, respectivamente.

4.1.6 Mapeamento e classificação

As componentes principais obtidas após a extração de características dos dados a partir de cada modelo de representação dos sinais de EEG (registrados nos experimentos apresentados no Capítulo 5) foram utilizadas para a geração de mapas cerebrais cognitivos e classificação.

Os mapas foram produzidos por meio do algoritmo proposto por Magalhães Junior et al. (2017), que se baseia no Diagrama de Voronoi para interpolar os sinais dos eletrodos e estimar os valores nas localidades da superfície cortical onde o EEG não foi adquirido. O mapeamento nesse algoritmo utiliza as componentes principais da dimensão que representa os eletrodos. Dessa forma, o procedimento se torna trivial para os métodos EC e GLRAM (nesse caso, usou-se a decomposição L para os mapas e R para representar as características temporais), mas requer uma reestruturação dos dados no caso do PCA (desfaz-se a vetorização).

Em se tratando da classificação, os dados de cada indivíduo participante dos experimentos foram projetados no espaço dos sujeitos, descrito pela(s) matriz(es) formada(s) pelas componentes principais geradas em cada método de extração de características, e estas projeções foram utilizadas como entrada para um classificador K -NN com $k = 1$ e $f = 5$ *folds* – referentes ao processo de validação cruzada.

4.2 CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES

Em ambas as abordagens (MCC e classificação), as análises foram feitas tendo-se em vista a discussão da diversidade de formas como as informações do EEG puderam ser representadas, bem como as particularidades dos resultados obtidos por cada método de extração de características associado. É necessário esclarecer que o objetivo não é a busca por um ótimo desempenho de classificação, por exemplo.

5 EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Este capítulo descreve, de forma sucinta, os materiais e procedimentos de aquisição de sinais de EEG realizados por Junior et al. (2017) em um experimento envolvendo xadrez; e por Ribeiro (2018), em outro experimento sobre musicalidade. Além disso, são descritos os resultados alcançados sob a perspectiva da metodologia proposta nesta dissertação, isto é, são apresentados e discutidos os mapas cerebrais cognitivos buscando observar as peculiaridades de cada método abordado e observando-se os desempenhos do classificador para cada modelo de representação em função dos sinais de EEG dos grupos de voluntários participantes dos respectivos experimentos.

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para todo efeito, o algoritmo GLRAM e a decomposição de Tucker obtiveram os mesmos resultados, assim, serão referidos unicamente como GT nas próximas seções.

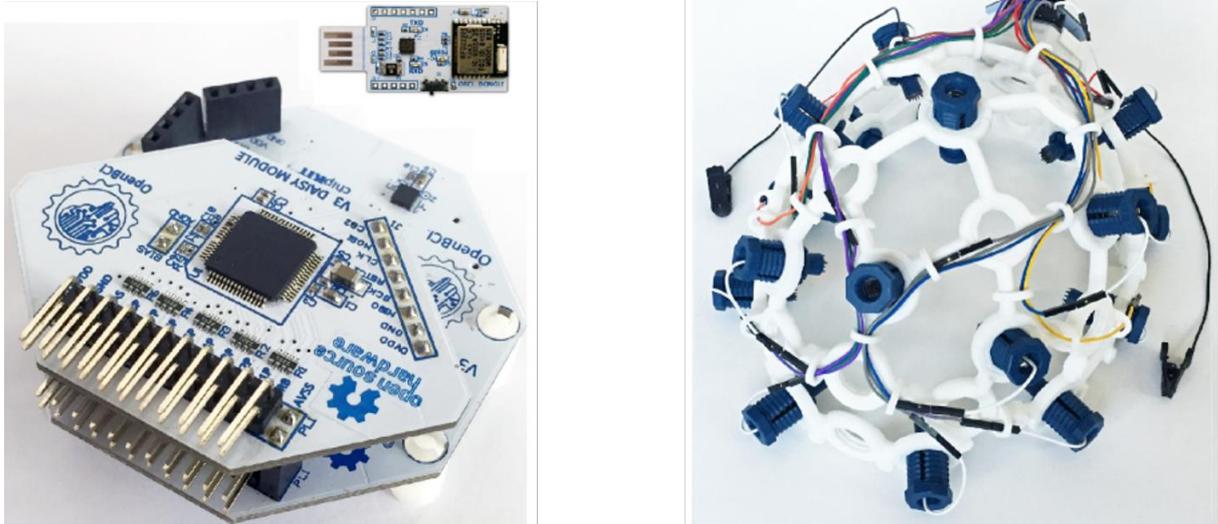
Em ambos os experimentos, a quantidade máxima de componentes principais extraídas para a produção dos mapas é limitada pelo número de eletrodos menos uma unidade ($16 - 1 = 15CPs$).

5.2 MATERIAIS

Em ambos os experimentos, os dados foram amostrados por meio da plataforma OpenBCI sob taxa de aquisição de 125Hz e resolução de 32bits para cada um dos 16 eletrodos de Cloreto de Prata (AgCl), que foram utilizados a seco e posicionados no escalpo de acordo com o sistema 10-20 (JASPER, 1958).

Utilizou-se a placa de aquisição Cyton (8 canais) e o módulo expansor Daisy (8 canais), totalizando 16 canais (referentes aos 16 eletrodos mencionados) para realizar o registro eletroencefalográfico; o módulo USB para comunicação com o computador; e a touca Cortex IV para a fixação dos eletrodos. A placa Cyton e o módulo Daisy foram conectados ao Cortex IV, comunicando-se com o módulo USB via Bluetooth (Figura 22).

Figura 22 – Equipamento de EEG OpenBCI.



Fonte: Adaptado de OpenBCI, 2018.

Legenda: À esquerda: Placa Cyton e Daisy conectados e módulo USB. À direita: Ultra Cortex IV.

Os sinais captados, foram submetidos a um filtro passa alta com frequência de corte de 0,5Hz, eliminando o nível DC induzido por um componente eletrônico presente no equipamento; a um passa baixa de 50Hz, que representa frequência máxima de funcionamento do cérebro (HERRERAS, 2010); e, por último, a um rejeita faixa de 60Hz para a remoção de possíveis ruídos referente à frequência da rede elétrica nacional.

Os experimentos foram conduzidos em ambiente tranquilo, não havendo fontes de distrações ou interrupções, onde cada voluntário se manteve sentado em uma cadeira confortável, permanecendo o mais imóvel possível, e sendo instruídos a manterem o foco nas atividades propostas.

5.2.1 Algoritmos

Com base na demanda computacional, em termos de conhecimentos prévios, disponibilidade de uso, flexibilidade e recursos disponíveis, foi adotado o ambiente de desenvolvimento do Matlab para a implementação de todos os algoritmos utilizados no projeto.

5.3 ESTUDO DE CASO 1: JOGO DE XADREZ

O estudo em questão teve como objetivo principal a comparação das ativações cerebrais e mapas de movimentos oculares em jogadas de xadrez executadas por indivíduos de diferentes grupos de proficiência.

O experimento foi conduzido com 32 participantes voluntários ($27,8 \pm 12,75$ anos de idade), sendo eles profissionais de xadrez, professores de xadrez, crianças em idade escolar e universitários em diferentes níveis acadêmicos – alguns dos quais não tinham prática contínua em xadrez, porém tinham conhecimento sobre o jogo.

Os sinais de EEG foram coletados de forma síncrona aos estímulos de 51 questões distribuídas em 5 categorias relacionadas ao jogo de xadrez (Tabela 3).

Tabela 3 – Categorias das questões.

Categoria	Descrição
1	Reconhecimento de peças e posicionamento
2	Reconhecimento de situações de xeque
3	Reconhecimento de situações de xeque-mate
4	Possibilidade de xeque-mate em um lance
5	Conhecimento de jogadas e possibilidade de captura de peças

Fonte: Junior et al. (2017).

No início do experimento, cada voluntário era instruído a pressionar a barra de espaço de um teclado no momento em que terminasse a leitura, compreensão e memorização de uma pergunta apresentada em um monitor; em seguida deveria pressionar a tecla S para responder “sim” ou a tecla N para “não” com base em seu julgamento sobre o tabuleiro mostrado no mesmo monitor. A Figura 23 mostra um exemplo de pergunta e a respectiva configuração do tabuleiro – apresentados no ambiente CHESSLAB (CESAR; ROCHA; THOMAZ, 2015). Vale mencionar que o CHESSLAB é uma plataforma computacional que tem como objetivo a automatização de alguns procedimentos de pesquisas científicas envolvendo o xadrez, tendo-se enfoque no rastreamento dos movimentos oculares.

Figura 23 – Exemplo de pergunta e a configuração de tabuleiro associada.



Fonte: Junior et al. (2017).

Todos os voluntários foram avaliados por meio de uma métrica baseada na acurácia e no tempo médio de resposta, permitindo que fossem divididos em grupos de proficientes, intermediários e não-proficientes. Dos 32 voluntários mencionados, Junior et al. (2017) definiram 8 deles como proficientes e outros 8, como não-proficientes – totalizando os 16 voluntários cujos sinais eletroencefalográficos foram utilizados nesta dissertação.

O processamento desses sinais foi realizado considerando-se as 250 amostras correspondentes aos 2 segundos que anteciparam a tomada de cada decisão (corresponde ao instante em que o voluntário pressionou “S” ou “N”), conforme Rocha et al. (2005).

Os mapas foram produzidos observando-se as ativações cerebrais em função da dificuldade da tarefa realizada, isto é, buscando-se discriminar os padrões das conexões neurais utilizadas para solucionar as questões sobre “reconhecimento de peças e posicionamento” em contraste com as questões sobre “possibilidade de xeque-mate em um lance”. Diferentemente dessa abordagem, a classificação foi estabelecida em função dos grupos dos voluntários, ou seja, discriminando proficientes de não-proficientes.

A Tabela 4 apresenta as taxas de compressão e os respectivos números de componentes principais para cada método de RD utilizado na verificação de desempenho de um classificador NN.

Tabela 4 – Número de componentes principais e taxa de compressão (TC).

Multilinear			Linear	
L	R	TC	P1	TC
15	123	1,057676	15	1,062417
10	98	1,586515	10	1,593625
5	61	3,166749	5	3,187251
3	41	5,217675	3	5,312085
2	29	7,795371	2	7,968127
15	8	15,38462	1	15,93625
1	2	116,7883		

Fonte: Autor.

