

CENTRO UNIVERSITÁRIO FEI

MARCOS BIANCHI

**DESBALANCEAMENTO DE RESISTÊNCIA MECÂNICA EM  
MATERIAIS POLIMÉRICOS: caracterização experimental e aplicação  
exploratória para projeto.**

São Bernardo do Campo

2011

MARCOS BIANCHI

**DESBALANCEAMENTO DE RESISTÊNCIA MECÂNICA EM  
MATERIAIS POLIMÉRICOS: caracterização experimental e aplicação  
exploratória para projeto.**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Centro  
Universitário da FEI, como parte dos requisitos  
necessários à obtenção do Título de Mestre em  
Engenharia Mecânica, orientada pelo Prof. Dr.  
Gustavo Henrique Bolognesi Donato.

São Bernardo do Campo

2011

Bianchi, Marcos

Desbalanceamento de resistência em materiais poliméricos: caracterização experimental e aplicação exploratória para projeto / Marcos Bianchi. São Bernardo do Campo, 2011.

173f.: II

Dissertação de Mestrado – Centro Universitário da FEI.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Henrique Bolognesi Donato.

1. Polímeros Desbalanceados. 2. Critérios de escoamento. 3. Projeto Mecânico. I. Donato, Gustavo Henrique Bolognesi, orient. II Título.

CDU 678.7



Centro Universitário da FEI

# APRESENTAÇÃO DE DISSERTAÇÃO ATA DA BANCA JULGADORA

PGE- 10

## Programa de Mestrado de Engenharia Mecânica

Aluno: Marcos Bianchi

Matrícula: 208117-2

Título do Trabalho: DESBALANCEAMENTO DE RESISTÊNCIA MECÂNICA EM MATERIAIS POLIMÉRICOS: CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL E APLICAÇÃO EXPLORATÓRIA PARA PROJETO.

Área de Concentração: Sistemas da Mobilidade

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Henrique Bolognesi Donato

Data da realização da defesa: 24 / fevereiro / 2011

A Banca Julgadora abaixo-assinada atribuiu ao aluno o seguinte:

APROVADO

REPROVADO

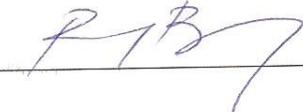
São Bernardo do Campo, 24 / 02 / 11.

### MEMBROS DA BANCA JULGADORA

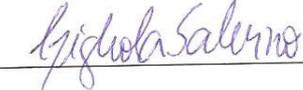
Prof. Dr. Gustavo Henrique Bolognesi Donato

Ass.: 

Prof. Dr. Roberto Bortolussi

Ass.: 

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Gigliola Salerno

Ass.: 

### VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO

ENDOSSO DO ORIENTADOR APÓS A INCLUSÃO DAS  
RECOMENDAÇÕES DA BANCA EXAMINADORA



Aprovação do Coordenador do Programa de Pós-graduação

  
Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

## **AGRADECIMENTOS**

A DEUS por sempre ter me proporcionado saúde e disposição.

A Viviane, minha esposa, pelo apoio, compreensão e incentivo em todo o decorrer deste curso.

À minha família, pela compreensão durante todas as dificuldades surgidas nessa jornada de mais de 2 anos, pelo amor e pelo carinho.

Ao Prof. Dr. Gustavo Donato pela orientação e valiosas contribuições dadas a este trabalho.

À General Motors do Brasil, pela oportunidade em realizar este trabalho. Aos meus companheiros de trabalho, Filippo Santolia, Adriano Maquiavelli e Ronnie Shibata, pelo suporte, direto ou indireto, e pela amizade

À FEI e seus funcionários, que sempre se mostraram bem dispostos a colaborar com nosso desenvolvimento acadêmico.

A todas as pessoas que me apoiaram durante a realização deste trabalho.

A todos vocês, meus mais sinceros agradecimentos e o desejo que colham todos os louros que têm sido plantados na vida de cada um de vocês.

## RESUMO

Os critérios de escoamento convencionais para materiais dúcteis, como de Tresca e von Mises, adotam que os materiais apresentam mesmas propriedades mecânicas em tração e compressão (então chamados balanceados) e, conseqüentemente, que o fenômeno de escoamento independe do nível de tensão hidrostática (ou pressão) atuante. Na prática este tratamento é razoável para materiais metálicos dúcteis e isotrópicos, mas muitas vezes não se mostra realista para alguns materiais poliméricos, cerâmicos e mesmo materiais metálicos frágeis. Polímeros dúcteis de engenharia podem apresentar maiores propriedades mecânicas ao escoamento sob compressão, como resultado do arranjo das macromoléculas e mecanismo de deformação. Tal fato pode conduzir a excesso de conservadorismo (ou em alguns casos específicos o oposto) se os critérios clássicos são diretamente aplicados, o que abre caminho para potencial aprimoramento estrutural de componentes tirando proveito de tal eventual desbalanceamento de propriedades. Assim, este trabalho apresenta uma investigação sobre as metodologias de projeto mecânico ao escoamento considerando materiais que apresentam propriedades desbalanceadas à tração e à compressão, assim como uma verificação experimental da existência de tal desbalanceamento ao escoamento em polímeros termoplásticos. O objetivo central é caracterizar experimentalmente as propriedades mecânicas de polímeros em tração e compressão, discutindo a eventual existência de dissimilaridade e, de posse dos dados experimentais, conduzir uma aplicação exploratória visando aprimoramento estrutural por meio do uso de critérios de escoamento dependentes do nível de tensão hidrostática. Para que tal objetivo possa ser atingido, é inicialmente apresentado o arcabouço conceitual necessário ao desenvolvimento do trabalho, envolvendo tópicos de elasticidade, plasticidade, critérios de escoamento (tradicionais e incorporando desbalanceamento) e propriedades dos materiais poliméricos. São então descritas as alterações metodológicas necessárias à filosofia de projetos tradicional, a qual é exploratoriamente aplicada ao projeto de cliques poliméricos por meio de procedimentos analíticos e numéricos de cálculo. Os resultados demonstram a existência de desbalanceamento de propriedades mecânicas tanto em relação à rigidez como ao escoamento. No caso específico do escoamento, alguns materiais apresentam desbalanceamento médio de até 39 % maior resistência em compressão considerando dados tensão-deformação de engenharia. Uma breve aplicação exploratória dos dados experimentais (combinados aos critérios modificados e algoritmos de otimização) à avaliação da seção transversal de um clipe polimérico demonstra, com a manutenção da segurança e da rigidez, reduções de massa de até ~ 40 % para as alternativas avaliadas. Este fato motiva a ampliação futura da base de resultados experimentais e a condução de validações práticas em atividades de projeto.

Palavras-chave: Polímeros desbalanceados. Critérios de escoamento. Projeto mecânico.

Aprimoramento estrutural.

## ABSTRACT

Conventional yield criteria for ductile materials, such as Tresca and von Mises original formulations, predict that yielding phenomena is independent on the hydrostatic stress state (pressure), which means that tensile and compressive stress-strain behaviours are equally treated. In practice it means that yield strength is considered the same under tension and compression, which is reasonable for isotropic ductile metallic materials but most times inaccurate for polymers, ceramics and even brittle metals. Engineering ductile polymers sometimes present larger compressive yield strength (therefore called uneven polymers), as a result of chains arrangement and deformation micromechanism, which can lead to excessive conservatism (or the opposite under specific conditions) if classical criteria are simply adopted. This calls the attention to the possibility of structural improvement taking advantage of these dissimilar mechanical properties. As a step in this direction, this work evaluates the effects of implementing pressure dependent yield criteria (such as parabolically and conically modified von Mises theories) on design practices for components with regions working under compression. In addition, the work experimentally characterizes mechanical properties under tensile and compressive loading for several thermoplastic polymers. The main goal is to verify unevenness levels in ductile polymers and perform a brief exploratory application of modified theories looking for structural improvement of selected components (snap-fits). To achieve these goals, the work initially presents the conceptual background, including elasticity, plasticity, yield criteria (classical and modified theories) and mechanical behavior of polymers. In the sequence, an adapted design philosophy is presented to consider unevenness and an exploratory application is conducted for snap-fits cross section improvement. The results show that three of four tested polymers presented uneven mechanical properties, including stiffness and yield strength. Related to yielding, some materials presented up to 39 % greater properties under compression considering engineering stress-strain data. Based on these results, the application of the modified criteria and optimization algorithms to snap-fits cross sections was able to reduce up to 40 % weight, while maintaining original safety and stiffness levels. This fact motivates future additional experimental testing and design practical validation efforts for engineering polymers.

Keywords: Uneven polymers. Yield criteria. Mechanical design. Structural improvement.

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1– Produção mundial de diversos materiais em 1984 e 1993 (milhões de toneladas). ...3	
Tabela 2- Tensões atuantes e correspondentes deformações normais geradas em cada direção. .....41	41
Tabela 3– Propriedades elásticas em temperatura ambiente e pequenas deformações para materiais poliméricos e alguns materiais cerâmicos e metálicos selecionados. ....43	43
Tabela 4– Combinações de tensões principais que conduzem um componente à falha considerando material ilustrativo com tensão limite de escoamento $\sigma_{LE} = 150$ MPa e em estado plano de tensões (EPT). Nota-se que, para que as tensões equivalentes de Tresca e von Mises se igualem à tensão limite de escoamento, a tensão desconhecida (sombreada) em cada posição pode ser ~15% maior segundo o critério de Mises. Valores em MPa e truncados com nenhuma casa decimal. ....53	53
Tabela 5 -Áreas, posições e momentos de inércia baricêntricos para seções transversais de interesse do presente trabalho.....85	85
Tabela 6: Velocidades de solitação utilizadas nos ensaios de tração e compressão e respectivas taxas de deformação correspondentes. Valores recomendados pelas normas ASTM D638 (2008) para tração e ASTM D695 (2008) para compressão.....91	91
Tabela 7: Resultados tensão-deformação em tração e compressão, e quantificação do desbalanceamento de propriedades mecânicas para o PA-66 considerando (a) propriedades de engenharia e (b) propriedades verdadeiras. ....100	100
Tabela 8: Resultados tensão-deformação em tração e compressão, e quantificação do desbalanceamento de propriedades mecânicas para o PA-6 considerando (a) propriedades de engenharia e (b) propriedades verdadeiras .....105	105
Tabela 9 :Resultados tensão-deformação em tração e compressão, e quantificação do desbalanceamento de propriedades mecânicas para o PP considerando (a) propriedades de engenharia e (b) propriedades verdadeiras. ....110	110
Tabela 10: Resultados tensão-deformação em tração e compressão, e quantificação do desbalanceamento de propriedades mecânicas para o PEAD considerando (a) propriedades de engenharia e (b) propriedades verdadeiras. ....115	115
Tabela 11: Sumário de resultados de desbalanceamento de propriedades mecânicas para todos os materiais ensaiados considerando propriedades de engenharia ( $m_e$ ), propriedades verdadeiras ( $m_v$ ) e a variação percentual entre as duas abordagens utilizando $m_e$ como referência. ....117	117

Tabela 12: Médias de desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento para todos os materiais ensaiados considerando propriedades de engenharia ( $m_e$ ), propriedades verdadeiras ( $m_v$ ) e a variação percentual entre as duas abordagens utilizando $m_e$ como referência. ....	117
Tabela 13: Dimensões (iniciais) relevantes adotadas para o clipe em análise. ....	123
Tabela 14 : Propriedades mecânicas do PP consideradas para o estudo de caso (extraídos da tabela 9 para dados verdadeiros). O módulo de elasticidade considerado é a média entre tração e compressão e o nível de desbalanceamento resultou em 24% para dados verdadeiros e método de offset 2,0 %.....	123
Tabela 15 : Propriedades da seção original da figura 105, tensões atuantes, C.S. para critério convencional de Mises e propriedades físicas do clipe (volume, rigidez e ganho de massa auferido).....	127
Tabela 16: Propriedades da seção original da figura 105, tensões atuantes, C.S. para critério parabólico de Mises e propriedades físicas do clipe (volume, rigidez e ganho de massa auferido).....	128
Tabela 17: Propriedades da seção transversal trapezoidal # 1 com altura e área mantidas, e equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises. ...	130
Tabela 18: Propriedades da seção transversal trapezoidal # 2 com área mantida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises. ....	131
Tabela 19: Propriedades da seção transversal trapezoidal # 3 com área mantida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises. ....	132
Tabela 20: Propriedades da seção transversal trapezoidal # 4 com área reduzida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises no valor de 1,00 e redução do C.S da linha neutra (C.S. <sub>LN-VM-P</sub> ) transferindo o material daí para regiões de maior contribuição estrutural. ....	134

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Tensão normal, direcionada ao longo do eixo (HIBBELER, 2000). .....	7
Figura 2 : Força e respectiva tensão normal oriunda de solicitação puramente axial alinhada com o eixo do componente (o eixo, x neste caso, pode ser entendido como o lugar geométrico dos centróides das múltiplas seções transversais do componente). Fonte: Autor .....	7
Figura 3 : Componentes de força normal ( $F_n$ ) e força cisalhante ( $F_c$ ) atuantes em um ponto material representado bidimensionalmente. Fonte: Autor.....	8
Figura 4: Componentes de tensão normal e de cisalhamento que representam o estado geral de tensões de um ponto material. Fonte: HOSFORD, 2008 .....	9
Figura 5: Representação bidimensional do estado plano de tensões a partir do estado geral de tensões. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999 .....	10
Figura 6 :Diagrama de corpo livre para dedução das transformações de tensão no estado plano de tensões. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999 .....	11
Figura 7: Direções de atuação de uma tensão no espaço tridimensional. Fonte: Autor “adaptado” de FÉODOSIEV, 1977 .....	13
Figura 8: Círculo de Mohr para o estado geral de tensões. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999 .....	15
Figura 9: Exemplos de aplicação do círculo de Mohr para estados de tensões tridimensionais. Fonte: DOWLING, 1999 .....	15
Figura 10: Demonstração de deformação axial no corpo-de-prova. Fonte: HIBBELER, 2000 .....	17
Figura 11: Ilustração da deformação de cisalhamento desconsiderando rotação de corpo rígido. Fonte: Autor “adaptado” de JOHNSON , 2006 .....	19
Figura 12: Estruturas dos meros de alguns polímeros de interesse do trabalho. Fonte: BOWER , 2002 .....	20
Figura 13: Representação esquemática da posição relativa entre os átomos em cadeias poliméricas. (a) Lugar geométrico cônico do possível posicionamento de um átomo adjacente, (b) segmento de cadeia em linha reta e (c) segmento de cadeia retorcido. Fonte: CALLISTER , 2002, p. 316 .....	20
Figura 14: Representação esquemática de uma única molécula de uma cadeia polimérica com contorções e espirais aleatórias. Fonte: CALLISTER , 2002, p. 316.....	20

Figura 15: Representação esquemática de estruturas moleculares (a) lineares, (b) ramificadas, (c) com ligações cruzadas e (d) em rede tridimensional. Cada círculo representa um mero. Fonte: CALLISTER , 2002, p. 317 .....	22
Figura 16: Monocristal de polietileno obtido por microscopia eletrônica de varredura com 20.000 vezes de ampliação. Fonte: CALLISTER , 2007, p. 512 .....	23
Figura 17: Modelo das cadeias dobradas para um cristalito de polímero em forma de placa. Fonte: CALLISTER , 2007, p. 513 .....	24
Figura 18: (a) Fotomicrografia de transmissão mostrando a estrutura dos esferulitos de polietileno e (b) representação esquemática da estrutura de formação de um esferulito (CALLISTER , 2007, p. 513-514).....	24
Figura 19: (a) Fotomicrografia de transmissão mostrando a estrutura dos esferulitos de polietileno e (b) representação esquemática da estrutura de formação de um esferulito. Fonte: CALLISTER , 2007, p. 536-537 .....	25
Figura 20: Estágios de deformação plástica de polímero semicristalino. (a) Duas lamelas adjacentes unidas por região amorfa contendo cadeias de ligação após deformação elástica, (b) escorregamento relativo e alinhamento das cadeias lamelares na direção da tensão, (c) partição das regiões cristalinas em segmentos menores e (d) orientação dos segmentos cristalinos e das cadeias de ligação com o eixo de tração no estágio final de deformação plástica. Fonte: CALLISTER , 2007, p. 560 .....	26
Figura 21: Curvas tensão vs. deformação de engenharia para alumínio e polietileno. Fonte: NAIM ; FERRI, 1988 apud ASM, 2000.....	28
Figura 22: Curvas tensão vs. deformação de engenharia para materiais metálicos e poliméricos selecionados. Fonte: OSSWALD, 1998 apud ASM, 2000.....	29
Figura 23: Curva esquemática de tensão vs. deformação de engenharia para materiais metálicos dúcteis sem escoamento descontínuo. Fonte: DOWLING, 1999 .....	31
Figura 24: Curvas esquemáticas de tensão vs. deformação de engenharia para polímeros termoplásticos dúcteis (a) com instabilidade plástica definida e (b) sem instabilidade plástica definida. Fonte: BOWER, 2002 ; WARD ; SWEENEY, 2004.....	33
Figura 25: Esquema básico do ensaio de compressão. Fonte: Autor “adaptado” de MAGNABOSCO, 2009.....	35
Figura 26: Possível ocorrência e modos de flambagem durante um teste de compressão. Fonte: HOSFORD, 2008 .....	36

Figura 27: Curva tensão deformação para material balanceado, neste caso uma liga de alumínio 7075 com têmpera T651. Ficam evidentes iguais comportamentos em tração e compressão. Fonte: DOWLING, 1999 .....	37
Figura 28: Curva tensão deformação de material desbalanceado – PMMA – com comportamento bastante distinto em tração e compressão. Fonte: DOWLING, 1999 .....	37
Figura 29: Módulo de elasticidade longitudinal e coeficiente de Poisson como constantes elásticas que caracterizam o comportamento normal de sollicitação de materiais isotrópicos. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999 .....	40
Figura 30: Demonstração de um ponto material submetido a um estado triaxial de tensões normais. Fonte: HIBBELER, 2000 .....	40
Figura 31: Relação entre as tensões de cisalhamento e deformações angulares para um plano genérico de material elástico-linear em estudo. Fonte: DOWLING, 1999 .....	42
Figura 32: Sollicitação unicamente axial. Fonte: DONATO, 2009.....	44
Figura 33: Sollicitação axial com igual compressão transversal. Fonte: DONATO, 2009.....	44
Figura 34: Sollicitação axial com igual tração transversal. Fonte: DONATO, 2009.....	44
Figura 35: Sollicitação hidrostática compressiva. Fonte: DONATO, 2009 .....	45
Figura 36: Critério de máxima tensão de cisalhamento para estado geral de tensões. (a) Tubo de seção transversal hexagonal representado em termos de $\sigma_A$ , $\sigma_B$ e $\sigma_C$ , as quais são ordenadas como principais seguindo a convenção $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ e (b) corte hexagonal do locus. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999 .....	47
Figura 37: Critério de máxima tensão de cisalhamento para estado plano de tensões (EPT – $\sigma_C = 0$ ) em termos de $\sigma_A$ e $\sigma_B$ . As tensões são ordenadas, uma vez conhecidos os valores, como principais seguindo a convenção $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999 .....	47
Figura 38: Ilustração dos planos octaédricos. Fonte: Autor .....	48
Figura 39: Tensões normal e de cisalhamento octaédricas. Fonte: Autor .....	49
Figura 40: Critério de von Mises para estado geral de tensões. (a) Tubo de seção transversal hexagonal representado em termos de $\sigma_A$ , $\sigma_B$ e $\sigma_C$ , as quais são ordenadas como principais seguindo a convenção $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ e (b) corte circular do locus . Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999 .....	51
Figura 41: Critério de von Mises para estado plano de tensões (EPT – $\sigma_C = 0$ ) em termos de $\sigma_A$ e $\sigma_B$ . As tensões são ordenadas, uma vez conhecidos os valores, como principais seguindo a convenção $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999 .....	51

Figura 42: Critérios de Tresca vs. von Mises para EPT e exemplo de uma das situações de desvio máximo nas previsões de falha por escoamento. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999 .....	52
Figura 43: Dados experimentais de aços e alumínio comparados às previsões dos critérios de Tresca e von Mises. Aí, $\sigma_0$ representa diretamente $\sigma_{LE}$ de cada material. Fonte: DOWLING, 1999 .....	54
Figura 44: Diagrama de Ashby obtido do software de seleção de materiais CES Edupack envolvendo o nível de desbalanceamento de alguns materiais poliméricos a título de exemplo. Fonte: MAGNABOSCO, 2009 .....	57
Figura 45: Solicitação com tensões biaxiais ( $\sigma_1$ e $\sigma_2$ ) vs. deformação efetiva ( $\epsilon$ ) utilizando um tubo de PVC e uma relação de tensões ( $\sigma_1/\sigma_2$ ) de -1,5 (respectivamente compressão axial e pressão interna). Fonte: WARD, 1972 .....	58
Figura 46: Solicitação uniaxial de tração e compressão de polipropileno (PP) em temperatura ambiente. Fica evidenciado desbalanceamento de aproximadamente $m \approx 1,5$ utilizando-se o critério de offset com 0,2% de deformação plástica. Fonte: JERABEK et. al., 2005 .....	58
Figura 47: Representação tridimensional do critério de von Mises conicamente modificado para $m=3,0$ . Fonte: ROESLER, 2007 .....	62
Figura 48: Representação tridimensional do critério de von Mises parabolicamente modificado para $m=2,3$ . Fonte: ROESLER, 2007 .....	62
Figura 49: Critério de von Mises conicamente modificado para estado plano de tensões (EPT – $\sigma_C = 0$ ) em termos de $\sigma_A$ e $\sigma_B$ e para diferentes níveis de desbalanceamento $m$ . As tensões são normalizadas pela tensão de referência, neste caso $\sigma_0 = \sigma_{LE-T}$ . Nota-se a mudança de forma e posição dos loci de falha para o campo compressivo-compressivo com o aumento de $m$ . Fonte: Autor .....	63
Figura 50: Critério de von Mises parabolicamente modificado para estado plano de tensões (EPT – $\sigma_C = 0$ ) em termos de $\sigma_A$ e $\sigma_B$ e para diferentes níveis de desbalanceamento $m$ . As tensões são normalizadas pela tensão de referência, neste caso $\sigma_0 = \sigma_{LE-T}$ . Nota-se a mudança de forma e posição dos loci de falha para o campo compressivo-compressivo com o aumento de $m$ . Fonte: Autor .....	63
Figura 51: Comparação dos critérios conicamente e parabolicamente modificados de von Mises para $m = 1,3$ e $m = 2,0$ em condição de estado plano de tensões (EPT – $\sigma_C = 0$ ) em termos de $\sigma_A$ e $\sigma_B$ . As tensões são normalizadas pela tensão de referência, neste caso $\sigma_0 = \sigma_{LE-T}$ . Nota-se a maior sensibilidade do critério cônico para elevados níveis de desbalanceamento. Fonte: Autor .....	64

Figura 52: Critério de Sternstein e Ongchin para estado plano de tensões ( $EPT - \sigma_C = 0$ ) em termos de $\sigma_A$ e $\sigma_B$ e para diferentes níveis de desbalanceamento $m$ . As tensões são normalizadas pela tensão de referência, neste caso $\sigma_0 = \sigma_{LE-T}$ . Nota-se a mudança de forma e posição dos loci de falha para o campo compressivo-compressivo com o aumento de $m$ . Fonte: Autor.....	65
Figura 53: Comparação do critério de Sternstein e Ongchin com os critérios conicamente modificado e parabolicamente modificado de Mises para (a) $m = 1,3$ e (b) $m = 2,0$ . Nota-se que o critério de Sternstein e Ongchin praticamente se sobrepõe ao critério cônico para ambos os casos analisados. Fonte: Autor.....	66
Figura 54: Locus de escoamento do critério parabolicamente modificado para $m = 1,3$ sobreposto a dados reais de materiais poliméricos com desbalanceamento entre 20% e 33% e submetidos a carregamentos combinados diversos. Fonte: RAGHAVA et al., 1973 .....	68
Figura 55: Resultados experimentais de efeito da tensão hidrostática compressiva na tensão limite de escoamento de polímeros e as previsões dos modelos (a) parabolicamente modificado de von Mises e (b) de Sternstein e Ongchin, o qual se assemelha ao critério conicamente modificado de Von Mises. Fonte: RAGHAVA et al., 1974 .....	68
Figura 56: Exemplo de cliques de fixação de encaixe. Fonte: BONENBERGER, 2005.....	70
Figura 57: Exemplos de diferentes tipos de fixação na peça. Fonte: BONENBERGER, 2005 .....	70
Figura 58: Sequência de encaixe de um clipe ilustrativo. Fonte: BONENBERGER, 2005.....	71
Figura 59: Exemplo de clipe simples integrado ao componente em montagem. Fonte: BONENBERGER, 2005.....	71
Figura 60: (a) Exemplo de clipe para uma única montagem e (b-d) cliques para múltiplas desmontagens utilizando diferentes conceitos. Fonte: BAYER, 2001 .....	73
Figura 61: Curva experimental típica da força para inserção e retenção do clipe. Fonte: DEAN ; GARY, 1987.....	74
Figura 62: Sistema de clipe que necessitada da utilização de gaveta. Fonte: BAYER, 2001 ..	76
Figura 63: Sistema de clipe que não necessitada da utilização de gaveta. Fonte: BAYER, 2001 .....	76
Figura 64: Sistema de clipe menos complexo que não necessitada da utilização de gaveta na ferramenta. Fonte: BAYER, 2001 .....	76
Figura 65: Aplicações típicas de sistema do tipo clipe. Fonte: BAYER, 2001.....	77
Figura 66: Aplicações típicas de sistema do tipo clipe. Fonte: BAYER, 2001.....	77

Figura 67 :Flexão simples em uma viga engastada: (a) configuração original da viga em carregamento e (b) deformada da viga. Fonte: GERE, 2003.....	78
Figura 68 - Flexão simples em uma viga engastada: (a) configuração original da viga em carregamento e (b) deformada da viga. Fonte: GERE, 2003.....	79
Figura 69: Trecho de viga (a) em sua configuração original sem momento atuante e (b) deformada com momento fletor atuante. Fonte: DONATO, 2010.....	80
Figura 70: Distribuição de tensões na flexão a partir da linha neutra segundo formulação de Bernoulli para seção genérica. A inversão na linha neutra significa a transição entre sollicitação trativa e compressiva. Fonte: Autor .....	81
Figura 71: Esquema de avaliação de curvatura em um ponto Q de uma curva genérica. Fonte: BEER, 2006.....	82
Figura 72: Tensões normais em uma viga de material elástico linear: (a) vista lateral da viga mostrando a distribuição das tensões normais e (b) seção transversal da viga mostrando o eixo z como a linha neutra da seção transversal. Fonte: GERE, 2003 .....	84
Figura 73: Esquema de carregamento cisalhante em viga e dimensionais de interesse para cálculo. Fonte: BEER et al., 2006 .....	86
Figura 74: Distribuição da tensão de cisalhamento na altura para a seção ilustrativa retangular. Nota-se a distribuição parabólica das tensões cisalhantes. Fonte: BEER et al., 2006.....	87
Figura 75: Barra de PA-6 com diâmetro de 25,4 mm (1 polegada) cortada com um metro de comprimento para posterior retirada de espécimes para ensaios mecânicos. Fonte: autor .....	89
Figura 76: Desenho de espécime para ensaio de tração de materiais poliméricos segundo recomendações das normas ASTM D638 (2008) e DIN EN ISO 527-1 (1994). Fonte: Autor	90
Figura 77: Desenho de espécime para ensaio de compressão de materiais poliméricos segundo recomendações das normas ASTM D695 (2008) e DIN EN ISO 604 (2002). Fonte: Autor...	90
Figura 78: Espécimes para ensaio de (a) tração e (b) compressão de materiais poliméricos já usinados e prontos para ensaio. Fonte: autor .....	91
Figura 79: (a) Máquina universal de ensaios INSTRON modelo 5567, eletromecânica de capacidade nominal 30 kN e (b) detalhe das garras planas pneumáticas utilizadas nos ensaios de tração. Equipamento do CDMatM do Centro Universitário da FEI. Fonte: Autor .....	92
Figura 80: (a) Máquina universal de ensaios MTS modelo 810, servohidráulica de capacidade nominal 250 kN e (b) detalhe das placas planas utilizadas nos ensaios de compressão. Equipamento do CDMatM do Centro Universitário da FEI. Fonte: autor .....	93
Figura 81: Curva tensão vs. deformação ilustrativa (em zoom no regime elástico) mostrando a região elástica-linear considerada para a obtenção do módulo de elasticidade (E) e a regressão	

linear cujo primeiro coeficiente é diretamente o valor desejado. Neste caso ilustrativo da metodologia, $E = 1781$ MPa. Fonte: Autor .....	94
Figura 82: Curva tensão vs. deformação ilustrativa (em zoom) mostrando a obtenção das diferentes tensões limite de escoamento definidas pelo método do offset. Tais tensões de escoamento estão indicadas por marcadores e foram denominadas $\sigma_{LE-0,2}$ , $\sigma_{LE-0,5}$ , $\sigma_{LE-1,0}$ e $\sigma_{LE-2,0}$ . Fonte: Autor .....	95
Figura 83: Curva tensão vs. deformação ilustrativa mostrando a obtenção da tensão limite de escoamento definida pelo método da derivada nula (ou ponto de máximo, como mostra o marcador). Tal tensão limite de escoamento foi denominada $\sigma_{LE-máx}$ . Ainda, a tensão limite de resistência (denominada $\sigma_{LR}$ ) é a maior tensão resultante da curva e neste caso coincide com a tensão limite de escoamento. Fonte: autor.....	95
Figura 84: Corpos-de-provas de PA-66 ensaiados em (a) tração e (b) compressão. Fonte: Autor.....	97
Figura 85: Curvas tensão vs. deformação de engenharia obtidas para o material PA-66 em (a) ensaios de tração, (b) ensaios de compressão e (c) comparação de curvas de tração e compressão características. Em nenhum espécime houve falha. Os ensaios foram interrompidos. Fonte: autor .....	98
Figura 86: Curvas tensão vs. deformação de engenharia comparadas às respectivas curvas verdadeiras para espécimes característicos do material PA-66 sob (a) ensaio de tração, (b) ensaio de tração com escala aproximada e (c) ensaio de compressão. Na tração os dados da curva verdadeira são apresentados até a instabilidade plástica devido à invalidação da hipótese de deformação uniforme. Os dados de compressão não foram truncados pois não ocorreu flambagem e os efeitos de atrito no geral foram pouco pronunciados e ocorreram para grandes níveis de deformação. Fonte: autor.....	99
Figura 87: Desbalanceamento (m) para o PA-66 como função das diferentes definições de tensão limite de escoamento usando dados de engenharia e verdadeiros. Fonte: Autor .....	101
Figura 88: Corpos-de-provas de PA-6 ensaiados em (a) tração e (b) compressão. Fonte: Autor .....	102
Figura 89: Curvas tensão vs. deformação de engenharia obtidas para o material PA-6 em (a) ensaios de tração, (b) ensaios de compressão e (c) comparação de curvas de tração e compressão características. Em nenhum espécime houve falha. Os ensaios foram interrompidos. Fonte: autor .....	103
Figura 90: Curvas tensão vs. deformação de engenharia comparadas às respectivas curvas verdadeiras para espécimes característicos do material PA-6 sob (a) ensaio de tração e (b)	

ensaio de compressão. Na tração os dados da curva verdadeira são apresentados até a instabilidade plástica devido à invalidação da hipótese de deformação uniforme. Os dados de compressão não foram truncados pois não ocorreu flambagem e os efeitos de atrito no geral foram pouco pronunciados e ocorreram para grandes níveis de deformação. Fonte: Autor ..	104
Figura 91: Desbalanceamento (m) para o PA-6 como função das diferentes definições de tensão limite de escoamento usando dados de engenharia e verdadeiros. Fonte: Autor .....	106
Figura 92: Corpos-de-provas de PP ensaiados em (a) tração e (b) compressão. Fonte: Autor .....	107
Figura 93: Curvas tensão vs. deformação de engenharia obtidas para o material PP em (a) ensaios de tração, (b) ensaios de compressão e (c) comparação de curvas de tração e compressão características. O espécime CPC_PP_05 apresentou flambagem. Fonte: autor .	108
Figura 94: Curvas tensão vs. deformação de engenharia comparadas às respectivas curvas verdadeiras para espécimes característicos do material PP sob (a) ensaio de tração e (b) ensaio de compressão. Na tração os dados da curva verdadeira são apresentados até a instabilidade plástica devido à invalidação da hipótese de deformação uniforme. Os dados de compressão deste espécime não foram truncados pois não ocorreu flambagem e os efeitos de atrito no geral foram pouco pronunciados e ocorreram para grandes níveis de deformação. Fonte: Autor .....	109
Figura 95: Desbalanceamento (m) para o PP como função das diferentes definições de tensão limite de escoamento usando dados de engenharia e verdadeiros.....	111
Figura 96: Corpos-de-provas de PEAD ensaiados em (a) tração e (b) compressão. Fonte: autor .....	112
Figura 97: Curvas tensão vs. deformação de engenharia obtidas para o material PEAD em (a) ensaios de tração, (b) ensaios de compressão e (c) comparação de curvas de tração e compressão características. Em nenhum espécime houve falha, sendo os ensaios interrompidos. Fonte: autor .....	113
Figura 98: Curvas tensão vs. deformação de engenharia comparadas às respectivas curvas verdadeiras para espécimes característicos do material PEAD sob (a) ensaio de tração, (b) ensaio de tração com escala aproximada e (c) ensaio de compressão. Na tração os dados da curva verdadeira são apresentados até a instabilidade plástica devido à invalidação da hipótese de deformação uniforme. Nos dados de compressão, os efeitos de atrito no geral foram pouco pronunciados e ocorreram para grandes níveis de deformação, mas as linhas pontilhadas na figura (c) ilustram o momento em que o espécime mostrado sofreu flambagem. Fonte: Autor .....	114

Figura 99: Desbalanceamento ( $m$ ) para o PEAD como função das diferentes definições de tensão limite de escoamento usando dados de engenharia e verdadeiros. Fonte: Autor.....	116
Figura 100: Desbalanceamento médio ( $m_{LE-médio}$ ) para todos os materiais ensaiados usando dados de engenharia e verdadeiros. Nota-se a redução do desbalanceamento em todos os casos, inclusive com a reversão no caso do PA-66. ....	117
Figura 101: Fluxograma de atividades de projeto estrutural considerando a possibilidade de existência de materiais desbalanceados e uso de critérios modificados para aprimoramento de componentes. É fundamental que os programas de elementos finitos ou otimização utilizados incorporem os critérios modificados. Fonte: Autor.....	120
Figura 102: Potencial de ganho para estado plano de tensões (EPT) como função da razão de biaxialidade e do nível de desbalanceamento ( $m$ ) utilizando os critério de escoamento (a) conicamente modificado e (b) parabolicamente modificado de von Mises. Fonte: Autor.....	122
Figura 103: Geometria de clipe polimérico selecionada como estudo de caso do presente trabalho. São apresentadas somente as dimensões relevantes ao estudo. O plano ABC define a seção do engastamento, para a qual não são considerados raios de concordância. Fonte: Autor .....	123
Figura 104: Diagramas de esforços internos solicitantes para momento fletor ( $M$ ) e força cortante ( $V$ ) do clipe simples em análise. Fonte: Autor .....	124
Figura 105: Seção transversal, linha neutra e dimensionais da seção transversal do clipe originalmente admitido. Fonte: Autor .....	126
Figura 106: Seção transversal, linha neutra e dimensionais de seção transversal trapezoidal # 1 com altura e área mantidas, e equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises. Fonte: Autor .....	129
Figura 107: Seção transversal, linha neutra e dimensionais de seção transversal trapezoidal # 2 com área mantida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises. Fonte: Autor .	130
Figura 108 : Seção transversal, linha neutra e dimensionais de seção transversal trapezoidal # 3 com área reduzida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises no valor de 1,00. Fonte: Autor.....	132
Figura 109: Seção transversal, linha neutra e dimensionais de seção transversal trapezoidal # 4 com área reduzida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises no valor de 1,00 e	

redução do C.S da linha neutra ( $C.S_{LN-VM-P}$ ) transferindo o material daí para regiões de maior contribuição estrutural. Fonte: Autor.....	133
Figura 110: Alterações geométricas para variação do momento de inércia ao longo do comprimento de cliques poliméricos. (a) variação da espessura e (b) variação conjunta da espessura e largura como função do comprimento. Os aprimoramentos de seção transversal podem ser usados em conjunto com tais abordagens. Fonte: Autor.....	138
Figura 111: Ilustração de perfil I esquemático com seção transversal variando não-linearmente na altura. Tais perfis são usualmente obtidos por meio da utilização de algoritmos de otimização de forma ou topológica para seções em flexão (HAFTKA; GURDAL, 1991 ; VANDERPLAATZ, 1984).....	138

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABS = Acrinolitrina Butadieno Estireno.

CPC = Corpo de Prova de Compressão.

CPT = Corpo de Prova de Tração.

C.S. = Coeficiente de Segurança

DP = Desvio Padrão.

EGT = Estado Geral (ou tridimensional) de Tensões.

EPT = Estado Plano de Tensões.

GPPS = Poliestireno Cristal.

HIPS = Poliestireno de Alto Impacto.

MEF = Método dos elementos finitos.

PA = Poliamida.

PC = Policarbonato.

PEAD = Polietileno de Alta Densidade.

PEBD = Polietileno de Baixa Densidade.

PET = Polietileno Tereftalato.

PP = Polipropileno.

PU = Poliuretano.