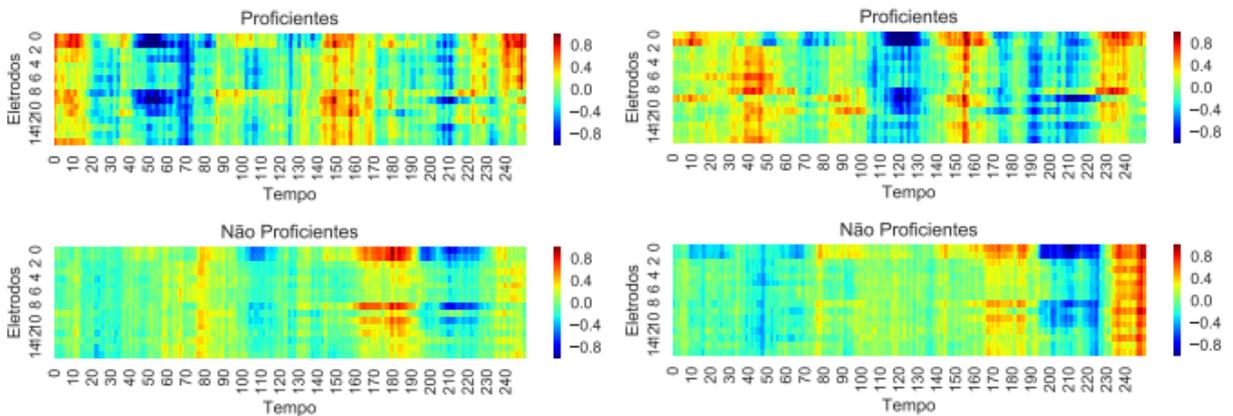
Legenda: L: vetor(es) singular(es) à esquerda; R: vetor(es) singular(es) à direita; P₁: CP do PCA.

Para o método da EC, Rocha et al. (2005) propõem a quantidade de p_2 componentes principais igual a 3, configurando-se com uma taxa de redução fixa em 666,67 vezes, sendo muito superior às demais taxas mostradas na Tabela 4. Nesse caso, foi variado o tempo de amostragem do sinal, tendo-se 2, 1,5, 1 e 0,5 segundos antecedendo cada tomada de decisão, o que gera taxas de compressão ainda maiores e, portanto, não equivalentes aos demais métodos.

5.3.1 Resultados

A Figura 24 mostra o sinal elétrico médio dos voluntários de cada grupo – sincronizado com as questões da categoria 1 (dificuldade baixa) e categoria 4 (dificuldade elevada). As diferenças observáveis representam as primeiras evidências estatísticas (por si só, insuficientes) de que os grupos podem ser discriminados por um classificador, sendo fundamentais às demais etapas dos procedimentos adotados nessa dissertação. Essa importância se deve ao fato de as médias terem sido os parâmetros de referência na busca das diferenças discriminatórias.

Figura 24 – Sinal elétrico cerebral médio por categoria de questão e grupo de jogadores.

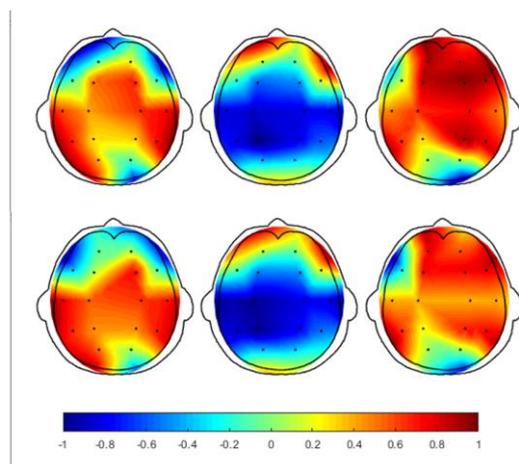


Fonte: Autor

Legenda: À esquerda: Categoria 1, Reconhecimento de peças e posicionamento. À direita: Categoria 4, Possibilidade de xeque-mate em um lance.

Os mapas obtidos pelo método da EC são mostrados na Figura 25 – gerados a partir das três componentes principais (fatores) que melhor caracterizam as ativações cerebrais em cada categoria e sequenciados da esquerda para a direita em ordem decrescente dos autovalores.

Figura 25 – Mapas de EC.



Fonte: Autor.

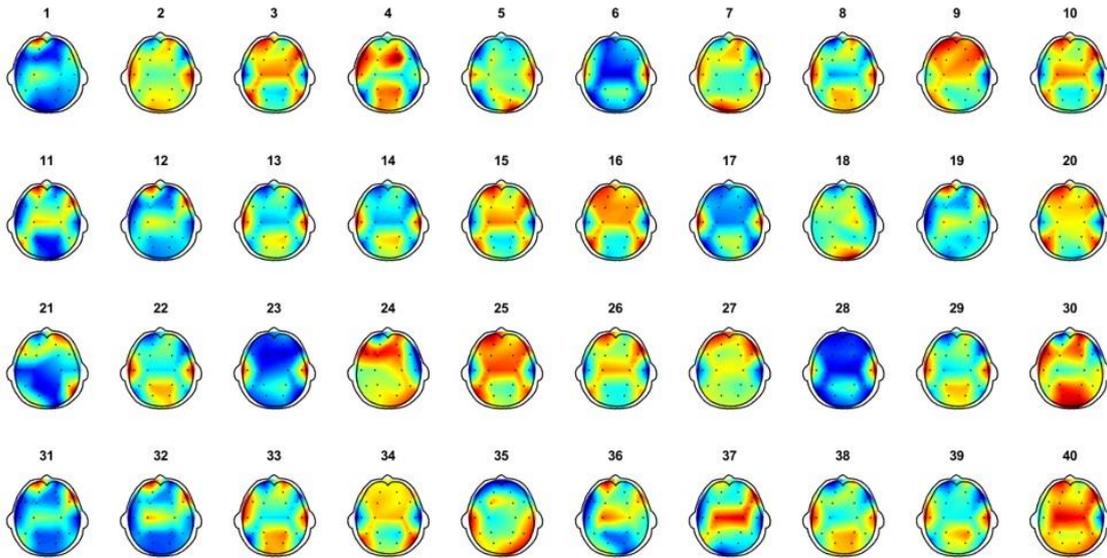
Legenda: Categoria 1, na primeira linha;
Categoria 4, na segunda.

Comparando-se as categorias (Figura 25), verifica-se que os mapas de ambos os grupos apresentam ativações cerebrais semelhantes entre todos os fatores, não

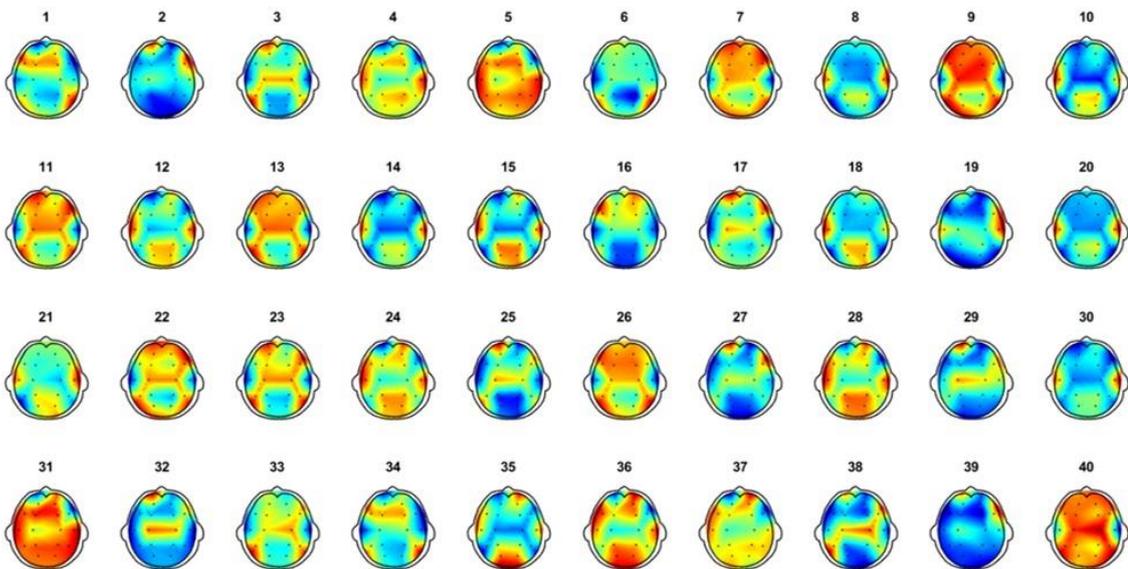
trazendo evidências significativas que possam distingui-los. Diferentemente do PCA (Figura 26) ou da GT (Figura 27), nos quais podem ser observadas tantas informações que, num primeiro momento, dificultam as análises.

Figura 26 – Mapeamento utilizando PCA.

Categoria 1



Categoria 4



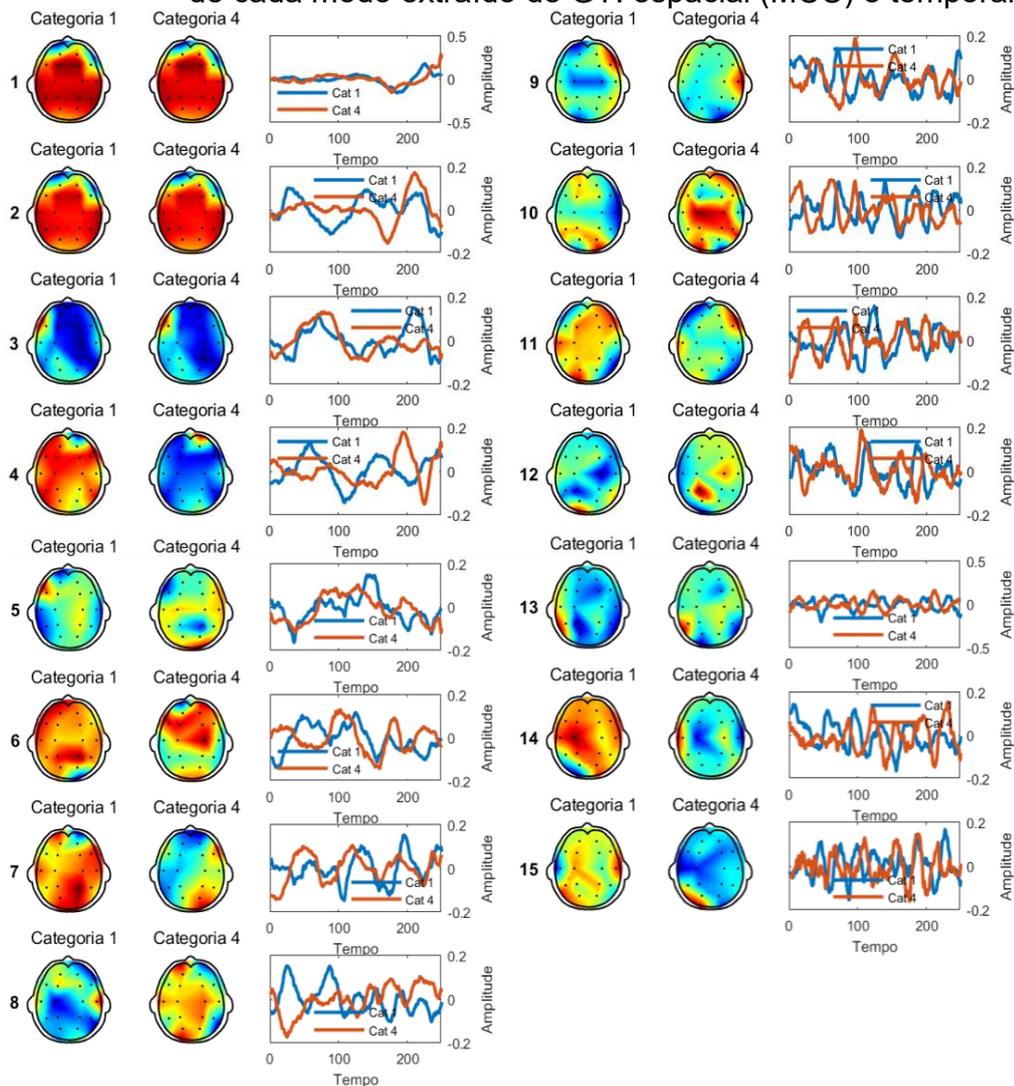
Fonte: Autor.