PVC = Policloreto de Vinila.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$  : Área

$A_0$  : Área inicial

$\bar{A}$  : Área acima do corte horizontal de avaliação de cisalhamento na flexão

$C.S.$  : Coeficiente de Segurança

$C.S._{sup}$  : Coeficiente de Segurança na fibra superior da seção

$C.S._{inf}$  : Coeficiente de Segurança na fibra inferior da seção

$C.S._{LN}$  : Coeficiente de Segurança na linha neutra da seção

$d$  : Diâmetro

$d_0$  : Diâmetro original

$d_A$  : Infinitésimo de área

$E$  : Módulo de elasticidade

$F$  : Força

$F_a$  : Força axial

$F_c$  : Força cisalhante

$F_i$  : Força de inserção

$F_n$  : Força normal

$F_\mu$  : Força de atrito

$F_r$  : Força de retenção

$G$  : Módulo de elasticidade transversal

$h$  : Altura

$i, j$  : Índices

$I$  : Momento de inércia

$I_i$  : Invariantes do tensor das tensões (com  $i = 1, 2$  ou  $3$ )

$J_2$  : Segundo invariante do tensor das tensões de desvio

$y$  : Distância da fibra em estudo à linha neutra da seção

$k$  : Parâmetro do critério de escoamento de von Mises

$K$  : Rigidez à flexão de uma viga em flexão

$l, m, n$  : Cossenos diretores

$L$  : Comprimento

$L_0$  : Comprimento inicial

$m$  : Nível de desbalanceamento de propriedades ( $m = \text{ propr. em compressão / propr. em tração}$ )

$m_i$  : Nível de desbalanceamento de propriedades para determinadas condições (onde  $i$  identifica o critério utilizado – vM ou Tr, dados de engenharia ou verdadeiros – e ou v, e outras particularidades do valor apresentado)

$M$  : Momento fletor

$P$  : Força

$Q$  : Momento estático de área

$R_t$  : Razão de travamento de um clipe polimérico

$t, \Delta t$  : Comprimento inicial e variação de comprimento dos cristalitos presentes na estrutura esferulítica

$t$  : espessura do corte horizontal quando da avaliação de cisalhamento na flexão

$v$  : Flecha

$v_{m\acute{a}x}$  : Flecha máxima

$V$  : Força cortante

$x, y, z$  : Eixos de referência

$\bar{y}$  : Distância da linha neutra ao centróide da área acima do corte horizontal de avaliação de cisalhamento na flexão

$\sigma$  : Tensão normal

$\tilde{\sigma}$  : Tensão verdadeira

$\sigma_a$  : Tensão normal atuante

$\sigma_{A,B,C}$  : Tensões principais utilizadas nas deduções (com  $A = 1, 2$  ou  $3$ )

$\sigma_{cr\acute{i}tica}$  : Tensão normal crítica

$\sigma_{eq}$  : Tensão equivalente

$\sigma_h$  : Tensão hidrostática

$\sigma_{ij}$  : Tensões normais de referência (com  $i, j = x, y$  ou  $z$ )

$\sigma_i$  : Tensões principais (com  $i = 1, 2$  ou  $3$ )

$\sigma_{oct}$  : Tensão normal octaédrica

$\sigma_{oct-cr\acute{i}tica}$  : Tensão octaédrica crítica

$\sigma_{LP}$  : Tensão limite de proporcionalidade

$\sigma_{LE}$  : Tensão limite de escoamento

$\sigma_{LEI}$  : Tensão limite de elasticidade

$\sigma_{m\acute{a}x}$  : Tensão normal máxima

$\sigma_{LE-m\acute{a}x}$  : Tensão limite de escoamento determinada do ponto de máximo da curva tensão-deformação de engenharia

$\sigma_{LE-offset}$  : Tensão limite de escoamento determinada pelo método *offset*  
 $\sigma_{LE-T}$  : Tensão limite de escoamento em tração  
 $\sigma_{LE-C}$  : Tensão limite de escoamento em compressão  
 $\sigma_{Lim}$  : Tensão hidrostática  
 $\sigma_{LR}$  : Tensão limite de resistência  
 $\sigma_{Tr}$  : Tensão equivalente de Tresca  
 $\sigma_{vM}$  : Tensão equivalente de von Mises  
 $\sigma_{vM-C}$  : Tensão equivalente de von Mises utilizando critério conicamente modificado  
 $\sigma_{vM-P}$  : Tensão equivalente de von Mises utilizando critério parabolicamente modificado  
 $\sigma_x'$  : Tensão normal atuante na direção  $\theta$   
 $\sigma_y'$  : Tensão normal atuante na direção  $(\theta + 90^\circ)$   
 $\sigma_\tau$  : Tensão normal atuante no plano de máximo cisalhamento  
 $\sigma_0$  : Tensão de referência – usualmente igual à tensão limite de escoamento do material  
 $\tau$  : Tensão de cisalhamento  
 $\tau_{ij}$  : Tensões cisalhantes de referência (com  $i, j = x, y$  ou  $z$ )  
 $\tau_{m\acute{a}x}$  : Tensão de cisalhamento máxima  
 $\tau_{oct}$  : Tensão de cisalhamento octaédrica  
 $\tau_{oct-atuante}$  : Tensão de cisalhamento octaédrica atuante  
 $\tau_{oct-cr\acute{it}ica}$  : Tensão de cisalhamento octaédrica crítica  
 $\tau_x' y'$  : Tensão de cisalhamento atuante na direção  $\theta$   
 $\delta$  : variação de comprimento  
 $\theta$  : Ângulo  
 $\theta_i$  : Ângulo das Tensões normais (com  $i = x, y$  ou  $z$ )  
 $\theta_{max/m\acute{in}}$  : Ângulo das tensões normais máxima e mínima atuantes no ponto material  
 $\varepsilon$  : Deformação  
 $\tilde{\varepsilon}$  : Deformação verdadeira  
 $\varepsilon_x$  : Deformação  
 $\gamma$  : Deformação angular  
 $\nu$  : Coeficiente de Poisson  
 $\rho$  : Raio de curvatura genérico

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação do presente trabalho.....	2
1.2	Objetivos.....	3
1.3	Organização do documento.....	4
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>6</b>
2.1	Conceitos fundamentais de estados de tensão e deformação.....	6
2.2	Conceitos básicos de ciências dos polímeros.....	19
2.2.1	Estrutura dos polímeros.....	19
2.2.2	Mecanismos de deformação elástica e plástica.....	24
2.2.3	Comportamento tensão-deformação.....	27
2.3	Os ensaios de tração e compressão e peculiaridades para avaliação de polímeros.....	27
2.4	Elasticidade isotrópica.....	37
2.5	Plasticidade e critérios de escoamento convencionais.....	43
2.5.1	Critério da máxima tensão cisalhante (Tresca).....	45
2.5.2	Critério da máxima tensão de cisalhamento octaédrica (von Mises).....	48
2.5.3	Comparação entre os critérios de Tresca e von Mises.....	52
2.6	Materiais desbalanceados e propriedades dos polímeros em tração e compressão.....	55
2.7	Critérios de escoamento modificados para materiais desbalanceados.....	59
2.8	Componentes utilizados como estudo de caso: cliques poliméricos de fixação ( <i>snap-fits</i> ).....	69
2.8.1	Conceito, aplicações e principais tipos.....	69
2.8.2	Materiais empregados e geometrias usuais.....	72
2.8.3	Considerações de projeto e esforços característicos de operação.....	73
2.9	Tensões, deformações e deslocamentos na flexão.....	78
2.9.1	Deslocamentos na flexão (método da integração da linha elástica).....	79
2.9.2	Deformações e tensões normais na flexão.....	83
2.9.3	Localização da linha neutra e características geométricas de seções de interesse.....	84

2.9.4 Tensões de cisalhamento na flexão .....	86
2.9.5 Limitações da formulação analítica apresentada .....	87
<b>3 MATERIAIS ENSAIADOS E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS.....</b>	<b>89</b>
3.1 Materiais ensaiados .....	89
3.2 Procedimentos experimentais.....	90
<b>4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>96</b>
<b>5 APLICAÇÃO EXPLORATÓRIA: APRIMORAMENTO ESTRUTURAL DE CLIPES POLIMÉRICOS CONSIDERANDO DESBALANCEAMENTO .....</b>	<b>118</b>
5.1 Metodologia de projeto considerando desbalanceamento.....	118
5.2 Geometrias e propriedades de material consideradas .....	122
5.3 Solicitações envolvidas .....	124
5.4 Projeto convencional ao escoamento (geometria original).....	126
5.5 Projeto ao escoamento considerando desbalanceamento (geometria original) .....	128
5.6 Propostas de aprimoramento estrutural aproveitando o desbalanceamento (diferentes geometrias)	128
5.7 Sumário de resultados .....	134
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE OS EXPERIMENTOS E POTENCIAL DE APLICAÇÃO PRÁTICA .....</b>	<b>136</b>
<b>7 CONCLUSÕES.....</b>	<b>139</b>
<b>8 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>141</b>
<b>9 CONGRESSOS E SEMINÁRIOS .....</b>	<b>142</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>143</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Componentes de engenharia estão invariavelmente submetidos a esforços de tração, compressão, flexão, cisalhamento, torção, ou mesmo a combinação destes esforços. Como resultado, os materiais de fabricação de tais componentes estão submetidos a estados complexos de tensões envolvendo componentes normais e de cisalhamento, os quais podem conduzir a falhas por mecanismos de escoamento, fratura ou mesmo fluência (DOWLING, 1999).

Para que tais carregamentos complexos sejam tratados de maneira objetiva, precisa, e sejam comparáveis às propriedades de materiais advindas de ensaios mecânicos convencionais (como o ensaio de tração), é de fundamental importância o estabelecimento de critérios de projeto visando prever (e principalmente evitar) a ocorrência de falhas ou a perda de segurança de componentes em operação. No caso de componentes mecânicos em geral, a ocorrência de escoamento e a ativação de mecanismo de falha por fadiga são os fenômenos de maior relevância. Como exemplos de critérios básicos de projeto, podem ser citados os amplamente conhecidos critérios de escoamento de Tresca e von Mises (de grande êxito na avaliação de integridade ao escoamento de materiais dúcteis), os critérios de fratura de Máxima Tensão Normal e de Coulomb-Mohr (aplicáveis à avaliação de integridade de materiais frágeis) (DOWLING, 1999), além das abordagens de previsão de vida em fadiga utilizando metodologias tradicionais baseadas na avaliação do nível de tensão ou deformação alternada *vs.* o número de ciclos à falha.

Tais critérios admitem em suas vertentes originais que os materiais são homogêneos, isotrópicos e balanceados. A hipótese de balanceamento (ou seja, mesmas propriedades mecânicas sob regimes de tração e compressão) é bastante adequada para materiais metálicos dúcteis, como aços, alumínio, ligas de cobre, entre outros, mas deixa de ser razoável se atribuída a diversos materiais metálicos frágeis, materiais cerâmicos e grande parte dos polímeros, foco do presente estudo.

Polímeros usualmente apresentam limite de escoamento em compressão superior ao limite de escoamento em tração. Assim, a direta aplicação dos critérios convencionais de escoamento supracitados, os quais se baseiam unicamente no limite de escoamento em tração, pode conduzir ao superdimensionamento (ou desnecessário conservadorismo) em componentes poliméricos (ou trechos dos mesmos) solicitados predominantemente em compressão. Para enfrentar este problema, alguns critérios alternativos menos difundidos,

como os critérios parabolicamente ou conicamente modificados de von Mises, incluem considerações sobre efeitos do estado de tensões hidrostático e o nível de desbalanceamento das referidas propriedades mecânicas dos materiais nas previsões de falha (ROESLER, 2007).

### **1.1 Motivação do presente trabalho**

Com o aumento da competitividade, as indústrias têm trabalhado com o objetivo de diminuir os custos de seus produtos visando manter as suas posições no mercado. Ao mesmo tempo, as exigências em relação ao desempenho dos componentes, redução de massa e responsabilidade sócio-ambiental são crescentes, o que exige novas abordagens e práticas de projeto. Este movimento tem forçado a indústria a buscar novas alternativas, sendo um marcante exemplo a troca de peças no passado feitas de metais por componentes produzidos com materiais poliméricos. Essa modificação permite o uso de formas bastante arrojadas, mais leves, com aparência mais atraente e, muitas vezes, com ganhos significativos em custos, tempos de fabricação e em alguns casos mesmo de resistência mecânica em relação às produzidas no passado. Embora tal tendência possa ser observada nos mais variados setores da indústria manufatureira, em especial nas indústrias de embalagens, eletro-eletrônicos e automobilística tal movimento tem sido muito significativo ao longo das últimas décadas, com a substituição de diversos componentes, envolvendo aplicações tanto estruturais como estéticas. A título de exemplo, veículos fabricados na década de 1920 não empregavam materiais poliméricos, enquanto no final da década de 1980, polímeros representavam 3% em massa do total do veículo. Em veículos atuais tais níveis chegam a 15% em massa (PLÁSTICO MODERNO ONLINE, 2009). A tabela 1 apresenta a variação na produção de diversos materiais (não só polímeros) em 1984 e 1993. Nota-se o grande crescimento dos polímeros em comparação com a aparente estagnação por exemplo dos materiais metálicos ao final da lista.

Os primeiros movimentos dos projetistas consistiram da simples alteração do material de alguns componentes (de metais para polímeros), com adaptações geométricas bastante simples. Como resultado, foram auferidos expressivos ganhos em termos de massa, consumo de combustível e práticas de fabricação. Passados alguns anos e com o advento de máquinas operatrizes de comando numérico computadorizado e cálculo estrutural computacional, as melhorias nas formas geométricas proporcionaram significativos ganhos adicionais. Nos dias de hoje, porém, grandes esforços de engenharia são necessários para que pequenas melhorias

sejam conseguidas por meio de alterações geométricas e de materiais utilizados, representando um desafio para a continuidade do processo de inovação tecnológica.

Tabela 1– Produção mundial de diversos materiais em 1984 e 1993 (milhões de toneladas).

<b>Material</b>	<b>1984</b>	<b>1993</b>
Poliétileno	19,5	24,7
PVC	12,1	14,8
Polipropileno	7,4	12,5
Poliestireno	6,8	7,5
Borrachas sintéticas	9,0	7,4
Plásticos fenólicos e cresílicos	1,4	2,6
Amino plásticos	2,3	2,6
Celulose regenerada	0,5	0,2
Fibras não-celulósicas	4,6	5,7
Fibras celulósicas	0,9	0,7
Aço	717,8	717,9
Alumínio	18,2	18,3
Cobre	8,7	8,6

Fonte: Bower, 2002, p. 19.

Embora grande parte dos potenciais de melhoria tenham de fato sido devidamente atacados nas últimas décadas, algumas práticas de projeto tradicionalmente adotadas como padrão merecem uma revisita. Todo o contexto teórico de projeto estrutural das equipes de engenharia deriva de práticas aplicáveis preferencialmente a materiais metálicos, as quais não são necessária e integralmente aplicáveis aos novos materiais. Isto faz com que os níveis de incerteza em alguns dimensionamentos sejam ainda elevados, conduzindo a superdimensionamento e/ou ineficiência estrutural de componentes, o que evidencia novos focos potenciais de investigação e desenvolvimento.

## 1.2 Objetivos

Como um passo nesta direção, o presente trabalho desenvolve um estudo exploratório sobre os níveis de desbalanceamento encontrados em polímeros termoplásticos e o potencial de aprimoramento estrutural de componentes de engenharia por meio da utilização de critérios de escoamento dependentes do estado de tensões hidrostáticas e, portanto, de maior potencial descritivo da resposta mecânica de estruturas poliméricas.

O objetivo principal é a identificação experimental da existência de desbalanceamento de propriedades mecânicas em polímeros (em termos do limite de escoamento em tração e

compressão) e da viabilidade de incorporação deste fenômeno às práticas de projeto mecânico de componentes poliméricos com manutenção da segurança e ganhos em termos de redução de massa e consumo de material.

Para que tal objetivo tenha o devido suporte experimental, metodológico e de aplicação prática, este trabalho está dividido nos seguintes tópicos:

- a. Revisão da literatura sobre conceitos fundamentais e critérios de escoamento modificados que incorporem os efeitos de tensão hidrostática sobre a previsão de falha por escoamento.
- b. Ensaaios experimentais de tração e compressão de polímeros termoplásticos diversos para levantamento das propriedades monotônicas e caracterização dos níveis de desbalanceamento.
- c. Proposta de metodologia de projeto incorporando desbalanceamento de propriedades.
- d. Aplicação exploratória – estudo de caso – ao dimensionamento de cliques poliméricos de fixação utilizados na indústria automobilística (*snap-fits* em língua inglesa) considerando as propriedades mecânicas desbalanceadas encontradas.
- e. Discussão dos resultados experimentais, metodologia e benefícios alcançados.

### **1.3 Organização do documento**

Esta dissertação está organizada em nove capítulos principais, sendo que a lógica geral do texto foi desenvolvida como segue.

- Capítulo 1 (presente capítulo): é conduzida uma breve introdução do assunto em estudo e são apontados os principais desafios e objetivos do trabalho.
- Capítulo 2: é desenvolvida uma revisão da literatura, envolvendo conceitos fundamentais de ciências dos polímeros, das teorias de elasticidade e plasticidade, dos critérios de escoamento e fundamentos de mecânica dos sólidos necessários ao desenvolvimento do trabalho.
- Capítulo 3: são apresentados os materiais ensaiados e respectivos procedimentos experimentais.
- Capítulo 4: são apresentados e discutidos os resultados experimentais relativos às propriedades mecânicas dos polímeros ensaiados.

- Capítulo 5: é apresentada a filosofia de projeto adaptada incorporando o desbalanceamento e é feita uma aplicação exploratória de projeto buscando o aprimoramento de um componente estrutural ilustrativo com base no uso dos resultados experimentais apresentados no capítulo 4.
- Capítulo 6: são feitas considerações críticas finais todos os resultados (experimentais e de aplicação).
- Capítulo 7: são delineadas as principais conclusões.
- Capítulo 8: são então elencadas proposições para trabalhos futuros.
- Capítulo 9: são mencionadas as publicações oriundas deste trabalho.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Esta seção apresenta os conceitos fundamentais e a revisão da literatura de suporte ao trabalho, incluindo: conceitos fundamentais das teorias da elasticidade e plasticidade; fundamentos de ciência dos polímeros; propriedades mecânicas e ensaios de tração e compressão; critérios de escoamento para materiais desbalanceados; formulações de interesse advindas da mecânica dos sólidos; e breve apresentação dos componentes utilizados como estudo de caso.

### 2.1 Conceitos fundamentais de estados de tensão e deformação

#### Tensão

Para que um corpo esteja em equilíbrio estático, forças internas devem contrabalancear o efeito das forças externas. Tais esforços internos solicitantes geram tensões internas, as quais podem, para um plano qualquer de estudo, ser decompostas em duas componentes: uma perpendicular ao referido plano (denotada componente normal -  $\sigma$ ), e outra tangente ao mesmo (denotada componente tangencial ou cisalhante -  $\tau$ ) (HOSFORD, 2008).

#### Tensão normal

Pode-se definir tensão normal em um ponto como a razão entre a componente normal da força agindo em uma pequena seção plana e a área desta seção (figura 1). Define-se então, para a área considerada tendendo a zero, tensão normal na forma

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad . \quad (1)$$

Caso o estado de tensões aplicado a um componente mecânico seja uniforme ao longo de uma determinada área sob análise, a tensão pode ser definida como uma grandeza média na forma

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad . \quad (2)$$

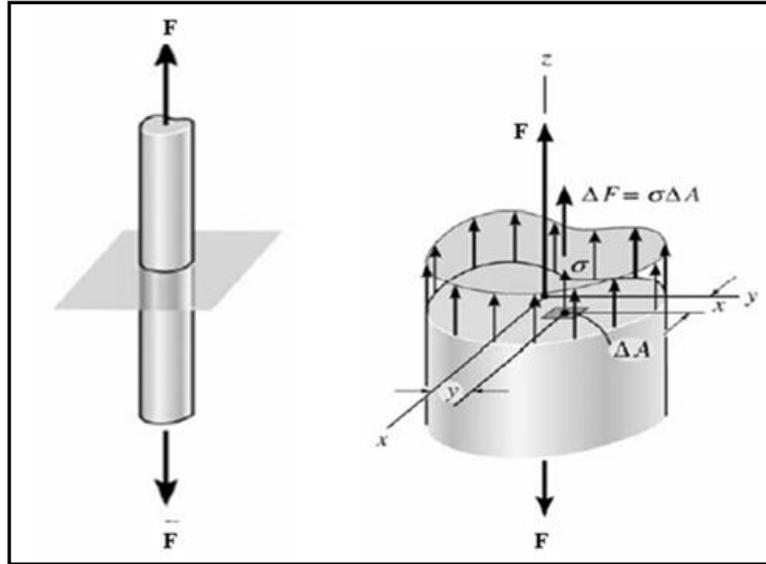


Figura 1: Tensão normal, direcionada ao longo do eixo (HIBBELER, 2000).

A equação (2) merece, porém, um comentário adicional. Para que esta expressão seja válida, além da distribuição uniforme das tensões já comentada, a carga axial deve estar alinhada com o centróide da área da seção transversal em estudo (figura 2). Quando a carga  $F$  não age sobre o centróide, tem-se também flexão no componente e o gradiente de tensões oriundas da flexão deve ser considerado (HOSFORD, 2008), como será discutido mais adiante.

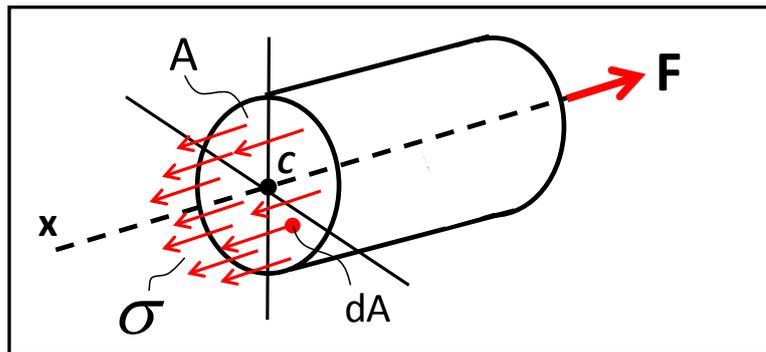


Figura 2 : Força e respectiva tensão normal oriunda de solicitação puramente axial alinhada com o eixo do componente (o eixo,  $x$  neste caso, pode ser entendido como o lugar geométrico dos centróides das múltiplas seções transversais do componente). Fonte: Autor

### Tensão cisalhante

Ao contrário da tensão normal, a tensão cisalhante é resultado de uma parcela de força tangencial agindo sobre a seção em estudo e pode ser definida de maneira geral na forma

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad , \quad (3)$$

onde, neste caso, a força aplicada é paralela à seção em estudo. Novamente, caso o estado de tensões seja uniforme ao longo da seção, a tensão de cisalhamento pode ser definida como uma grandeza média na forma

$$\tau = \frac{F}{A} \quad . \quad (4)$$

Para maior facilidade de visualização, a figura 3 ilustra, para uma sollicitação bidimensional genérica em um ponto material, as parcelas de força normal ( $F_n$ ) e tangencial (ou cisalhante –  $F_c$ ). Estas forças, substituídas nas equações (1) a (4) dão origem, respectivamente, às tensões normais e cisalhantes previamente descritas.

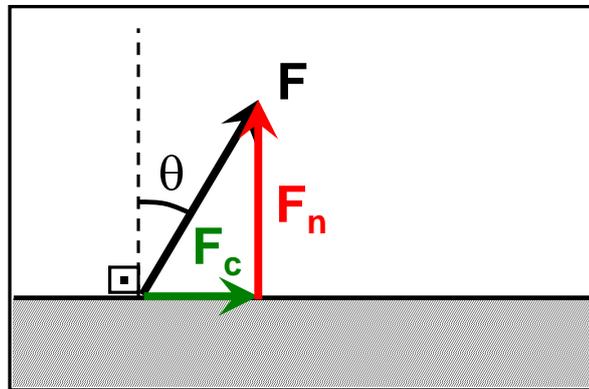


Figura 3 : Componentes de força normal ( $F_n$ ) e força cisalhante ( $F_c$ ) atuantes em um ponto material representado bidimensionalmente. Fonte: Autor

### **Estado Geral (ou tridimensional) de Tensões (EGT)**

Definidas as tensões normais e de cisalhamento, o estado geral de tensões ao qual está submetido um ponto material no espaço tridimensional pode ser descrito. Seja um ponto qualquer, pertencente a um corpo em equilíbrio, como ilustra o cubo da figura 4, o estado geral de tensões pode ser descrito por meio das tensões atuantes em todas as suas faces, incluindo parcelas normais e de cisalhamento. Utilizando-se de considerações de equilíbrio

translacional e rotacional, seis componentes de tensão, sendo três normais ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\sigma_z$ ) e três de cisalhamento ( $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$  e  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ ), descrevem totalmente a sollicitação do ponto, como ilustra a figura 4 (HOSFORD, 2008). No caso das tensões de cisalhamento, o primeiro subscrito representa a direção normal ao plano sobre o qual a tensão atua, e o segundo subscrito representa a direção de atuação da mesma.

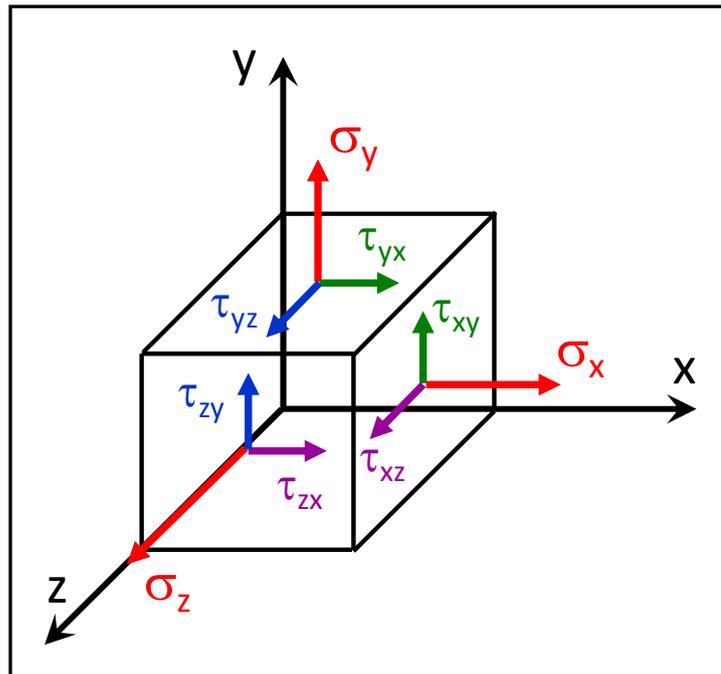


Figura 4: Componentes de tensão normal e de cisalhamento que representam o estado geral de tensões de um ponto material. Fonte: HOSFORD, 2008

O mesmo estado geral de tensões pode ser representado matematicamente na forma do seguinte tensor:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}, \quad (5)$$

sendo que, pelas mesmas condições de equilíbrio já citadas, o tensor é simétrico em relação à sua diagonal principal (ou seja,  $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ ).

Fica claro que o estado de tensões apresentado é válido para o espaço cartesiano x, y e z. Este mesmo estado de tensões, porém, pode ser equivalentemente representado por meio de

tensões atuando em outros sistemas ortogonais de coordenadas, defasados (rotacionados) em relação a um, dois, ou aos três eixos originais. Esta possibilidade é de grande interesse quando é necessária a determinação das tensões atuantes em uma direção específica, ou se deseja encontrar os valores das tensões máximas (e respectivas direções) atuantes no ponto material, para fins de projeto e avaliação de integridade. Utiliza-se para isto a técnica de transformação de tensões (DOWLING, 1999).

Por simplicidade de ilustração, se considera inicialmente uma condição de estado plano de tensões (EPT), na qual são nulas quaisquer tensões atuantes fora do plano xy (HOSFORD, 2008). Para este caso, o estado de tensões da equação (5) se resume à equação (6), e é ilustrado pela figura 5.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix} \quad (6)$$

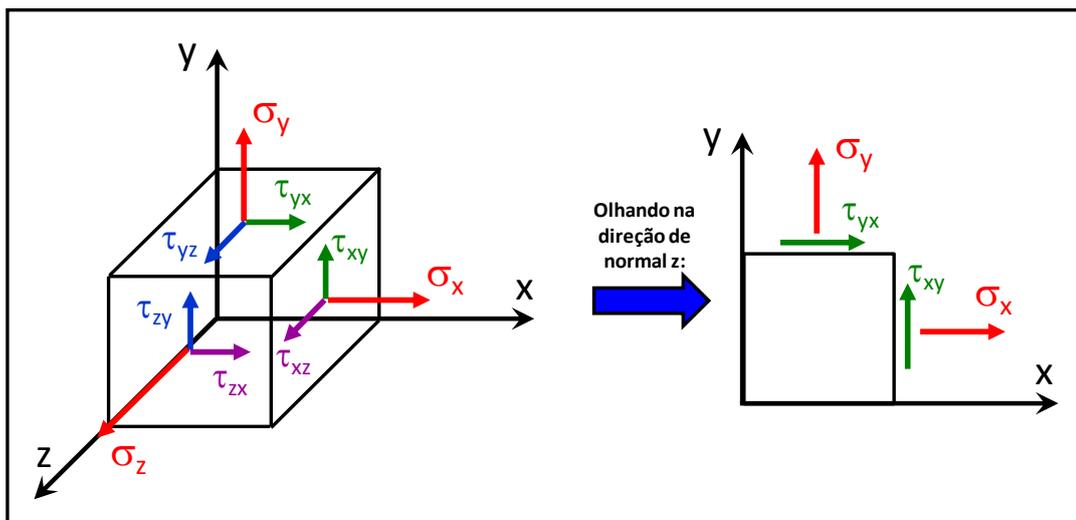


Figura 5: Representação bidimensional do estado plano de tensões a partir do estado geral de tensões. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999

Para que se possa representar o estado de tensões equivalente em um sistema de coordenadas  $x',y'$  defasado  $\theta$  graus em relação às direções originais, deve ser inicialmente desenhado o diagrama de corpo livre de uma parcela triangular do ponto material original, como ilustram as figuras 6(a,b). Pode ser então realizada a somatória de forças na horizontal e na vertical, a fim de se obter as novas parcelas de tensão  $\sigma_{x'}$ ,  $\sigma_{y'}$  e  $\tau_{x'y'}$  (vide figura 6(c)), na forma (DOWLING, 1999)

$$\sigma_x' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \text{sen} 2\theta ; \quad (7)$$

$$\sigma_y' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta - \tau_{xy} \cdot \text{sen} 2\theta ; \quad (8)$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cdot \text{sen} 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta . \quad (9)$$

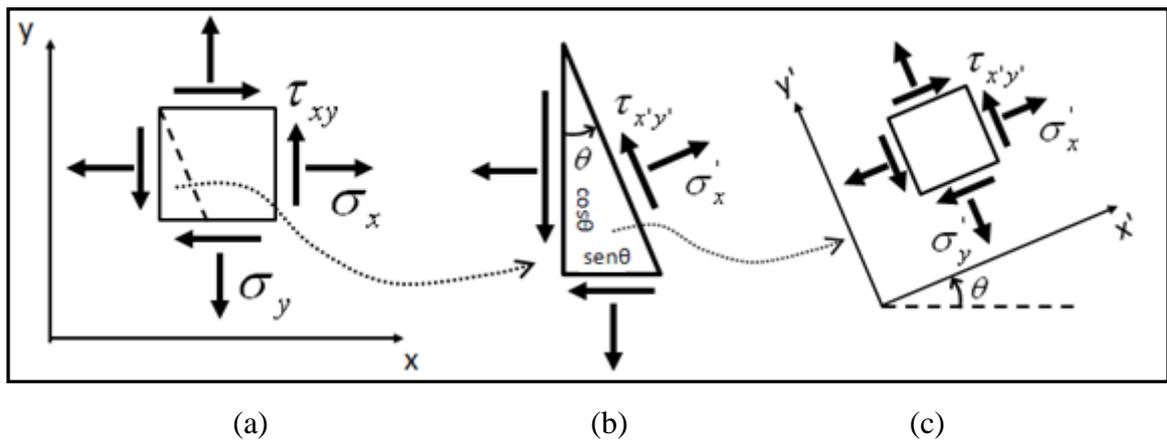


Figura 6 :Diagrama de corpo livre para dedução das transformações de tensão no estado plano de tensões. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999

### Tensões principais

As equações (7 a 9) descrevem a variação das tensões como função do ângulo  $\theta$  a partir de funções trigonométricas. Para posições angulares específicas, ocorrem valores máximos e mínimos das tensões normais e de cisalhamento, as quais são de grande interesse para o projeto mecânico. Para o caso de estado plano de tensões (EPT) que vem sendo apresentado, os pontos de máximo/mínimo podem ser obtidos por meio da diferenciação das expressões (7) e (9) (ou seja,  $d\sigma/d\theta = 0$ ;  $d\tau/d\theta = 0$ ). Como resultado, as tensões normais máxima e mínima ocorrem para direções nas quais as tensões de cisalhamento são nulas. Estas tensões normais (e os respectivos ângulos nos quais ocorrem) podem determinadas como (DOWLING, 1999)

$$\sigma_{máx,mín} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[ \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} ; \quad (10)$$

$$\tan 2.\theta_{máx,mín} = \frac{2.\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} . \quad (11)$$

As tensões de cisalhamento máximas, por sua vez, ocorrem em posições angulares defasadas de  $\pm 45^\circ$  em relação à direção das máximas normais ( $\theta_{máx,mín}$ ), e atuam conjuntamente com uma tensão normal média (denotada  $\sigma_\tau$ ). Estas podem ser encontradas para o estado plano de tensões como

$$\tau_{máx,mín} = \pm \left[ \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} ; \quad (12)$$

$$\sigma_\tau = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} . \quad (13)$$

Para muitos casos nos quais os materiais estão submetidos a um estado geral tridimensional de tensões (EGT), o mesmo conceito pode ser aplicado desde que se adicione um terceiro eixo de coordenadas. Para o estudo deste caso, a definição de três grandezas denominadas “Invariantes de Tensões” se torna de grande valia. Os invariantes são funções das tensões atuantes no ponto material e são independentes do sistema de eixos de coordenadas adotado, sendo dados por (DOWLING, 1999)

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z ; \quad (14)$$

$$I_2 = \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y \cdot \sigma_z + \sigma_z \cdot \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 ; \quad (15)$$

$$I_3 = \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z + 2 \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zx} - \sigma_x \cdot \tau_{yz}^2 - \sigma_y \cdot \tau_{zx}^2 - \sigma_z \cdot \tau_{xy}^2 . \quad (16)$$

Baseando-se nos invariantes, as tensões normais principais ( $\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_3$ ) de um estado tridimensional são as raízes reais da equação (17), para as quais se utiliza a convenção ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ). As respectivas direções nas quais estas tensões principais ( $\sigma_i$  - com  $i=1, 2$  ou  $3$ ) atuam são obtidas da solução das equações (18 e 19), sendo que  $l, m$  e  $n$  são

denominados cossenos diretores, e encontram-se definidos pelas equações (20) (vide figura 7 para referência aos ângulos). Analogamente ao estado plano de tensões, as direções principais apresentam cisalhamento nulo (DOWLING, 1999; POPOV, 1978; FÉODOSIEV, 1977).

$$\sigma^3 - \sigma^2 \cdot I_1 + \sigma \cdot I_2 - I_3 = 0 \quad (17)$$

$$(\sigma_x - \sigma_i)l_i + \tau_{xy}m_i + \tau_{zx}n_i = 0$$

$$\tau_{xy}l_i + (\sigma_y - \sigma_i)m_i + \tau_{yz}n_i = 0 \quad (18)$$

$$\tau_{zx}l_i + \tau_{yz}m_i + (\sigma_z - \sigma_i)n_i = 0$$

$$l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 = 1 \quad (19)$$

$$l_i = \cos \theta_x ; m_i = \cos \theta_y ; n_i = \cos \theta_z \quad (20)$$

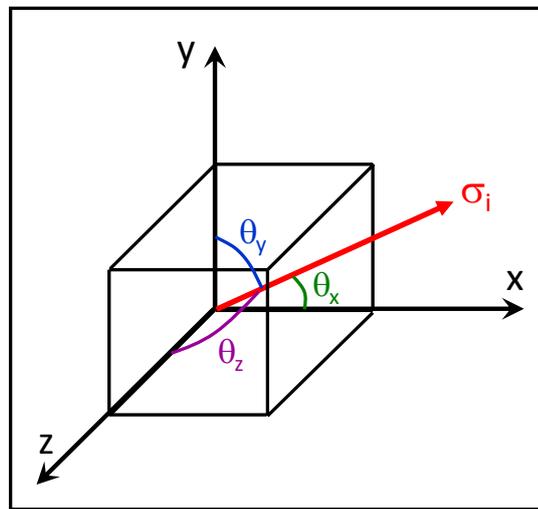


Figura 7: Direções de atuação de uma tensão no espaço tridimensional. Fonte: Autor “adaptado” de FÉODOSIEV, 1977

As tensões de cisalhamento máximas resultantes de um estado geral de tensões, por sua vez, ocorrem defasadas de  $\pm 45^\circ$  (em relação aos três eixos) a partir da direção das máximas tensões normais, a exemplo do que ocorre no EPT. Estas podem ser calculadas por meio das

equações (21) e estão associadas à ocorrência de tensões normais médias (aqui denotadas  $\sigma_{\tau-ij}$  com  $i,j=1, 2$  ou  $3$ ) dadas pelas equações (22).

$$\tau_{12} = \frac{[\sigma_1 - \sigma_2]}{2}, \quad \tau_{23} = \frac{[\sigma_2 - \sigma_3]}{2}, \quad \tau_{13} = \frac{[\sigma_1 - \sigma_3]}{2} \quad (21)$$

$$\sigma_{\tau-12} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}, \quad \sigma_{\tau-23} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}, \quad \sigma_{\tau-13} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad (22)$$

### Círculo de Mohr

Uma forma bastante simples de representar graficamente o estado de tensões de um ponto material é por meio do círculo de Mohr (DOWLING, 1999; SCHIEL, 1984). Para o caso geral (tridimensional) de tensões, quando estão disponíveis as tensões normais ( $\sigma$ ) e as tensões de cisalhamento ( $\tau$ ) atuantes em cada um dos planos do referido ponto, o círculo de Mohr pode ser traçado conforme mostrado na figura 8. Adotando-se como exemplo que o plano 1-2 da figura seja o plano  $xy$  cartesiano, a forma mais simples de desenhá-lo é marcando, para este plano e sobre o sistema de coordenadas  $\sigma$  vs.  $\tau$ , os pontos correspondentes a  $(\sigma_x, -\tau_{xy})$  e  $(\sigma_y, \tau_{yx})$ , unir os pontos e desenhar o círculo centrado no eixo  $\sigma$  e contendo ambos os pontos. Detalhes operacionais adicionais podem ser encontrados em Beer et al. (2008) e Hibbeler (2010).

O círculo de Mohr é capaz de fornecer informações muito importantes para a compreensão da sollicitação local. Assim como feito para o plano  $xy$ , o mesmo processo para os outros dois planos ortogonais fornece mais dois círculos, caracterizando completamente o EGT. A intersecção de cada círculo com o eixo horizontal (de tensões normais) oferece as duas tensões normais principais atuantes no respectivo plano, assim como a altura oferece a máxima tensão de cisalhamento no mesmo. Esta última é importante porque indica a capacidade que o estado de tensões tem de induzir a deformação plástica (DOWLING, 1999). Caso sejam desejados os valores das tensões atuantes em um dos planos em uma determinada angulação  $\theta$ , basta traçar uma reta a partir do centro do círculo de interesse e rotacionada de  $2\theta$  no sentido anti-horário em relação ao eixo  $\sigma$  e a intersecção com o círculo fornecerá os resultados de tensões normais e cisalhantes atuantes.

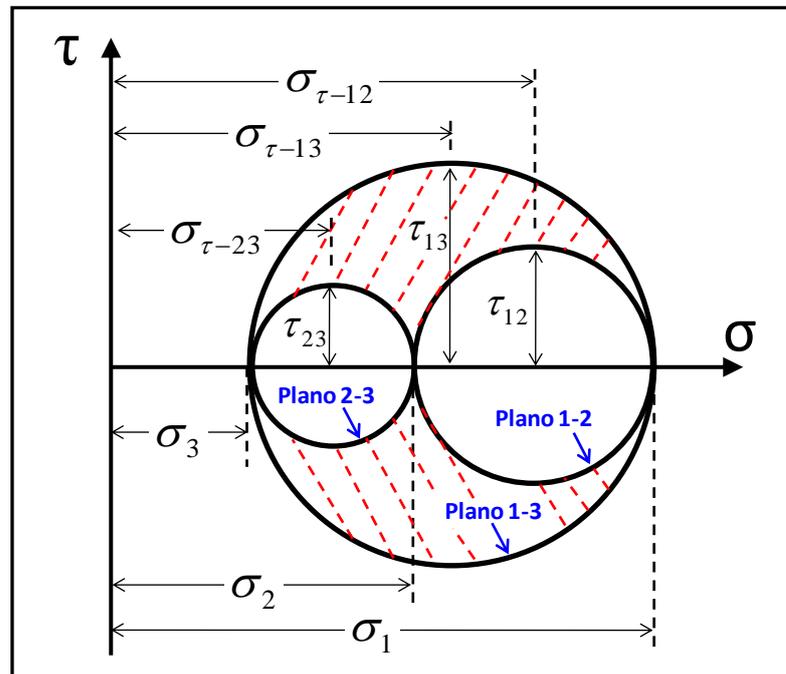


Figura 8: Círculo de Mohr para o estado geral de tensões. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999

A figura 9 ilustra, a título de exemplo e objetivando melhor entendimento, diversas condições de sollicitação mecânica de um ponto material e a respectiva representação dos estados de tensões por meio do círculo de Mohr. Fica evidenciada a grande facilidade de visualização da sollicitação mecânica local com esta metodologia gráfica.

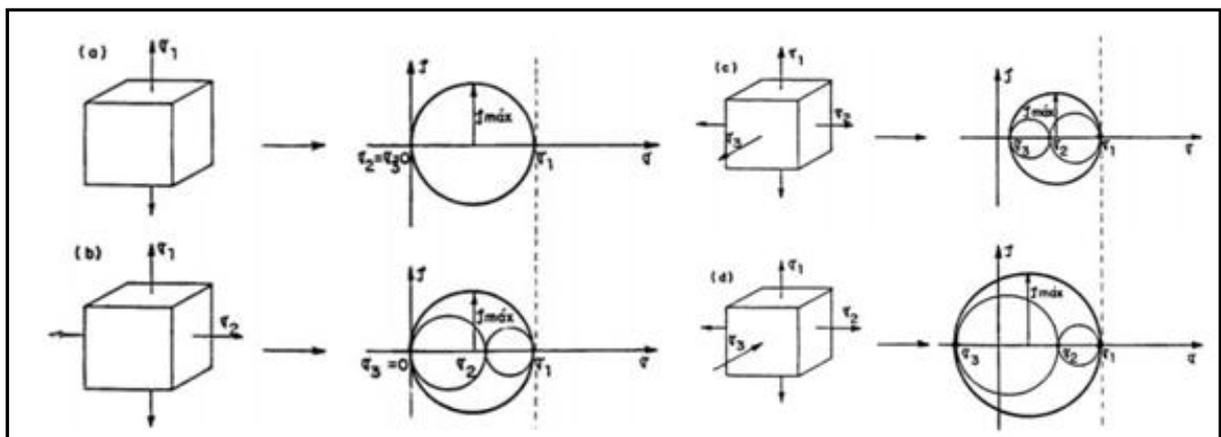


Figura 9: Exemplos de aplicação do círculo de Mohr para estados de tensões tridimensionais. Fonte: DOWLING, 1999

### Tensões Hidrostáticas e Desviadoras.

Para um melhor entendimento físico e suporte às formulações apresentadas mais adiante, o estado de tensões apresentado pela figura 4 e equação (5) pode ser descrito como a soma de dois estados de tensões: um hidrostático e um desviador. A tensão hidrostática é definida como a média das tensões principais (ou cartesianas) na forma

$$\sigma_h = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{I_1}{3} . \quad (23)$$

Esta é a parcela das tensões que, em quaisquer direções do ponto material, promove somente variação de volume e nenhuma distorção. Porém, fora dos planos principais, existe cisalhamento e, em adição à tensão hidrostática, existe um estado de tensões responsável pela distorção do ponto material. Eis as tensões de desvio. Assim, tensões hidrostáticas e de desvio podem ser descritas aditivamente na forma

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} \sigma_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_h & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_h \end{array} \right| + \left| \begin{array}{ccc} \sigma_x - \sigma_h & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_h & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_h \end{array} \right| \\ \Downarrow \qquad \qquad \qquad \Downarrow \\ \text{\textit{Tensões Hidrostáticas}} \qquad \text{\textit{Tensões de Desvio}} \end{array} . \quad (24)$$

## Deformação

A toda tensão aplicada a um sólido está atrelada a ocorrência de alterações geométricas em relação à configuração original. Do ponto de vista de mecânica dos sólidos, tal resposta física do material ao carregamento é caracterizada pela deformação e será brevemente apresentada a seguir. Como resposta às sollicitações normais ou de cisalhamento, as deformações podem também ser normais ou cisalhantes.

### Deformação normal

Um objeto submetido à ação de uma força normal externa apresenta indubitavelmente uma variação dimensional longitudinal ( $\delta$ ). Pode-se quantificar este deslocamento do componente a partir da simples medição da região de análise antes e após a aplicação dos

esforços (figura 10). Porém, o deslocamento resultante tem dimensão de comprimento [L] e é uma grandeza dependente do tamanho do componente em estudo, não sendo diretamente comparável entre diferentes geometrias. Assim, define-se o conceito de deformação, o qual representa o deslocamento resultante da sollicitação, normalizado por unidade de comprimento inicial (DOWLING, 1999).

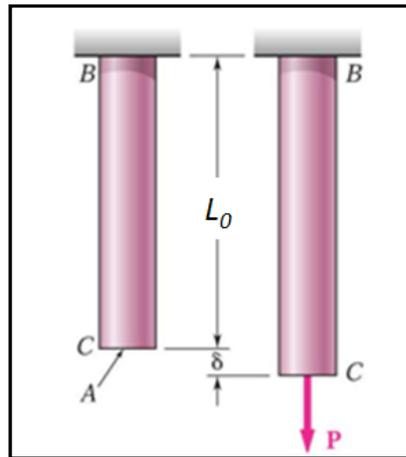


Figura 10: Demonstração de deformação axial no corpo-de-prova. Fonte: HIBBELER, 2000

A deformação nominal ou de engenharia pode ser definida pela razão da variação da distância entre dois pontos devido ao deslocamento e a distância linear inicial desses pontos, conforme a equação (25).

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\delta}{L_0} \quad (25)$$

Esta definição, a qual é baseada nas dimensões originais (indeformadas) do componente, é por este motivo adequada para regimes de pequenas deformações, onde as alterações dimensionais dos espécimes são negligenciáveis. Quando da ocorrência de grandes deformações, considerações adicionais são necessárias para que sejam levadas em conta as dimensões instantâneas dos espécimes ao longo do progresso da sollicitação (DOWLING, 1999; HOSFORD, 2008).

Admitindo-se a divisão de um componente em pequenos trechos  $L_1, L_2, \dots, L_i$ , e admitindo que sob sollicitação cada um dos mesmos sofra pequenas variações dimensionais  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i$ , a deformação total resulta (DOWLING, 1999; HOSFORD, 2008)

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\delta_1}{L_1} + \frac{\delta_2}{L_2} + \dots + \frac{\delta_i}{L_i} = \sum \frac{\delta}{L_0} . \quad (26)$$

Admitindo-se dimensões infinitesimais para os comprimentos analisados, decorre que

$$\tilde{\varepsilon} = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \ln \frac{L}{L_0} , \quad (27)$$

onde  $L_0$  é o comprimento inicial e  $L=L_0+\delta$ . Utilizando a equação (27) e recorrendo à equação (25), as deformações de engenharia e verdadeira podem ser relacionadas como

$$\tilde{\varepsilon} = \ln \frac{L_0 + \delta}{L_0} = \ln \left( 1 + \frac{\delta}{L_0} \right) = \ln(1 + \varepsilon) . \quad (28)$$

### **Deformação cisalhante ou angular**

Assim como uma força normal aplicada a um componente gera uma deformação longitudinal ( $\varepsilon$ ), esforços cisalhantes provocam tensões de cisalhamento ( $\tau$ ) e respectivas deformações angulares ou de cisalhamento ( $\gamma$ ), também chamadas de distorções. A figura 11 ilustra um ponto material genérico inicialmente quadrado submetido a uma tensão de cisalhamento horizontal. O resultado deste carregamento é a distorção angular do elemento (de magnitude  $\theta$ ) e define-se a deformação de cisalhamento como:

$$\gamma = \text{tg}(\theta) . \quad (29)$$

Da mesma forma que na tensão, define-se um tensor de deformações, o qual apresenta forma bastante similar ao apresentado pela equação 5, mas que não demanda intensivo detalhamento frente aos interesses do presente trabalho. O tensor de deformações total incorpora deformações normais e de cisalhamento e pode também ser decomposto em duas componentes: volumétrica (ou hidrostática) e desviadora como previamente apresentado para tensões (DIETER, 1981).

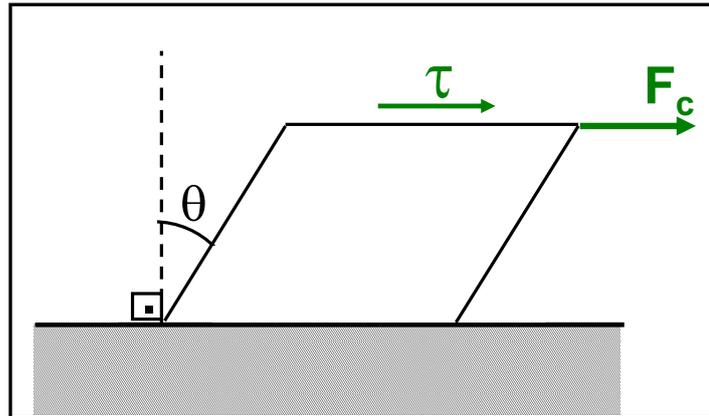


Figura 11: Ilustração da deformação de cisalhamento desconsiderando rotação de corpo rígido. Fonte: Autor “adaptado” de JOHNSON , 2006

## 2.2 Conceitos básicos de ciências dos polímeros

### 2.2.1 Estrutura dos polímeros

Polímeros são materiais de origem orgânica e são uma classe particular de macromoléculas que apresentam uma repetição regular de unidades químicas de mesmo tipo ou poucos tipos (usualmente somente dois), unidas extremidade a extremidade ou de forma mais complexa para formar cadeias moleculares. As macromoléculas são longas formações de hidrocarbonetos, caracterizadas pelo alto peso molecular (BOWER, 2002, p. 29).

As ligações intramoleculares (ou ligações da cadeia principal) são ligações covalentes e as moléculas se encontram na forma de cadeias longas e flexíveis, cujo esqueleto principal consiste em uma série de átomos de carbono (CALLISTER, 2002). Tais moléculas longas são compostas pela repetição sucessiva de entidades estruturais conhecidas por unidades mero. O nome polímero deriva, justamente, de um aglomerado de muitos meros na forma das macromoléculas. As macromoléculas interagem entre si, por meio de ligações secundárias ou de van de Waals (mais fracas, intermoleculares), as quais serão discutidas em mais detalhes adiante. A figura 12 exemplifica as estruturas dos meros de alguns polímeros de interesse deste trabalho. Caso o material apresente uma única unidade química de repetição recebe o nome de homopolímero; já se há mais de um tipo de unidade de repetição, recebe o nome de copolímero. Detalhes adicionais sobre a química das moléculas dos polímeros fogem ao escopo deste estudo e podem ser encontradas de maneira bastante detalhada em Bower (2002) e Ward & Sweeney (2004).

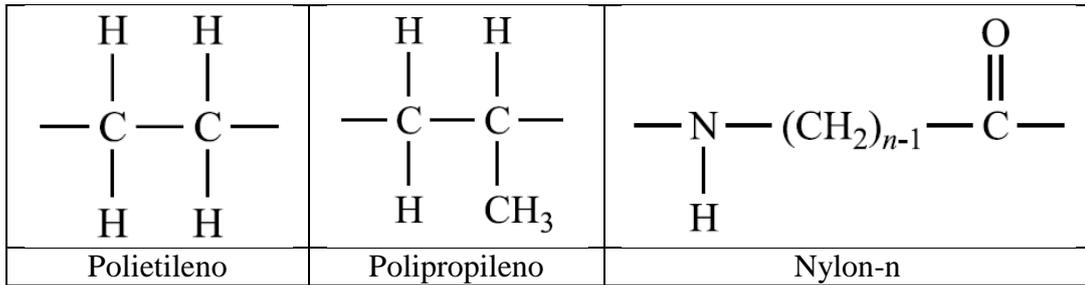


Figura 12: Estruturas dos meros de alguns polímeros de interesse do trabalho. Fonte: BOWER , 2002

As ligações principais existentes nas cadeias poliméricas podem sofrer rotação ou torção nas três dimensões (com o lugar geométrico das possíveis posições do próximo átomo descrito por um cone de aproximadamente  $109^\circ$  - figura 13(a)), assim, não existe razão para se supor que as cadeias sejam estritamente retilíneas. A figura 13(b) ilustra um caso particular em que um segmento da cadeia polimérica resulta retilíneo, mas o caso geral é apresentado pela figura 13(c) e configura uma cadeia final randomicamente orientada, como ilustra a figura 14.

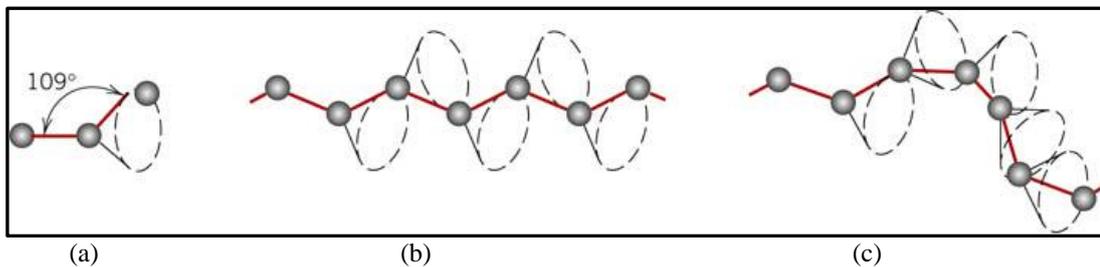


Figura 13: Representação esquemática da posição relativa entre os átomos em cadeias poliméricas. (a) Lugar geométrico cônico do possível posicionamento de um átomo adjacente, (b) segmento de cadeia em linha reta e (c) segmento de cadeia retorcido. Fonte: CALLISTER , 2002, p. 316

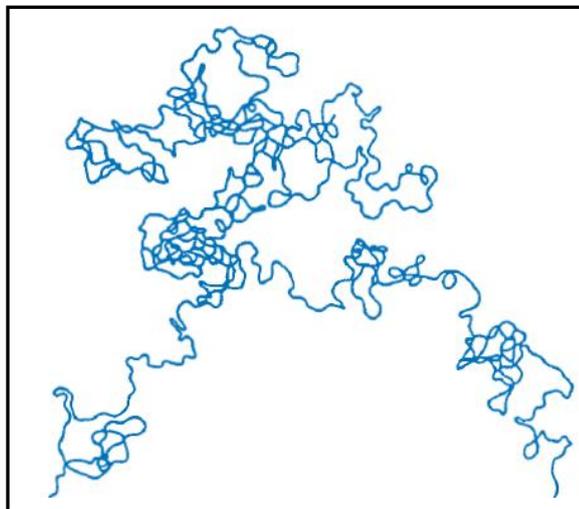


Figura 14: Representação esquemática de uma única molécula de uma cadeia polimérica com contorções e espirais aleatórias. Fonte: CALLISTER , 2002, p. 316

A forma molecular brevemente discutida (juntamente com o peso molecular), é responsável por diversas características mecânicas e térmicas dos polímeros. Por exemplo, a presença de espirais e embaraços (figura 14) é uma das responsáveis pela grande elasticidade demonstrada pelas borrachas. Ainda, a estrutura formada pelas cadeias moleculares também é fundamental para a compreensão da resposta mecânica dos polímeros, como discutido a seguir (CALLISTER, 2002).

Dependendo da maneira como se arranjam as cadeias moleculares, os polímeros podem ser classificados quanto a sua estrutura como lineares, ramificados, com ligações cruzadas ou em rede, sendo que em cada caso apresentam diferentes respostas mecânicas. Polímeros lineares são aqueles em que os meros estão ligados ponta a ponta em cadeias únicas, como ilustra a figura 15(a). Aí, ilustrativamente cada círculo representa um mero e, entre as cadeias, podem existir grandes quantidades de ligações secundárias (fracas). O polietileno, poliestireno, polimetil metacrilato, o náilon e os fluorocarbonos são exemplos de polímeros lineares. Polímeros ramificados são aqueles nos quais cadeias de ramificações laterais encontram-se conectadas às cadeias principais, como ilustra a figura 15(b). Os polímeros que podem ser lineares podem também ser ramificados, neste caso apresentando menor densidade. Polímeros com ligações cruzadas são aqueles nos quais as cadeias lineares estão unidas umas às outras por meio de ligações covalentes (figura 15(c)), usualmente conseguidas por meio de átomos ou moléculas aditivos. Esta característica é bastante típica de borrachas (as ligações cruzadas são obtidas pelo processo de vulcanização) e proporciona grande capacidade adicional de deformação elástica reversível. Por fim, polímeros em rede são aqueles onde a grande quantidade de ligações cruzadas (covalentes) geram redes tridimensionais (figura 15(d)), proporcionando menor mobilidade, maior rigidez e menor capacidade de deformação elástica e plástica. Materiais epóxi e à base de fenolformaldeído pertencem a este grupo (CALLISTER, 2002). Normalmente um polímero não apresenta um único tipo estrutural distinto, mas o predomínio de uma determinada estrutura governa as propriedades mecânicas resultantes (FERRY, 1980 ; KREVELEN, 1990 ; NIELSEN, 1974).

Em termos da estrutura, do número de ligações cruzadas e conseqüentemente de propriedades mecânicas, os polímeros podem ser classificados em termoplásticos, elastômeros ou termofixos (ROESLER, 2007, p. 28-29; BOWER, 2002, p. 30-32):

- Termoplásticos são polímeros lineares ou ramificados e apresentam ausência ou quantidade muito reduzida de ligações cruzadas, o que permite a formação de um reticulado cristalino ordenado (cristalinidade). Assim, polímeros termoplásticos

podem ser semicristalinos e formam estruturas esferulíticas, as quais serão discutidas em mais detalhes adiante pelo significativo efeito nas propriedades mecânicas.

- Elastômeros são polímeros que apresentam média quantidade de ligações cruzadas e por este motivo são usualmente amorfos (existe a dificuldade para que se forme um reticulado cristalino ordenado). Apresentam moléculas bastante contorcidas em sua configuração não carregada, o que, juntamente às ligações cruzadas, confere grande capacidade de deformação elástica reversível a estes materiais. Durante o processo de deformação, as moléculas são estiradas na direção do carregamento, reduzindo a entropia. As ligações cruzadas evitam que tais moléculas escorreguem uma em relação à outra no processo de deformação, minimizando a deformação plástica e propiciando a restituição de grandes níveis de deformação elástica.
- Termofixos, por sua vez, são polímeros em rede e que apresentam grande quantidade de ligações cruzadas (o que também os faz usualmente amorfos). São normalmente rígidos e possuem baixa capacidade de deformação, com comportamento frágil e com pequena deformação anterior à falha.

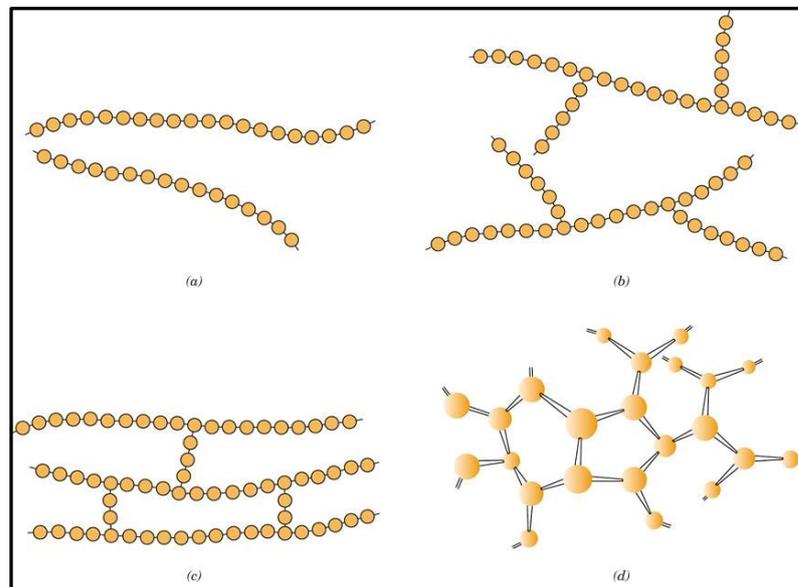


Figura 15: Representação esquemática de estruturas moleculares (a) lineares, (b) ramificadas, (c) com ligações cruzadas e (d) em rede tridimensional. Cada círculo representa um mero. Fonte: CALLISTER, 2002, p. 317

Outra característica altamente relevante para a resposta estrutural do material é o grau de cristalinidade dos polímeros, os quais podem variar desde completamente amorfos (0% de

crystalinidade) até quase totalmente cristalinos (até aproximadamente 95%). Polímeros cristalinos são em geral mais resistentes à solitação mecânica e à temperatura. A cristalinidade pode ser entendida como o empacotamento das cadeias moleculares de modo a produzir uma matriz atômica ordenada, e depende fortemente da taxa de resfriamento durante a solidificação (resfriamento mais lento → maior cristalinidade), assim como do arranjo molecular (em um extremo, polímeros lineares cristalizam facilmente, enquanto polímeros em rede são quase totalmente amorfos).

Diversos modelos descritores das estruturas cristalográficas em polímeros foram propostos, mas investigações recentes defendem que os cristais formados em polímeros consistem de lamelas delgadas com formato regular (10 a 20 nm de espessura e comprimento da ordem de 10  $\mu\text{m}$ ), que formam estruturas multicamadas como a da figura 16 de polietileno obtida por microscopia eletrônica de varredura. Esquemáticamente, acredita-se que as cadeias moleculares presentes em cada uma destas camadas se dobrem para a frente e para trás sobre elas mesmas (modelo da cadeia dobrada – figura 17), configurando regiões de cristalinidade. Muitos polímeros volumosos, então, se cristalizam a partir de massa fundida por meio da combinação de cristalitos com cadeias dobradas dispostos radialmente a partir de um ponto central, formando os chamados esferulitos (figura 18(a)). Tais cristalitos caracterizam a região cristalina e as posições entre os mesmos apresentam regiões amorfas. Uma ilustração esquemática da morfologia dos esferulitos é apresentada pela figura 18(b).

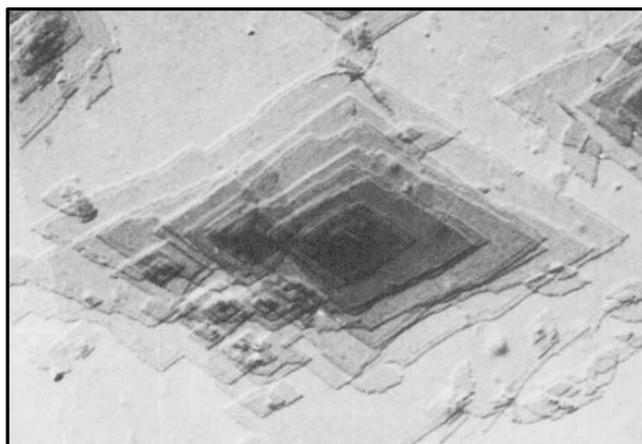


Figura 16: Monocristal de polietileno obtido por microscopia eletrônica de varredura com 20.000 vezes de ampliação. Fonte: CALLISTER , 2007, p. 512

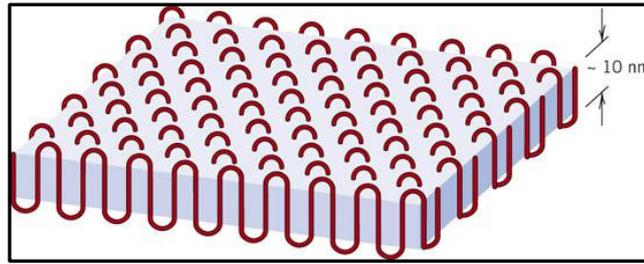


Figura 17: Modelo das cadeias dobradas para um cristalito de polímero em forma de placa. Fonte: CALLISTER , 2007, p. 513

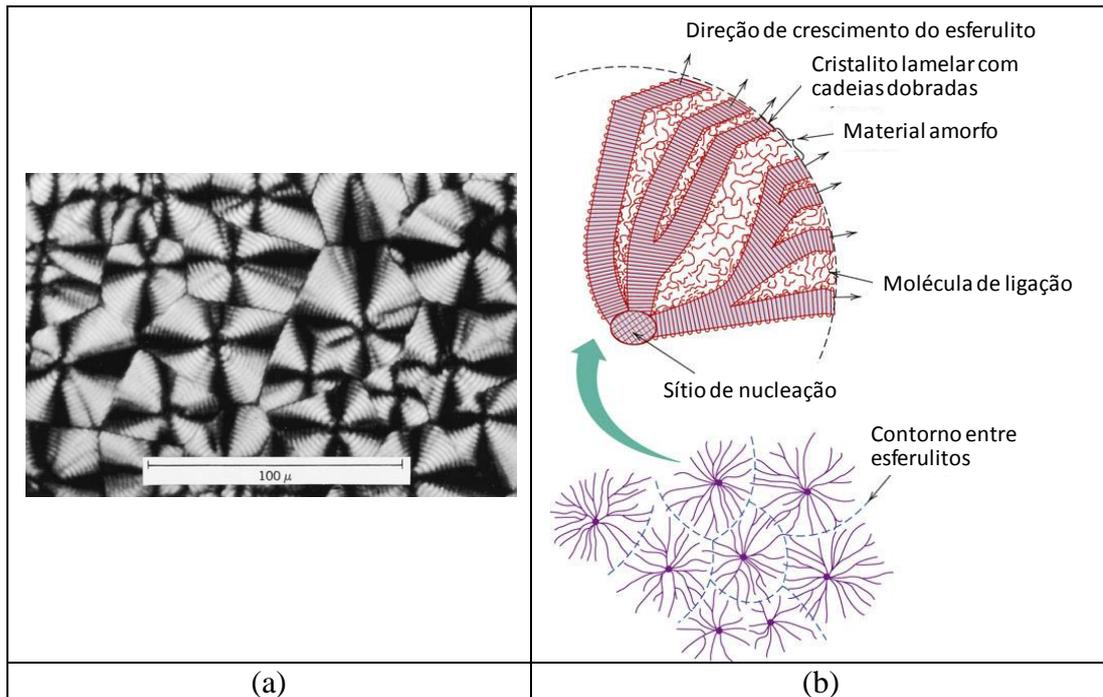


Figura 18: (a) Fotomicrografia de transmissão mostrando a estrutura dos esferulitos de polietileno e (b) representação esquemática da estrutura de formação de um esferulito (CALLISTER , 2007, p. 513-514).

## 2.2.2 Mecanismos de deformação elástica e plástica

Vale ressaltar que o comportamento mecânico de polímeros, diferentemente de metais, é muito sensível à temperatura e taxa de deformação (polímeros são viscoelásticos, apresentando tanto propriedades de líquidos viscosos como de sólidos elásticos como resultado dos fenômenos de relaxação). Entretanto, o foco do presente trabalho reside na parcela de deformação (elástica e plástica) independente do tempo. Tal interesse é um reflexo das condições de operação mecânica usual de componentes estruturais fabricados com polímeros termoplásticos, as quais remetem a regimes de pequenas deformações.

A base para o entendimento dos mecanismos de deformação de polímeros semicristalinos é suportada pelos pontos brevemente discutidos até o momento sobre ligações, disposição das cadeias poliméricas e a estrutura esferulítica apresentada pela figura 18. Cada

um dos esferulitos pode ser entendido como um aglomerado de numerosas fitas com cadeias dobradas (ou lamelas) dispostas radialmente a partir do centro e separadas por regiões de material amorfo. Cadeias de ligação atravessam a região amorfa e são responsáveis pela união das lamelas adjacentes, como mostram as figuras 18 e 19(a).

O processo de deformação elástica nos polímeros semicristalinos se dá para reduzidos níveis de tensão e predominantemente por meio do estiramento das cadeias poliméricas de ligação da região amorfa a partir de suas configurações estáveis na direção da tensão aplicada (transição da figura 19(a) para 19(b)). Em paralelo à evolução deste processo (mas com menor intensidade), se desenvolve uma deformação da estrutura dos cristalitos (por meio da dobra e estiramento das fortes ligações covalentes presentes nas cadeias dobradas), promovendo um aumento na espessura das lamelas ( $\Delta t$  - figura 19(c)). Tais fenômenos são reversíveis e, pela coexistência de regiões cristalinas e amorfas em diferentes proporções, o comportamento elástico macroscópico é, em certo sentido, análogo ao de um material “compósito” constituído de fases cristalina e amorfa (CALLISTER, 2002, p. 330). A elasticidade de polímeros, portanto (e em especial de termoplásticos), é determinada pela energia necessária para a modificação geométrica das cadeias poliméricas por meio da retirada dos átomos de sua posição de equilíbrio (ou de menor energia), situação esta restabelecida quando da retirada do carregamento (ROESLER, 2007, p. 270).

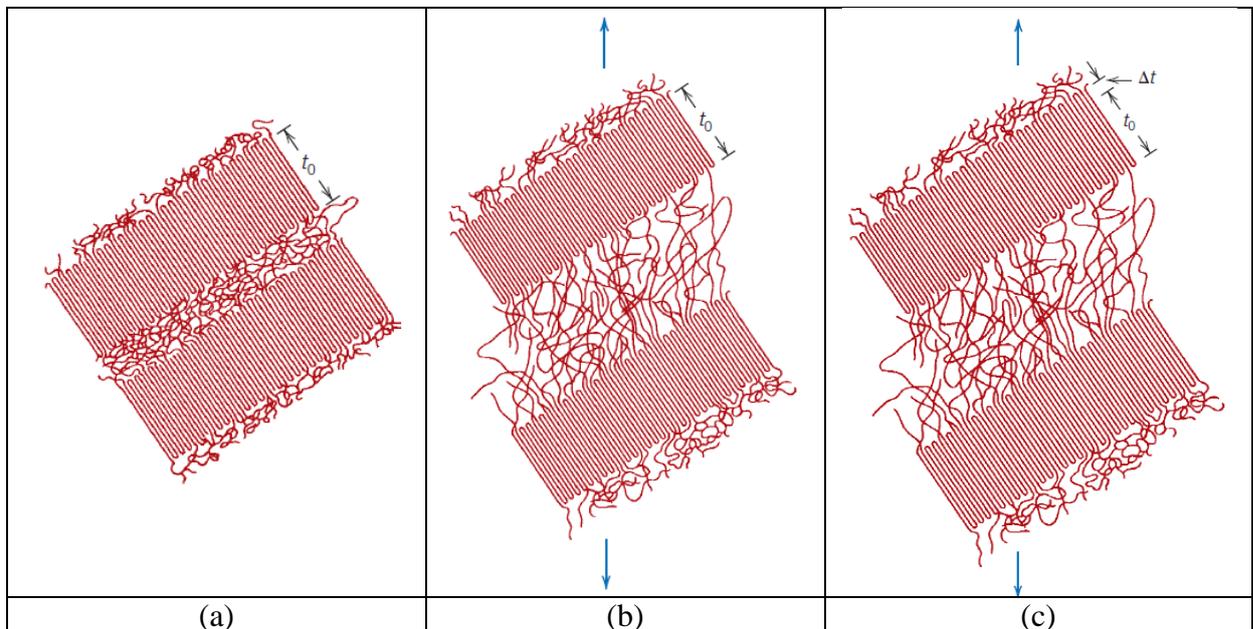


Figura 19: (a) Fotomicrografia de transmissão mostrando a estrutura dos esferulitos de polietileno e (b) representação esquemática da estrutura de formação de um esferulito. Fonte: CALLISTER, 2007, p. 536-537

Já o processo de deformação plástica está mais diretamente vinculado à interação e movimentação relativa entre as regiões lamelares e amorfas intermediárias dos esferulitos como resposta à tensão aplicada. Este processo é irreversível e acontece em etapas, como ilustra a figura 20. Inicialmente, as cadeias dobradas adjacentes formadoras das lamelas (figura 20(a), mesma situação da 19(c)) escorregam umas em relação às outras causando inclinação e alinhamento das cadeias com o eixo de carga (figura 20(b)). Os deslocamentos relativos entre cadeias são resistidos pelas (fracas) ligações secundárias. Na sequência, ocorrem partições das regiões cristalinas lamelares em blocos menores, ainda unidos por cadeias de ligação (figura 20(c)). Por fim, tais blocos e cadeias de ligação se orientam paralelamente ao eixo de solicação, aumentando cada vez mais a orientação das cadeias (figura 20(d)). A estrutura original esferulítica é alterada ou até praticamente destruída e uma estrutura altamente orientada é então originada. Este processo de significativa deformação e orientação das cadeias usualmente recebe o nome de estiramento (ou em inglês *drawing*).