Legenda: Para cada categoria, todos os mapas representam apenas uma componente principal (a de maior autovalor); a numeração indica os instantes de tempo (referente às 40 primeiras amostras).

Naquele primeiro caso, a estrutura utilizada para as análises via PCA e ele próprio permitiram a produção de mapas dinâmicos a partir do sequenciamento de mapas estáticos – gerados a partir de apenas uma componente principal, que representa simultaneamente espaço e tempo. Alguns quadros que associados às primeiras 40 amostras das 250 registradas para cada sinal de EEG podem ser vistos na Figura 26.

Por sua vez, a Figura 27 apresenta o mapeamento multivariado obtido dos modos L (vetor(es) singular(es) à esquerda) e R (vetor(es) singular(es) à direita) da GT, que representam os domínios espacial e temporal, respectivamente. Os mapas estão agrupados conforme a categoria envolvida e ordenados de acordo com os autovalores de cada componente principal (do maior para o menor).

Figura 27 – Representações das 15 primeiras componentes principais de cada modo extraído de GT: espacial (MCC) e temporal.

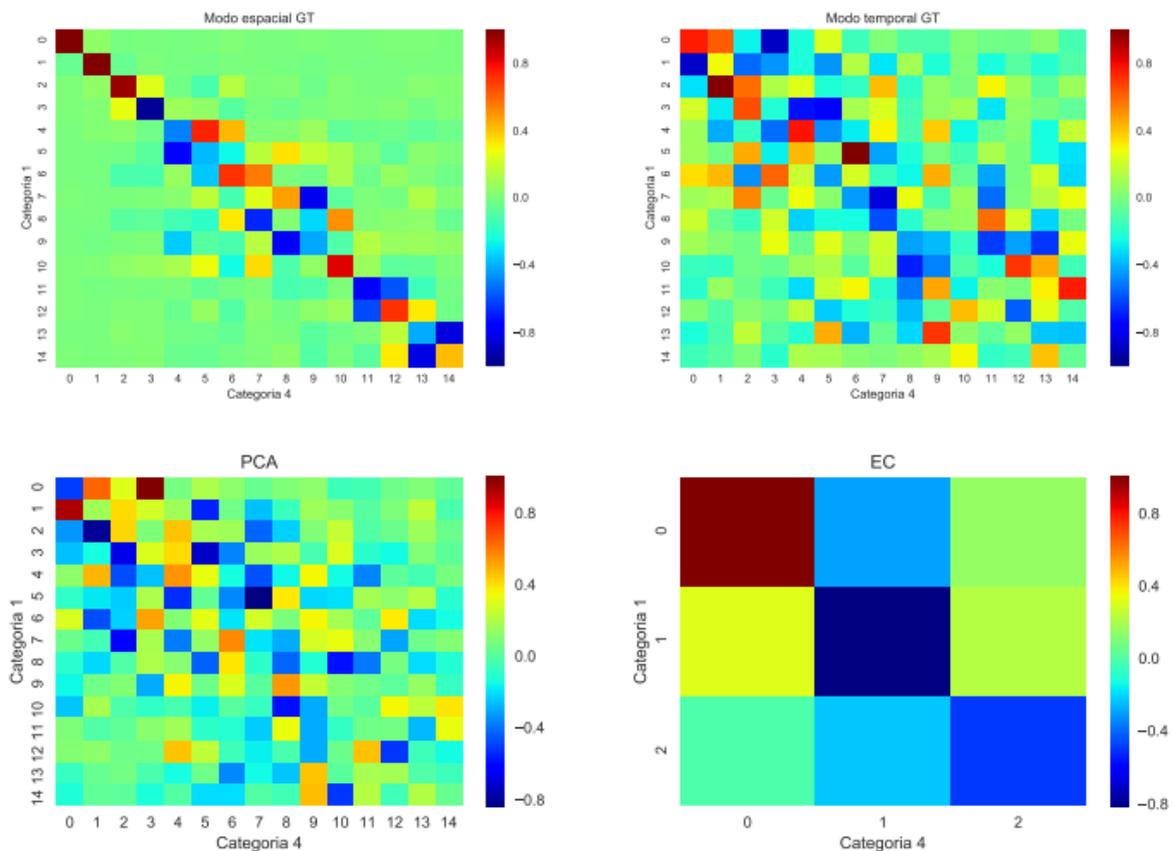


Fonte: Autor.

As divergências vistas nos mapas resultantes são consistentes com a teoria do SIPD (Sistema Inteligente de Processamento Distribuído). Não obstante, verifica-se semelhanças entre padrões (nas 3 primeiras componentes principais representadas pelos mapas do modo L da GT – Figura 27 – e nos mapas de EC – Figura 25) sugerindo que as maiores variâncias buscadas pelas análises não apontam para as classes das tarefas realizadas. Hipoteticamente, essas variâncias são relativas às características intrínsecas dos sinais de EEG, tal como sua amplitude. Assim, esses resultados sugerem que as evidências determinantes quanto à distinção de padrões entre duas ou mais classes são, neste caso, mais sutis e, portanto, observáveis em autovetores com autovalores menores.

A Figura 28 ilustra o produto interno entre as matrizes das 15 primeiras componentes principais (CPs) de cada categoria para cada um dos métodos de extração de características.

Figura 28 – Produto interno entre categorias de questões.



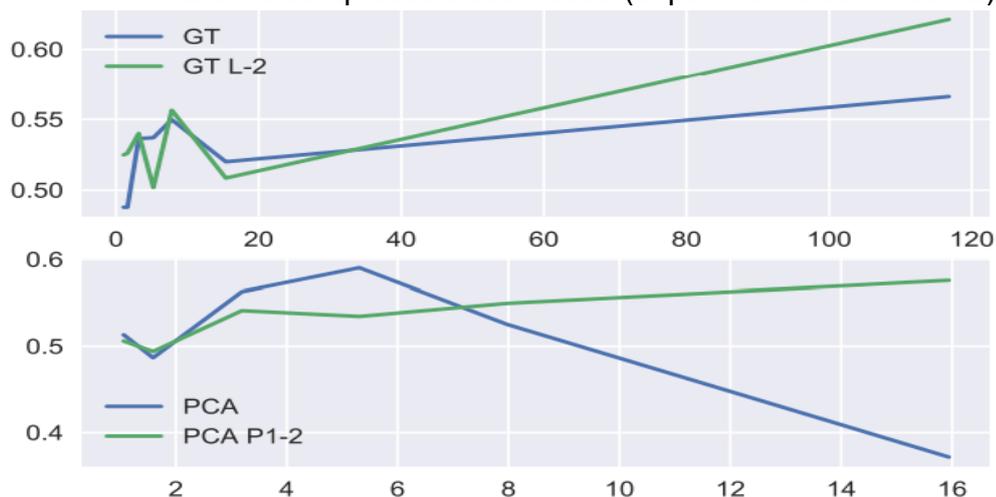
Fonte: Autor.

Legenda: Produto interno entre as matrizes contendo as 15 componentes principais obtidas em cada categoria abordada no experimento.

A não ortogonalidade entre os produtos das 3 primeiras CPs do modo espacial (diferente de 0 – Figura 28) indica que seus autovetores apontam para direções tão mais próximas entre si quanto mais próximo de -1 ou 1 for o produto interno entre eles. Portanto, denota a redundância das informações contidas naqueles padrões observados nos mapas topográficos.

A percepção sobre a ortogonalidade entre autovetores (Figura 28) também sugere que as informações apresentadas pelo modo espacial da GT são menos redundantes do que as informações mostradas pelos demais métodos. No modo temporal, a redundância pode ser explicada por se referir a um sinal estocástico e, portanto, passível de ocorrências semelhantes sem quaisquer motivos especiais que as expliquem. Analogamente, em função do aspecto de vetorização inerente ao processo, o PCA traz características que aludem simultaneamente às dimensões de espaço e tempo. Por fim, na EC, a completa supressão do domínio temporal parece impor-lhe um comportamento semelhante ao da GT espacial. Com efeito, as consequências desse fenômeno podem ser constatadas analisando-se a Figura 29, tendo-se feita a exclusão de 2 (L-2 ou P1-2) das 3 componentes responsáveis pela redundância observada nos mapas topográficos, que prejudicou o desempenho do classificador.

Figura 29 – Taxa de acerto obtida pelo classificador NN em função da taxa de compressão dos dados (experimento com xadrez).

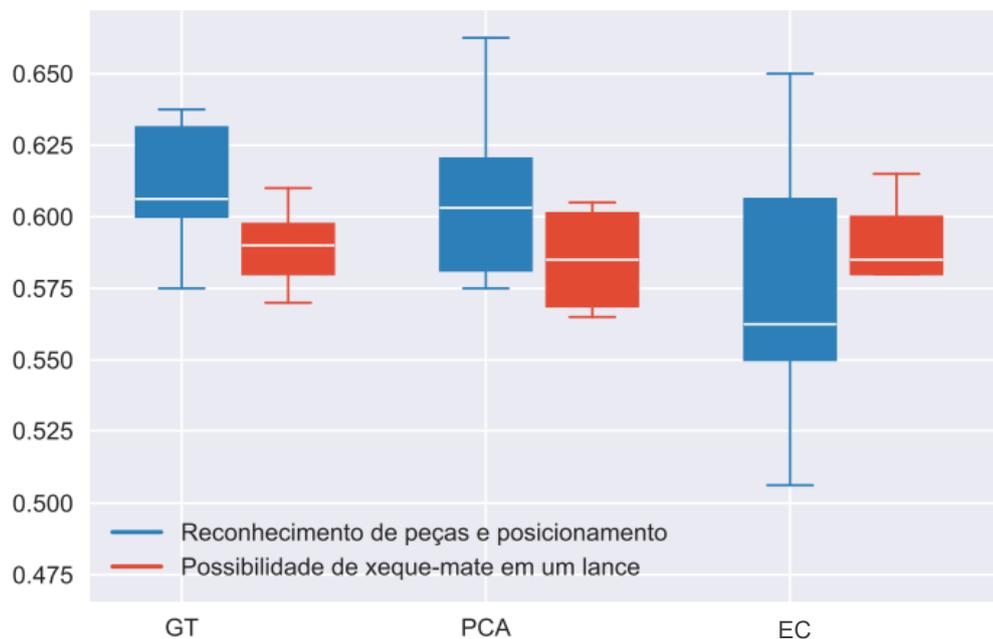


Fonte: Autor.