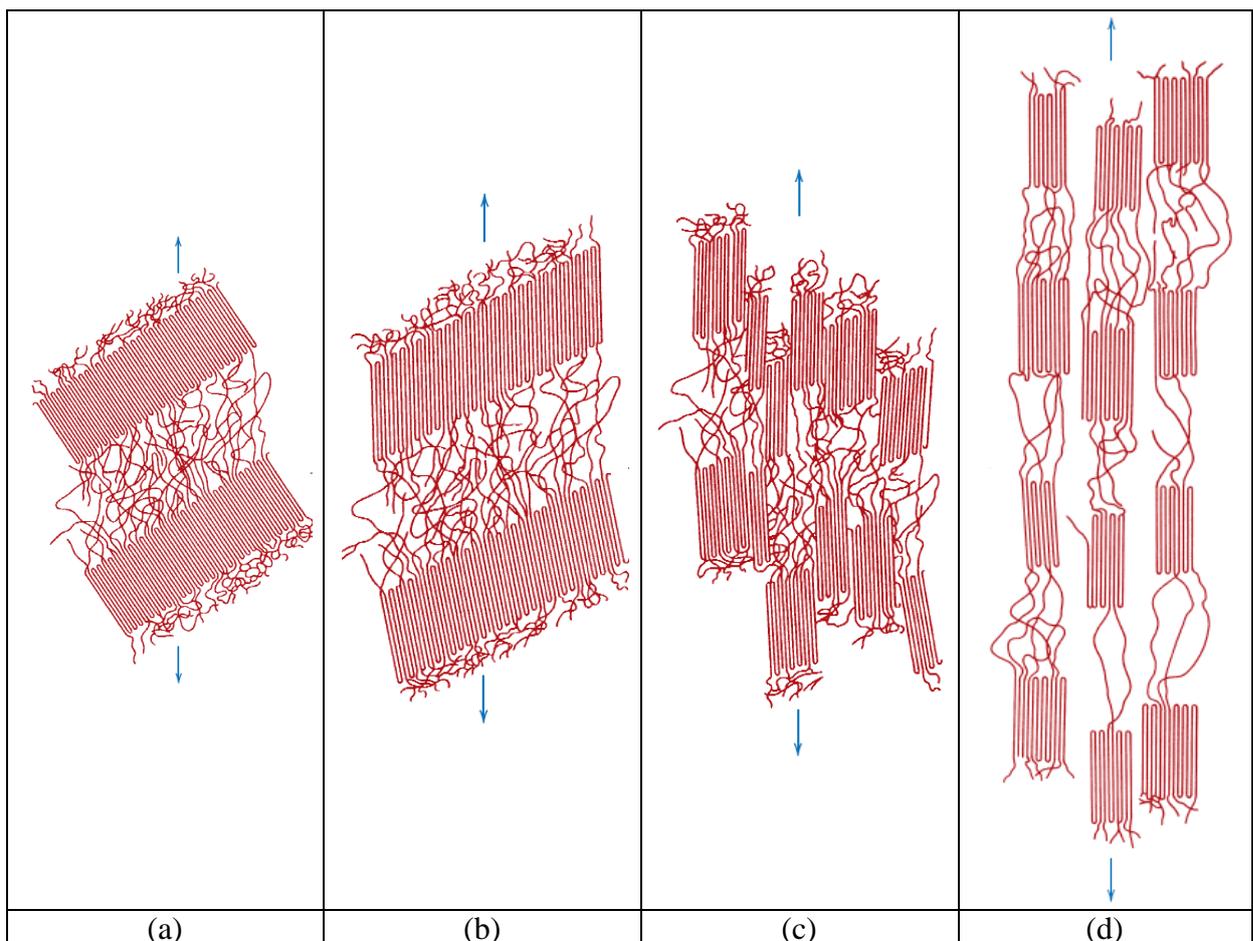


Figura 20: Estágios de deformação plástica de polímero semicristalino. (a) Duas lamelas adjacentes unidas por região amorfa contendo cadeias de ligação após deformação elástica, (b) escorregamento relativo e alinhamento das cadeias lamelares na direção da tensão, (c) partição das regiões cristalinas em segmentos menores e (d) orientação dos segmentos cristalinos e das cadeias de ligação com o eixo de tração no estágio final de deformação plástica. Fonte: CALLISTER, 2007, p. 560

### 2.2.3 Comportamento tensão-deformação

Brevemente discutido o cenário fenomenológico dos regimes de deformação elástica e plástica de polímeros termoplásticos semicristalinos, estas informações servem de suporte para a discussão das propriedades mecânicas resultantes de tais materiais. Muito importante do ponto de vista de projeto estrutural mecânico, é a resposta tensão-deformação. Nesta linha, as propriedades mecânicas básicas dos polímeros são usualmente expressas por parâmetros utilizados para metais, como o módulo de elasticidade, limite de escoamento, limite de resistência, entre outros, todos obtidos a partir da resposta tensão-deformação em ensaios mecânicos. Entretanto, diferente dos materiais metálicos, as propriedades mecânicas de polímeros apresentam diferentes tendências e são altamente influenciadas pela taxa de deformação, temperatura e características químicas do ambiente, o que faz com que adaptações nos ensaios e considerações adicionais sejam necessárias.

O estudo dos efeitos viscoelásticos e da temperatura nas propriedades mecânicas fogem ao escopo deste trabalho (pela sua natureza mecânica com foco em mecânica dos sólidos) e não serão profundamente abordados. O comportamento mecânico monotônico (independente do tempo, elástico e plástico) dos polímeros e sua devida caracterização, por outro lado, são de extrema relevância. Para que o cenário seja devidamente descrito, as seções seguintes desenvolvem uma análise comparativa do comportamento mecânico em tração/compressão de metais dúcteis e polímeros termoplásticos (operando em comportamento dúctil), e os pontos de interesse são discutidos para suportar a metodologia adotada.

Um alerta deve ser ao menos mencionado: um mesmo material polimérico pode apresentar comportamento de fratura dúctil ou frágil dependendo das condições de temperatura, taxa de deformação, nível de degradação por efeitos ambientais, efeitos geométricos e mesmo de estado de tensões (por exemplo: Estado Plano de Tensões vs. Estado Plano de Deformações). Assim, a direta transferência de dados obtidos de espécimes laboratoriais para o cálculo estrutural deve levar em conta tais influências (BOWER, 2002).

## 2.3 Os ensaios de tração e compressão e peculiaridades para avaliação de polímeros

### Ensaio de tração

O ensaio de tração é um teste uniaxial no qual garras têm a função de sujeitar e alongar monotonicamente um corpo-de-prova padronizado e fabricado do material em estudo.

Equipamentos para esta finalidade são instrumentados com sensores para registrar a força e o alongamento do corpo de prova no decorrer do ensaio (SCHAEFFER, 1999). É amplamente usado para obtenção de informações básicas sobre o comportamento mecânico de materiais, suportando atividades de projeto, desenvolvimento e controle de especificações. O resultado básico deste ensaio é o diagrama tensão vs. deformação uniaxial, como apresentam as figuras 21 e 22 para dados de tensão e deformação de engenharia de materiais metálicos e poliméricos selecionados para ilustração. A tensão usada nas supracitadas curvas é a tensão longitudinal média de do corpo de prova, obtida pela divisão da carga pela área inicial da seção do corpo de prova (a partir da equação (2), representada pela equação (30) – denominada tensão de engenharia), enquanto a deformação é a longitudinal média, obtida pela divisão da variação do comprimento útil do corpo de prova, pelo comprimento original (equação (25) - denominada deformação de engenharia) (DIETER, 1981).

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad (30)$$

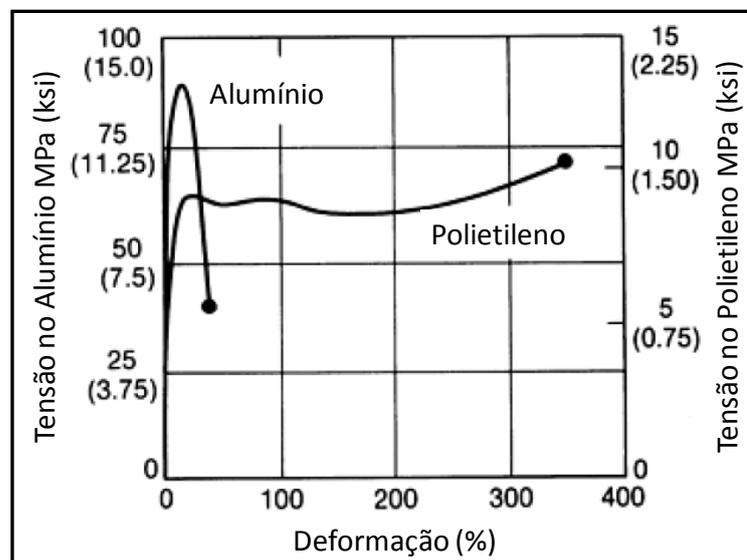


Figura 21: Curvas tensão vs. deformação de engenharia para alumínio e polietileno. Fonte: NAIM ; FERRI, 1988 apud ASM, 2000

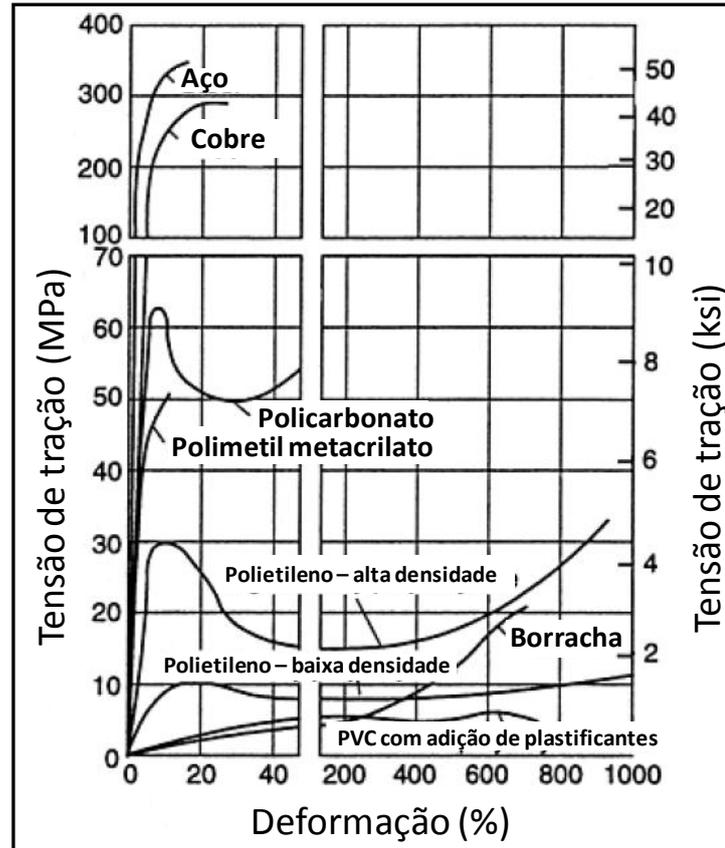


Figura 22: Curvas tensão vs. deformação de engenharia para materiais metálicos e poliméricos selecionados.  
Fonte: OSSWALD, 1998 apud ASM, 2000

Por meio do ensaio de tração, é possível determinar as propriedades mecânicas básicas dos materiais, tais como módulo de elasticidade, tensão limite de escoamento, tensão limite de resistência, alongamento percentual, redução percentual de área, resiliência, módulo de tenacidade, entre outros, os quais são fundamentais para atividades de projeto mecânico e processos de fabricação. Ensaio ligeiramente mais elaborado em termos de dados mensurados, ou envolvendo múltiplos espécimes, permitem determinar ainda o coeficiente de Poisson, o módulo de elasticidade transversal e diversos parâmetros de anisotropia, os quais são fundamentais na previsão do desempenho dos materiais em aplicações mecânicas, mas também durante operações de conformação plástica (LORENZ, 1998).

Dentro deste trabalho, em detrimento do detalhamento do procedimento experimental para a obtenção de todos os parâmetros citados (o que pode ser encontrado em livros-texto como de Dowling (1999)), grande atenção deve ser dada à discussão da fenomenologia e as peculiaridades envolvidas na deformação elástica e plástica de materiais poliméricos, assim como as adaptações necessárias aos ensaios e tratamento dos dados experimentais. Utilizando como base de comparação os ensaios de tração de materiais metálicos (mais tradicionalmente

difundidos), a figura 23 apresenta uma curva esquemática típica obtida para metais dúcteis, enquanto a figura 24 apresenta duas curvas típicas de materiais poliméricos termoplásticos dúcteis. Embora a falha possa ocorrer em diferentes níveis de deformação, a discussão fenomenológica completa das curvas é de interesse e segue abaixo. São tratados somente dados de tensão e deformação de engenharia, os quais atendem às necessidades do trabalho. Detalhes adicionais sobre o levantamento de propriedades verdadeiras são análogos e serão tratados adiante, podendo ser encontrados em Dowling (1999) e Roesler (2007).

Para materiais metálicos, o início da curva tensão-deformação é linear elástico (figura 23, dos pontos A até B) e é resultado direto da variação da posição de equilíbrio interatômica como resposta à aplicação da tensão. A partir do ponto B, deixa de ser evidente a proporcionalidade da curva e se define a tensão limite de proporcionalidade ( $\sigma_{LP}$ ), embora o material ainda possa estar no regime elástico após este ponto. No ponto D, é convencionalmente adotada pelas normas correntes (ASTM E8M, 2009 ; DIN EN ISO 527-1, 1994) a definição da tensão limite de escoamento do material ( $\sigma_{LE}$ ) como a interseção da curva experimental com uma curva paralela ao trecho elástico e com offset de 0,2% de deformação e na prática este valor é utilizado como representante do início do regime de deformação plástica. Conceitualmente, porém, o início do regime de deformação plástica (irreversível) não necessariamente coincide com o ponto de interseção adotado pelas normas. Embora próximo dos resultados obtidos com a hipótese do *offset* de 0,2% de deformação, a chamada tensão limite de elasticidade ( $\sigma_{LEI}$ ) usualmente se posiciona em algum lugar entre os pontos B e D e só pode ser encontrado experimentalmente. Entre os pontos D e F, ocorre deformação plástica uniforme ao longo de toda a seção útil do espécime por movimentação de discordâncias (afinamento uniforme no caso do ensaio de tração – vide figura 23). No ponto F (ponto de derivada nula), é definida a tensão limite de resistência do material ( $\sigma_{LR}$ ). Ainda neste ponto, ocorre o processo de instabilidade plástica do corpo-de-prova (a taxa de redução de área é mais pronunciada do que o aumento de resistência proporcionado pelo encruamento) e a deformação se localiza em uma região predominante (estricção – vide figura 23). Do ponto F até o ponto de fratura, o processo de deformação plástica é não uniforme e a deformação se localiza cada vez mais na região da estricção, culminando na fratura do material e separação do espécime (DOWLING, 1999 ; ASTM E8M, 2009).

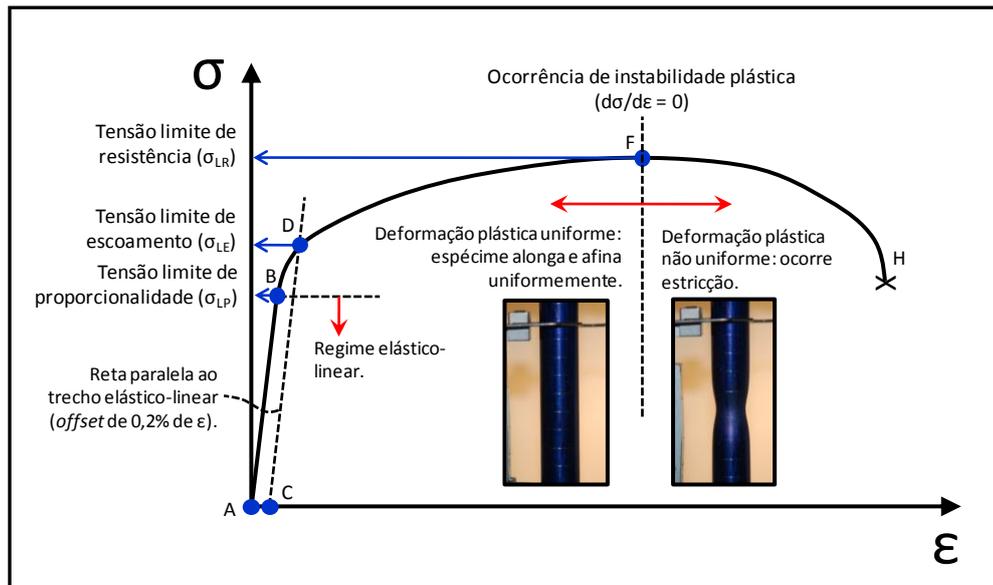


Figura 23: Curva esquemática de tensão vs. deformação de engenharia para materiais metálicos dúcteis sem escoamento descontínuo. Fonte: DOWLING, 1999

Para materiais poliméricos termoplásticos dúcteis, a curva tensão-deformação apresenta formatos distintos e inclusive alguns parâmetros adicionais podem ser definidos experimentalmente. A figura 24 apresenta duas formas tipicamente obtidas em laboratório, uma apresentando ponto de instabilidade plástica (figura 24(a)) e a outra sem instabilidade aparente precedente à falha (figura 24(b)). A fenomenologia do processo de deformação será discutida à luz da seção 2.2 e pode ser conduzida utilizando-se a figura 24(a), mais completa, como é feito a seguir.

O início do processo de deformação elástica de polímeros semicristalinos se fundamenta na discussão apresentada pela figura 19. Inicialmente, entre os pontos A e B da figura 24(a), ocorre um breve desemaranhamento das moléculas da região amorfa, o qual exige pequeno incremento de carga. A partir do ponto B, o processo de deformação elástica passa a ser governado por um fenômeno duplo: ocorre a coexistência de alinhamento/estiramento das cadeias de ligação da região amorfa (figura 19(b)) e também um incremento da espessura dos cristalitos por flexão e estiramento de ligações da região cristalina (figura 19(c)). Entre os pontos B e C a deformação elástica é linear e no ponto C é definido o limite de proporcionalidade ( $\sigma_{LP}$ ). Mesmo após o ponto C, porém, o material pode continuar em regime elástico de deformação (agora não-linear), até que ocorra a transição do regime elástico para o regime plástico, fenômeno este que merece uma discussão mais aprofundada (BOWER, 2002).

Conceitualmente, tal transição é caracterizada pelo nível de sollicitação a partir do qual existe deformação residual quando da retirada da sollicitação, definindo o chamado limite de elasticidade ( $\sigma_{LEI}$ ) já apresentado para metais (DOWLING, 1999). Em materiais poliméricos, tal fenômeno está ligado ao escorregamento relativo entre moléculas adjacentes como resposta à sollicitação cisalhante local, como discutido na figura 20, mas surge a dúvida do ponto exato na curva tensão-deformação que representa tal ocorrência. A maior parte da literatura da área (BOWER, 2002 ; KREVELEN, 1990 ; WARD ; SWEENEY, 2004) defende que o escoamento de materiais poliméricos semicristalinos se dá quando a curva tensão-deformação atinge seu primeiro ponto de derivada nula (o que representa o ponto de instabilidade plástica, encontrado pela construção de Considère (HOSFORD, 2008, p. 43-44). Esta interpretação admite que neste momento as barreiras energéticas das ligações secundárias foram vencidas e ocorre o deslizamento relativo das cadeias sem incremento de carga (BOWER, 2002). Entretanto, algumas considerações colocam tal definição em dúvida: i) alguns polímeros dúcteis não apresentam ponto de máximo evidente (vide figura 24(b) para ilustração), mas mesmo assim apresentam deformação residual quando o carregamento é retirado mesmo se descontados efeitos de viscoelasticidade; ii) o ponto de derivada nula representa a ocorrência de instabilidade geométrica com localização de deformação e não garante a inexistência anterior de deformação plástica. Esta e outras questões levam a questionamentos sobre a correta definição e se existe um limite de elasticidade para polímeros, o que não será aprofundado aqui. Tais questões, no entanto, embora não prejudiquem o trabalho, caso estudadas podem vir a elucidar se a região entre C e H é elástica não-linear, ou se já incorpora a partir de algum momento resposta de deformação plástica do material.

Na prática, com isto, existem duas definições para tensões limites de escoamento em polímeros termoplásticos dúcteis. Uma utiliza o conceito de *offset* análogo ao usado para metais para achar a tensão limite de escoamento (aqui chamada de  $\sigma_{LE-offset}$  – ponto F da figura 24(a)) e a outra considera a tensão limite de escoamento como sendo o nível de tensão relativo ao ponto de máximo da curva de engenharia (aqui chamada de  $\sigma_{LE-máx}$  – ponto H da figura 24(a)).

A partir da ocorrência de instabilidade plástica, a deformação se localiza em alguma região menos “rígida” devido à existência de singularidades diversas (geométricas, térmicas, defeitos, entre outras) e ocorre a formação de um pescoço (ou estrição). Este pescoço, diferente dos materiais metálicos, pode conduzir diretamente à fratura ou pode ampliar-se ao

longo do corpo-de-prova de maneira uniforme devido à crescente orientação das cadeias e cristalitos, como mostraram as figuras 20(c,d). Tal discussão não é do interesse do trabalho e é remetida à literatura (BOWER, 2002 ; WARD ; SWEENEY, 2004).

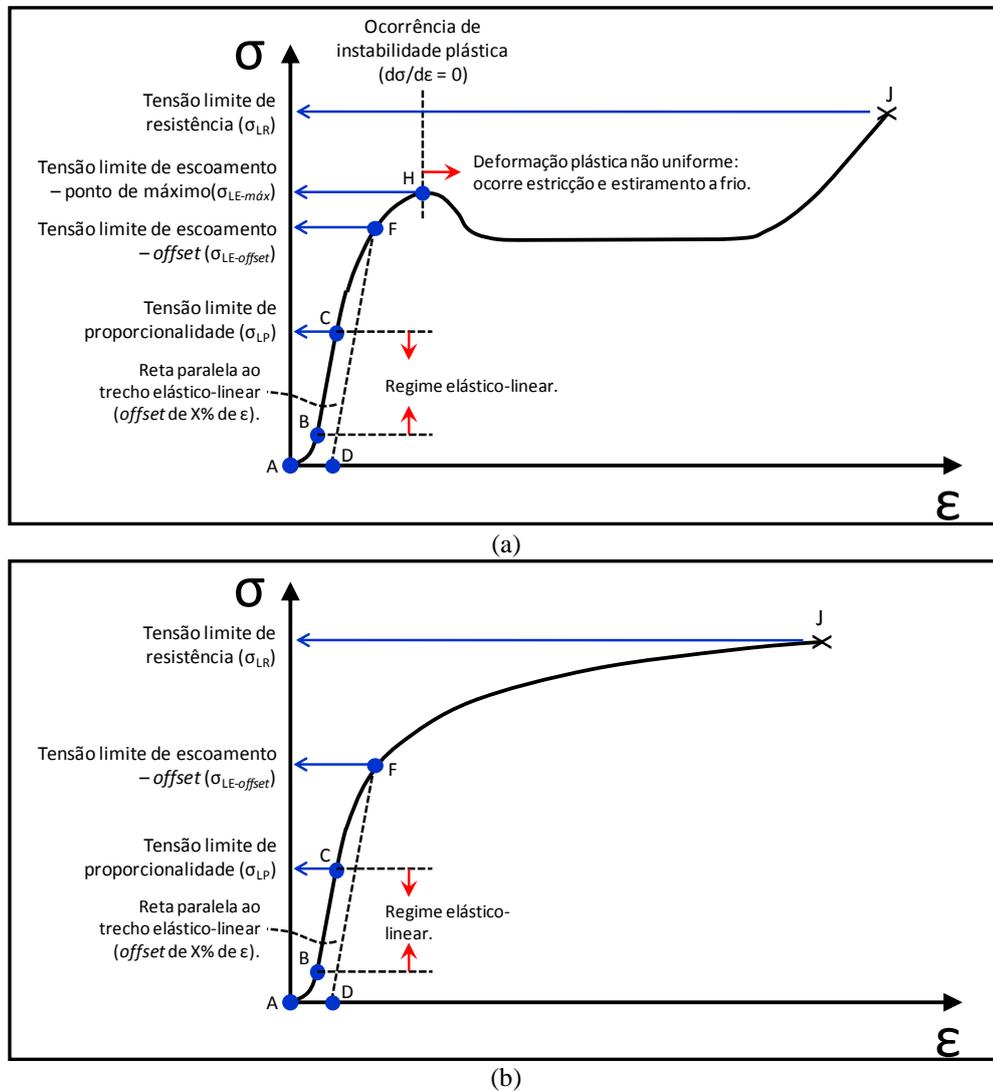


Figura 24: Curvas esquemáticas de tensão vs. deformação de engenharia para polímeros termoplásticos dúcteis (a) com instabilidade plástica definida e (b) sem instabilidade plástica definida. Fonte: BOWER, 2002 ; WARD ; SWEENEY, 2004

### Ensaio de tração – tensão de engenharia vs. tensão verdadeira

Observando as figuras 22 e 24(a), fica evidente que para materiais poliméricos grandes níveis de deformação podem ser atingidos mesmo no regime elástico. Assim, ocorre alteração não desprezível da seção transversal do espécime, o que afeta diretamente o cálculo das tensões pela equação (30), a qual leva em conta somente a área original do corpo-de-prova ( $A_0$ ). A curva tensão por deformação convencional (ou de engenharia), portanto, pode não

retratar verdadeiramente o comportamento da amostra para grandes níveis de deformação. A solução é utilizar a chamada tensão verdadeira, definida como carga dividida pela área instantânea da seção transversal (equação (31)). Para tal, ou medições físicas das dimensões do espécime devem ser feitas ao longo do ensaio (experimentalmente complexo), ou as tensões podem ser estimadas a partir da hipótese de deformação com volume constante usando a equação (32) (BOWER, 2002). A hipótese de volume constante é em parte discutível, pois o coeficiente de Poisson não necessariamente apresenta valor de 0,5 ao longo da sollicitação, mas a literatura de polímeros a adota universalmente e como uma razoável aproximação (BOWER, 2002 ; WARD ; SWEENEY, 2004). Na discussão dos resultados deste trabalho, algumas observações a respeito serão apresentadas.

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{A_i} \quad (31)$$

$$\tilde{\sigma} = \sigma \cdot (1 + e) \quad (32)$$

Complementarmente à correção da tensão, a deformação verdadeira ao longo do ensaio de tração ( $\tilde{\epsilon}$ ) pode ser computada como já apresentado pela equação (27), ou, utilizando a hipótese de manutenção de volume, utilizando a equação (28).

As normas correntes para ensaios mecânicos de polímeros em tração (ASTM D638, 2008; DIN EN ISO 527-1, 1994) utilizam em geral dados de tensão e deformação de engenharia, somente recomendando o uso de dados verdadeiros após o ponto de instabilidade plástica. Como algumas literaturas pontualmente citam a relevância da correção de tensões e deformações para polímeros de grande ductilidade mesmo antes do ponto de derivada nula (p. ex.: BOWER, 2002, p. 226), algumas verificações com os resultados experimentais serão oportunamente realizadas na discussão deste trabalho.

### **Ensaio de compressão**

O ensaio de compressão consiste no posicionamento de um espécime (usualmente na forma de um cilindro) entre placas planas que se aproximam monotonicamente por controle de deslocamento ou taxa de deformação (DOWLING, 1999). É de execução bastante simples e é bastante utilizado em materiais frágeis (pois possibilita a fixação do material sem que ocorra quebra prematura) e em materiais cujo comportamento seja distinto em tração e

compressão. Ainda, não apresenta a ocorrência da instabilidade plástica apresentada anteriormente para os ensaios de tração, facilitando o pós-tratamento dos dados e fornecendo informações adicionais do material. Porém, dois problemas usualmente limitam a utilidade de testes de compressão: ocorrência de atrito no contato espécime/placa e ocorrência de flambagem (HOSFORD, 2008). O atrito nas extremidades do espécime tende a suprimir o espalhamento lateral do material próximo das extremidades, gerando uma deformação na forma de barril e um aumento aparente no carregamento, como ilustra a figura 25.

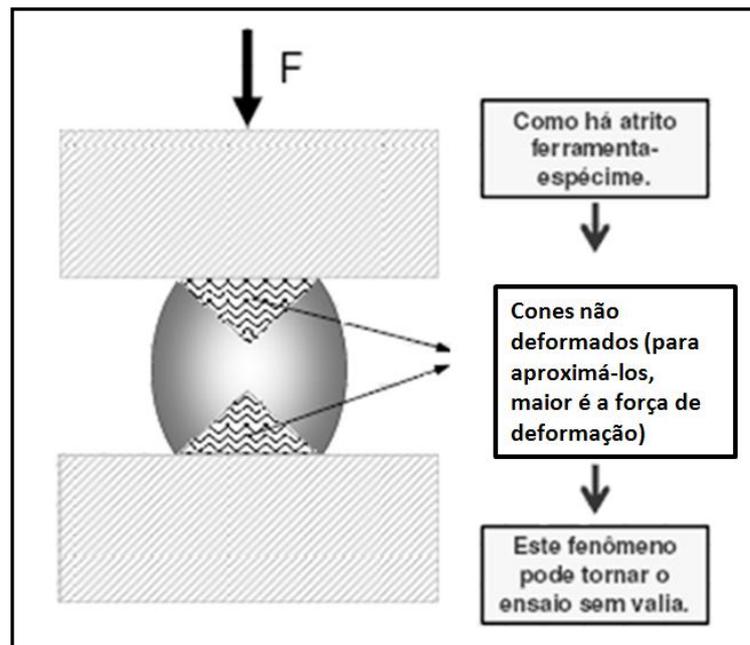


Figura 25: Esquema básico do ensaio de compressão. Fonte: Autor “adaptado” de MAGNABOSCO, 2009

O atrito pode ser reduzido pela devida lubrificação dos contatos, que no caso de polímeros é comumente realizada com folhas de teflon, lubrificantes a base de graxas, sabões, óleos, grafite, entre outros. Adicionalmente, o efeito negativo do atrito na validade dos resultados do ensaio de compressão pode ser diminuído aumentando a relação altura sobre diâmetro ( $h/d$ ) do espécime (DOWLING, 2009). Por outro lado, esta atitude torna os corpos de prova longos e delgados, ampliando significativamente sua esbeltez e propiciando a ocorrência de instabilidade geométrica, a denominada flambagem (vide figura 26). Para minimizar tais ocorrências, as normas para ensaios de compressão de polímeros recomendam diâmetros e alturas adequados, sendo que relações  $h/d$  entre 2 e 4 são bastante usuais dependendo dos resultados de interesse (ASTM D695, 2008 ; DIN EN ISO 604, 2002).

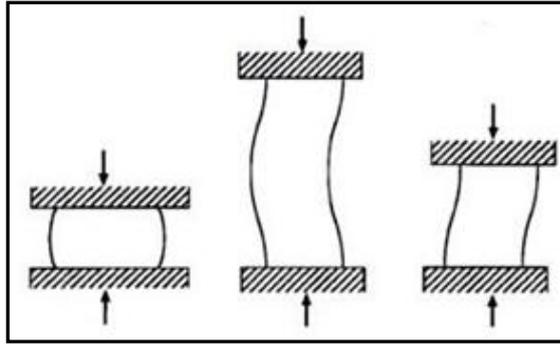


Figura 26: Possível ocorrência e modos de flambagem durante um teste de compressão. Fonte: HOSFORD, 2008

Durante um ensaio de compressão, em contraste com o ensaio de tração a área de seção transversal tem um aumento. Consequentemente, o valor absoluto das tensões de engenharia são maiores que o valor absoluto das tensões verdadeiras. O cálculo de tensões e deformações verdadeiras pode ser conduzido respectivamente com as mesmas expressões (31,32) e (27,28), desde que atenção seja dada à convenção de sinais.

Dentro do interesse do presente trabalho, o ensaio de compressão é bastante aplicado (como complemento ao ensaio de tração) para materiais que apresentem diferentes comportamentos em tração e compressão. Os metais dúcteis frequentemente apresentam o mesmo comportamento em tração e compressão (vide figura 27 para um exemplo de alumínio), sendo chamados de materiais balanceados. Porém, materiais frágeis (p. ex.: ferro fundido, cerâmicas e aços endurecidos) e também polímeros usualmente apresentam maior resistência mecânica em compressão do que em tração, sendo designados como materiais desbalanceados (vide figura 28 para um caso ilustrativo de PMMA). Para este caso, a caracterização por meio do ensaio de tração e também de compressão se faz bastante adequada e toda a metodologia de tratamento de dados de tração se aplica aos resultados de compressão, sendo algumas poucas peculiaridades existentes citadas futuramente na metodologia. A seção 2.6 localizada mais adiante fará uma discussão mais detalhada da existência do desbalanceamento com exemplos de resultados reais e o devido suporte fenomenológico.

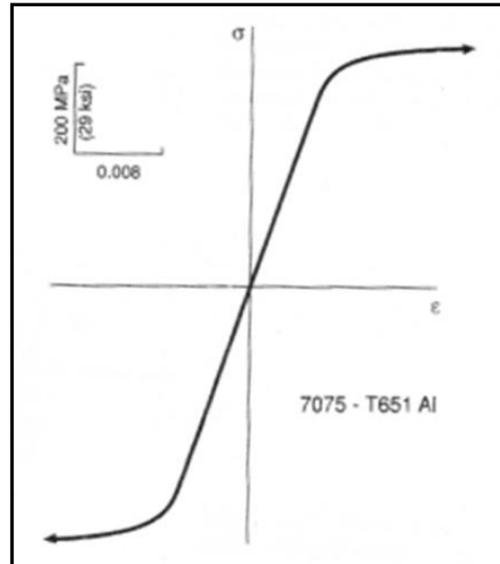


Figura 27: Curva tensão deformação para material balanceado, neste caso uma liga de alumínio 7075 com tempera T651. Ficam evidentes iguais comportamentos em tração e compressão. Fonte: DOWLING, 1999

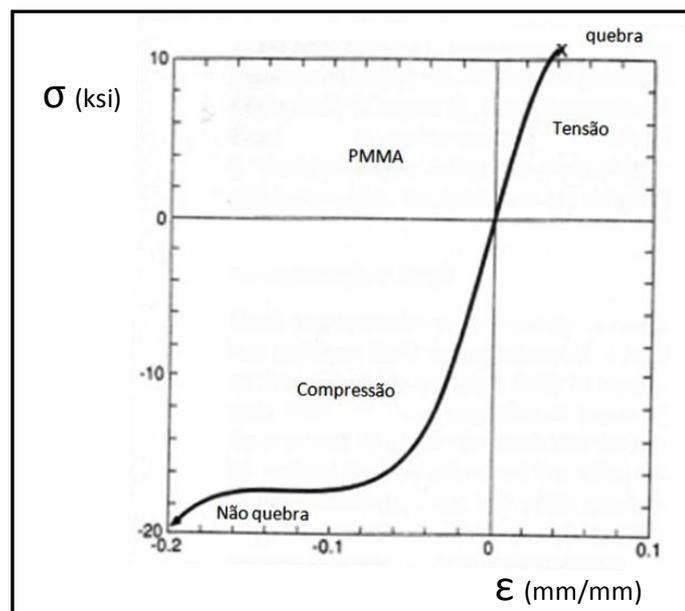


Figura 28: Curva tensão deformação de material desbalanceado – PMMA – com comportamento bastante distinto em tração e compressão. Fonte: DOWLING, 1999

## 2.4 Elasticidade isotrópica

Conhecida a tendência de resposta tensão-deformação dos materiais de interesse, uma breve revisão de elasticidade e plasticidade isotrópicas é importante para suportar as seções seguintes sobre critérios de escoamento. Nesta seção trata-se de elasticidade.

## **Deformação elástica**

O fenômeno da deformação elástica é caracterizado pela integral restituição da deformação no momento da retirada da carga imposta. Fenomenologicamente, o mecanismo de deformação elástica depende do material, mas em geral está associado ao alongamento das ligações interatômicas em metais e, em polímeros termoplásticos semicristalinos, ao rearranjo (rotação, dobra e estiramento) das ligações covalentes. Isto permite o estiramento das cadeias poliméricas de ligação da região amorfa a partir de suas configurações estáveis na direção da tensão aplicada, ao mesmo tempo em que permite a mudança de dimensão dos cristalitos da região cristalina pela deformação das cadeias dobradas, como já detalhado na seção 2.2.2 com o suporte da figura 19. Do ponto de vista prático, é importante que os resultados experimentais possam ser descritos matematicamente usando constantes e modelos constitutivos representativos da resposta do material.

## **Constantes elásticas**

Um material que apresenta as mesmas propriedades em todos os pontos dentro de um volume de análise é denominado de material homogêneo. Adicionalmente, se um material apresenta mesmas propriedades (p. ex.: propriedades mecânicas) em todas as direções, este é tido como isotrópico. Do ponto de vista de interesse para projeto de engenharia (propriedades mecânicas macroscópicas), grande parte dos materiais metálicos, cerâmicos, vidros e polímeros podem ser aproximados como materiais homogêneos e isotrópicos, o que simplifica sobremaneira o tratamento matemático de seu comportamento mecânico.

Materiais homogêneos e isotrópicos, trabalhando em regime elástico-linear, apresentam proporcionalidade entre tensões e deformações e podem ter seu comportamento mecânico totalmente descrito por meio de grandezas denominadas constantes elásticas. O comportamento elástico-linear em polímeros termoplásticos, no entanto, apresenta algumas dificuldades: i) pode não ocorrer logo no início do ensaio, como ilustra figura 24(a) entre os pontos A e B e ii) pode existir somente em uma pequena faixa de deformação, como ocorre por exemplo com o polietileno de baixa densidade da figura 22 (note que só existe uma região linear definida bem no início do carregamento). Do ponto de vista mecânico-estrutural de aplicação dos polímeros, tais dificuldades podem ser atenuadas: no caso do argumento i, tal trecho é bastante pequeno ou inexistente, e o devido tratamento dos dados experimentais pode desconsiderá-lo sem perda de precisão do ponto de vista de engenharia; no caso do argumento

ii, admite-se que mesmo que a linearidade não seja perfeitamente evidenciada, a idealização do início da curva tensão-deformação como linear é bastante razoável para fins de engenharia (DOWLING, 1999 ; BOWER, 2002 ; WARD ; SWEENEY, 2004). Assim, o estudo da elasticidade isotrópica se justifica.

Para o caso de uma sollicitação de tração uniaxial como exemplificado pela figura 29 (similar a um ensaio de tração ou compressão), a tensão axial ( $\sigma_x$ ) é relacionada à deformação axial ( $\varepsilon_x$ ) por meio do módulo de elasticidade longitudinal (E), na forma da chamada Lei de Hooke uniaxial (equação (33)).

$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} \quad (33)$$

Adicionalmente, como resultado de uma sollicitação em tração ao longo do eixo x, resultam deformações transversais ( $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$ ) na barra em estudo. Estas deformações transversais se relacionam com a deformação e tensão longitudinais por meio do coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) nas formas

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad ; \quad \nu = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \quad (34)$$

e

$$\sigma_x = -\frac{E}{\nu} \cdot \varepsilon_y \quad ; \quad \sigma_x = -\frac{E}{\nu} \cdot \varepsilon_z \quad (35)$$

onde, para a barra de seção circular apresentada e tomando-se a definição de deformação de engenharia

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = \frac{d - d_0}{d_0} \quad (36)$$

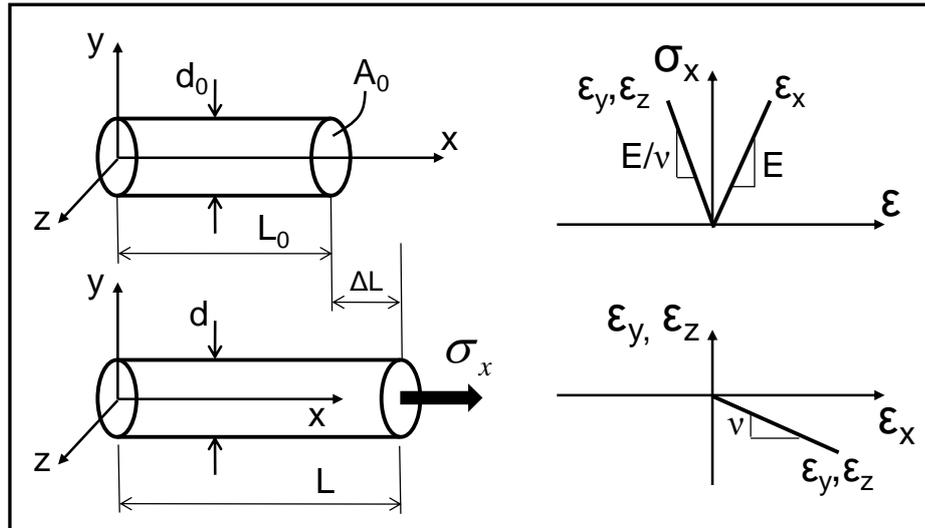


Figura 29: Módulo de elasticidade longitudinal e coeficiente de Poisson como constantes elásticas que caracterizam o comportamento normal de sollicitação de materiais isotrópicos. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999

O módulo de elasticidade, assim como o coeficiente de Poisson, varia de acordo com os materiais. Este último varia na faixa de 0 a 0,5 (DOWLING, 1999). Sendo assim, estas duas constantes elásticas descrevem o comportamento de sollicitação uniaxial de materiais homogêneos isotrópicos trabalhando no regime linear-elástico.

Considerando, por sua vez, um estado triaxial de tensões normais em um ponto (vide figura 30), fica evidente a presença de três tensões normais ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\sigma_z$ ). Cada uma destas tensões é responsável pelo surgimento de deformações nas três direções em estudo, como apresenta a tabela 2 utilizando-se das equações (33) a (35).

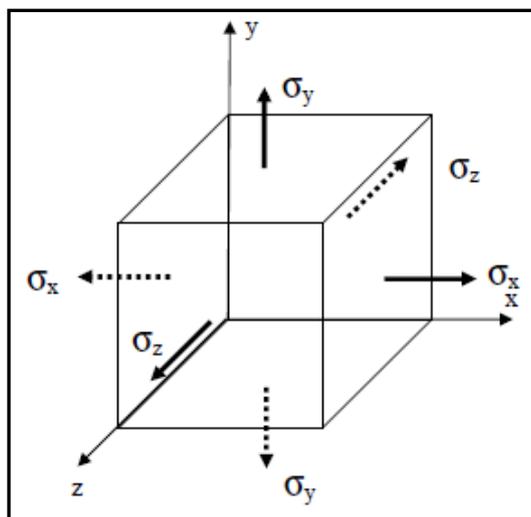


Figura 30: Demonstração de um ponto material submetido a um estado triaxial de tensões normais. Fonte: HIBBELER, 2000

Tabela 2- Tensões atuantes e correspondentes deformações normais geradas em cada direção.

Tensão Aplicada	Deformação Gerada em cada Direção		
	$\epsilon_x$	$\epsilon_y$	$\epsilon_z$
$\sigma_x$	$\frac{\sigma_x}{E}$	$-\nu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$	$-\nu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$
$\sigma_y$	$-\nu \cdot \frac{\sigma_y}{E}$	$\frac{\sigma_y}{E}$	$-\nu \cdot \frac{\sigma_y}{E}$
$\sigma_z$	$-\nu \cdot \frac{\sigma_z}{E}$	$-\nu \cdot \frac{\sigma_z}{E}$	$\frac{\sigma_z}{E}$

A soma de cada uma das três colunas da tabela 2 permite que as deformações normais resultantes nas três direções sejam definidas a partir do conhecimento do campo de tensões normais no ponto, configurando a chamada Lei de Hooke generalizada para solitação normal, na forma

$$\begin{aligned}
 \epsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\
 \epsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \\
 \epsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]
 \end{aligned} \tag{37}$$

Para que o comportamento do material esteja completamente descrito, porém, devem ser também consideradas as três componentes de tensão de cisalhamento  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$  e  $\tau_{zx}$  (figura 4). Para o exemplo de um plano genérico com solitação exclusivamente cisalhante em um material elástico-linear, a tensão de cisalhamento ( $\tau$ ) é relacionada à deformação angular ( $\gamma$ ) por meio do módulo de elasticidade transversal (G), na forma da chamada Lei de Hooke para o Cisalhamento (equação 38) e como ilustrado pela figura 31.

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \tag{38}$$

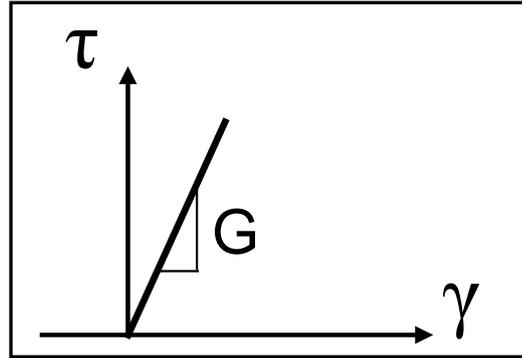


Figura 31: Relação entre as tensões de cisalhamento e deformações angulares para um plano genérico de material elástico-linear em estudo. Fonte: DOWLING, 1999

Para a generalização da Lei de Hooke para o cisalhamento, devem ser considerados todos os planos do espaço cartesiano tridimensional (conforme figura 4). Assim, diferentemente da solicitação normal, tensões de cisalhamento no plano  $xy$  são responsáveis pelo surgimento de deformações angulares somente no plano  $xy$  (esta hipótese deixa de ser razoável se considerado regime de grandes deformações, o que não é de interesse do presente estudo). O mesmo pode ser dito para os demais planos. Com isto, a Lei de Hooke generalizada para solicitação cisalhante pode ser descrita como

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}, \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}, \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}. \quad (39)$$

Nota-se que realmente as deformações de cisalhamento em um plano dado não são afetadas pelas tensões de cisalhamento dos demais planos. As equações (37 e 39) configuram a chamada Lei de Hooke generalizada e relacionam unívoca e completamente o estado de tensões com o estado de deformações de um material isotrópico em regime elástico-linear.

Neste cenário, três constantes elásticas são necessárias para a descrição de um material isotrópico ( $E$ ,  $G$  e  $\nu$ ). Porém, somente duas destas constantes elásticas independentes devem necessariamente ser conhecidas para um material isotrópico, já que a terceira pode ser obtida como função das demais na forma (DOWLING, 1999 ; HOSFORD, 2008):

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (40)$$

Valores medidos para as três constantes  $E$ ,  $G$  e  $\nu$  para materiais convencionais não trabalhados a frio, geralmente não obedecem perfeitamente, mas apresentam boa aderência

com a equação (40) para fins de engenharia. Este fato decorre de nenhum material ser perfeitamente isotrópico, mas não representa um problema para a caracterização dos materiais ensaiados no presente trabalho.

A tabela 3 apresenta resultados experimentais de cristalinidade, densidade e constantes elásticas de interesse para diversos polímeros e materiais metálicos e cerâmicos selecionados. Os resultados aí apresentados suportam algumas discussões necessárias ao trabalho.

Tabela 3– Propriedades elásticas em temperatura ambiente e pequenas deformações para materiais poliméricos e alguns materiais cerâmicos e metálicos selecionados.

Material	Cristalinidade	E (GPa)	Densidade $\rho$ ( $10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ )	$E/\rho$ ( $\text{m}^2.\text{s}^{-2}$ )	Coef. de Poisson $\nu$	$T_g$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
Chumbo	> 0,95	16	11,34	1,4	0,43	--
Aço	> 0,95	210	7,8	26,9	0,29	--
Tungstênio	> 0,95	390	19,3	20,2	--	--
Vidro	0	72	2,6	27,7	0,22	--
PEBD	0,5	0,12	0,91	0,13	0,5	-20
PEAD	0,8	0,58	0,95	0,6	--	-20
PP	0,5	1,4	0,9	1,6	--	-10
PE tereftalado	0 – 0,5	2,2	1,3	1,7	0,4	80 – 120
Nylon 6,6	0,1 – 0,6	3,3	1,1	3,0	0,33	50
PVC	0,1	3	1,38	2,2	0,38	82
PS	--	3,3	1,06	3,1	0,33	100
PMMA	--	3,3	1,19	2,8	0,38	105

Fonte: BOWER, 2002, p. 168.

## 2.5 Plasticidade e critérios de escoamento convencionais

Por definição um material apresenta deformação plástica se é carregado com um esforço crescente além do seu limite de elasticidade. No caso de polímeros, a fenomenologia está ligada à ocorrência de movimentação relativa das cadeias poliméricas como resultado do rompimento das (fracas) ligações secundárias, como já discutido na seção 2.2.2 com o apoio da figura 20. Na prática de projeto, convencionou-se que a falha por escoamento se dá quando a tensão atuante ultrapassa a tensão limite de escoamento obtida de ensaios convencionais de tração ou compressão. Entretanto, tais ensaios são uniaxiais e representam um caso particular da sollicitação multiaxial (ou estado geral de tensões apresentado), a qual ocorre na prática da maioria dos componentes estruturais de engenharia.

Em estruturas carregadas multiaxialmente, a definição do nível de tensões que acarreta o escoamento ou a fratura em um determinado ponto não é trivial (DOWLING, 1999). Para exemplificar tal dificuldade, as figuras 32 a 35 consideram um material elástico-perfeitamente

plástico em diferentes tipos de sollicitação ao escoamento. A figura 32 ilustra a sollicitação uniaxial análoga a um ensaio de tração, situação para a qual o escoamento se dá quando a tensão atuante é igual a  $\sigma_{LE}$  (tensão limite de escoamento obtida do ensaio de tração). Já a figura 33 ilustra um ponto material no qual, além da tensão trativa uniaxial no eixo y, está presente uma tensão compressiva em x de mesma magnitude. Neste caso, o escoamento ocorre para tensão uniaxial em y de aproximadamente  $\sigma_{LE}/2$ . No caso da figura 34, se ambas as tensões são trativas, o escoamento ocorre quando a tensão em y atingir o próprio limite de escoamento do material  $\sigma_{LE}$ . Por fim, para o caso da figura 35, é apresentada uma sollicitação hidrostática compressiva, para a qual o escoamento não ocorre, mesmo para valores de tensão muito acima do limite de escoamento.

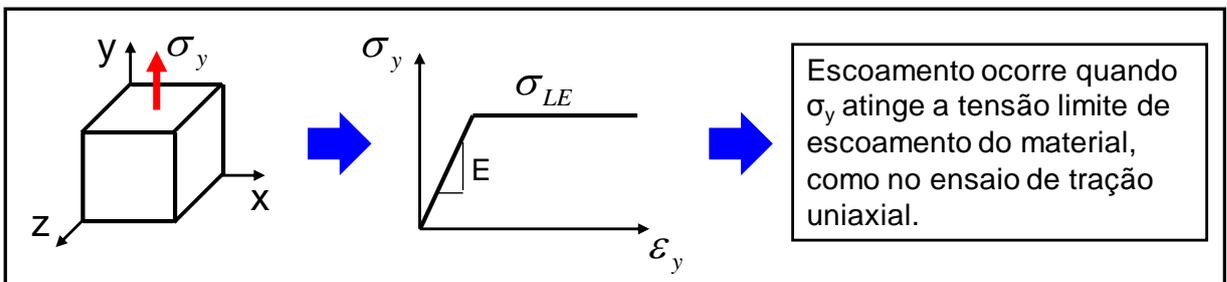


Figura 32: Sollicitação unicamente axial. Fonte: DONATO, 2009

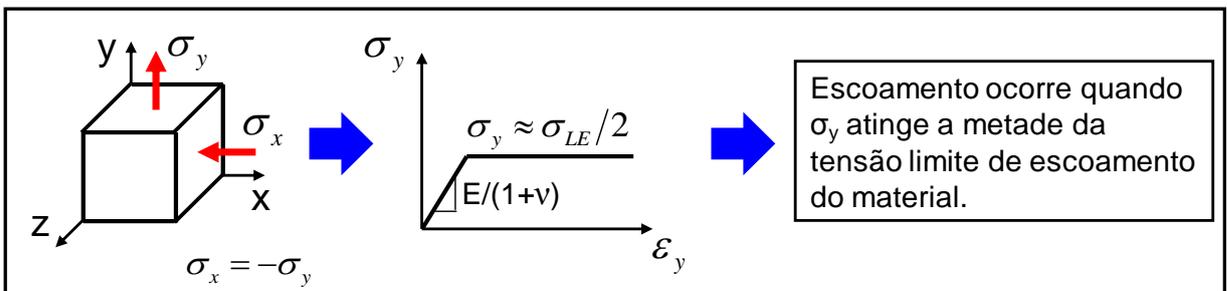


Figura 33: Sollicitação axial com igual compressão transversal. Fonte: DONATO, 2009

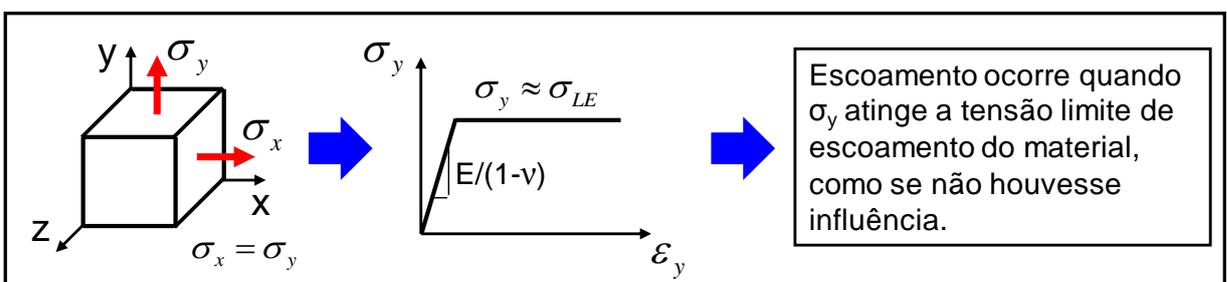


Figura 34: Sollicitação axial com igual tração transversal. Fonte: DONATO, 2009

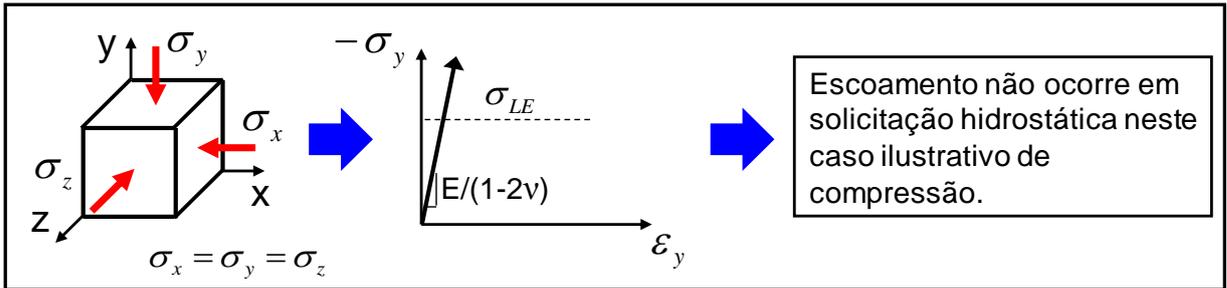


Figura 35: Solicitação hidrostática compressiva. Fonte: DONATO, 2009

Conseqüentemente, e dentro do interesse do presente trabalho, os critérios de escoamento devem prever tais fenômenos e transformar carregamentos multiaxiais diversos (a partir de estados gerais de tensões) em tensões equivalentes comparáveis aos dados obtidos de ensaios de tração uniaxial. Assim, critérios de escoamento ou fratura para materiais isotrópicos devem apresentar-se na forma geral a estrutura:

$$\sigma_{eq} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq \sigma_0 = \frac{\sigma_{Lim}}{C.S} \quad , \quad (41)$$

onde  $\sigma_{Lim}$  pode representar a tensão limite de escoamento ou de resistência do material, dependendo das considerações de projeto adotadas/desejadas. Os principais critérios para avaliação de escoamento em materiais dúcteis (de interesse deste trabalho) são os critérios de Tresca e von Mises, os quais são apresentados em suas vertentes clássicas na sequência.

### 2.5.1 Critério da máxima tensão cisalhante (Tresca)

Essa teoria leva em consideração a máxima tensão de cisalhamento atuante no interior do material em estudo (POPOV, 1978 ; SCHIEL, 1984 ; DOWLING, 1999). Assim, o critério da máxima tensão de cisalhamento, também chamado de Tresca, admite que o escoamento do componente depende apenas da máxima tensão de cisalhamento alcançada em algum ponto de estudo do mesmo; assim, sempre que um valor crítico de cisalhamento ( $\tau_{crítica}$ ) for atingido, inicia-se o escoamento.

Sendo o estado geral de tensões de um ponto material completamente descrito pelo círculo de Mohr apresentado pela figura 8, a máxima tensão de cisalhamento é dada pela máxima dentre as tensões  $\tau_{ij}$ , na forma

$$\tau_{ij} = (\sigma_i - \sigma_j)/2 = \tau_{atuante} . \quad (42)$$

Para um ensaio de tração uniaxial, a única tensão existente é a tensão no eixo de sollicitação (a qual é, portanto, também a tensão  $\sigma_1$ ). O escoamento ocorre durante o ensaio quando esta tensão  $\sigma_1 = \sigma_{LE}$ , momento no qual, aplicando a equação (42),  $\tau_{crítica} = (\sigma_{LE} - 0)/2$ . Consequentemente, a previsão de escoamento pelo critério de Tresca se dá quando

$$\tau_{crítica} = \tau_{atuante} \rightarrow \frac{\sigma_{LE}}{2} = \max\left(\left|\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right|\right) . \quad (43)$$

Como ambos os lados são divididos por dois, para um estado geral de tensões (no qual  $\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_3 \neq 0$ ), o critério de Tresca pode ser enunciado como

$$\sigma_{Tr} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_3|) , \quad (44)$$

Assim, para que ocorra o escoamento, a tensão equivalente de tresca deve ser igual à tensão admissível ( $\sigma_{Tr} = \sigma_0 = \sigma_{LE}/C.S.$ ). Com isso, o material escoar se uma das seguintes condições for satisfeita:

$$\begin{aligned} |\sigma_1 - \sigma_2| &\geq \sigma_0 \\ |\sigma_2 - \sigma_3| &\geq \sigma_0 \\ |\sigma_3 - \sigma_1| &\geq \sigma_0 \end{aligned} \quad (45)$$

O Locus de falha do critério de Tresca para estado geral de tensões segue da representação das equações (45) nos eixos das tensões principais, resultando em um tubo de seção transversal hexagonal (figura 36). As três tensões principais são denominadas  $\sigma_A, \sigma_B$  e  $\sigma_C$  para evitar falhas de interpretação, sendo que de posse de seus valores, quaisquer destas podem representar  $\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_3$  de acordo com a convenção  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  já apresentada. O escoamento ocorre se o estado de tensões atuantes no ponto material produzir uma tensão equivalente externa ao locus.

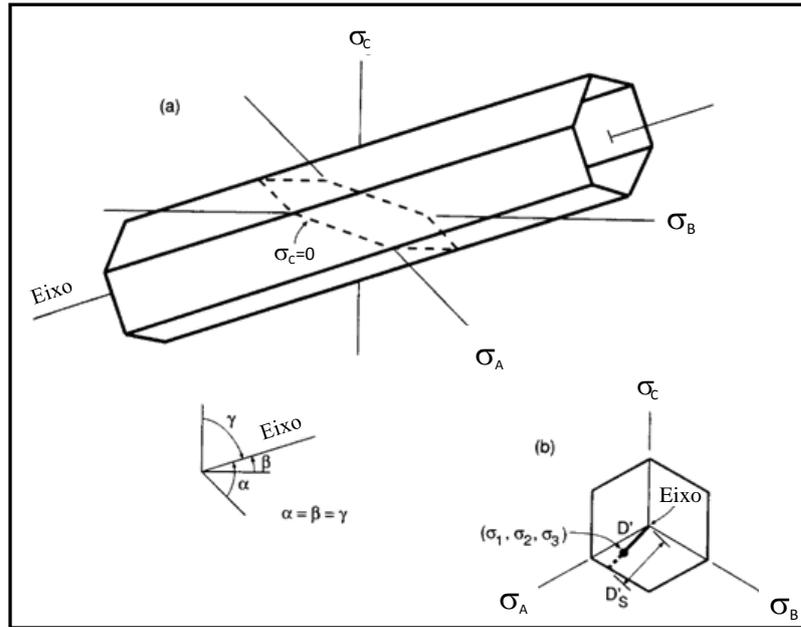


Figura 36: Critério de máxima tensão de cisalhamento para estado geral de tensões. (a) Tubo de seção transversal hexagonal representado em termos de  $\sigma_A$ ,  $\sigma_B$  e  $\sigma_C$ , as quais são ordenadas como principais seguindo a convenção  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  e (b) corte hexagonal do lócus. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999

Para o usual caso de estado plano de tensões (EPT – com  $\sigma_C = 0$ ), o critério de Tresca é um corte do tubo hexagonal no plano  $\sigma_A, \sigma_B$  (vide figura 36(a) pontilhada), resultando no domínio da figura 37. O escoamento ocorre se a combinação  $\sigma_A, \sigma_B$  cair fora da região tracejada.

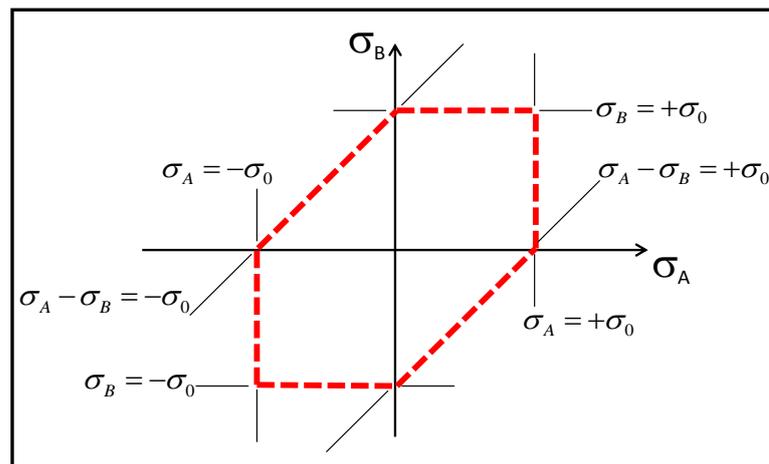


Figura 37: Critério de máxima tensão de cisalhamento para estado plano de tensões (EPT –  $\sigma_C = 0$ ) em termos de  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$ . As tensões são ordenadas, uma vez conhecidos os valores, como principais seguindo a convenção  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999

### 2.5.2 Critério da máxima tensão de cisalhamento octaédrica (von Mises)

Outro critério de escoamento de grande aceitação para materiais dúcteis e isotrópicos é baseado em conceitos de máxima energia de deformação e tensão máxima de cisalhamento em planos específicos, chamados octaédricos (POPOV, 1978). Planos octaédricos são os oito planos os quais interceptam os eixos principais a igual distância da origem, formando um octaedro (vide figura 38).

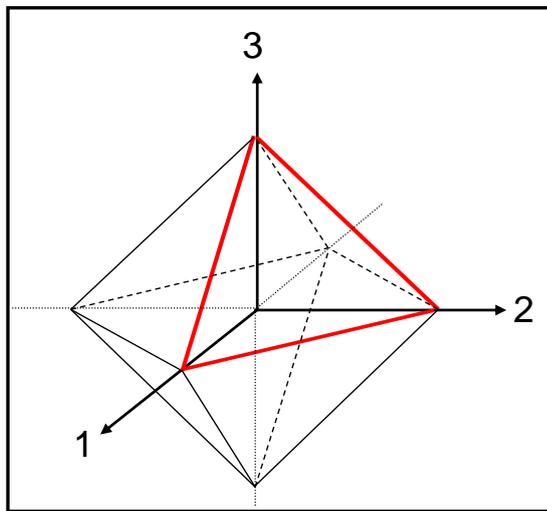


Figura 38: Ilustração dos planos octaédricos. Fonte: Autor

Nos planos octaédricos, atuam tensões normais ( $\sigma_{oct}$ ) e de cisalhamento ( $\tau_{oct}$ ), dadas pelas equações (46 e 47) e ilustradas pela figura 39 para um dos planos da figura 38.

$$\sigma_{oct} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

(46)

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (47)$$

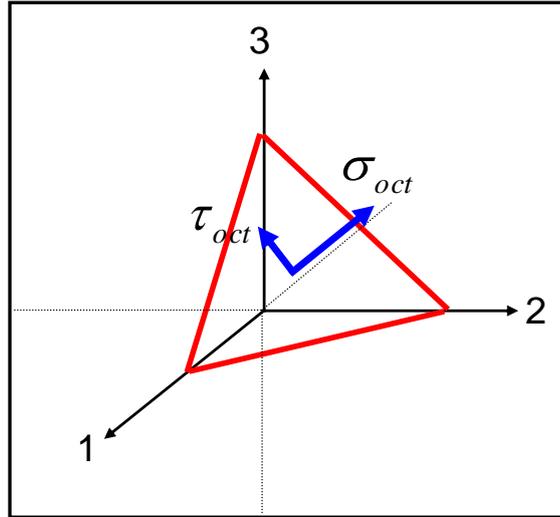


Figura 39: Tensões normal e de cisalhamento octaédricas. Fonte: Autor

As tensões octaédricas podem também ser representadas em termos dos invariantes de tensões, na forma

$$\sigma_{oct} = \frac{I_1}{3} \quad (48)$$

e

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{2 \cdot (I_1^2 - 3 \cdot I_2)} \quad (49)$$

Baseado na premissa de que o escoamento ocorre quando as tensões de cisalhamento nos planos octaédricos atingem um valor crítico, o critério de von Mises prega que no momento do escoamento

$$\tau_{oct-atuante} = \tau_{oct-crítica} \quad (50)$$

Para encontrar tal valor crítico, pode ser considerado o ensaio de tração. Neste, o escoamento ocorre quando  $\sigma_{longitudinal} = \sigma_1 = \sigma_{LE}$ , portanto, substituindo na equação (47), tem-se:

$$\tau_{oct-crítica} = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sigma_{LE} \quad (51)$$

Substituindo novamente na equação (47) tem-se que

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sigma_{LE} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad , \quad (52)$$

e a tensão equivalente de von Mises a partir do estado geral de tensões que gera o escoamento é dada em termos das tensões principais por

$$\sigma_{vM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad . \quad (52)$$

A partir de um estado de tensões cartesianas, a mesma tensão equivalente pode ser escrita na forma

$$\sigma_{vM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad . \quad (53)$$

Assim, para que ocorra o escoamento, a tensão equivalente de von Mises deve ser igual à tensão admissível ( $\sigma_{vM} = \sigma_0 = \sigma_{LE}/C.S.$ ). Com isso, o material escoar se a seguinte condição for satisfeita:

$$\sigma_{vM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \geq \sigma_0 = \frac{\sigma_{LE}}{C.S.} \quad . \quad (54)$$

O Locus de falha do critério de von Mises para estado geral de tensões segue da representação da equação (54) nos eixos das tensões principais, resultando em um tubo de seção transversal circular (vide figura 40). A nomenclatura é análoga ao apresentado para o critério de Tresca. O escoamento ocorre se o estado de tensões atuantes no ponto material produzir uma tensão equivalente externa ao Locus.

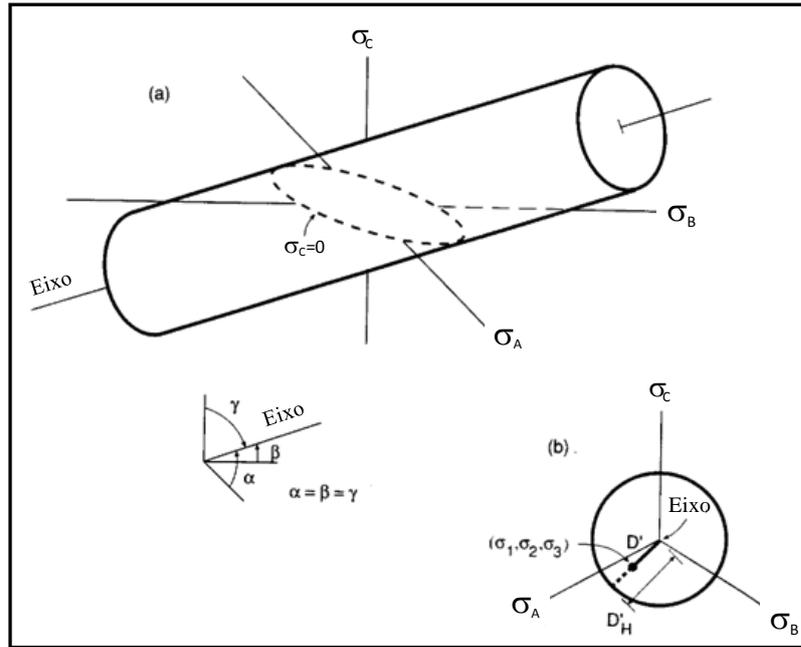


Figura 40: Critério de von Mises para estado geral de tensões. (a) Tubo de seção transversal hexagonal representado em termos de  $\sigma_A$ ,  $\sigma_B$  e  $\sigma_C$ , as quais são ordenadas como principais seguindo a convenção  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  e (b) corte circular do locus. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999

Para o usual caso de estado plano de tensões (EPT – com por exemplo  $\sigma_3 = 0$ ), o critério de von Mises é um corte do tubo circular no plano  $\sigma_1, \sigma_2$  (vide figura 40(a) pontilhada), resultando no domínio da figura 41. O escoamento ocorre se a combinação  $\sigma_1, \sigma_2$  estiver fora da região tracejada.

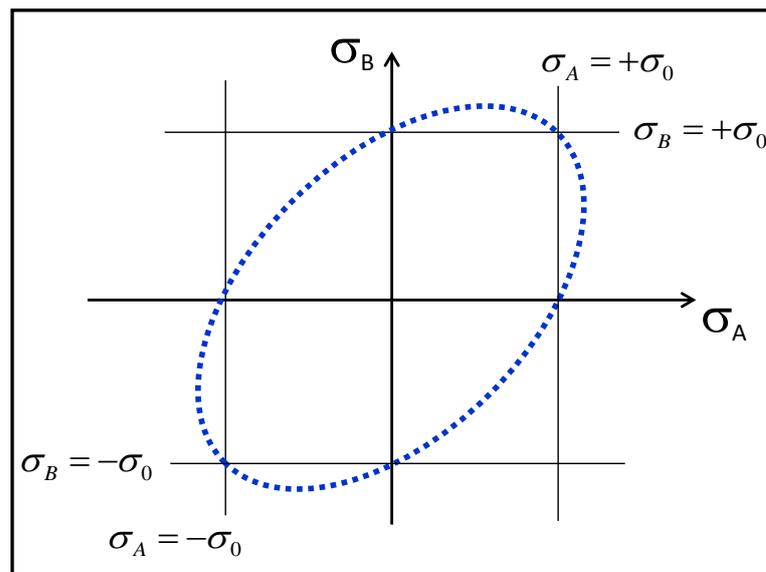


Figura 41: Critério de von Mises para estado plano de tensões (EPT –  $\sigma_C = 0$ ) em termos de  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$ . As tensões são ordenadas, uma vez conhecidos os valores, como principais seguindo a convenção  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999

### 2.5.3 Comparação entre os critérios de Tresca e von Mises

Para efetuar esta análise de maneira facilmente visualizável, será considerado somente o estado plano de tensões (uma das principais nula:  $\sigma_C = 0$ ). O objetivo é comparar o resultado da aplicação de cada um dos critérios a qualquer caso possível de combinação dos valores de  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$ . Para tal, a figura 42 apresenta os critérios sobrepostos nos eixos das respectivas tensões principais. Neste gráfico, a solicitação de operação da região de material em estudo é o lugar geométrico dos pontos que correspondem a pares de valores  $(\sigma_A, \sigma_B)$ . Todos os pontos situados no interior dos loci de escoamento representarão estados de tensão que se encontram abaixo do limite de escoamento e, contrariamente, pontos situados fora dos loci corresponderão a estados de tensão em que o limite de escoamento já teria sido ultrapassado.

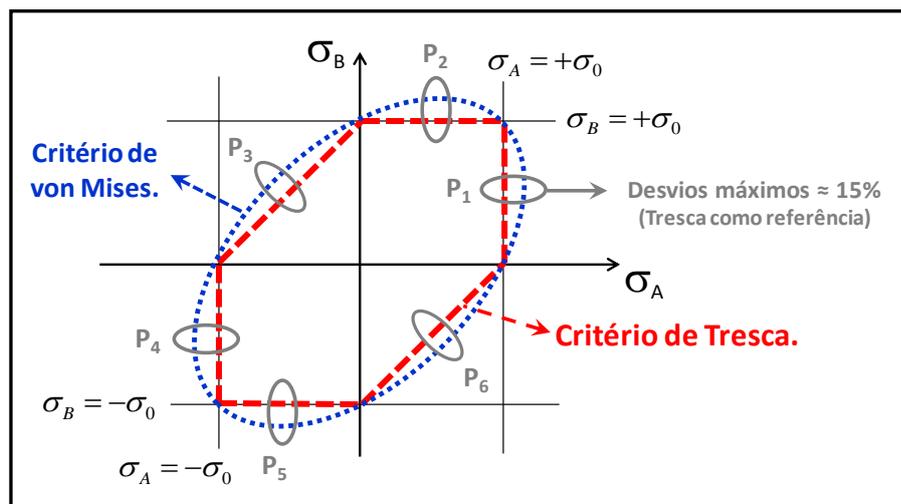


Figura 42: Critérios de Tresca vs. von Mises para EPT e exemplo de uma das situações de desvio máximo nas previsões de falha por escoamento. Fonte: Autor “adaptado” de DOWLING, 1999

Os maiores desvios de previsão de falha entre os dois critérios apresentados ocorrem em cada quadrante nas posições de  $P_1$  a  $P_6$  da figura 42, sendo a magnitude próxima de 15% em todas as posições tomando como referência o critério de Tresca. Tais posições de discrepância extrema ocorrem sob certas condições nas quais (considerando Tresca)  $\sigma_i = \sigma_j/2$  ou  $\sigma_i = -\sigma_j$ , com os índices  $i$  e  $j$  podendo ser A ou B. Para fins de ilustração, a tabela 4 apresenta para quais combinações de tensões os critérios de Tresca e Mises fazem a previsão de falha. Admite-se aqui estado plano de tensões e, ilustrativamente, que o valor da tensão limite de

escoamento seja  $\sigma_{LE} = 150$  MPa. Fica evidente que o critério de von Mises é mais tolerante, já que nestes pontos admite que as tensões desconhecidas (sombreadas na tabela) sejam em torno de 15% maiores para que seja prevista a falha por escoamento.

Tabela 4– Combinações de tensões principais que conduzem um componente à falha considerando material ilustrativo com tensão limite de escoamento  $\sigma_{LE} = 150$  MPa e em estado plano de tensões (EPT). Nota-se que, para que as tensões equivalentes de Tresca e von Mises se igualem à tensão limite de escoamento, a tensão desconhecida (sombreada) em cada posição pode ser ~15% maior segundo o critério de Mises. Valores em MPa e truncados com nenhuma casa decimal.

<b>Análise pelo critério de Tresca</b>						
Posição de análise	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Tensões de mapeamento						
$\sigma_A$	150	75	-75	-150	-75	75
$\sigma_B$	75	150	75	-75	-150	-75
$\sigma_C$	0	0	0	0	0	0
Tensões principais ordenadas						
$\sigma_1$	150	150	75	0	0	75
$\sigma_2$	75	75	0	-75	-75	0
$\sigma_3$	0	0	-75	-150	-150	-75
$\sigma_{Tr}$	150	150	150	150	150	150
<b>Análise pelo critério de von Mises</b>						
Posição de análise	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Tensões de mapeamento						
$\sigma_A$	173	75	-87	-173	-75	87
$\sigma_B$	75	173	87	-75	-173	-87
$\sigma_C$	0	0	0	0	0	0
Tensões principais ordenadas						
$\sigma_1$	173	173	87	0	0	87
$\sigma_2$	75	75	0	-75	-75	0
$\sigma_3$	0	0	-87	-173	-173	-87
$\sigma_{Mises}$	173	173	173	173	173	173
<b>Comparação de previsões</b>						
Diferença percentual usando valores sombreados e Tresca como referência.	15,1%	15,1%	15,5%	15,1%	15,1%	15,5%

Fonte: Autor

Como complemento, a figura 43 apresenta a comparação dos critérios de escoamento convencionais apresentados com dados experimentais de dois aços e dois alumínio disponíveis na literatura.