Legenda: GT L-2 representa a GT tendo-se excluídas as 2 primeiras componentes principais do modo L, considera-se a mesma analogia para PCA P1-2. Ambas demonstram ganho de desempenho superior do que os obtidos pelas respectivas estruturas originais (sem a exclusão das CPs).

O diagrama de caixas mostrado na Figura 30 apresenta um resumo dos resultados encontrados pelo classificador NN. As taxas de acerto foram determinadas em função do número de componentes principais para 2 métodos de extração de características (GT e PCA) e em função da janela de tempo anteposta à tomada de decisão do voluntário para o método da EC. No entanto, o diagrama foi construído a partir da média entre as taxas de acerto sem discriminar as taxas de compressão, sintetizando, dessa forma, o desempenho global das técnicas abordadas.

Figura 30 – Taxa de acerto obtida pelo classificador NN no experimento com xadrez.



Fonte: Autor.

A maior taxa de acerto foi obtida pelo PCA na categoria 1 (66,25%). Contudo, na mesma categoria, a média de GT foi superior (61,16%). Além disso, a ocorrência referente ao PCA foi verificada mantendo-se a compressão em uma taxa de apenas 1,06. Em comparação, a GT obteve 63,75% de acerto e compressão de 116,78.

A EC gerou resultados bem interessantes: apresentou desempenho de classificação próximo ao das demais técnicas a uma taxa de compressão de 666,67.

Verifica-se também que o classificador (Figura 30) apresentou um menor desvio padrão da taxa de acerto (proporcional ao tamanho da caixa) utilizando-se os dados referentes à categoria 4 (Possibilidade de xeque-mate em um lance), afinal é

composta por questões mais específicas as quais os jogadores amadores têm maior dificuldade para responder. Por outro lado, a categoria 1 pode ser facilmente solucionada por ambos os grupos, sem a necessidade de conexões neurais especializadas, o que torna a discriminação mais incerta.

5.3.2 Considerações complementares

Junior et al. (2017) expuseram em seu trabalho que o grupo menos proficiente demandou mais tempo para solucionar as questões da categoria 1 (reconhecimento de peças e posicionamento) e sua atenção visual foi dispersa. Os mapas desse grupo abrangeram padrões de ativação de regiões corticais irrelevantes para solução da tarefa e revelaram uma ativação neural em áreas semelhantes que, segundo o autor, está relacionada com o processamento da visão.

Seus resultados referentes à categoria 4 (possibilidade de xeque-mate em um lance) também se mostraram mais precisos na caracterização das diferenças dos padrões cognitivos entre os dois grupos. Também nesse caso, o grupo menos proficiente exibiu conjuntos de agentes relacionados com a visão e conjuntos que indicaram situações de conflito cognitivo, sustentando a ideia de que esse grupo teve dificuldade para solucionar as devidas tarefas.

5.4 ESTUDO DE CASO 2: MUSICALIDADE

O principal objetivo desse estudo foi classificar em músicos e não-músicos os membros de um grupo de 26 voluntários (17 homens e 9 mulheres) usando sinais de EEG. Aqueles que não tiveram nenhum treinamento musical formal e nunca aprenderam a tocar nenhum instrumento foram definidos como Não-Músicos; e os que possuíam no mínimo 2 anos de treinamento musical formal, como Músicos.

Todos os voluntários foram estimulados por uma peça musical instrumental: “Dança Húngara No.5”, de Johannes Brahms (201,4182 s de duração), apresentada pela Orquestra Sinfônica Húngara Budapeste e conduzida por Simon Schindler (2000) na Fürstensaal des Stadtschlosses. A peça foi tirada de uma gravação ao vivo, em som estéreo à uma taxa de amostragem de 44,1 kHz. O final da peça (correspondente aos aplausos) foi excluído do sinal usando-se o software livre de áudio: Audacity.

Um áudio irrelevante para a análise foi previamente reproduzido ao voluntário para que ele determinasse o volume que julgasse ideal, sendo também instruído a prestar o máximo de atenção na música que fosse apresentada na sequência, a partir da qual se deu o início do registro dos sinais de EEG. Foram utilizados fones de ouvido intra-auriculares para a reprodução dos sons.

Ao longo da música, foram determinados e selecionados segmentos de ocorrências de 3 características acústicas (Tabela 5), utilizando um janelamento de 50 ms com fator de sobreposição de 50%. A primeira foi o *Root Mean Square Energy* (RMS) que é uma medida de energia do sinal de áudio e está associada com a intensidade do som percebido (LERCH, 2012). A segunda foi o *Spectral Rolloff*, sendo a frequência abaixo da qual a magnitude acumulada da transformada de Fourier do sinal atinge uma determinada porcentagem sobre a soma das magnitudes (LARTILLOT, 2014). Por fim, o *Spectral Kurtosis*, que mede se a forma da distribuição do valor da magnitude espectral é ou não semelhante a uma distribuição Gaussiana, podendo indicar transientes no sinal de áudio (LERCH, 2012; LARTILLOT, 2014).

Em seguida, foram selecionados os *triggers* correspondentes a instantes que apresentem transições de alto-contraste na série temporal resultante da extração de cada característica. Poikonen et al. (2016) afirmam que mudanças abruptas nas características musicais extraem componentes sensoriais análogos aos observados em métodos tradicionais de estudo de ERP. Dessa forma, os *triggers* no áudio foram utilizados para demarcar pontos no sinal de EEG correlacionados a eventos na análise de ERP, conforme Poikonen et al. (2016).

Com isso, definiu-se os segmentos de interesse para a análise das respostas neurais: 100ms pré-estímulo e 300ms pós-estímulo referentes ao potencial demarcado por cada *trigger*. Por fim, calculou-se a média entre os segmentos do sinal de EEG correspondentes a todos os *triggers* de cada característica acústica, resultando em um sinal composto por 51 amostras para cada voluntário.

Na presente dissertação, apenas a kurtosis foi usada como parâmetro de classificação, sendo a característica que apresentou o melhor resultado nas análises feitas por Ribeiro (2018).

Diferentemente do Caso 1 (sobre xadrez), neste experimento não houve tarefas apresentando dificuldades distintas. Assim, tanto os mapas cerebrais quanto a classificação se referem à discriminação entre os grupos dos voluntários.

Tabela 5 – Características acústicas extraídas para determinação dos segmentos dos sinais de EEG para as análises.

Características	Média	PLFP(ms)	triggers
<i>Johannes Brahms:</i>			
RMS	0,0330	750	13
Rolloff	3192,6	400	11
Kurtosis	20,0857	500	7

Fonte: Ribeiro (2018).

Legenda: O RMS: *Root Mean Square Energy*; PLFP: *Preceding Low-Feature Phase* corresponde a um período de tempo em que os valores encontrados na série temporal de uma característica acústica não ultrapassam a um determinado limiar inferior.

As taxas de compressão e os respectivos números de componentes principais para cada método de RD são mostrados na Tabela 6.

Tabela 6 – Número de componentes principais e taxa de compressão (TC).

Multilinear			Linear	
L	R	TC	P1	TC
15	47	1,0119	25	1,0079
10	32	2,0981	12	2,0998
8	26	3,0918	8	3,1496
5	18	6,3559	4	6,2993
4	16	8,3396	3	8,3990
3	13	12,2991	2	12,5986
3	6	25,8102		

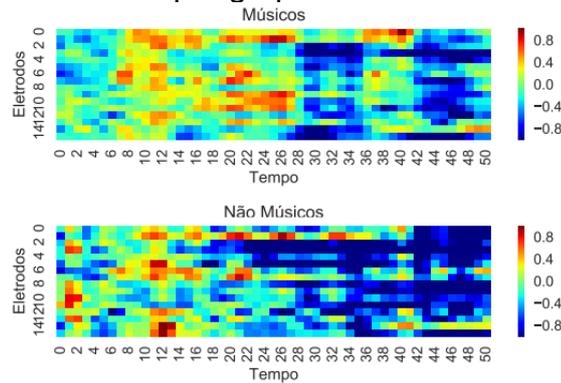
Fonte: Autor.

Legenda: L: vetor(es) singular(es) à esquerda; R: vetor(es) singular(es) à direita; P₁: CP do PCA.

5.4.1 Resultados

A Figura 31 representa o sinal elétrico médio dos voluntários músicos e não-músicos e, assim como no caso do jogo de xadrez, revela diferenças que sugerem a possibilidade de discriminá-los.

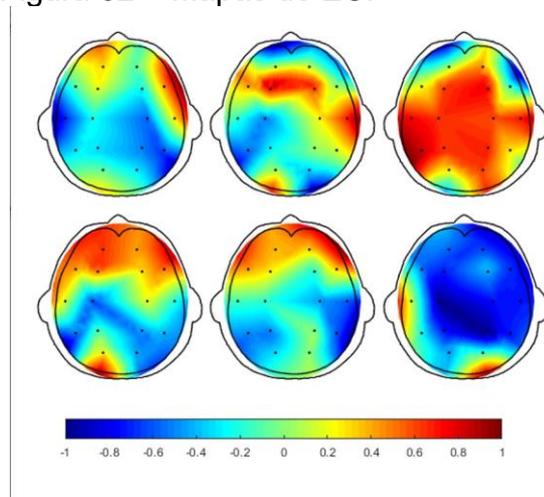
Figura 31 – Sinal elétrico cerebral médio por grupo de voluntários.



Fonte: Autor.

Na Figura 32, são apresentados os mapas obtidos pelo método da EC. Em comparação com os mapas cerebrais cognitivos do estudo sobre xadrez (Figura 25), estes mostram diferenças mais significativas. Torna-se evidente, portanto, que as diferenças entre as classes dos grupos de indivíduos (neste caso, músicos e não-músicos) foram mais perceptíveis do que as diferenças entre as classes das tarefas de xadrez (categoria 1 e categoria 4) – que, apesar de diferentes, são bastante similares e, portanto, mais difícil se torna sua classificação. Além disso, nota-se a ocorrência de padrões semelhantes aos padrões observados no estudo de caso sobre xadrez, sustentando, assim, a hipótese de que a maior variância enxergada pelas análises está relacionada com alguma característica própria do sinal de EEG.

Figura 32 – Mapas de EC.