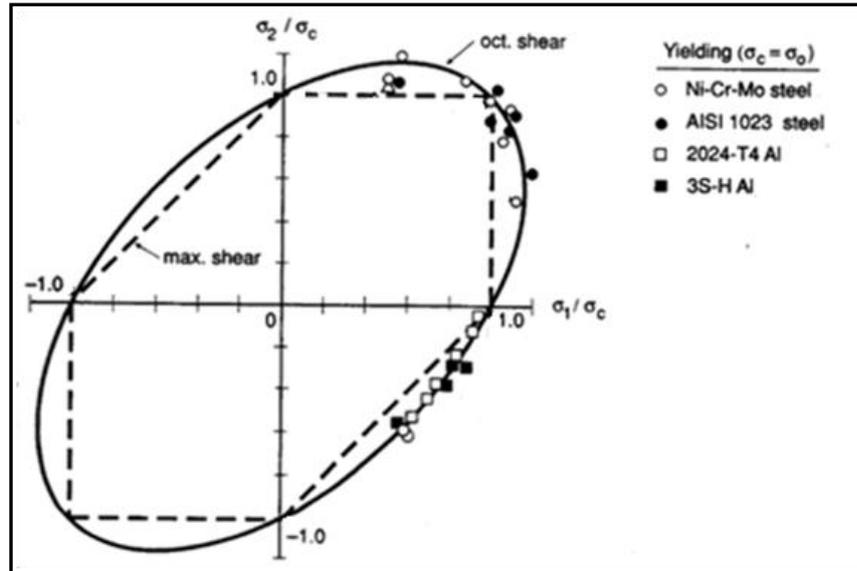


Figura 43: Dados experimentais de aços e alumínio comparados às previsões dos critérios de Tresca e von Mises. Aí,  $\sigma_0$  representa diretamente  $\sigma_{LE}$  de cada material. Fonte: DOWLING, 1999

A observação das figuras 42 e 43 permite extrair as seguintes conclusões, referentes a critérios de escoamento e estados planos de tensão:

- As previsões de escoamento calculadas pelos critérios de Tresca e de von Mises são, a grosso modo, próximas. Entretanto, o critério de von Mises apresenta maior aderência experimental (DOWLING, 1999). O mesmo ocorre para polímeros e será oportunamente apresentado.
- O critério de Tresca é, no geral, mais conservativo que o critério de von Mises, isto é, está posicionado sempre a favor da segurança quando se trata de realizar um dimensionamento.
- Os critérios apresentam mesmas previsões para condições de solitação uniaxial ou biaxial trativa ou compressiva de mesma magnitude.
- Conforme apresentado na tabela 4, o maior desvio entre as previsões utilizando tais critérios é de 15,5% .

Os critérios de escoamento vistos são amplamente utilizados para metais dúcteis e também polímeros com sucesso. Porém, dentro do contexto do presente trabalho, apresentam uma limitação significativa: a hipótese de que os materiais em estudo apresentam mesmas propriedades em tração e compressão, ou seja, independência das propriedades mecânicas à pressão (ou tensão hidrostática). Este assunto será tratado na sequência para a verificação da

importância de sua consideração, limitações dos critérios apresentados, critérios modificados existentes e sua aplicação.

## **2.6 Materiais desbalanceados e propriedades dos polímeros em tração e compressão**

Um material desbalanceado caracteriza-se por apresentar diferentes propriedades mecânicas em tração e em compressão. Fenomenologicamente, os motivos desta ocorrência são particulares de cada tipo de material. No caso de materiais frágeis como cerâmicas e aços de alta dureza, por exemplo, micro trincas e inclusões presentes no material apresentam diferentes comportamentos em tração e compressão. Em tração, são severos concentradores de tensões e nucleadores (ou indutores de propagação) de defeitos, já em compressão, se fecham e praticamente não impactam negativamente no desempenho estrutural (ROESLER, 2007). No caso de polímeros semicristalinos dúcteis, a fenomenologia se altera e está intimamente ligada à estrutura das cadeias poliméricas e seu micromecanismo de deformação e interação.

No início do processo de tração, existe tendência direta de alinhamento/estiramento das cadeias por meio da rotação e flexão das ligações covalentes (tanto das cadeias de ligação da região amorfa como das cadeias dobradas dos cristalitos). Isto define a rigidez do material em tração no regime elástico de deformação e causa uma orientação preliminar das cadeias (vide figura 19). Para que ocorra o escoamento, basta que se dê o deslizamento relativo das (já parcialmente orientadas) cadeias poliméricas, o que ocorre pela quebra das ligações secundárias (comparativamente fracas), neste momento as principais responsáveis pela interação entre diferentes cadeias (vide figura 20). A presença de tensão hidrostática positiva (característica dos campos predominantemente trativos), facilita tal processo pelo desemaranhamento e afastamento das cadeias.

Na compressão, entretanto, o processo se dá de maneira distinta. O início do processo de deformação não conta com uma tendência direta de alinhamento das cadeias com o eixo de sollicitação. Pelo contrário, o processo se inicia com uma tendência de aproximação e acomodação das cadeias, principalmente na região amorfa. Obviamente, tal processo ocorre em conjunto com uma tendência indireta de alinhamento das cadeias em direções diferentes da de sollicitação (por mecanismos de deformação transversal e cisalhante em relação ao eixo de carregamento). Isto faz com que a rigidez do material em compressão seja diferente do que em tração. Para que, então, ocorra o escoamento por meio da movimentação relativa das

cadeias poliméricas, estas (agora emaranhadas) necessitam de energia tanto para deformar as ligações covalentes em busca de alinhamento e minimização do enovelamento/interferência entre cadeias, como para quebrar as ligações secundárias. Mecanicamente, tais fenômenos são potencializados pela existência de tensões hidrostáticas compressivas. Como resultado, são evidenciados maiores níveis de limite de escoamento e resistência para alguns materiais poliméricos dúcteis quando solicitados com tensões hidrostáticas compressivas (BOWER, 2002 ; KREVELEN, 1990 ; WARD ; SWEENEY, 2004 ; MASCARENHAS, 2003).

De acordo com o interesse do presente trabalho, maior relevância é dada à ocorrência de desbalanceamento em termos das propriedades mecânicas macroscópicas, em especial a tensão limite de escoamento ( $\sigma_{LE}$ ) de materiais poliméricos. Para estes, a tensão limite de escoamento em compressão uniaxial é usualmente 20% a 30% maior do que em tração (RAGHAVA, 1974 ; MASCARENHAS, 2003), como previamente ilustrado pela figura 28 para o caso do acrílico (PMMA) e brevemente discutido acima. Devido à grande importância dentro do trabalho, o nível de desbalanceamento é definido em termos do limite de escoamento como

$$m = \frac{|\sigma_{LE-C}|}{|\sigma_{LE-T}|}, \quad (55)$$

onde  $\sigma_{LE-C}$  e  $\sigma_{LE-T}$  representam, respectivamente, as tensões limite de escoamento em compressão e tração obtidas de ensaios uniaxiais como já apresentado. Para a figura 28, o nível de desbalanceamento é de aproximadamente  $m \approx 1,32$  considerando a tensão limite de escoamento determinada usando o método de 0,2% *offset* (DOWLING, 1999).

Existe relativa escassez de trabalhos e publicações na área de comportamento mecânico e critérios de projeto envolvendo polímeros e a ocorrência de desbalanceamento. Muitas vezes os critérios convencionais de escoamento são utilizados como estimativas “conservadoras”, já que não consideram a contribuição da maior resistência em compressão dos materiais poliméricos. Assim, para uma investigação mais ampla de resultados experimentais de desbalanceamento para polímeros, dados disponíveis na literatura retirados do software de seleção de materiais CES EDUPACK (2009) revelam o desbalanceamento para o PMMA entre ~ 1,25 e 2,2 e para demais polímeros variando em uma grande faixa entre ~ 0,5 e 9, como demonstra a figura 44. No gráfico apresentado por tal figura, cada círculo (bolha) representa um polímero distinto da base de dados considerada e suas respectivas propriedades.

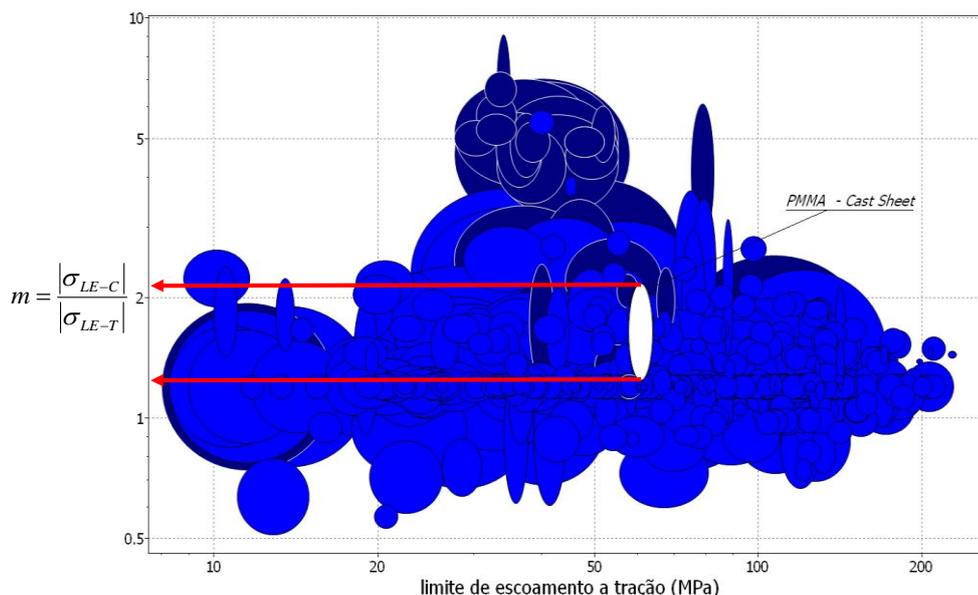


Figura 44: Diagrama de Ashby obtido do software de seleção de materiais CES Edupack envolvendo o nível de desbalanceamento de alguns materiais poliméricos a título de exemplo. Fonte: MAGNABOSCO, 2009

A existência deste desbalanceamento é uma prova da grande sensibilidade de materiais poliméricos às tensões hidrostáticas (trativas *vs.* compressivas), o que não é previsto pelos critérios de escoamento convencionais de Tresca e von Mises previamente apresentados. Assim, critérios modificados que incorporem o efeito de tensão hidrostática são de interesse à avaliação de integridade de polímeros, os quais serão apresentados adiante e usualmente resultam em uma mudança na forma e posicionamento dos Loci de escoamento dos critérios apresentados previamente.

WARD (1972) e RAGHAVA (1973) apresentam revisões sobre critérios de escoamento e comportamento mecânico de polímeros em tração e compressão. Em um dos experimentos apresentados por WARD (1972), utilizando tubos de PVC com paredes finas submetidos a carregamento biaxial, pôde-se observar claramente o desbalanceamento do material ensaiado (figura 45). Neste caso existe evidente aumento da tensão limite de escoamento, mas também da rigidez do PVC em sollicitação compressiva. O tratamento de tais dados pelo autor indicou um desbalanceamento neste PVC de 33 % ( $m = 1,33$ ) e para outro material ensaiado, um policarbonato (PC), de aproximadamente 20 % ( $m = 1,20$ ). Estes resultados são condizentes com os níveis de desbalanceamento encontrados na literatura e, por exemplo, com o apresentado para o PMMA na figura 28, de 32 % ( $m \approx 1,32$ ).

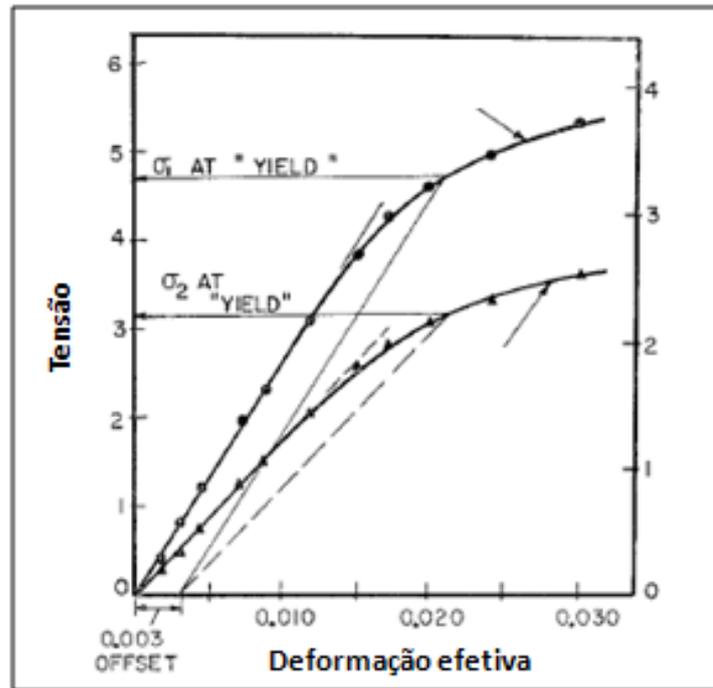


Figura 45: Solicitação com tensões biaxiais ( $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ ) vs. deformação efetiva ( $\epsilon$ ) utilizando um tubo de PVC e uma relação de tensões ( $\sigma_1/\sigma_2$ ) de -1,5 (respectivamente compressão axial e pressão interna). Fonte: WARD, 1972

Dados adicionais apresentados por Jerabek et. al. (2005) para polipropileno (figura 46) também revelam a existência de desbalanceamento com  $m \approx 1,5$ . Resultados adicionais diversos serão apresentados na seção seguinte junto aos critérios de escoamento modificados.

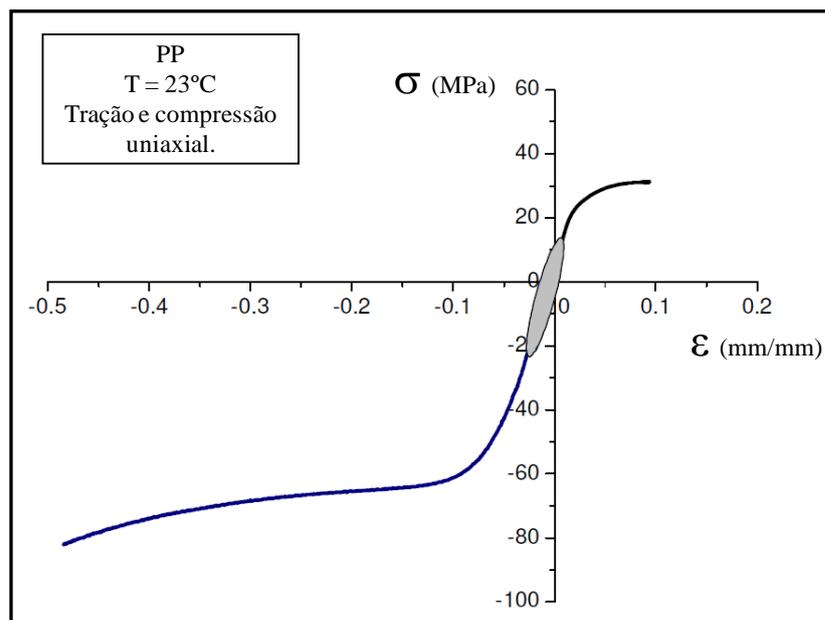


Figura 46: Solicitação uniaxial de tração e compressão de polipropileno (PP) em temperatura ambiente. Fica evidenciado desbalanceamento de aproximadamente  $m \approx 1,5$  utilizando-se o critério de offset com 0,2% de deformação plástica. Fonte: JERABEK et. al., 2005

## 2.7 Critérios de escoamento modificados para materiais desbalanceados

Devido à grande sensibilidade de materiais poliméricos ao estado de tensões hidrostáticas previamente comentado, alguns esforços para o uso de critérios de escoamento adaptados têm sido conduzidos desde a década de 60 até os dias atuais. Diversos modelos foram propostos, sendo que praticamente todos são modificações dos critérios clássicos de escoamento propostos por Huber (1904), Hencky (1924) e Mises (1913). O critério original de von Mises foi explicado em detalhes na seção 2.5.2 e será usado como base das discussões.

Correções para o efeito de tensão hidrostática ( $\sigma_h$ , ou pressão) consistem em incorporar uma parcela dependente de  $\sigma_h$  nos critérios de escoamento convencionais. Segundo o critério convencional de von Mises e analisando do ponto de vista dos invariantes de tensões, o escoamento ocorre quando o segundo invariante das tensões de desvio (usualmente denominado  $J_2$ ) se iguala a um valor crítico (aqui definido como  $k^2$ ), na forma

$$J_2 = k^2 \quad , \quad (56)$$

onde

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad . \quad (57)$$

Para encontrar o valor de  $k$  pode-se utilizar novamente um ensaio de tração, no qual no momento do escoamento  $\sigma_1 = \sigma_{LE}$  e  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ . Substituindo tais valores nas equações (56) e (57) decorre que

$$k^2 = \frac{1}{6} [(\sigma_{LE} - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (0 - \sigma_{LE})^2] = \frac{1}{6} [2 \cdot \sigma_{LE}^2] = \frac{\sigma_{LE}^2}{3} \quad (58)$$

e

$$k = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_{LE} = 0,577 \cdot \sigma_{LE} \quad . \quad (59)$$

Uma maneira tida pela literatura como conceitualmente razoável para incorporar o efeito de  $\sigma_h$  nesta forma de abordagem do critério de Mises foi proposta por Hu e Pae (1963)

por meio da expansão do critério com termos adicionais dependentes da tensão hidrostática, na forma

$$J_2 = k^2 + \sum_{i=0}^N \alpha_i \cdot I_1^i, \quad (60)$$

sendo  $\alpha_i$  coeficientes que dependem do modelo de correção proposto e  $I_1$  o primeiro invariante das tensões apresentado na equação (14). Por meio de equação (23) pode-se notar que  $I_1 = \sigma_h/3$  e com isto os termos adicionais incorporados de fato dependem do estado hidrostático no ponto material (LYON, 1992).

Se  $N = 0$  o critério original de Mises é restabelecido, entretanto, para  $N = 1$  ou  $N = 2$ , as expansões resultam em

$$J_2 = k^2 + \alpha_i \cdot I_1 \quad (61)$$

e

$$J_2 = k^2 + \alpha_1 \cdot I_1 + \alpha_2 \cdot I_1^2 \quad (62)$$

O conceito de correção descrito pela equação (61) prevê um efeito linear da tensão hidrostática na tensão de escoamento e é conhecido como critério de von Mises conicamente modificado ou ainda critério de Drucker-Prager (RAO, 1991). Já a equação (62) prevê um efeito parabólico para a influência da tensão hidrostática na tensão de escoamento e é a base para o chamado critério de von Mises parabolicamente modificado (LYON, 1992) proposto na década de 70 por Raghava et al. (1973) e Caddell et al.(1974). As equações (63) e (64) descrevem, respectivamente, as tensões equivalentes para tais critérios cônica e parabolicamente modificados em termos das tensões principais e do primeiro invariante segundo Roesler (2007) e as figuras 47 e 48 representam os loci tridimensionais de falha por escoamento para os mesmos critérios. A dedução completa dos modelos a partir das equações (61) e (62) foge ao interesse do trabalho mas pode ser encontrada em detalhes em Ehrenstein e Erhard (1994) e Miller (1996). Em comparação com a figura (40), nota-se que a superfície de falha nestes não é mais um tubo de diâmetro constante ao longo de todo o eixo dos pontos ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ). Para diferentes posições ao longo deste eixo (posições estas que representam a intensidade da tensão hidrostática atuante), a previsão de falha se dá para diferentes níveis das tensões combinadas atuantes. Para melhor visualização dos efeitos de desbalanceamento, as

figuras 49 e 50 apresentam os loci de falha dos dois critérios para o caso de estado plano de tensões (uma das principais nula:  $\sigma_C = 0$ ). Nota-se que quanto maior o nível de desbalanceamento, mais a elipse de falha muda seu formato em relação ao critério original e mais se desloca em direção do campo compressivo-compressivo, proporcionando previsões mais otimistas de falha. Entretanto, no campo trativo-trativo (quadrante 1) fica evidente uma alteração (pessimista) na previsão de falha dos modelos, ocorrência que possui pouca discussão na literatura e merece investigação adicional futura. A figura 51, por fim, compara para o mesmo caso de estado plano de tensões os critérios cônico e parabólico para diferentes níveis de desbalanceamento ( $m = 1,3$  e  $m = 2,0$ ). Nota-se que o modelo cônico apresenta maior sensibilidade a níveis elevados de desbalanceamento já que o efeito da tensão hidrostática é linearmente descrito.

$$\sigma_{vM-C} = \frac{1}{2m} \cdot \left[ (m-1) \cdot (I_1) + (m+1) \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]} \right] \quad (63)$$

$$\sigma_{vM-P} = \frac{m-1}{2m} \cdot (I_1) + \sqrt{\left[ \frac{m-1}{2m} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \right]^2 + \frac{1}{2m} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]} \quad (64)$$

Ambos os critérios modificados de Mises podem ser aplicados a polímeros termoplásticos dúcteis ou frágeis (MASCARENHAS, 2003), sendo que a avaliação de integridade é conduzida comparando-se a tensão equivalente modificada de von Mises com a tensão limite de escoamento em tração do material em estudo, na forma

$$\sigma_{vM-C} \leq \sigma_{LE-T} \quad ; \quad \sigma_{vM-P} \leq \sigma_{LE-T} \quad . \quad (65)$$

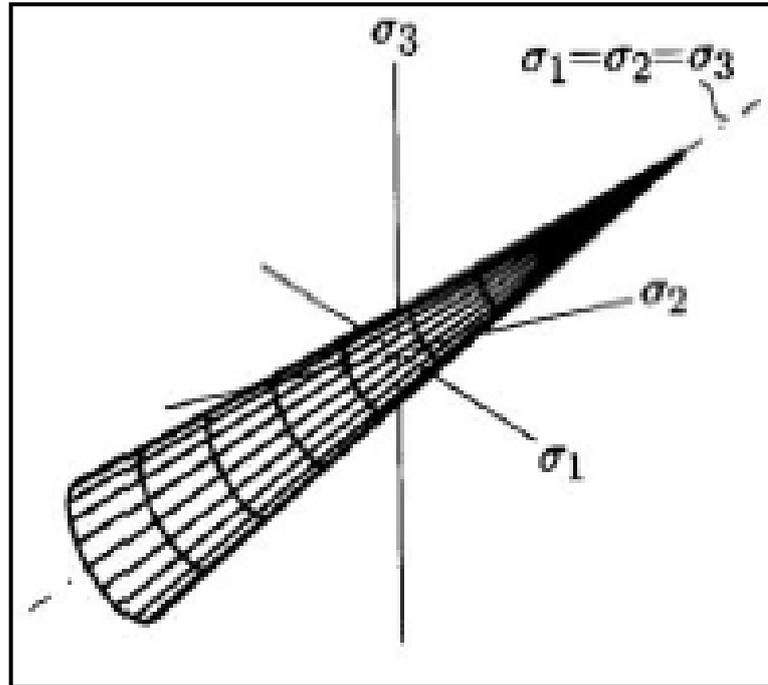


Figura 47: Representação tridimensional do critério de von Mises conicamente modificado para  $m=3,0$ . Fonte: ROESLER, 2007

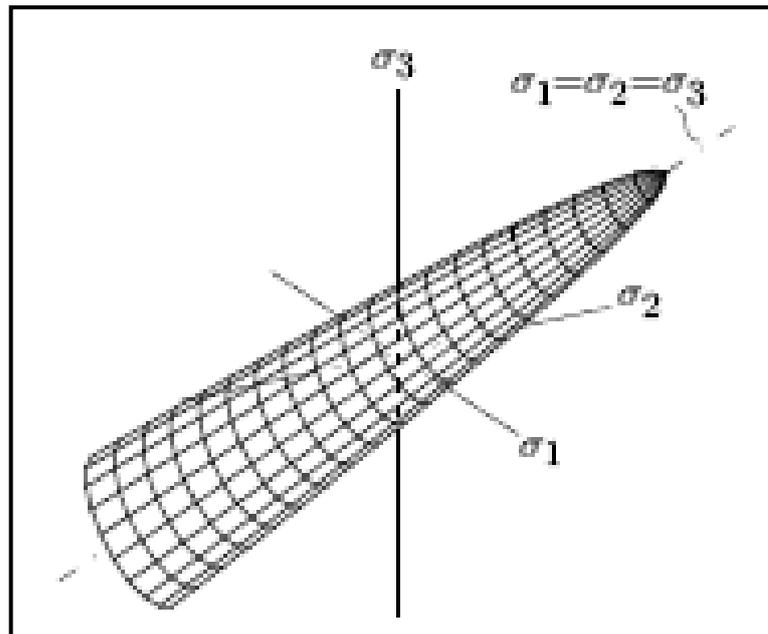


Figura 48: Representação tridimensional do critério de von Mises parabolicamente modificado para  $m=2,3$ . Fonte: ROESLER, 2007

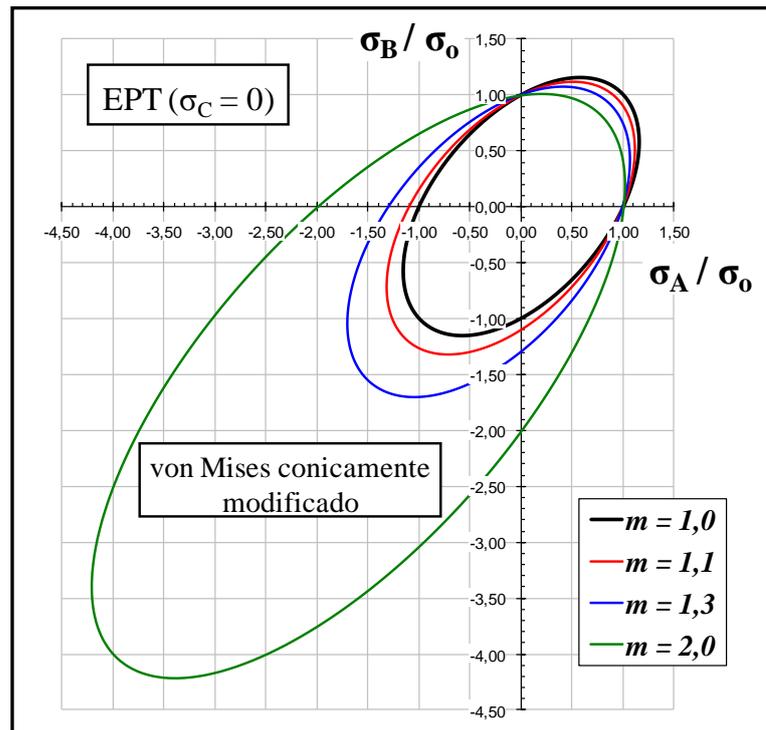


Figura 49: Critério de von Mises conicamente modificado para estado plano de tensões (EPT -  $\sigma_C = 0$ ) em termos de  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$  e para diferentes níveis de desbalanceamento  $m$ . As tensões são normalizadas pela tensão de referência, neste caso  $\sigma_0 = \sigma_{LE.T}$ . Nota-se a mudança de forma e posição dos loci de falha para o campo compressivo-compressivo com o aumento de  $m$ . Fonte: Autor

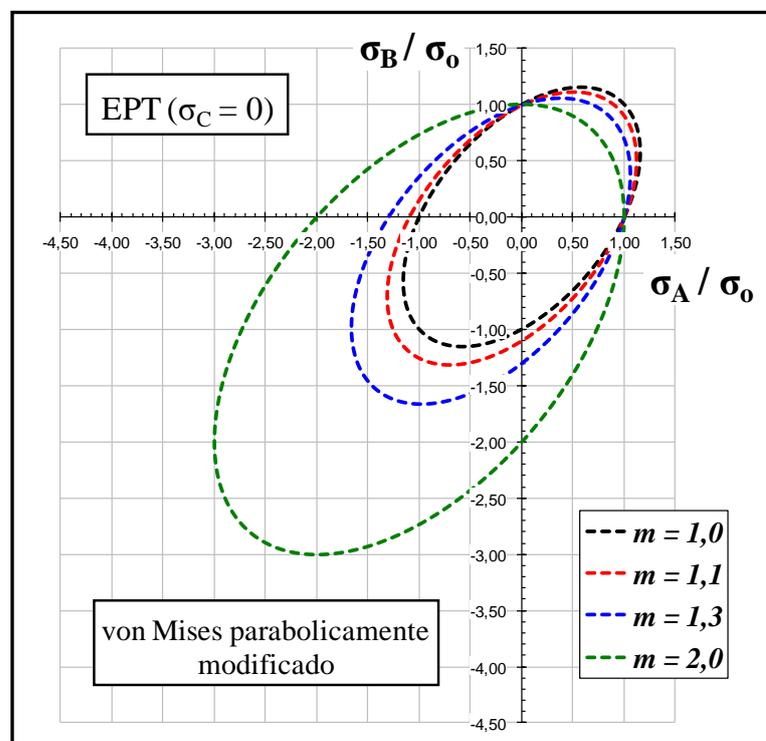


Figura 50: Critério de von Mises parabolicamente modificado para estado plano de tensões (EPT -  $\sigma_C = 0$ ) em termos de  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$  e para diferentes níveis de desbalanceamento  $m$ . As tensões são normalizadas pela tensão de referência, neste caso  $\sigma_0 = \sigma_{LE.T}$ . Nota-se a mudança de forma e posição dos loci de falha para o campo compressivo-compressivo com o aumento de  $m$ . Fonte: Autor

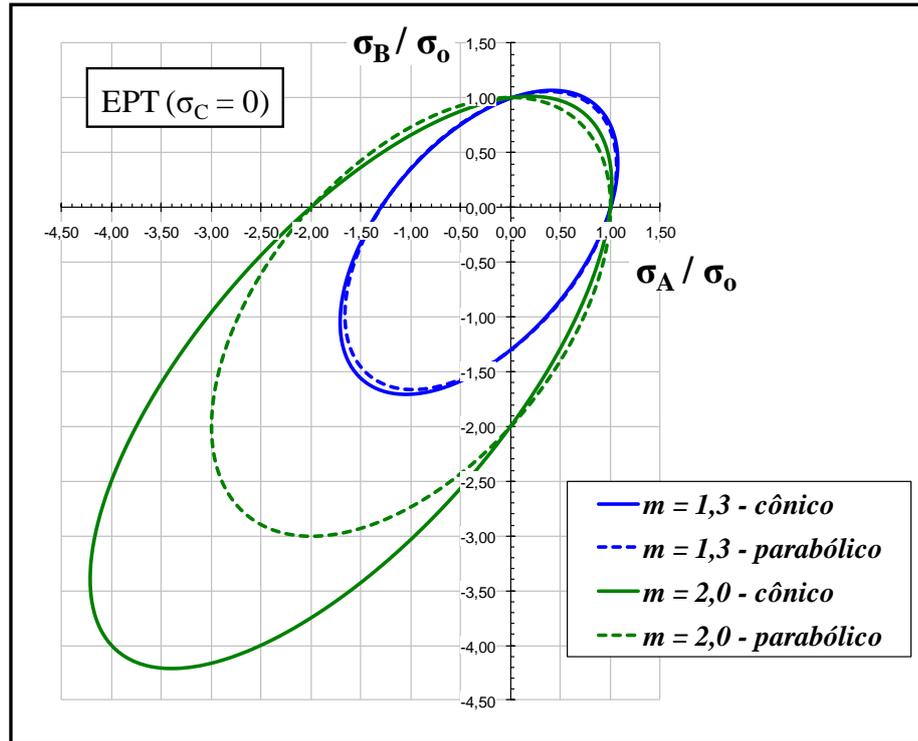


Figura 51: Comparação dos critérios cônico e parabolicamente modificados de von Mises para  $m = 1,3$  e  $m = 2,0$  em condição de estado plano de tensões (EPT –  $\sigma_C = 0$ ) em termos de  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$ . As tensões são normalizadas pela tensão de referência, neste caso  $\sigma_0 = \sigma_{LE-T}$ . Nota-se a maior sensibilidade do critério cônico para elevados níveis de desbalanceamento. Fonte: Autor

Outros modelos foram também propostos, como o de Sternstein e Ongchin (1969), que consiste em uma sutil alteração das bases de dedução em relação ao critério cônico modificado de von Mises. Este modelo é apresentado pela equação (66) e prega que o escoamento ocorre quando tal igualdade for satisfeita. A figura 52 apresenta este critério para diferentes valores de  $m$  e as figuras 53(a,b) o comparam com os critérios cônico e parabolicamente modificados de von Mises respectivamente para  $m = 1,3$  e  $m = 2,0$ . Fica evidenciado que na prática não existe diferença entre o critério cônico modificado e o de Sternstein e Ongchin.

$$\frac{2\sqrt{2} \cdot \sigma_{LE-T} \cdot \sigma_{LE-C}}{(\sigma_{LE-T} + \sigma_{LE-C})} = \frac{I_1 \cdot \sqrt{2} \cdot (\sigma_{LE-C} - \sigma_{LE-T})}{(\sigma_{LE-C} + \sigma_{LE-T})} + \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (66)$$

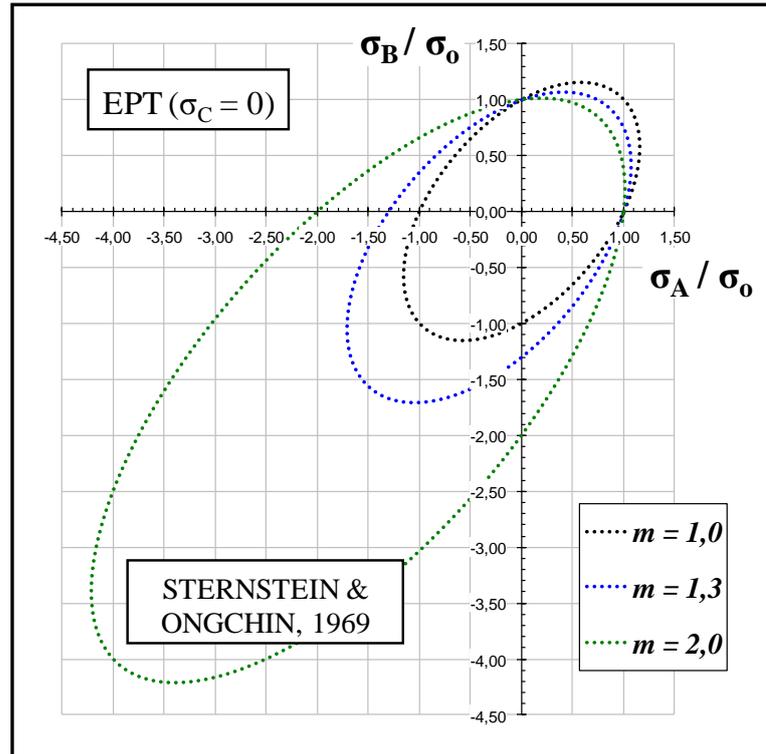
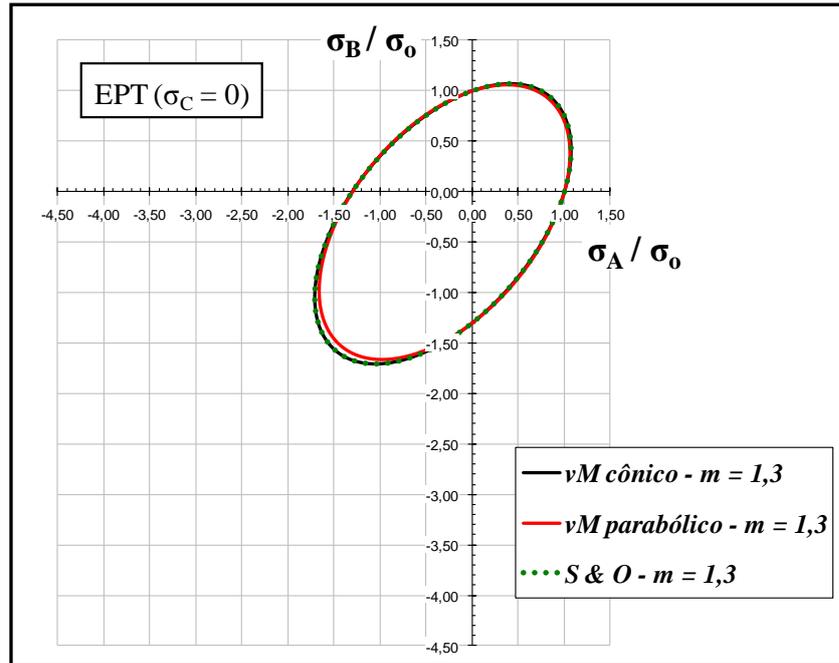
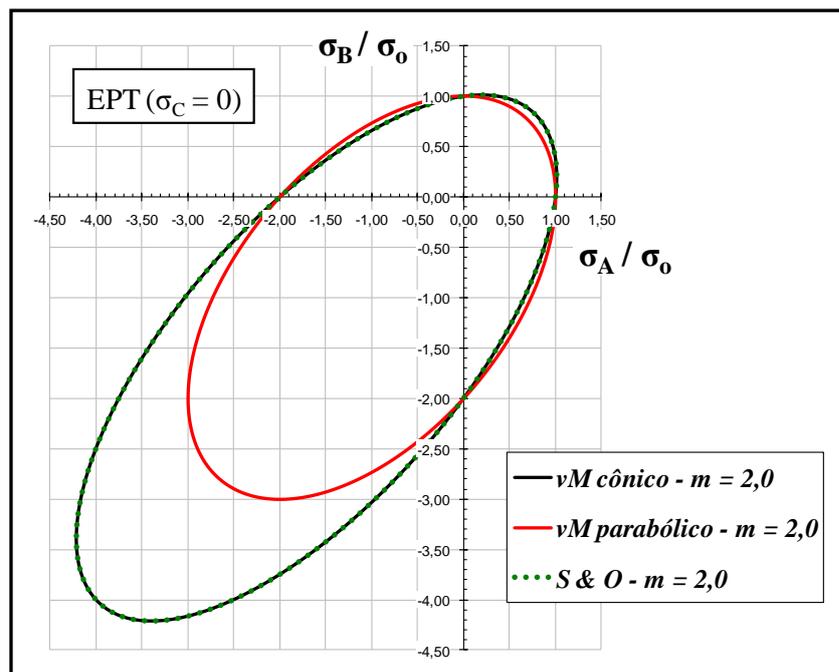


Figura 52: Critério de Sternstein e Ongchin para estado plano de tensões (EPT –  $\sigma_C = 0$ ) em termos de  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$  e para diferentes níveis de desbalanceamento  $m$ . As tensões são normalizadas pela tensão de referência, neste caso  $\sigma_0 = \sigma_{LE-T}$ . Nota-se a mudança de forma e posição dos loci de falha para o campo compressivo-compressivo com o aumento de  $m$ . Fonte: Autor



(a)



(b)

Figura 53: Comparação do critério de Sternstein e Ongchin com os critérios conicamente modificado e parabolicamente modificado de Mises para (a)  $m = 1,3$  e (b)  $m = 2,0$ . Nota-se que o critério de Sternstein e Ongchin praticamente se sobrepõe ao critério cônico para ambos os casos analisados. Fonte: Autor

Para aderência ainda maior aos resultados experimentais, outros pesquisadores (SILANO ; BHATEJA ; PAE, 1979) propuseram modelos adicionais expandindo a equação (60) para um número de termos maior que  $N = 2$ , com resultados próximos ao critério parabolicamente modificado de Mises e com ganhos pouco expressivos. Vale ressaltar que

para materiais balanceados ( $m = 1$ ), todos os critérios conduzem ao critério original de Mises apresentado pela equação (52), o que indica coerência das bases das metodologias.