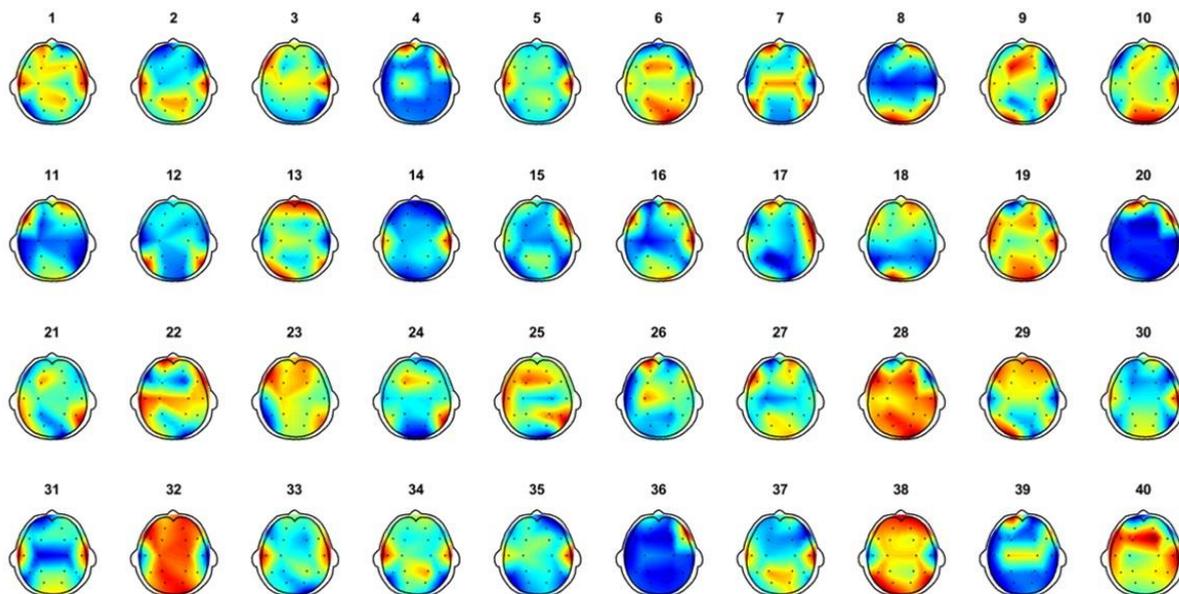
Fonte: Autor.

Legenda: Músicos na primeira linha; Não-músicos na segunda.

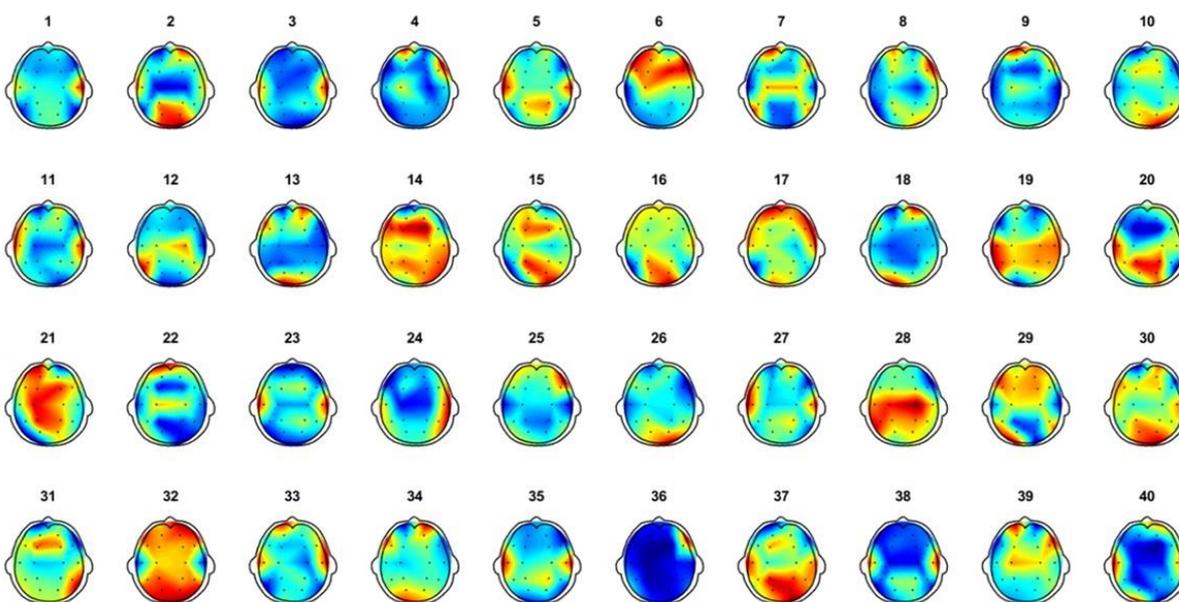
A Figura 33 apresenta o mapeamento para a primeira componente principal do PCA para cada grupo de pertinência dos voluntários.

Figura 33 – Mapeamento utilizando PCA.

Músicos



Não-músicos

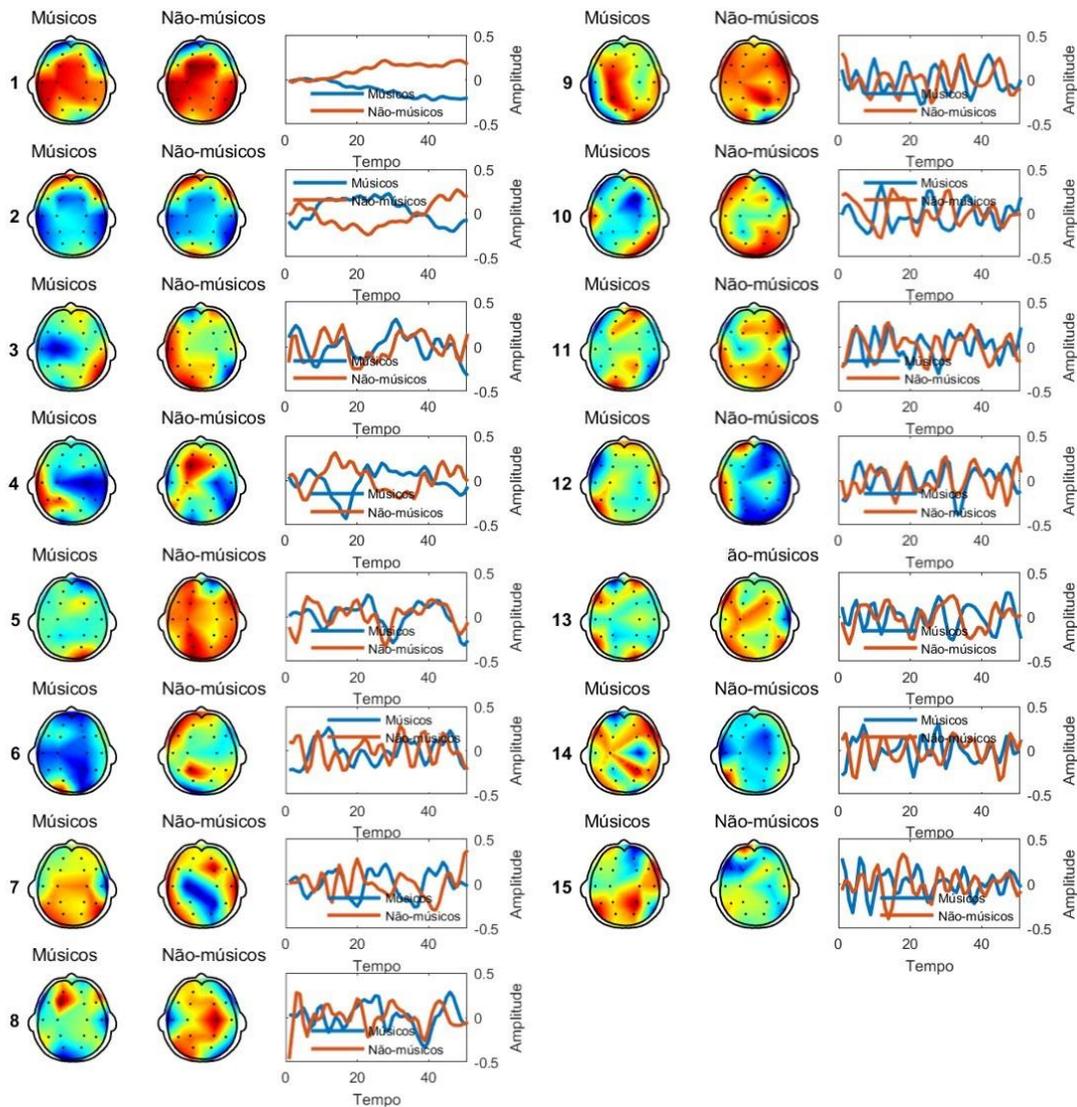


Fonte: Autor.

Legenda: Para cada grupo, todos os mapas representam apenas uma componente principal (a de maior autovalor); a numeração indica os instantes de tempo (referente às 40 primeiras amostras).

Os mapas multivariados podem ser observados na Figura 34, nos quais também se percebem padrões semelhantes, conforme o produto interno mostrado na Figura 35.

Figura 34 – Representações das 15 primeiras componentes principais de cada modo extraído de GT: espacial (MCC) e temporal.

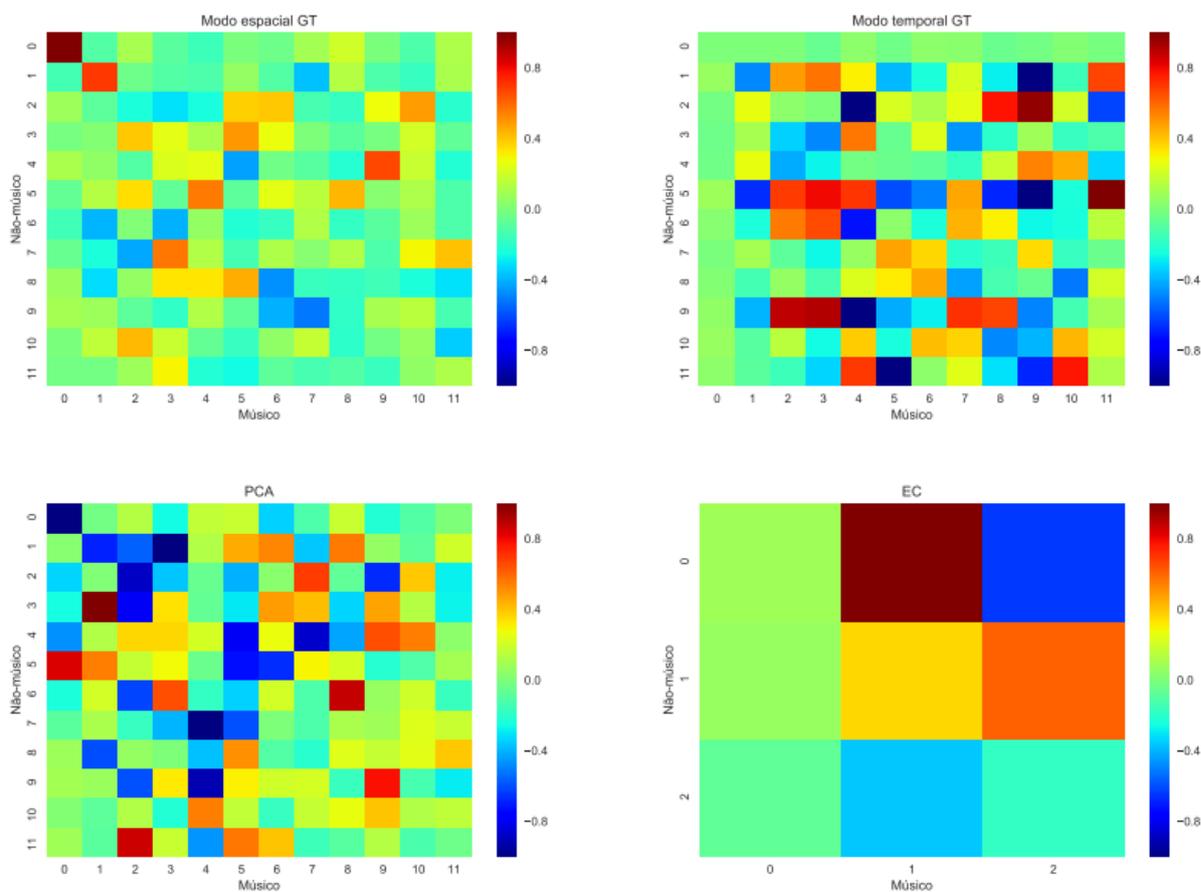


Fonte: Autor.

O diagrama de caixas da Figura 36 apresenta o resumo dos resultados encontrados pelo NN – variando o número de componentes principais nos três métodos, pois diferentemente do experimento sobre xadrez, neste caso não houve tomada de decisão. Portanto, o procedimento adotado para análise da EC não partiu dos 2 segundos que a antecederiam (caso ela existisse) e sim dos potenciais evocados pelos *triggers* (análogos ao ERP).

A maior e a menor taxa de acerto foram obtidas pela EC, 61,67% e 31,67%, respectivamente. No entanto, a média de GT foi superior, 44,67%. O PCA apresentou menor variação de desempenho (bloco mais compactado, Figura 38), mas também, a menor média (40,67%).

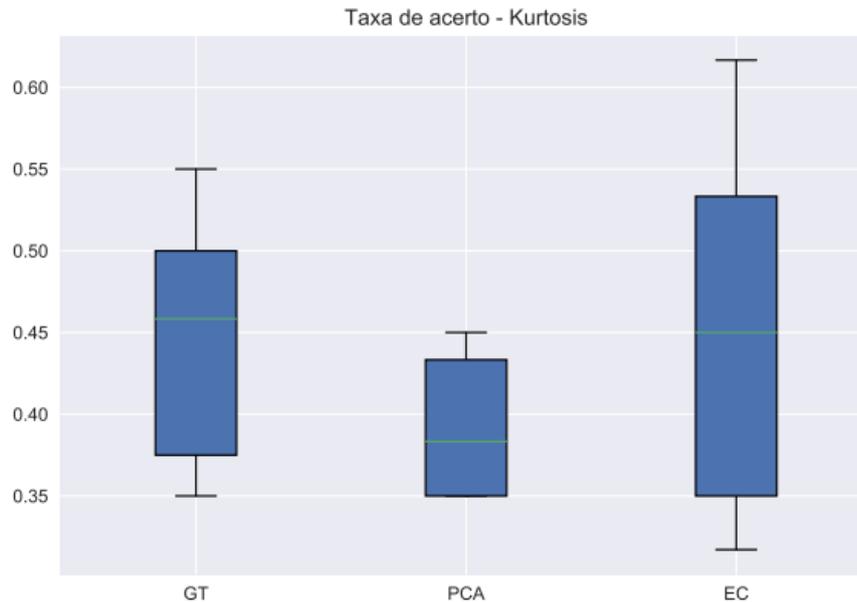
Figura 35 – Produto interno entre os grupos de pertinência dos voluntários.



Fonte: Autor.

Legenda: Produto interno entre as matrizes contendo as 15 componentes principais obtidas em cada categoria abordada no experimento.

Figura 36 – Taxa de acerto obtida pelo classificador NN no experimento com música.



Fonte: Autor.

5.4.2 Considerações complementares

Em seu trabalho, Ribeiro (2018) afirma que, por motivos de preferência musical de alguns participantes discordante com o estilo da música apresentada, a atividade pode ter se tornado tediosa. Ademais, somando-se o estado físico e mental do voluntário, o mesmo pode ter sido induzido a um estado de relaxamento, levando ao aparecimento de artefatos comuns, independentes de seu grupo de pertinência, podendo ter ofuscado, por consequência, a análise desses dados.

Além disso, os triggers evidenciados no decorrer da música podem ou não ser considerados estímulos iguais, ainda que correspondam às mesmas características. Portanto, se, no experimento, houver um artefato em qualquer trigger marcado, o sinal correlato se perderá no processo, revelando a necessidade de um maior número de triggers na análise.

5.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo Cong et al. (2015), as características extraídas de dados de EEG usando a decomposição de tensores podem incluir componentes desinteressantes para análises, mesmo quando artefatos importantes são removidos em uma fase de

pré-processamento. De fato, esse efeito pôde ser verificado na Figura 29. Essa questão implica adotar estratégias para a seleção das componentes principais que carreguem informações pertinentes às intenções de estudo. Como visto, uma abordagem puramente estatística (como o ranqueamento dos autovalores) nem sempre traz uma solução satisfatória. Nesse caso, conhecimentos especialistas (advindos da experiência de um profissional de algum domínio específico) poderiam condicionar as informações de tal modo que as análises fossem mais assertivas.

A demanda de condicionamento de informações pode ser atendida por um modelo de classificação baseada em regras (Figura 37), que se divide em três partes (CAZES, FEITOSA E REGO, 2007). A primeira é o sistema de inferência: aquele que determina a verdade de uma proposição em decorrência de outras proposições correlatas já reconhecidas como verdadeiras. A segunda, a base de regras, que é definida pelo especialista e tem a finalidade de expressar de modo fiel e objetivo o raciocínio humano atribuído ao procedimento de classificação prévia (fase 1). A terceira parte, são os dados propriamente ditos.

Figura 37 – Modelo de classificação baseada em regras.



Fonte: Adaptado de Cazes, Feitosa e Rego (2007).

Legenda: Os atributos do objeto podem ser utilizados para compor a base de regras.

O procedimento descrito na Figura 37 pode ser adaptado e se tornar uma alternativa viável para a elaboração de mapas cerebrais que apresentem informações mais concludentes.

Outro aspecto importante visto nesta dissertação é o fato de que a mesma taxa de compressão de um tensor pode ser obtida por meio de inúmeras combinações entre modos – tão maiores quanto maior a ordem do tensor. Nesse caso, é possível

que um ou mais modo carreguem informações mais pertinentes ao objetivo visado do que as demais. Esse fenômeno estabelece a necessidade de adotar-se uma estratégia que busque a combinação ideal e, conseqüentemente, implica analisar os dados de maneira exploratória nas múltiplas dimensões que compõem o tensor. Analogamente, em se tratando do PCA, busca-se a(s) componente(s) mais relevante(s), também de modo exploratório, mas em base linear. Quanto ao método da EC (sumarizado), por outro lado, tem-se a manifestação de um conhecimento especialista, que conduz a forma como os sinais de EEG devem ser analisados – explicando, hipoteticamente, as taxas de acerto obtidas com dados altamente comprimidos.

6 CONCLUSÃO

Diversas pesquisas baseadas em pressupostos científicos de reconhecimento e análise de padrões mostram a importância de se conhecer os processos cognitivos envolvidos no funcionamento do cérebro e na aprendizagem. São inúmeras as possibilidades de busca por esse conhecimento, algumas das quais foram discutidas nesta dissertação.

Os estudos apresentados utilizaram dados experimentais de atividades envolvendo xadrez e música. Além disso, foram usadas técnicas computacionais de processamento de sinais – algumas delas especificamente para sinais eletroencefalográficos. A partir delas, foram gerados mapas cognitivos que mostraram a organização cortical correlacionada com a solução de tarefas apresentadas, bem como gráficos que apontam o desempenho de um classificador NN em função dos modelos de representação dos sinais de EEG.

De modo geral, os mapas cognitivos mostraram diferenças expressivas entre os padrões de ativação cerebral das classes observadas em cada estudo de caso. As três vertentes apresentadas (linear sumarizada, linear dinâmica e multilinear) se complementam no que tange os estudos sobre a cognição humana. Cada qual apresentando uma configuração única, variando desde aquela formulada por um conhecimento especialista (sumarizada) até aquelas que se enquadram no perfil de análise exploratória (dinâmica e multilinear). Neste segundo caso, demanda-se a busca de informações na estrutura de dados, a descoberta de variáveis importantes, a detecção de comportamentos e padrões do fenômeno e a verificação de validade das hipóteses assumidas. De qualquer modo, a Engenharia e a Neurociência são partes nessa busca.

A exposição conjunta dos mapas produzidos por cada vertente proporciona a oportunidade de discutir-se diversas hipóteses previamente assumidas para ou pelo estudo. Nesta dissertação, por exemplo, percebeu-se o surgimento de padrões semelhantes em experimentos distintos – evidentes nos mapas multilineares, mas não tão perceptíveis usando-se o método da EC ou do PCA. Tem-se, assim, a promoção de três alternativas relevantes para o mapeamento cerebral cognitivo, a partir das quais um especialista poderá extrair conhecimento.

Por sua vez, e embora não sejam satisfatórios para o critério de precisão e acerto, os resultados de desempenho do classificador (NN) demonstraram superioridade utilizando-se a representação dos dados de forma tensorial.

Em verdade, os resultados obtidos pelo classificador não trouxeram a mesma expressividade das informações analisadas como daquelas apresentadas pelos mapas cerebrais. A esse fato pode ser atribuída a justificativa de o processo não ter sido supervisionado, isto é, não houve especificação de quaisquer parâmetros que o algoritmo pudesse usar para determinar padrões que são inerentes aos dados. A classificação supervisionada requer que o analista tenha um conhecimento prévio das classes que compõem o objeto de estudo. Em tal abordagem, treina-se o algoritmo para distinguir as classes uma das outras por meio de regras estatísticas previamente estabelecidas (VENTURIERI, 2007). Dessa forma, geralmente se obtém melhores resultados do que em processos não supervisionados, como explorados aqui.