Os diferentes critérios foram investigados conceitualmente e em aplicações práticas por diversos pesquisadores como Mears et al. (1969), Sauer et al. (1970), Rao (1981), Ehrenstein e Erhard (1994) e Bontem et al. (2000). Todos reportam, em maior ou menor grau, sucesso na previsão de falha e previsão dos efeitos da tensão hidrostática na tensão de escoamento para diferentes solicitações compostas. Concluem que os critérios cônica e parabolicamente modificados de von Mises são os critérios mais apropriados para a prática de projeto de componentes poliméricos considerando desbalanceamento, sendo que alguns autores sugerem o critério parabólico como de melhor aderência experimental em relação ao modelo cônico para diversos níveis de tensões hidrostáticas, mesmo significativamente compressivas (até aproximadamente 20 vezes  $\sigma_{LE-T}$ ).

A título de exemplo, a figura 54 ilustra um locus de falha usando o critério parabolicamente modificado de Mises com  $m = 1,3$  e diversos dados experimentais reais de escoamento de polímeros sob carregamento combinado. O desbalanceamento real de cada material é apresentado na mesma figura na forma de tabela. Fica evidente a boa aderência experimental do modelo. Adicionalmente, as figuras 55(a,b) apresentam resultados experimentais do efeito da tensão hidrostática compressiva na tensão limite de escoamento de diversos polímeros e as previsões fornecidas pelas modelos parabolicamente modificado de Mises (figura 55(a)) e de Sternstein e Ongchin (figura 55(b)). Fica evidenciado aqui que a aderência geral é boa, mas cada modelo apresenta regiões de previsão melhor e pior.

Tal discussão ainda não pode ser considerada conclusiva e merece experimentação adicional. A maior dificuldade apontada atualmente na literatura é a adequação das diferentes definições da tensão limite de escoamento para polímeros, a fim de obter o real nível de desbalanceamento de propriedades independentes do tempo para cada material.

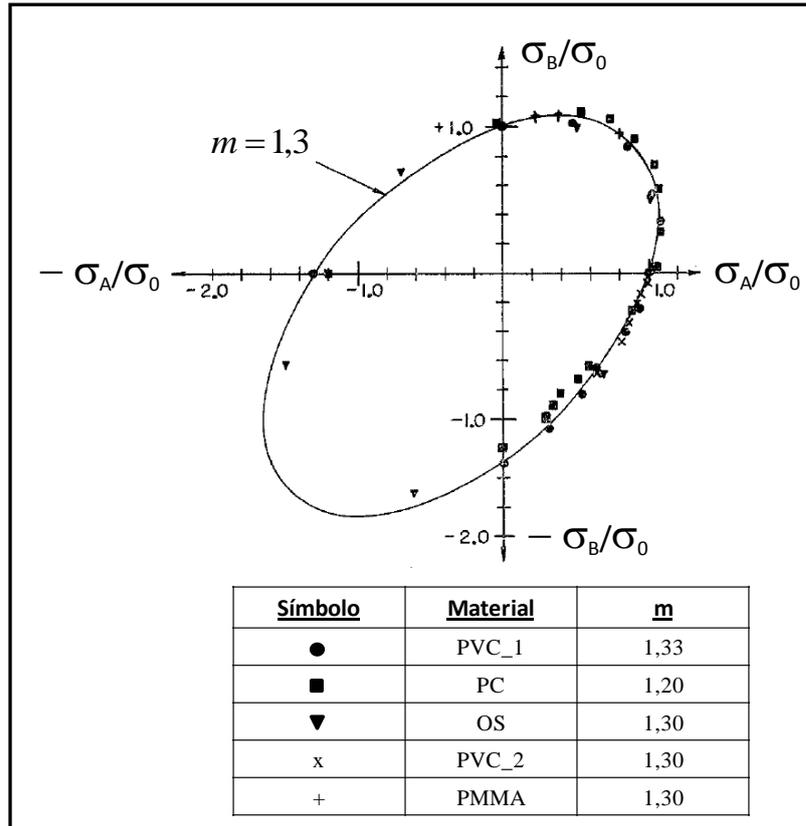
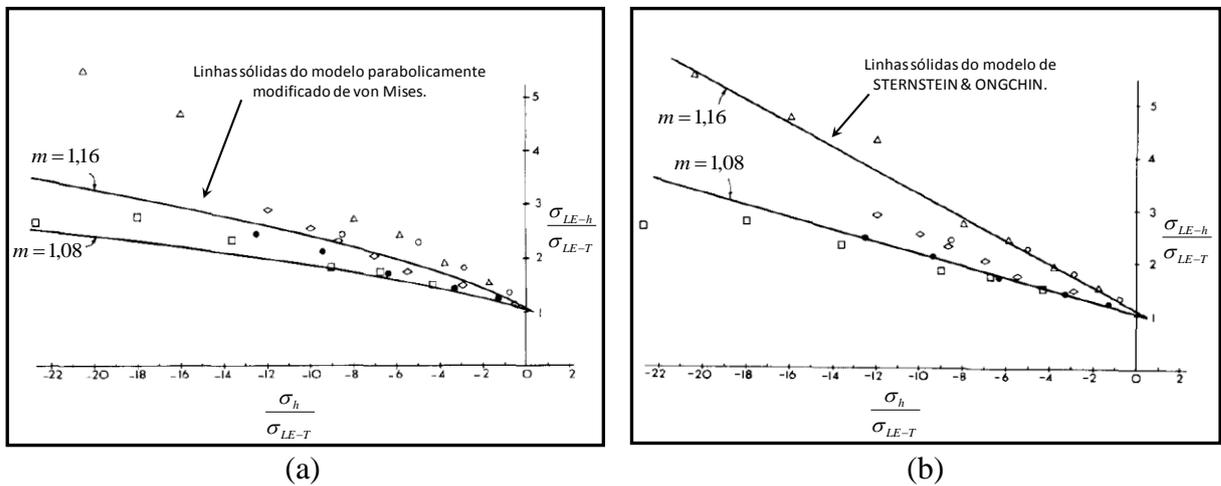


Figura 54: Locus de escoamento do critério parabolicamente modificado para  $m = 1,3$  sobreposto a dados reais de materiais poliméricos com desbalançamento entre 20% e 33% e submetidos a carregamentos combinados diversos. Fonte: RAGHAVA et al., 1973



Símbolo	Material	m
●	PET	1,08
○	POM	1,16
□	PE	1,08
△	PP	1,14
◇	PC	1,11

Figura 55: Resultados experimentais de efeito da tensão hidrostática compressiva na tensão limite de escoamento de polímeros e as previsões dos modelos (a) parabolicamente modificado de von Mises e (b) de Sternstein e Ongchin, o qual se assemelha ao critério conicamente modificado de Von Mises. Fonte: RAGHAVA et al., 1974

## 2.8 Componentes utilizados como estudo de caso: cliques poliméricos de fixação (*snap-fits*)

O uso de cliques poliméricos constitui um método de união entre peças que busca eliminar a necessidade do uso de qualquer ferramenta ou elementos soltos adicionais durante processos de montagem, diferente do que ocorre com o uso de parafusos e rebites. O objetivo central é a redução dos investimentos e do espaço necessário nas linhas de produção, além da redução dos tempos de montagem (atividades que não agregam valor) e da possibilidade de ocorrência de falha humana.

### 2.8.1 Conceito, aplicações e principais tipos

Nesse tipo de fixação, a união é feita por meio de cliques, geralmente plásticos, integrados à peça a ser fixada ou sub-montados (encaixados) antes de a peça chegar à linha de produção. Assim, no momento da montagem final o operador limita-se a localizar a peça corretamente na contra-peça e pressionar o conjunto em direção à mesma. É um método muito interessante para ser aplicado em linhas de montagem final, especialmente no caso de componentes de grandes dimensões e pequenas cargas (p. ex.: grades frontais veiculares, painéis de forração interna de veículos, revestimentos internos de geladeiras, entre outros), os quais exigem um grande número de elementos de fixação. O grande desafio quando se projeta esse tipo de união é manter o equilíbrio necessário entre a força de inserção dos cliques (a qual deve preferencialmente ser minimizada) e a força de retenção dos mesmos (a qual deve ser preferencialmente maximizada), daí a importância de garantia de rigidez adequada. Devido ao interesse tecnológico de tal método de fixação e possibilidade de uso dos resultados deste trabalho em busca de melhorias, o mesmo foi escolhido como estudo de caso e, por esse motivo, será apresentado brevemente na sequência.

Na indústria existem basicamente dois tipos de cliques, os encaixados e os integrados ao produto (BONENBERGER, 2005). O clipe encaixado tem por característica o fato de ser fabricado separadamente da peça principal, sendo posteriormente submetido a uma sub-montagem que antecede a ida da peça à linha de montagem (vide figuras 56 e 57 para exemplos). Por ser independente da peça na qual será utilizado, ele permite um grau de liberdade de construção maior do que o conceito de clipe integrado, principalmente para atingir a relação apropriada entre força de inserção e retenção. Por exemplo, o material do

clipe não necessariamente precisa ser o mesmo da peça principal, o que permite trabalhar com plásticos considerados estruturais, sem preocupação com aparência; e, por ser fabricado em uma ferramenta (molde) diferente da peça principal, não necessita de movimentos secundários ou atuadores complexos adicionados à ferramenta de injeção da peça principal para sua fabricação, sendo utilizado diretamente o eixo principal de extração para as operações necessárias. Por outro lado, a peça como um todo terá um custo mais elevado, pois estes sub-componentes encarecem o produto, além do custo da operação adicional de sub-montagem. Existem vários tipos de cliques, diferenciados pelo tamanho, tipo de encaixe na contra-peça, e como ele é preso à peça em si, podendo ser encaixado (em uma parede do componente “*dog-house*”), soldado por ultra-som ou colado.



Figura 56: Exemplo de cliques de fixação de encaixe. Fonte: BONENBERGER, 2005

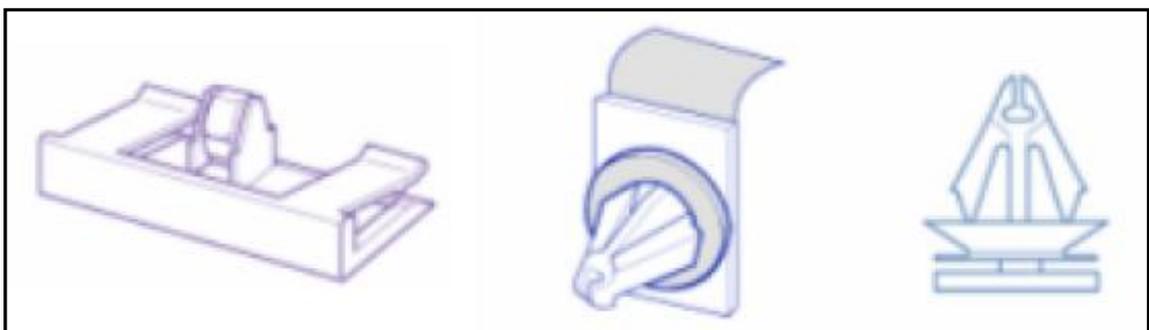


Figura 57: Exemplos de diferentes tipos de fixação na peça. Fonte: BONENBERGER, 2005

O funcionamento destes dispositivos de fixação é baseado na flexibilidade das abas do clipe (vide figura 58), que são fletidas, geralmente ao entrar em um furo, e que após ultrapassarem a espessura da contra-peça, voltam à posição original, travando o clipe, e por consequência, a peça em sujeição (BONENBERGER, 2005 ; GE PLASTICS, 2009).

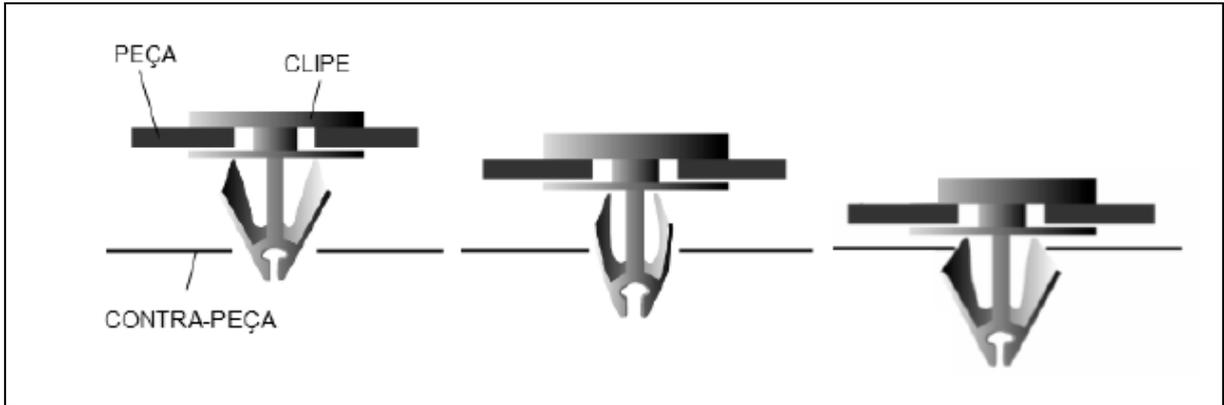


Figura 58: Sequência de encaixe de um clipe ilustrativo. Fonte: BONENBERGER, 2005

Os cliques integrados, por sua vez, tendem a simplificar a montagem e seus custos associados (eliminam operações de sub-montagem e o custo de peças extra), uma vez que são formados durante a injeção da própria peça, com o mesmo material (vide figura 59). Cliques integrados são muito úteis, uma vez que eliminam a necessidade de parafusos, cliques encaixados ou adesivos. Por outro lado, seu desenvolvimento requer uma engenharia mais elaborada para o projeto do componente mecânico a ser fixado se comparada à de uma união por parafuso, por exemplo. A ferramenta de injeção, principalmente para os casos onde o clipe fica na parte interna de uma parede que tem o lado oposto visível, pode se tornar mais complexa, e por isso seu custo é significativamente mais elevado. Para grandes volumes de produção, a tendência é o preço de peça final compensar o investimento inicial (BONENBERGER, 2005). A figura 59, por sinal, representa o conceito estrutural típico de cliques, os quais, independente da complexidade, funcionam a partir de pequenas vigas em flexão com um “dente” de trava em sua extremidade.

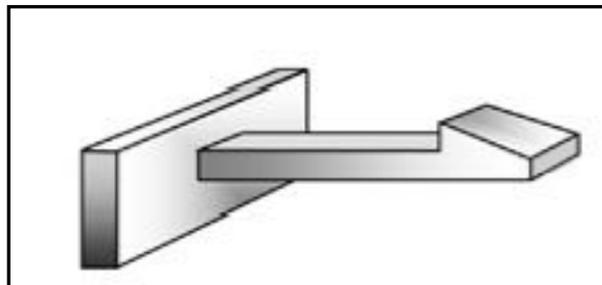


Figura 59: Exemplo de clipe simples integrado ao componente em montagem. Fonte: BONENBERGER, 2005

## 2.8.2 Materiais empregados e geometrias usuais

Clipes podem ser fabricados com quaisquer materiais capazes de absorver as deformações elásticas de operação dos componentes e proporcionar a rigidez necessária (GE PLASTICS, 2009), o que viabiliza o uso de materiais metálicos, poliméricos e compósitos. Na prática, a maior parte dos cliques é fabricada com polímeros de engenharia como por exemplo:

- **HIPS** - Poliestireno de Alto Impacto.
- **GPPS** - Poliestireno Cristal.
- **PP** – Polipropileno.
- **PEAD** - Polietileno de Alta Densidade.
- **PEBD** - Polietileno de Baixa Densidade.
- **PET** - Polietileno Tereftalato.
- **PC** – Policarbonato.
- **PU** – Poliuretano.
- **PVC** - Policloreto de Vinila.
- **ABS** - Acrinolitrina Butadieno Estireno.

Do ponto de vista construtivo e de operação, por outro lado, é de fundamental importância que a finalidade do clipe seja conhecida no momento de projeto. Cliques que não exigem desmontagem posterior podem apresentar geometria simples como a da figura 59, com ângulo de saída em configuração reta ( $90^\circ$ ), o que proporciona grande força de retenção para a união, mas que favorece que o clipe seja danificado no caso de tentativa de desmontagem. Por outro lado, caso a peça necessite ser desmontada diversas vezes, a força de retenção deverá ser reduzida para a preservação da integridade do clipe, o que é usualmente conseguido por meio da incorporação de ângulos de saída que favorecem o movimento flexional de desmontagem, ou por meio de hastes para desacoplamento manual, como ilustra a figura 60 (BAYER, 2001).

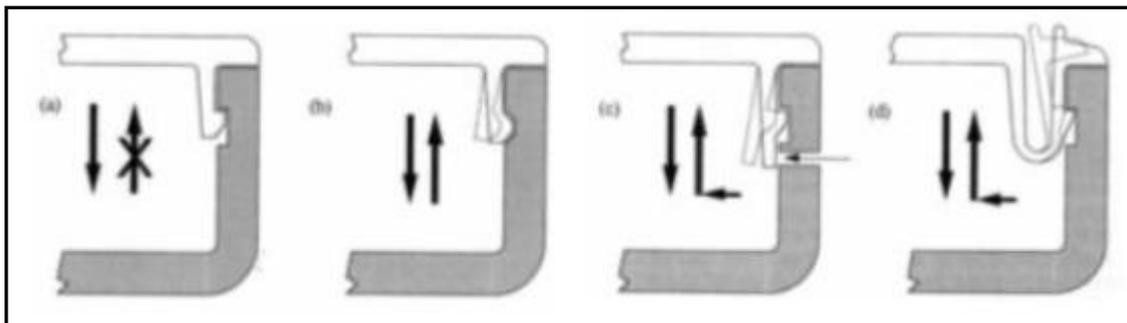


Figura 60: (a) Exemplo de clipe para uma única montagem e (b-d) cliques para múltiplas desmontagens utilizando diferentes conceitos. Fonte: BAYER, 2001

### 2.8.3 Considerações de projeto e esforços característicos de operação

Os primeiros projetos desenvolvidos utilizando o conceito de fixação por meio de cliques causaram certa insegurança quanto à sua eficiência, principalmente pela ausência de experiência por parte dos engenheiros e projetistas envolvidos no desenvolvimento (MAXWELL, 1994). Assim, foram usados primeiramente em aplicações de solicitação branda e baixa responsabilidade, tais como brinquedos, utensílios domésticos e outros produtos de consumo.

Com o passar do tempo e com o desenvolvimento de novas tecnologias, houve um grande progresso nas áreas de engenharia de materiais (com maior controle de propriedades e desenvolvimento de novos materiais) e ocorreu sensível popularização do uso de programas de cálculo estrutural baseados no método dos elementos finitos, permitindo projetos diferenciados e o desenvolvimento de modelos de cliques mais eficientes. Atualmente, os cliques poliméricos mostram-se como um conceito simples, rápido e com baixo custo para a união das mais diversas peças, incluindo aplicações de grande severidade de solicitação e responsabilidade técnica, tais como aplicações automotivas, fabricação de sensores, corpos de reguladores de pressão, entre outros. Quando projetados corretamente, podem ser montados e desmontados inúmeras vezes sem nenhum efeito adverso ao sistema. Adicionalmente, muitas vezes são aplicados materiais de fácil reciclagem, reduzindo ainda o impacto ambiental de produção (MAXWELL, 1994).

No cenário atual estão disponíveis inúmeros conceitos de cliques, configurando diferentes famílias de produtos. Um dos grandes desafios enfrentados pelas equipes de projeto reside na falta de literatura técnica e desenvolvimento de pesquisas sobre o assunto. Tal fato é resultado de o conhecimento adquirido ao longo de um projeto estar muito centralizado na equipe de engenheiros envolvidos, fazendo com que as soluções que tenham se mostrado viáveis sejam

utilizadas novamente nos novos projetos, limitando a capacidade de inovação e praticamente eliminando a disponibilização de resultados para a comunidade tecnológica e científica.

Para suportar os estudos conduzidos no presente trabalho, alguns parâmetros de grande relevância na operação e projeto de cliques poliméricos são descritos a seguir. Os atributos principais do desempenho durante a operação de um clipe podem ser apontados como:

- **Força da inserção** ( $F_i$ ): é a força que precisa ser aplicada no sentido da inserção para acoplar um determinado clipe. A força da inserção pode ser expressa como um único valor máximo ou como um gráfico da força contra a posição relativa do deslocamento de inserção (figura 61).

- **Força da retenção** ( $F_r$ ): é a força que precisa ser aplicada no sentido da separação de um determinado clipe para propiciar a desmontagem da união (figura 61). Se o clipe for projetado para união permanente, será praticamente impossível fazer a remoção sem que o mesmo seja danificado.

- **Razão de travamento** ( $R_t$ ): é definida como a relação entre a força máxima de retenção e a força máxima da inserção de um clipe, na forma

$$R_t = \frac{F_r}{F_i} \quad . \quad (67)$$

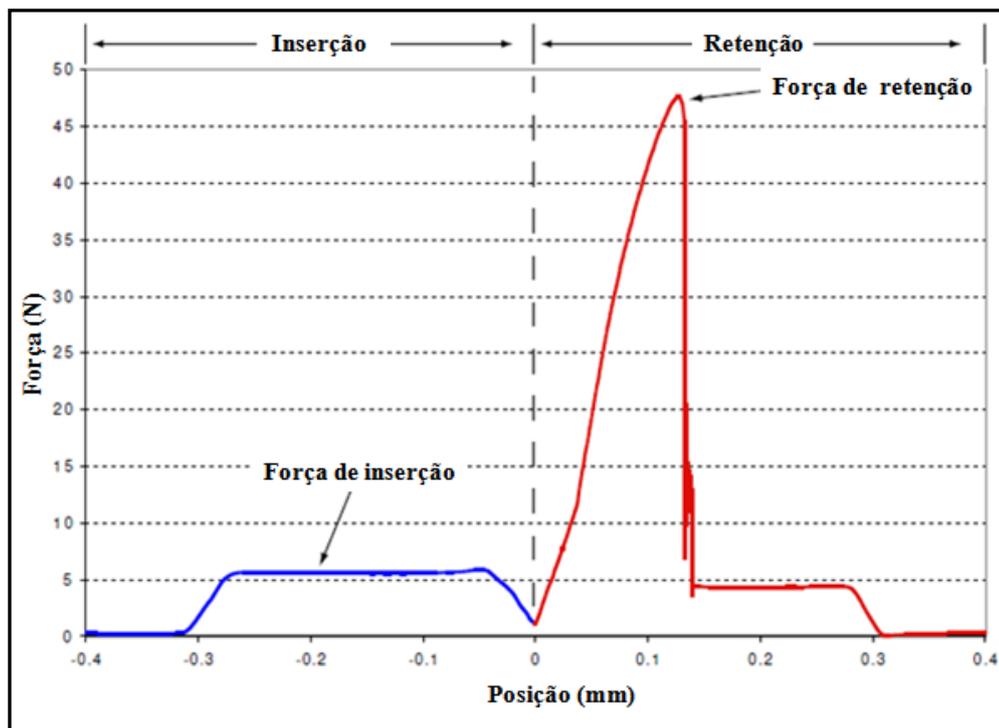


Figura 61: Curva experimental típica da força para inserção e retenção do clipe. Fonte: DEAN ; GARY, 1987

Já do ponto de vista de projeto mecânico-estrutural dos cliques de fixação, os principais parâmetros e requisitos são:

- **Tensões Atuantes** ( $\sigma_{ij}$ ): são as tensões oriundas da solicitação mecânica durante a montagem, desmontagem ou operação dos cliques. Os subscritos “i” e “j” indicam que estas tensões podem ser tensões nos eixos cartesianos (para  $i,j = x, y$  ou  $z$ ), ou ainda tensões equivalentes de von Mises ou Tresca (para  $ij = \nu M$  ou  $Tr$ ), as quais são atualmente usadas para tais projetos. A solicitação crítica nos cliques é considerada como dominante nos procedimentos de projeto é a flexional.

- **Flechas** ( $v$ ): representam os deslocamentos na flexão decorrentes da operação dos cliques. As flechas definem o principal carregamento gerador das tensões, o qual é o carregamento flexional do momento de montagem ou desmontagem, quando a flecha é máxima.

- **Rigidez à flexão** ( $K$ ): representa a resistência do clipe projetado ao deslocamento em flexão (força aplicada dividida pela flecha resultante).

Embora os cliques possam ser projetados com diversos materiais como já comentado, o material ideal é o polímero termoplástico por causa de sua flexibilidade elevada e pela sua facilidade em ser injetado, mesmo com geometrias complexas. Outras vantagens incluem o baixo coeficiente de atrito, e rigidez suficiente para cumprir as exigências da maioria das aplicações.

Para que o clipe mantenha sua integridade estrutural, mesmo que este seja projetado para uma única montagem, os materiais devem trabalhar no trecho elástico de sua curva tensão-deformação, evitando a ocorrência do fenômeno de escoamento. Adicionalmente, os materiais devem sofrer pequena incidência de relaxação (deformação dependente do tempo), a fim de manter sua funcionalidade. Dentre os materiais citados na seção 2.8.2 para cliques, grande destaque é dado ao polipropileno (PP) na indústria automobilística, ao poliuretano (PU) e poliestireno de alto impacto (HIPS) na indústria de brinquedos e eletrodomésticos e também ao polietileno de alta densidade (PEAD) em aplicações estruturais de carregamento estático brando.

Do ponto de vista de fabricação, alguns cliques podem aumentar o custo de uma ferramenta de injeção devido à necessidade de gavetas (*slides*) no molde a fim de configurar a cunha de inserção e retenção (figura 62) e ao mesmo tempo permitir a desmoldagem. Um engenheiro experiente pode frequentemente eliminar a necessidade de gavetas adicionando um entalhe na parede diretamente abaixo do sistema, como exemplifica a figura 63, ou ainda posicionar o clipe na borda da peça, fazendo com que a geometria desejada possa ser integralmente desenvolvida no próprio molde (figura 64).

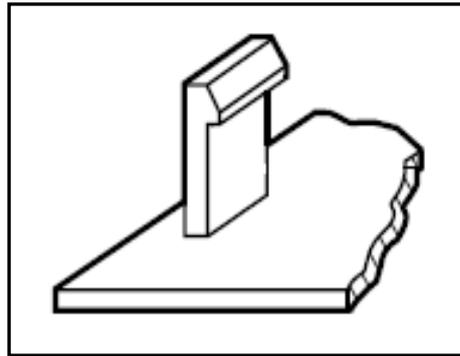


Figura 62: Sistema de clipe que necessitada da utilização de gaveta. Fonte: BAYER, 2001

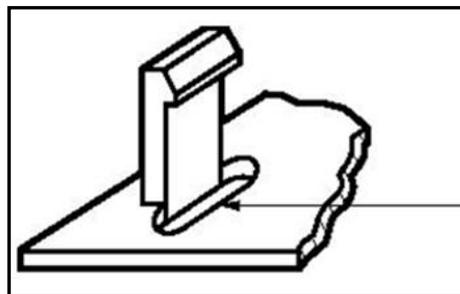


Figura 63: Sistema de clipe que não necessitada da utilização de gaveta. Fonte: BAYER, 2001



Figura 64: Sistema de clipe menos complexo que não necessitada da utilização de gaveta na ferramenta. Fonte: BAYER, 2001

As figuras 65 e 66 apresentam aplicações típicas de sistemas de fixação do tipo clipe. Em cada aplicação, o desafio principal do engenheiro de projeto é encontrar o equilíbrio adequado entre a resistência do conjunto e a força de clipagem, isto é, como o clipe se encaixa e permanece unido. Antes de chegar ao equilíbrio desejado de propriedades do clipe, o projetista deve fazer diversas modificações de espessura, largura, amplitude de deflexão e comprimento. É justamente com base em tais parâmetros que se dará a aplicação exploratória (na forma de estudo de caso) da metodologia deste trabalho visando o aprimoramento estrutural da seção transversal de um clipe de geometria simples. Para suportar esta aplicação, a seção seguinte apresenta brevemente a teoria de suporte para determinação de tensões, deformações e flechas em componentes mecânicos operando como vigas em flexão, caso dos cliques.



Figura 65: Aplicações típicas de sistema do tipo clipe. Fonte: BAYER, 2001

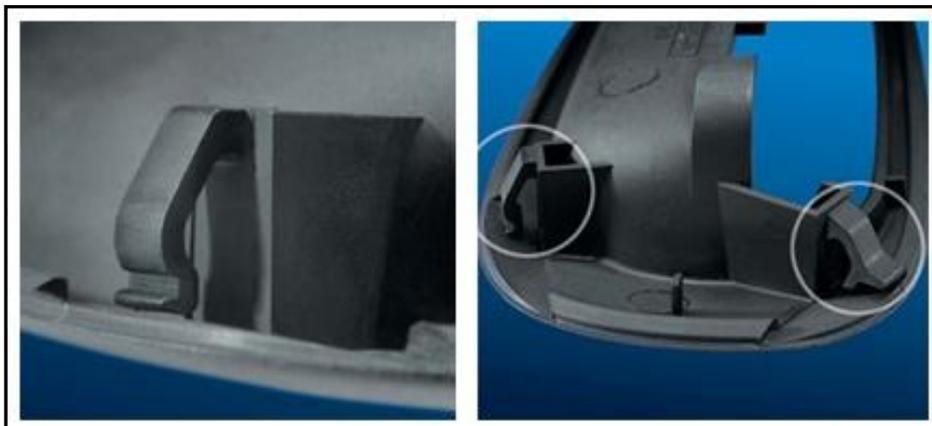


Figura 66: Aplicações típicas de sistema do tipo clipe. Fonte: BAYER, 2001

## 2.9 Tensões, deformações e deslocamentos na flexão

Cargas atuantes perpendicularmente ao eixo de uma viga causam esforços internos solicitantes de cisalhamento e momento fletor, incorrendo em tensões normais, cisalhantes e na deflexão da viga na forma de uma curva. Como exemplo, considere a viga engastada da figura 67 com uma força aplicada  $P$  em sua extremidade livre. Eis um caso de flexão simples no qual as fibras inferiores estão submetidas a compressão e as fibras superiores a tração, como ocorre em cliques.

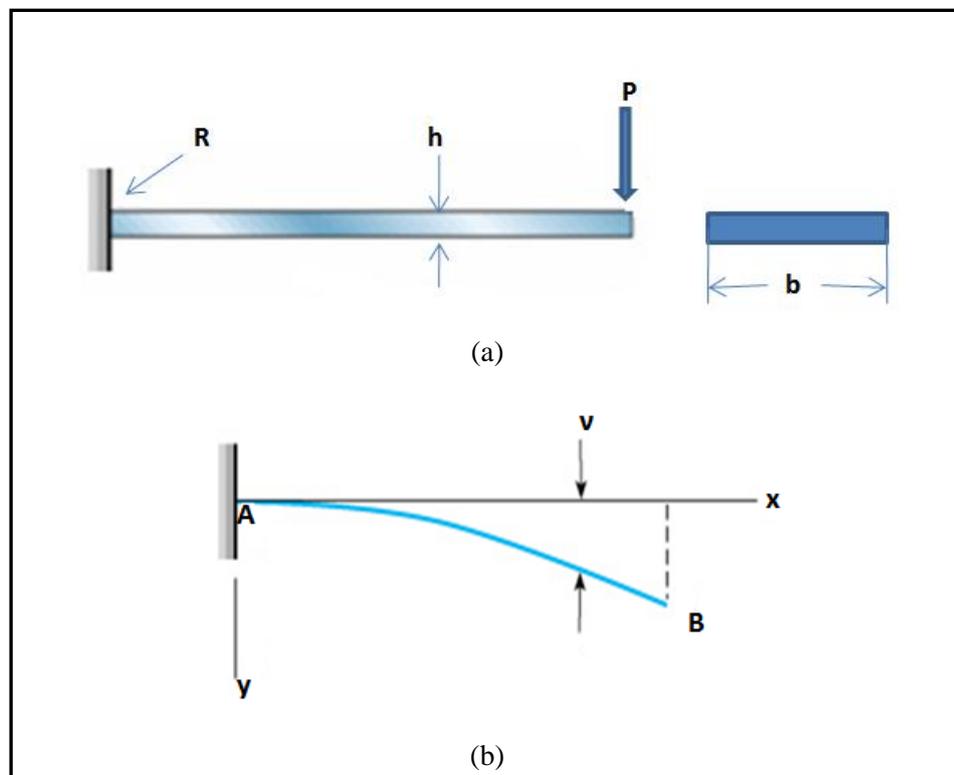


Figura 67 :Flexão simples em uma viga engastada: (a) configuração original da viga em carregamento e (b) deformada da viga. Fonte: GERE, 2003

É de grande interesse do trabalho a determinação analítica dos deslocamentos, tensões e deformações atuantes em vigas, já que este é atualmente o modelo de cálculo utilizado para o estudo de cliques poliméricos em flexão. Sendo assim, algumas hipóteses e condições de contorno iniciais são consideradas para o delineamento do arcabouço conceitual necessário:

- Todas as forças aplicadas na viga estão sendo consideradas sem a ocorrência de choques ou impactos (carregamento estático ou quasistático).
- É admitida condição de equilíbrio sob a ação das forças aplicadas.

- É a princípio desconsiderada a existência de descontinuidades ou singularidades nas vigas em estudo (princípio de Saint-Venant).
- Admite-se regime de pequenos deslocamentos.
- Admite-se a hipótese de Navier – seções planas permanecem planas após a flexão.
- O material trabalha em regime elástico-linear – é válida a lei de Hooke.
- As vigas em estudo são consideradas simétricas em relação ao plano  $xy$  (figura 65).
- Todas as cargas atuam no plano  $xy$ , conseqüentemente a deflexão da viga ocorre neste mesmo plano, conhecido como plano de flexão.

### 2.9.1 Deslocamentos na flexão (método da integração da linha elástica)

Diversos métodos são aplicáveis ao cálculo de deslocamentos na flexão, tais como analogias de Mohr, teoremas de energia, funções singulares, teorema do momento de área, entre outros numéricos e experimentais diversos (BEER, 2006). Um deles tem particular importância no presente trabalho e é denominado método da integração da linha elástica, o qual permite o cálculo de flechas e rotações em qualquer seção de uma viga em flexão e é amplamente utilizado na atualidade pelas recomendações de projeto de cliques (BAYER, 2001; BONENBERGER, 2005).

A figura 68 apresenta um esquema geral com dimensões e nomenclaturas utilizadas para a dedução da metodologia utilizando uma viga em balanço submetida a uma carga  $P$  em sua extremidade. As grandezas  $v(x)$  e  $\theta(x)$  denotam respectivamente as flechas e rotações em uma seção qualquer de cota  $x$  sob análise.

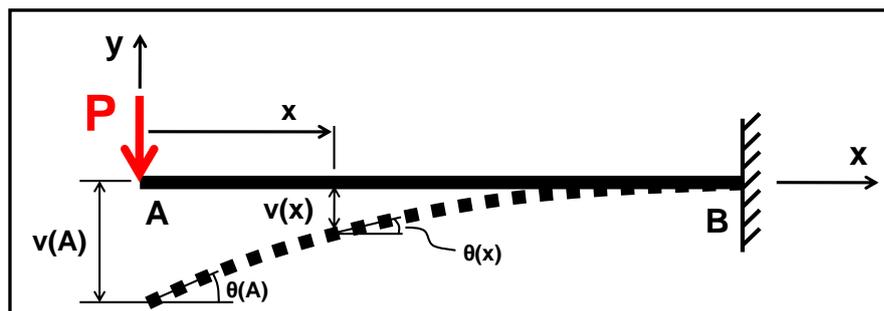


Figura 68 - Flexão simples em uma viga engastada: (a) configuração original da viga em carregamento e (b) deformada da viga. Fonte: GERE, 2003

A dedução do método da integração da linha elástica parte da consideração de um trecho da viga sendo deformado em flexão no regime elástico, conforme apresenta a figura 69.