As limitações e os resultados dos procedimentos adotados nesta dissertação abrem algumas perspectivas que podem ser consideradas para trabalhos futuros:

1. Dois dos métodos de extração de características abordados possibilitaram a geração de uma quantidade extensa de mapas cerebrais, que, mesmo excluindo-se as informações redundantes observadas, dificultaram delinear uma conclusão. Conviria, então, adotar o modelo de classificação baseada em regras adaptando-o para que seja possível determinar quais são os mapas mais compatíveis com o uso pretendido, neste caso, quais os mapas que de fato apresentam os circuitos neurais que discriminam as classes analisadas;
2. Os resultados de taxa de acerto obtidos foram relativamente baixos. Além disso, nos experimentos realizados, um método de extração de característica superou outro em um único processo de classificação; e dificultou, portanto, a generalização das conclusões. Seria interessante avaliar o desempenho do classificador com relação a bancos dados de EEG maiores e de preferência em literatura com acesso livre;
3. Também seria aceitável definir um conjunto de treinamento, utilizando-se conhecimentos especialistas, que permitam representar apropriadamente as singularidades de cada classe. Com isso, propõe-se a realização de um estudo para determinar quais e quantos autovetores de características

deveriam ser colecionados para compor o conjunto de treinamento. Essa busca teria como intuito a maximização do desempenho do classificador;

4. Uma abordagem tensorial tem sua aplicação justificada pela demanda de se representar e/ou processar dados de dimensionalidade elevada. Dessarte, no contexto de classificação, valeria a pena comparar os modelos e métodos apresentados em função da quantidade de eletrodos do EEG. Ter-se-ia dois cenários: no primeiro, as análises seriam conduzidas considerando os sinais de todos os eletrodos utilizados para o registro; no segundo, apenas aqueles que um especialista julgasse ideal de acordo com o experimento;
5. Uma particularidade interessante do mapeamento produzido com base no PCA é a possibilidade de representá-lo em forma de vídeo, apresentando-se os mapas de maneira sequencial. Seria considerável implementá-lo, e criar funções de interpolação entre *frames*, suavizando as transições entre eles.

REFERÊNCIAS

- ACAR, Evrim et al. Multiway analysis of epilepsy tensors. **Bioinformatics**, Oxford University Press, v. 23, n. 13, p. i10–i18, 2007a.
- ACAR, Evrim et al. Seizure recognition on epilepsy feature tensor. In: IEEE. ENGINEERING in Medicine and Biology Society, 2007. EMBS 2007. 29th Annual International Conference of the IEEE. [S.l.: s.n.], 2007b. p. 4273–4276.
- ALTENMÜLLER, Eckart O; MÜNTE, Thomas F; GERLOFF, Christian. 31. Neurocognitive Functions and the EEG. **Electroencephalog-241 raphy Basic Principles, Clinical Applications, and Related Fields**. Ed. by Ernst Niedermeyer and, v. 242, 2005.
- ANDREWS, Harry C. **Introduction to mathematical techniques in pattern recognition**. [S.l.]: Wiley-Interscience New York, 1972. v. 152.
- ARGOUD, Fernanda Isabel Marques et al. Contribuição à automatização da detecção e análise de eventos epileptiformes em eletroencefalograma. Florianópolis, SC, 2001.
- BARLOW, John S; BRAZIER, Mary AB. A note on a correlator for electroencephalographic work. **Electroencephalography and clinical neurophysiology**, Elsevier, v. 6, p. 321–325, 1954.
- BASGALUPP, Márcio Porto. **LEGAL-Tree: Um algoritmo genético multi-objetivo lexicográfico para indução de árvores de decisão**. 2010. Tese (Doutorado) – Tese de Doutorado, ICMC-USP, São Carlos.
- BECKER, H. et al. EEG extended source localization: Tensor-based vs. conventional methods. **NeuroImage**, Elsevier BV, v. 96, p. 143–157, ago. 2014.
- BERGER, Hans. Über das elektrenkephalogramm des menschen. **Archiv für psychiatrie und nervenkrankheiten**, Springer, v. 87, n. 1, p. 527–570, 1929.
- BISHOP, Christopher M. Pattern recognition and machine learning (information science and statistics) springer-verlag new york. Inc. **Secaucus, NJ, USA**, 2006.
- BORGES, HELYANE BRONOSKI; NIEVOLA, JC. **Redução de Dimensionalidade em Bases de Dados de Expressão Gênica**. 2006. Tese (Doutorado) – Dissertação de Mestrado, PPGIa-PUCPR.
- BRAZIER, Mary AB; BARLOW, JS. Some applications of correlation analysis to clinical problems in electroencephalography. **Clinical Neurophysiology**, Elsevier, v. 8, n. 2, p. 325–331, 1956.
- CARROLL, J Douglas; CHANG, Jih-Jie. Analysis of individual differences in multidimensional scaling via an N-way generalization of “Eckart-Young” decomposition. **Psychometrika**, Springer, v. 35, n. 3, p. 283–319, 1970.

- CATTELL, Raymond B. "Parallel proportional profiles" and other principles for determining the choice of factors by rotation. **Psychometrika**, Springer, v. 9, n. 4, p. 267–283, 1944.
- CAZES, Thiago Broerman; FEITOSA, Raul Queiroz; REGO, Luiz Felipe Guanaes. Incorporação de conhecimento do especialista através de regras para a classificação de imagens de sensores remotos de alta resolução. **XIII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Florianópolis**, 2007.
- CESAR, FH; ROCHA, FT; THOMAZ, CE. CHESSLAB: Um arcabouço computacional para aquisição e processamento de sinais de rastreamento ocular em jogadas de xadrez. **28th SIBGRAPI Conference on Graphics, Patterns and Images**, 4pp, 2015.
- CICHOCKI, A. et al. Noninvasive BCIs: Multiway Signal-Processing Array Decompositions. **Computer**, Institute of Electrical e Electronics Engineers (IEEE), v. 41, n. 10, p. 34–42, out. 2008.
- CICHOCKI, Andrzej et al. Tensor networks for dimensionality reduction and large-scale optimization: Part 1 low-rank tensor decompositions. **Foundations and Trends® in Machine Learning**, Now Publishers, Inc., v. 9, n. 4-5, p. 249–429, 2016.
- COHN, Robert. A cycloscopic study of the human electroencephalogram. **The Journal of general physiology**, The Rockefeller University Press, v. 25, n. 4, p. 517, 1942.
- _____. A simple method for cerebral topography. **Electroencephalography and Clinical Neurophysiology**, Elsevier, v. 2, n. 1-4, p. 97–98, 1950.
- CONG, Fengyu et al. Benefits of multi-domain feature of mismatch negativity extracted by non-negative tensor factorization from EEG collected by low-density array. **International journal of neural systems**, World Scientific, v. 22, n. 06, p. 1250025, 2012a.
- CONG, Fengyu et al. Fast and effective model order selection method to determine the number of sources in a linear transformation model. In: IEEE. SIGNAL Processing Conference (EUSIPCO), 2012 Proceedings of the 20th European. [S.l.: s.n.], 2012b. p. 1870–1874.
- CONG, Fengyu et al. Tensor decomposition of EEG signals: a brief review. **Journal of neuroscience methods**, Elsevier, v. 248, p. 59–69, 2015.
- DIEN, Joseph. Applying Principal Components Analysis to Event-Related Potentials: A Tutorial. **Developmental Neuropsychology**, Informa UK Limited, v. 37, n. 6, p. 497–517, ago. 2012.
- DINTEREN, R. v., ARNS, M., LONGSMA, M. L., & KESSELS, R. P. (2014). P300 Development across th Lifespan: A Systematic Review and Meta-Analysis. **PLOS ONE**, 9, 1 - 13.
- DUDA, Richard O; HART, Peter E. Pattern classification and scene analysis. **A Wiley-Interscience Publication, New York: Wiley, 1973**, 1973.

DUFFY, Frank H. Topographic display of evoked potentials: clinical applications of brain electrical activity mapping (BEAM). **Annals of the New York Academy of Sciences**, Wiley Online Library, v. 388, n. 1, p. 183–196, 1982.

DUFFY, Frank H; BURCHFIEL, James L; LOMBROSO, Cesare T. Brain electrical activity mapping (BEAM): a method for extending the clinical utility of EEG and evoked potential data. **Annals of neurology**, Wiley Online Library, v. 5, n. 4, p. 309–321, 1979.

DUFFY, Frank H et al. Dyslexia: Regional differences in brain electrical activity by topographic mapping. **Annals of Neurology**, Wiley Online Library, v. 7, n. 5, p. 412–420, 1980.

DUNCAN, C. C., BARRY, R. J., CONNOLLY, J. F., FISCHER, C., MICHIE, P. T., NAATANEN, R., PETTEN, C. V. Event-related potentials in clinical research: Guidelines for eliciting, recording, and quantifying mismatch negativity, P300, and N400. **Clinical Neurophysiology**, 120, 1883 – 1908, 2009.

ESTRIN, Thelma; UZGALIS, Robert. Computerized display of spatio-temporal EEG patterns. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, IEEE, n. 3, p. 192–196, 1969.

FONTES, Sissy Veloso; FUKUJIMA, Marcia Maiumi; CARDEAL, José Osmar. Fisioterapia neurofuncional: fundamentos para a prática. **São Paulo: Atheneu**, p. 360, 2007.

GASSER, Th. General characteristics of the EEG as a signal. **EEG informatics**, p. 37–52, 1977.

GAZZANIGA, Michael S; IVRY, RB; MANGUN, GR. **Cognitive Neuroscience, New York: W. W.** [S.l.]: Norton & Company, 2002.

GOLDMAN, Stanford et al. Electronic mapping of the activity of the heart and the brain. **Science**, JSTOR, v. 108, n. 2817, p. 720–723, 1948.

GOLDSHMIDT, Ronaldo; PASSOS, Emmanuel. Data mining: um guia prático, conceitos, técnicas, ferramentas, orientações e aplicações. **Rio de Janeiro: Campus**, v. 1, 2005.

HAIR, Joseph F et al. **Multivariate data analysis**. [S.l.]: Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998. v. 5.

HARNER, R N. Topographic analysis of multichannel EEG data. In: STATISTICS and topography in quantitative EEG - Proceedings of the international workshop on statistics and topographic problems in quantitative EEG. [S.l.: s.n.], 1988. p. 49–61.

HERRERAS, Esperanza Bausela. Cognitive neuroscience; The biology of the mind. **Cuadernos de Neuropsicología/Panamerican Journal of Neuropsychology**, Centro de Estudios Académicos en Neuropsicología, v. 4, n. 1, p. 87–90, 2010.

HITCHCOCK, Frank L. The expression of a tensor or a polyadic as a sum of products. **Journal of Mathematics and Physics**, Wiley Online Library, v. 6, n. 1-4, p. 164–189, 1927.

HJORTH, Bo. An on-line transformation of EEG scalp potentials into orthogonal source derivations. **Electroencephalography and clinical neurophysiology**, Elsevier, v. 39, n. 5, p. 526–530, 1975.

———. Principles for transformation of scalp EEG from potential field into source distribution. **Journal of clinical neurophysiology: official publication of the American Electroencephalographic Society**, v. 8, n. 4, p. 391–396, 1991.

INFANTOSI, AFC et al. Avaliação do desempenho de técnicas de interpolação no mapeamento cerebral utilizando simulação. **RBE Caderno de Engenharia Biomédica**, v. 14, n. 2, p. 71–96, 1998.

JASPER, Herbert H. The ten twenty electrode system of the international federation. **Electroencephalography and Clinical Neurophysiology**, v. 10, p. 371–375, 1958.

JUNIOR, João Ribeiro Carrilho. Desenvolvimento de uma Metodologia para Mineração de Textos. **Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifca Universidade Católica do Rio de Janeiro**, 2007.

JUNIOR, Laercio R Silva et al. EEG and Eye Movement Maps of Chess Players. In: ICPRAM. [S.l.: s.n.], 2017. p. 434–441.

KANDEL, Eric et al. **Princípios de Neurociências-5**. [S.l.]: AMGH Editora, 2014.

KOLDA, Tamara G; BADER, Brett W. Tensor decompositions and applications. **SIAM review**, SIAM, v. 51, n. 3, p. 455–500, 2009.

LARTILLOT, Oliver. MIRtoolbox 1.6.1 users manual. Aalborg: Department of architecture, design e media technology, 2014.

LEHMANN, D. Multichannel topography of human alpha EEG fields. **Electroencephalography and clinical neurophysiology**, Elsevier, v. 31, n. 5, p. 439–449, 1971.

LERCH, Alexander. **An introduction to audio content analysis: applications in signal processing and music informatics**. 1st ed. New Jersey: IEEE, 2012.

LILLY, JC. A 25 channel potential field recorder. In: SECOND Annual Joint EREAIEE Conference on Electronic Instrumentation in Nucleonics and Medicine, New York. [S.l.: s.n.], 1949.

LOMBROSO CT, Duffy FH. Brain electrical activity mapping as an adjunct to CT scanning. In: **ADVANCES in Epileptology**. Proceedings of XIth Epilepsy International Symposium. [S.l.: s.n.], 1980. p. 83–8.

———. Brain electrical activity mapping in the epilepsies. In: **ADVANCES in Epileptology**. Proceedings of XIIIth Epilepsy International Symposium. [S.l.: s.n.], 1982. p. 173–9.

LOPES DA SILVA, FH. A critical review of clinical applications of topographic mapping of brain potentials. **Journal of clinical neurophysiology: official publication of the American Electroencephalographic Society**, v. 7, n. 4, p. 535–551, 1990.

MAGALHÃES JUNIOR, R G et al. Construção de Mapas Topográficos Cerebrais por Tesselação de Voronoi. In: UFABC. VII Simposio de Processamento de Sinais, SIIMSPS 2017. São Bernardo do Campo: [s.n.], 2017. 4pp.

MALMIVUO, Plonsey; MALMIVUO, Jaakko; PLONSEY, Robert. **Bioelectromagnetism: principles and applications of bioelectric and biomagnetic fields**. [S.l.]: Oxford University Press, USA, 1995.

MARTINS, Tânia Daniela Ferreira et al. Potenciais evocados relacionados a eventos (ERP-P300) na avaliação do benefício do implante coclear em hipoacúsias neurosensoriais unilaterais. 2017. Dissertação de Mestrado.

MCPHERSON, D. L., BALLACHANDA, B. B., & KAF, W. Middle and Long Latency Auditory Evoked Potentials. **Audiology Diagnosis**. New York: Thieme, pp. 443 – 477, 2007.

MURRAY, Micah M; BRUNET, Denis; MICHEL, Christoph M. Topographic ERP analyses: a step-by-step tutorial review. **Brain topography**, Springer, v. 20, n. 4, p. 249–264, 2008.

NETO, RAUL LIBERATO DE LACERDA. **Receptores MIMO Baseados em Algoritmo de Decomposição PARAFAC**. 2005. Tese (Doutorado) – UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ.

NIEDERMEYER, Ernst; SILVA, FH Lopes da. **Electroencephalography: basic principles, clinical applications, and related fields**. [S.l.]: Lippincott Williams & Wilkins, 2005.

NUMER, Marc R. Frequency analysis and topographic mapping of EEG and evoked potentials in epilepsy. **Electroencephalography and clinical neurophysiology**, Elsevier, v. 69, n. 2, p. 118–126, 1988.

NUWER, Marc R. A comparison of the analyses of EEG and evoked potentials using colored bars in place of colored heads. **Electroencephalography and clinical neurophysiology**, Elsevier, v. 61, n. 4, p. 310–313, 1985.

_____. The development of EEG brain mapping. **Journal of clinical neurophysiology: official publication of the American Electroencephalographic Society**, v. 7, n. 4, p. 459–471, 1990.

ONTON, Julie; MAKEIG, Scott. Information-based modeling of event-related brain dynamics. In: PROGRESS in Brain Research. [S.l.]: Elsevier, 2006. p. 99–120.

PARADISO, Michael A; BEAR, Mark F; CONNORS, Barry W. Neuroscience: exploring the brain. **Hagerstwon, MD: Lippincott Williams & Wilkins**, v. 718, 2007.

PASCUAL-MARQUI, RD et al. Functional imaging with low resolution brain electromagnetic tomography (LORETA): review, new comparisons, and new validation. **Japanese Journal of Clinical Neurophysiology**, v. 30, p. 81–94, 2002.

PASCUAL-MARQUI, Roberto D; MICHEL, Christoph M; LEHMANN, Dietrich. Low resolution electromagnetic tomography: a new method for localizing electrical activity in the brain. **International Journal of psychophysiology**, Elsevier, v. 18, n. 1, p. 49–65, 1994.

PASCUAL-MARQUI, Roberto D et al. Low resolution brain electromagnetic tomography (LORETA) functional imaging in acute, neuroleptic-naive, first-episode, productive schizophrenia. **Psychiatry Research: Neuroimaging**, Elsevier, v. 90, n. 3, p. 169–179, 1999.

PAVLIDIS, Theodosios. Shape Description by Region Analysis. In: **STRUCTURAL Pattern Recognition**. [S.l.]: Springer, 1977. p. 216–257.

PERRIN, F et al. Mapping of scalp potentials by surface spline interpolation. **Electroencephalography and clinical neurophysiology**, Elsevier, v. 66, n. 1, p. 75–81, 1987.

PFURTSCHELLER, Gert; DA SILVA, Fernando Lopes. EEG-Event-Related Desynchronization (ERD) and Event-Related Synchronization. In: **ELECTROENCEPHALOGRAPHY-BASIC Principles, Clinical Applications and Related Fields**. [S.l.]: Kluwer/Lippincott Williams & Wilkins, 2011.

PHILLIPS, Christophe; RUGG, Michael D; FRISTON, Karl J. Anatomically informed basis functions for EEG source localization: combining functional and anatomical constraints. **NeuroImage**, Academic Press Inc Elsevier Science, v. 16, n. 3, p. 678–695, 2002a.

———. Systematic regularization of linear inverse solutions of the EEG source localization problem. **NeuroImage**, Elsevier Science, v. 17, n. 1, p. 287–301, 2002b.

POIKONEN, H. et al. Event-related brain responses while listening to entire pieces of music. **Neuroscience**, v. 312, p. 58–73, 2016.

QUIROGA, Rodrigo Quian. Evoked potentials. **Encyclopedia of Medical Devices and Instrumentation**, Wiley Online Library, 2006.

RÉMOND, A. Orientations et tendances des méthodes topographiques dans l'étude de l'activité électrique du cerveau. **Rev. neurol**, v. 93, n. 2, p. 399–432, 1955.

RIBEIRO, E. Um estudo sobre predição de musicalidade por meio da análise de sinais de EEG/Estela Ribeiro; orientação: Prof. Dr. Carlos Eduardo Thomaz., 2018.

ROCHA, Armando Freitas da et al. **A Practical Guide to Brain Data Analysis**. [S.l.]: World Scientific, 2017.

ROCHA, Fabio Theoto et al. EEG acquisition and processing for cognitive brain mapping during chess problem solving. **IEEE Latin America Transactions**, IEEE, v. 14, n. 3, p. 1129–1134, 2016.

ROCHA, Fábio T et al. Brain mappings of the arithmetic processing in children and adults. **Cognitive Brain Research**, Elsevier, v. 22, n. 3, p. 359–372, 2005.

SCHERG, M. From EEG source localization to source imaging. **Acta Neurologica Scandinavica**, Wiley Online Library, v. 89, S152, p. 29–30, 1994.

SIEBERT, William M. The description of random processes. **40p**, 1959.

SOONG, Anthony CK et al. Systematic comparisons of interpolation techniques in topographic brain mapping. **Electroencephalography and clinical Neurophysiology**, Elsevier, v. 87, n. 4, p. 185–195, 1993.

SOUFFLET, L_ et al. A statistical evaluation of the main interpolation methods applied to 3-dimensional EEG mapping. **Electroencephalography and clinical Neurophysiology**, Elsevier, v. 79, n. 5, p. 393–402, 1991.

SUR, Shravani; SINHA, V. K. Event-related potential: an overview. **Industrial Psychiatry**, v. 18, n. 1, 2009.

SWETS, Daniel L; WENG, John Juyang. Using discriminant eigenfeatures for image retrieval. **IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence**, IEEE, v. 18, n. 8, p. 831–836, 1996.

TOGA, Arthur W; MAZZIOTTA, John C. **Brain mapping: the methods**. [S.l.]: Academic press, 2002.

TUCKER, Ledyard R. Some mathematical notes on three-mode factor analysis. **Psychometrika**, Springer, v. 31, n. 3, p. 279–311, 1966.

USAKLI, Ali Bulent. Improvement of eeg signal acquisition: An electrical aspect for state of the art of front end. **Computational intelligence and neuroscience**, Hindawi Publishing Corp., v. 2010, p. 12, 2010.

VANNIEUWENHOVEN, Nick; VANDEBRIL, Raf; MEERBERGEN, Karl. A new truncation strategy for the higher-order singular value decomposition. **SIAM Journal on Scientific Computing**, SIAM, v. 34, n. 2, a1027–a1052, 2012.

VARELLA, Carlos Alberto Alves. Análise de componentes principais. **Seropédica: Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro**, 2008.

VENTURIEIRI, A. Introdução às técnicas de Sensoriamento Remoto. Belém: **UFPA**, 2007.

VIGARIO, R.; OJA, E. BSS and ICA in Neuroinformatics: From Current Practices to Open Challenges. **IEEE Reviews in Biomedical Engineering**, Institute of Electrical e Electronics Engineers (IEEE), v. 1, p. 50–61, 2008.

WALTER, W Grey. The location of cerebral tumours by electroencephalography. **The Lancet**, Elsevier, v. 228, n. 5893, p. 305–308, 1936.

WALTER, W Grey; SHIPTON, HW. A new toposcopic display system. **Clinical Neurophysiology**, Elsevier, v. 3, n. 3, p. 281–292, 1951.

WU, Qiang; ZHANG, Liqing; CICHOCKI, A. Multifactor sparse feature extraction using convolutive nonnegative tucker decomposition. **Neurocomputing**, Elsevier, v. 129, p. 17–24, 2014.

YAO, Dezhong; HE, Bin. A self-coherence enhancement algorithm and its application to enhancing three-dimensional source estimation from EEGs. **Annals of biomedical Engineering**, Springer, v. 29, n. 11, p. 1019–1027, 2001.

YE, Jieping. Generalized low rank approximations of matrices. **Machine Learning**, Springer, v. 61, n. 1-3, p. 167–191, 2005.