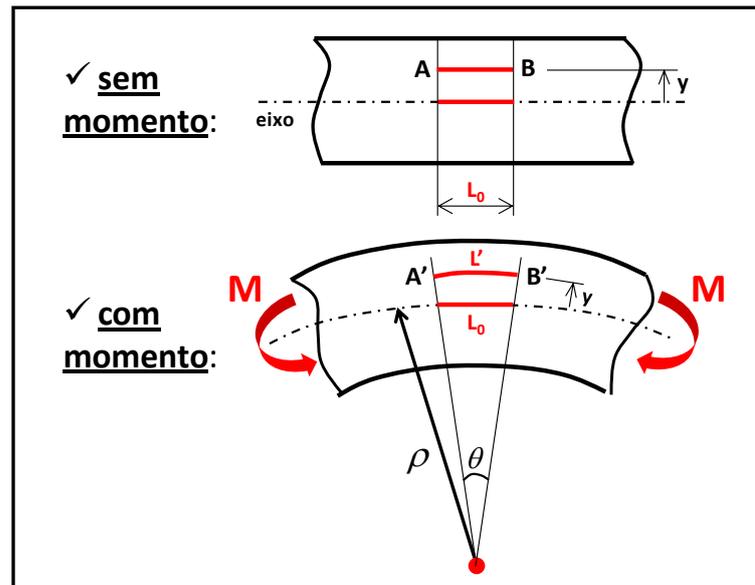


Figura 69: Trecho de viga (a) em sua configuração original sem momento atuante e (b) deformada com momento fletor atuante. Fonte: DONATO, 2010

A análise do trecho do eixo de comprimento  $L$  nas figuras 69(a,b) demonstra que

$$\overline{AB} = L_0 = \rho\theta . \quad (68)$$

Já a avaliação do trecho  $A' B'$  revela que

$$\widehat{A'B'} = L' = (\rho + y)\theta . \quad (69)$$

Da definição de deformação normal previamente apresentada, sabe-se que

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_0} = \frac{L' - L_0}{L_0} \rightarrow \varepsilon = \frac{(\rho + y)\theta - \rho\theta}{\rho\theta} = \frac{y}{\rho} . \quad (70)$$

Como admite-se que a viga trabalha no regime elástico-linear, é razoável assumir a validade da lei de Hooke. Daí vem

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{y}{\rho} . \quad (71)$$

Da teoria de tensões na flexão, a qual será detalhada adiante, a hipótese de Bernoulli estabelece variação linear de tensões com a distância da linha neutra da seção em flexão sob análise, na forma

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} \quad , \quad (72)$$

onde:

- M representa o momento fletor atuante na seção em estudo.
- y representa a distância da fibra em análise à linha neutra.
- I representa o momento de Inércia da seção em estudo em relação à linha neutra.

Esta equação representa uma distribuição linear de tensões, como apresentado na figura 70 para uma seção transversal genérica. A tensão de flexão assume seu valor máximo na superfície mais distante da linha neutra, ou seja, no maior valor de y.

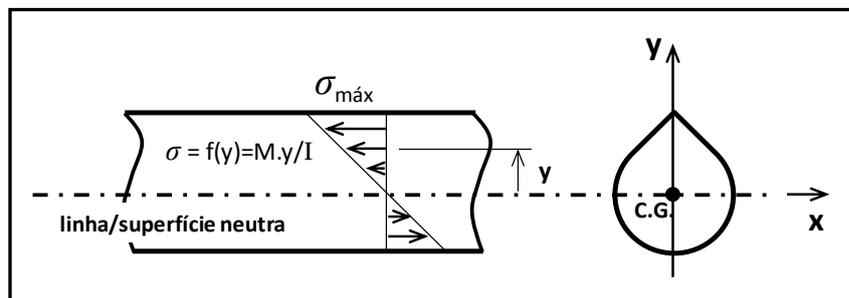


Figura 70: Distribuição de tensões na flexão a partir da linha neutra segundo formulação de Bernoulli para seção genérica. A inversão na linha neutra significa a transição entre solicitação trativa e compressiva. Fonte: Autor

Igualando-se as equações (71 e 72), o momento atuante na seção pode ser relacionado ao raio de curvatura resultante da flexão e define-se curvatura (C) como

$$C = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad . \quad (73)$$

Para maior generalidade e a avaliação de quaisquer seções (inclusive não prismáticas) em diferentes posições no eixo x, a equação (73) pode ser reescrita na forma

$$C = \frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI(x)}. \quad (74)$$

Sabe-se do cálculo que a curvatura avaliada em qualquer ponto de uma curva ( $v = f(x)$ ) (vide figura 71) é dada na forma

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2v}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (75)$$

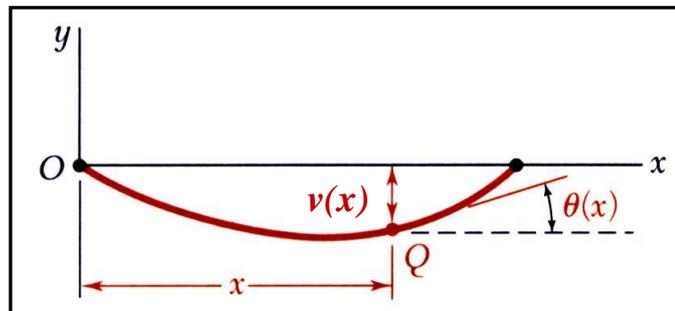


Figura 71: Esquema de avaliação de curvatura em um ponto Q de uma curva genérica. Fonte: BEER, 2006

Para o caso de vigas reais, as quais trabalham em regime de pequenos deslocamentos e pequenas deformações (o que se aplica aos cliques em estudo), a inclinação  $dv/dx$  se mostra muito reduzida e seu quadrado presente no denominador da equação (75) é desprezível se comparado à unidade. Assim, esta equação pode ser simplificada para

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2}. \quad (76)$$

Igualando as equações (74 e 76), os deslocamentos na flexão podem ser diretamente relacionados ao momento aplicado na seção em estudo, às propriedades do material e às propriedades geométricas, como apresenta a equação (77). Esta é denominada equação diferencial da linha elástica e sua integração simples e dupla fornecem, respectivamente, as rotações e flechas em qualquer posição da viga em estudo para carregamento flexional.

Momento tracionando as fibras inferiores da viga é adotado positivo, e as demais grandezas são avaliadas de acordo com o sistema de coordenadas adotado.

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI(x)} \quad (77)$$

### 2.9.2 Deformações e tensões normais na flexão

#### **Deformações normais na flexão**

As deformações atuantes em uma fibra genérica de uma viga em flexão já foram apresentadas pela equação (70). Esta equação, se combinada às equações (76 e 77) fornece a relação apresentada pela equação (78), na qual fica evidente que as deformações são também diretamente proporcionais à distância da linha neutra “y”, como ocorre com as tensões (vide figura 72).

$$\varepsilon(x) = \frac{y}{\rho(x)} = y \cdot \frac{M(x)}{EI(x)} \quad (78)$$

#### **Tensões normais**

Na seção anterior admitiu-se que o material trabalhe em regime elástico-linear e, portanto, pode ser adotada a Lei de Hooke (equação (33)) como modelo constitutivo do comportamento tensão-deformação do material. Combinando-se as equações (71) e (78), as tensões são escritas genericamente como função de x e y na forma

$$\sigma(x) = \frac{M(x) \cdot y}{I(x)} \quad (79)$$

formulação esta análoga à equação (72), mas indicando a variação das tensões com x e y de acordo com a variação do momento aplicado e das características geométricas de eventuais vigas não prismáticas.

Conseqüentemente, tensões e deformações são diretamente proporcionais à distância da linha neutra e podem ser estimadas sabendo-se o momento atuante, propriedades do material (neste caso o módulo de elasticidade -  $E$ ) e as propriedades geométricas da respectiva seção. Uma distribuição genérica de tensões é apresentada na figura 72 para fins de melhor ilustração dos conceitos. Por convenção, os momentos fletores positivos causam tensões de compressão na parte superior da viga (acima da linha neutra) e causam tensões de tração na parte inferior, como ilustrado (BEER et al., 2006 ; GERE, 2003).

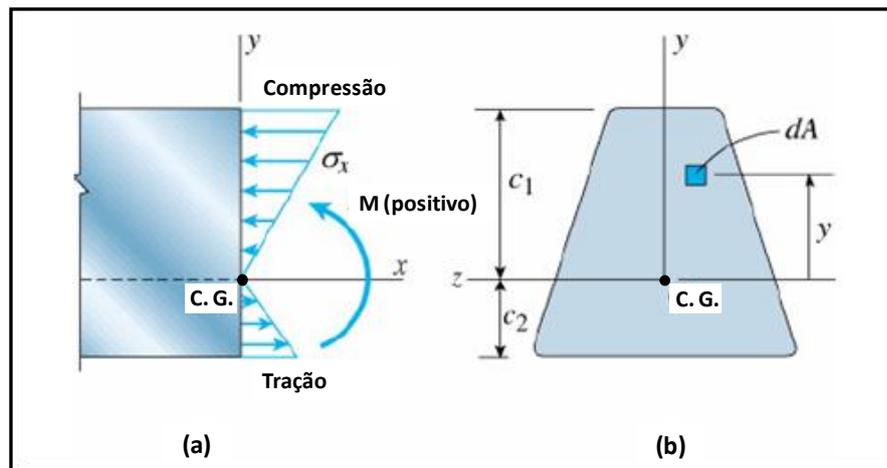


Figura 72: Tensões normais em uma viga de material elástico linear: (a) vista lateral da viga mostrando a distribuição das tensões normais e (b) seção transversal da viga mostrando o eixo  $z$  como a linha neutra da seção transversal. Fonte: GERE, 2003

### 2.9.3 Localização da linha neutra e características geométricas de seções de interesse

Quando a viga está submetida à flexão pura ou simples, a força axial é zero e o eixo neutro pode ser determinado para qualquer viga, bastando determinar o centróide da área da respectiva seção transversal (BEER et al., 2006).

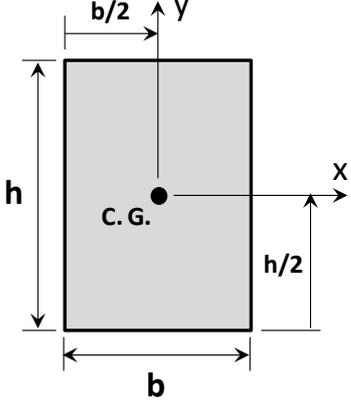
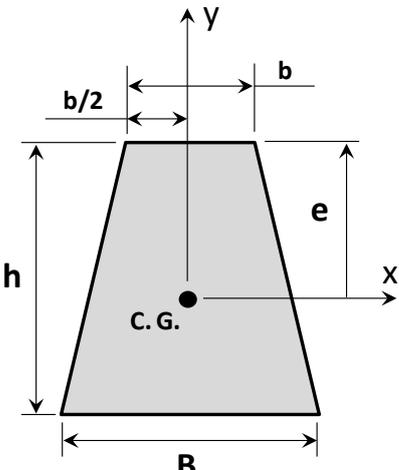
Observações importantes devem ser comentadas neste momento:

- A linha neutra em flexão passa pelo centróide da área da seção transversal quando o material segue a lei de Hooke e não existem forças axiais agindo na seção transversal.
- No caso de solicitações compostas, por exemplo envolvendo tração ou compressão, a linha neutra é deslocada para o lugar geométrico dos pontos da

seção nos quais as tensões resultantes são nulas. No caso de cliques, as tensões normais são desprezíveis no momento de flecha máxima e a tensão de flexão é utilizada para projeto.

Algumas seções transversais simples são de grande interesse ao presente trabalho e terão, por este motivo, suas áreas e seus momentos de inércia baricêntricos apresentados brevemente na forma de expressões fechadas. Assim, a tabela 5 apresenta as áreas e os momentos de inércia para seções retangulares e trapezoidais.

Tabela 5 -Áreas, posições e momentos de inércia baricêntricos para seções transversais de interesse do presente trabalho.

Seção Transversal	Área da seção Transversal	Momento de Inércia Baricêntrico
<p style="text-align: center;">Retângulo</p> 	$A = b \cdot h$	$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$
<p style="text-align: center;">Trapézio simétrico em y</p> 	$A = \frac{(b + B) \cdot h}{2}$	$I_x = \frac{h^3 \cdot (b^2 + 4 \cdot b \cdot B + B^2)}{36 \cdot (b + B)}$ <p style="text-align: center;">com</p> $e = \frac{h \cdot (b + 2 \cdot B)}{3 \cdot (b + B)}$

Fonte: BEER et al., 2006

### 2.9.4 Tensões de cisalhamento na flexão

Uma viga é geralmente submetida a um carregamento transversal e este carregamento causa não apenas um momento fletor, mas também uma força cisalhante. Esta força, usualmente denominada  $V$ , é necessária para o equilíbrio de forças no ponto material (BEER et al., 2006). Porém, surgem tensões cisalhantes transversais e também longitudinais associadas, as quais farão parte da composição do estado geral de tensões.

Utilizando uma seção transversal retangular como exemplo (figura 73), as tensões de cisalhamento na flexão são calculadas para cada altura  $y$  (em relação à linha neutra, vide figura 73) da seção transversal na forma

$$\tau(y) = \frac{V \cdot Q(y)}{I \cdot t} \quad , \quad (80)$$

onde  $I$  representa o momento de inércia da seção transversal,  $t$  é a espessura do corte horizontal para a altura em estudo ( $y$ ) e  $Q(y)$  é o momento estático de área (BEER et al., 2006) dado por

$$Q(y) = \bar{A} \cdot \bar{y} \quad . \quad (81)$$

$\bar{A}$  é a área acima do corte considerado e  $\bar{y}$  é a distância do baricentro da área acima do corte até o plano neutro da seção (vide figura 73). A distribuição das tensões é parabólica e está ilustrada na figura 74. Nota-se que esta é nula nas extremidades superior e inferior e máxima na linha neutra.

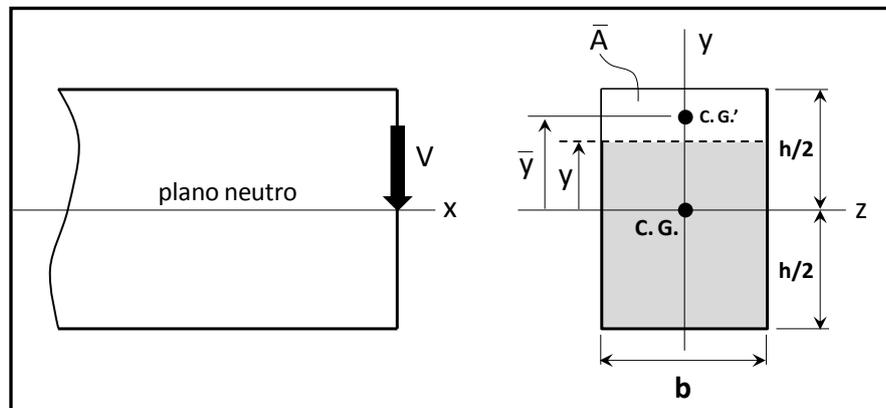


Figura 73: Esquema de carregamento cisalhante em viga e dimensionais de interesse para cálculo. Fonte: BEER et al., 2006

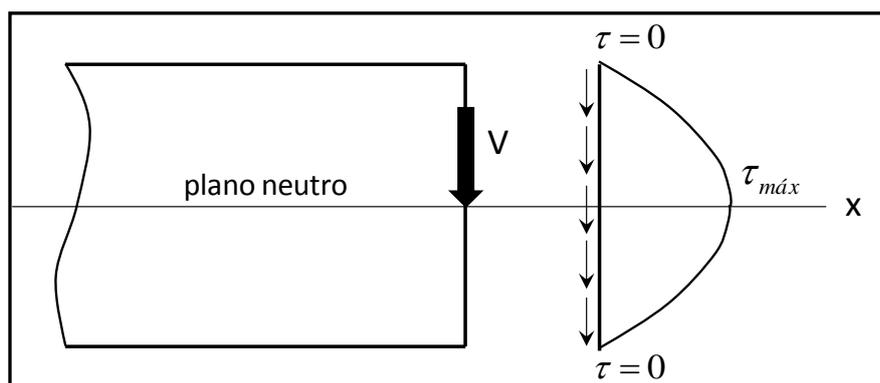


Figura 74: Distribuição da tensão de cisalhamento na altura para a seção ilustrativa retangular. Nota-se a distribuição parabólica das tensões cisalhantes. Fonte: BEER et al., 2006

### 2.9.5 Limitações da formulação analítica apresentada

Análises de vigas longas revelam que as tensões e deslocamentos oriundos da flexão são dominantes e não são significativamente alterados pela presença das tensões de cisalhamento. Ainda, os pontos de maior tensão flexional em vigas (superfícies livres extremas superior e inferior) são regiões de cisalhamento nulo (BEER et al., 2006). Dessa forma, usualmente em primeira análise as tensões de cisalhamento na flexão e a deflexão por cisalhamento são desconsideradas no projeto de vigas, incluindo os cliques. No entanto, cliques poliméricos têm razão comprimento/altura ( $L/h$ ) entre aproximadamente  $L/h = 5$  e  $L/h = 10$ , o que faz com que efeitos de viga curta em cisalhamento tenham efeito não negligenciável se comparados aos efeitos de flexão (BEER et al., 2006). Para maior precisão nas análises, as tensões de cisalhamento na flexão serão devidamente consideradas no trabalho. No entanto, devido ao pequeno efeito do cálculo de deflexões ao cisalhamento nas geometrias estudadas e reduzido interesse do trabalho nas flechas resultantes, os deslocamentos serão calculados exploratoriamente utilizando o método da integração da linha elástica, o que atende aos objetivos comparativos pretendidos.

Outro ponto relevante é que a formulação de flexão fornece resultados precisos apenas nas regiões da viga onde as distribuições de tensões não são perturbadas pela forma geométrica da mesma ou por descontinuidades no carregamento. A formulação clássica de flexão não é, portanto, diretamente aplicável próximo aos apoios/engastamentos ou de carregamentos concentrados, pois essas irregularidades produzem tensões localizadas, ou concentrações de tensões que são significativamente maiores do que a tensão de flexão

(BEER et al., 2006). Para verificar tal ocorrência na prática, basta que sejam usados fatores de intensidade de tensões ( $K_T$ ), ou métodos numéricos de determinação dos campos de tensões e deformações quando necessários.

Dentro do interesse do trabalho, as ferramentas de cálculo de tensões e deslocamentos na flexão auxiliarão como ferramentas para que o interesse central possa ser desenvolvido: quantificar experimentalmente o desbalanceamento de polímeros e avaliar exploratoriamente o potencial de ganho estrutural com tal comportamento do material. Não há preocupação com manufaturabilidade nem com a precisa descrição do completo campo de tensões no componente, as quais são decorrências naturais em atividades reais de projeto.

### 3 MATERIAIS ENSAIADOS E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

#### 3.1 Materiais ensaiados

Para a caracterização das propriedades mecânicas e do nível de desbalanceamento de alguns polímeros de engenharia, foram ensaiados quatro polímeros termoplásticos dúcteis adquiridos no comércio na forma de barras cilíndricas. Foram selecionados tanto materiais de aplicação estrutural como materiais de aplicação de baixa responsabilidade, para maior abrangência das conclusões. Os materiais testados foram:

- PA-66 – poliamida tipo 66
- PA-6 – poliamida tipo 6
- PP – polipropileno
- PEAD – polietileno de alta densidade

Todos os materiais foram adquiridos na forma de barras sólidas de 3 metros de comprimento e diâmetro 25,4 mm (1 polegada). Como os materiais foram adquiridos de revendedores, todos os espécimes de cada material foram retirados da mesma barra para garantir a repetibilidade desejada e que não houvesse mistura de materiais de diferentes características ou lotes. Todos os materiais apresentavam coloração branca opaca com leve translucidez. A figura 75 apresenta uma barra de PA-6 já cortada com um metro de comprimento para facilidade na retirada dos diversos espécimes, como será detalhado na seção seguinte. Todas as demais barras apresentaram igual configuração.



Figura 75: Barra de PA-6 com diâmetro de 25,4 mm (1 polegada) cortada com um metro de comprimento para posterior retirada de espécimes para ensaios mecânicos. Fonte: autor

### 3.2 Procedimentos experimentais

Inicialmente todas as barras foram cortadas com 1 metro de comprimento para facilitar o manuseio e usinagem. Para cada um dos materiais em estudo foram usinados em torno CNC 5 espécimes de tração e 5 espécimes de compressão uniaxial, com passes de usinagem reduzidos e com o eixo da seção de ensaio sempre centralizado em relação ao eixo da barra bruta, para que a amostra de material ensaiado fosse a mais próxima possível entre os espécimes de tração e compressão. Foram seguidas as recomendações, respectivamente, das normas ASTM D638 (2008) e DIN EN ISO 527-1 (1994) para ensaios de tração e ASTM D695 (2008) e DIN EN ISO 604 (2002) para ensaios de compressão. As figuras 76 e 77 apresentam os dimensionais dos corpos-de-provas utilizados nos ensaios de tração e compressão respectivamente, e a figura 78 apresenta exemplos reais de espécimes de tração e compressão já usinados e prontos para ensaio.

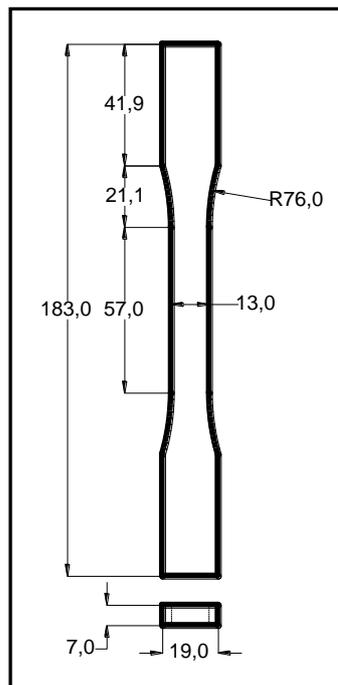


Figura 76: Desenho de espécime para ensaio de tração de materiais poliméricos segundo recomendações das normas ASTM D638 (2008) e DIN EN ISO 527-1 (1994). Fonte: Autor

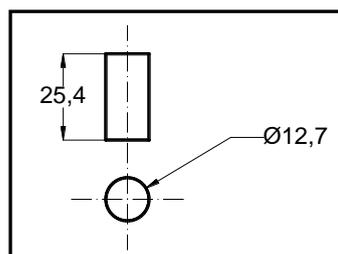


Figura 77: Desenho de espécime para ensaio de compressão de materiais poliméricos segundo recomendações das normas ASTM D695 (2008) e DIN EN ISO 604 (2002). Fonte: Autor

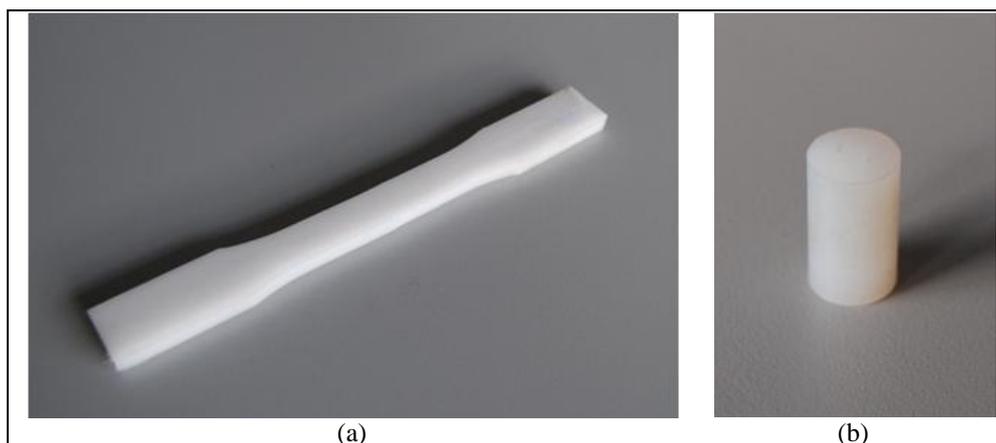


Figura 78: Espécimes para ensaio de (a) tração e (b) compressão de materiais poliméricos já usinados e prontos para ensaio. Fonte: autor

Todos os espécimes foram acondicionados conjuntamente em caixas organizadoras plásticas em ambiente climatizado com controle de temperatura (21 °C) e umidade (60%), e só foram retirados no momento do ensaio. Como o interesse do trabalho reside em propriedades mecânicas monotônicas independentes do tempo e é sabido que materiais poliméricos apresentam grande sensibilidade a variações de temperatura e taxa de deformação, todos os ensaios foram conduzidos sob a mesma temperatura de acondicionamento e seguindo velocidades de ensaio que propiciassem mesmas taxas de deformação (recomendadas pelas normas) ao longo do início do processo de sollicitação, como quantifica a tabela 6. A taxa de deformação utilizada foi de 0,051 mm/mm/min em todos os ensaios.

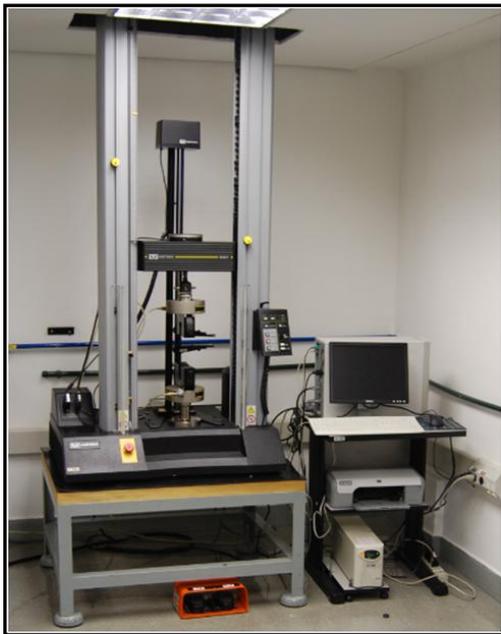
Tabela 6: Velocidades de sollicitação utilizadas nos ensaios de tração e compressão e respectivas taxas de deformação correspondentes. Valores recomendados pelas normas ASTM D638 (2008) para tração e ASTM D695 (2008) para compressão.

Ensaio	Comprimento útil inicial (mm)	Velocidade de acionamento (mm/min)	Taxa de deformação inicial ( $\text{min}^{-1}$ )
Tração	50,0	2,55	0,051
Compressão	25,4	1,30	0,051

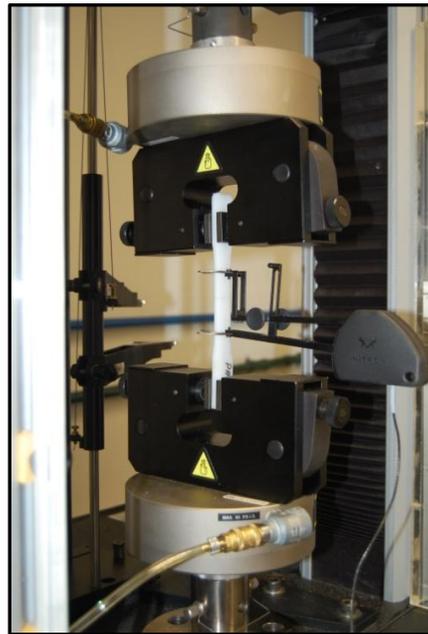
Fonte: Autor

Os espécimes foram inicialmente medidos em suas dimensões úteis em 5 posições por meio de paquímetro digital. Na sequência, os ensaios de tração foram conduzidos em máquina universal de ensaios INSTRON modelo 5567, eletromecânica de capacidade nominal 30 kN (figura 79) e equipada com extensômetro de comprimento inicial 50 mm. A norma ASTM D638 (2008) foi utilizada como a referência básica para os testes de tração. Os ensaios de compressão, por sua vez, foram desenvolvidos em máquina universal de ensaios MTS modelo

810 servohidráulica de capacidade nominal 250 kN (figura 80). A norma ASTM D695 (2008) foi utilizada como base e os contatos placa/espécime foram lubrificados no início do ensaio com lubrificante sólido a base de bissulfeto de molibdênio para minimizar os efeitos de atrito. Todos os ensaios foram realizados sob controle de deslocamento (por meio da imposição das velocidades apresentadas pela tabela 6) para maior estabilidade e controle da evolução da sollicitação.



(a)



(b)

Figura 79: (a) Máquina universal de ensaios INSTRON modelo 5567, eletromecânica de capacidade nominal 30 kN e (b) detalhe das garras planas pneumáticas utilizadas nos ensaios de tração. Equipamento do CDMatM do Centro Universitário da FEI. Fonte: Autor

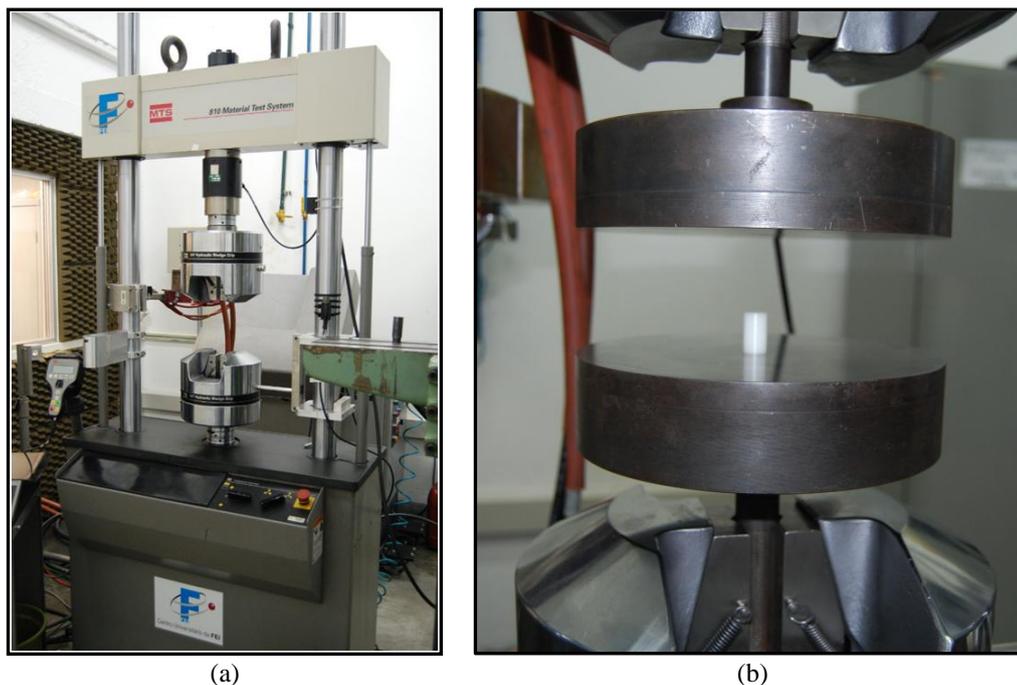


Figura 80: (a) Máquina universal de ensaios MTS modelo 810, servohidráulica de capacidade nominal 250 kN e (b) detalhe das placas planas utilizadas nos ensaios de compressão. Equipamento do CDMatM do Centro Universitário da FEI. Fonte: autor

Os dados resultantes dos ensaios foram obtidos na forma de arquivos no formato ASCII e pós-processados em planilha eletrônica utilizando os programas Microsoft EXCEL e MATLAB. Foram calculadas tanto propriedades de engenharia como propriedades verdadeiras, fazendo uso da hipótese de manutenção de volume ao longo da deformação, como discutido na seção 2.3. A explanação seguinte se baseia em dados de engenharia e o mesmo procedimento foi aplicado aos dados verdadeiros, com uma exceção: na curva verdadeira de tração, dados posteriores à instabilidade plástica foram desconsiderados pela invalidação da hipótese de deformação uniforme. Foram avaliadas, tanto em tração como em compressão, as seguintes propriedades mecânicas de interesse:

- **E (módulo de elasticidade longitudinal):** obtido, seguindo orientações da norma ASTM D638 (2008), por meio da inclinação da porção elástica-linear da curva tensão-deformação de engenharia de cada espécime. Para manutenção do critério adotado e precisão nos resultados, o coeficiente de múltipla correlação ( $R^2$ ) do trecho elástico-linear foi utilizado como referencial de corte dos dados considerados e o módulo foi obtido por meio de regressão linear, como ilustra a figura 81.

- **$\sigma_{LE-offset}$  (tensão limite de escoamento pelo método do *offset*):** na literatura, menções à obtenção da tensão limite de escoamento de polímeros por este método reportam *offsets* entre 0,2% e 2,0% de deformação, e recomendações quantitativas não estão presentes nas normas. Assim, para uma maior abrangência e entendimento das propriedades em diversos instantes, diferentes tensões limite de escoamento foram obtidas para *offsets* de 0,2 %, 0,5 %, 1,0 % e 2,0 %, como ilustram os marcadores da figura 82 nas respectivas intersecções. Tais tensões foram nomeadas respectivamente  $\sigma_{LE-0,2}$ ,  $\sigma_{LE-0,5}$ ,  $\sigma_{LE-1,0}$  e  $\sigma_{LE-2,0}$ .
- **$\sigma_{LE-máx}$  (tensão limite de escoamento pelo método do ponto de máximo – ou de derivada nula):** definida como a tensão no primeiro ponto da curva tensão vs. deformação no qual a derivada é nula, como ilustra o marcador da figura 83.
- **$\sigma_{LR}$  (tensão limite de resistência):** definida como a máxima tensão resultante da curva tensão vs. deformação. No caso da figura 83, coincide com  $\sigma_{LE-máx}$ , o que por sinal ocorreu em diversos casos ensaiados.

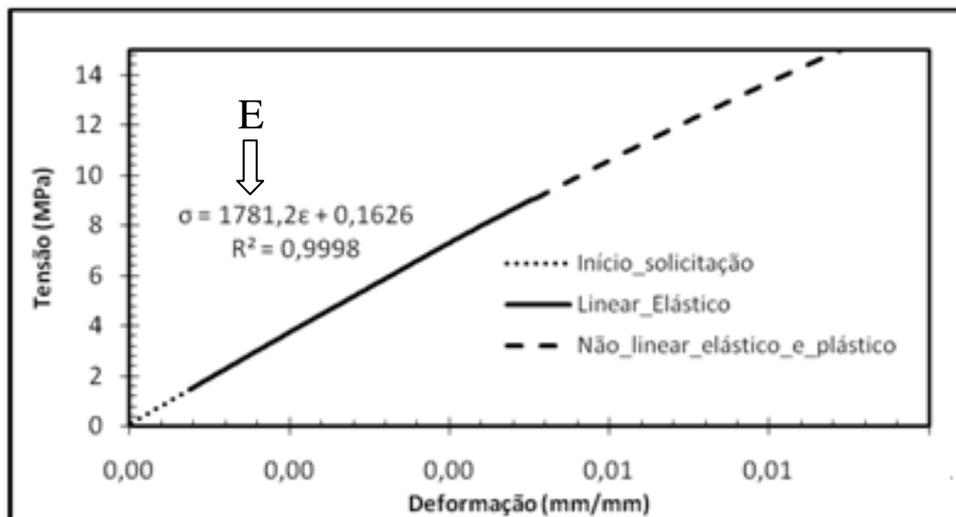


Figura 81: Curva tensão vs. deformação ilustrativa (em zoom no regime elástico) mostrando a região elástica-linear considerada para a obtenção do módulo de elasticidade (E) e a regressão linear cujo primeiro coeficiente é diretamente o valor desejado. Neste caso ilustrativo da metodologia,  $E = 1781$  MPa. Fonte: Autor

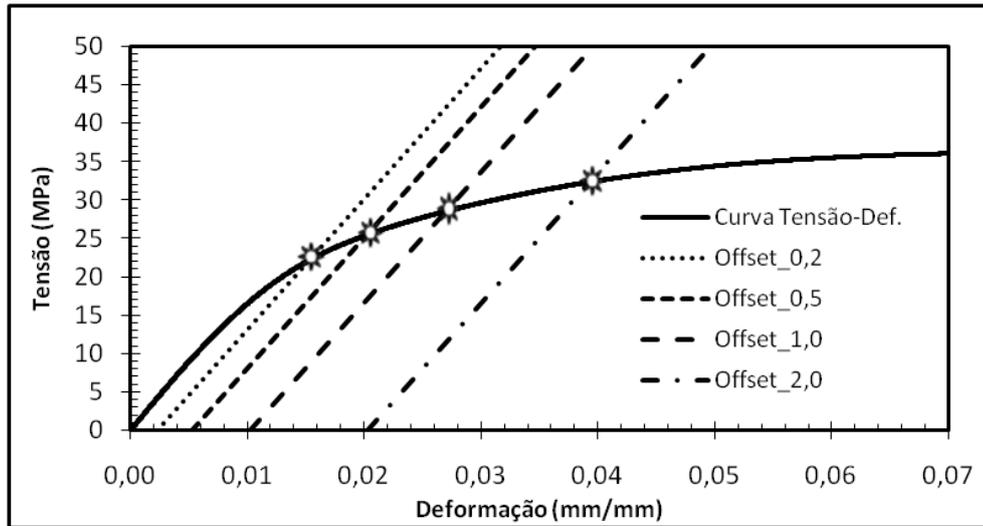


Figura 82: Curva tensão vs. deformação ilustrativa (em zoom) mostrando a obtenção das diferentes tensões limite de escoamento definidas pelo método do offset. Tais tensões de escoamento estão indicadas por marcadores e foram denominadas  $\sigma_{LE-0,2}$ ,  $\sigma_{LE-0,5}$ ,  $\sigma_{LE-1,0}$  e  $\sigma_{LE-2,0}$ . Fonte: Autor

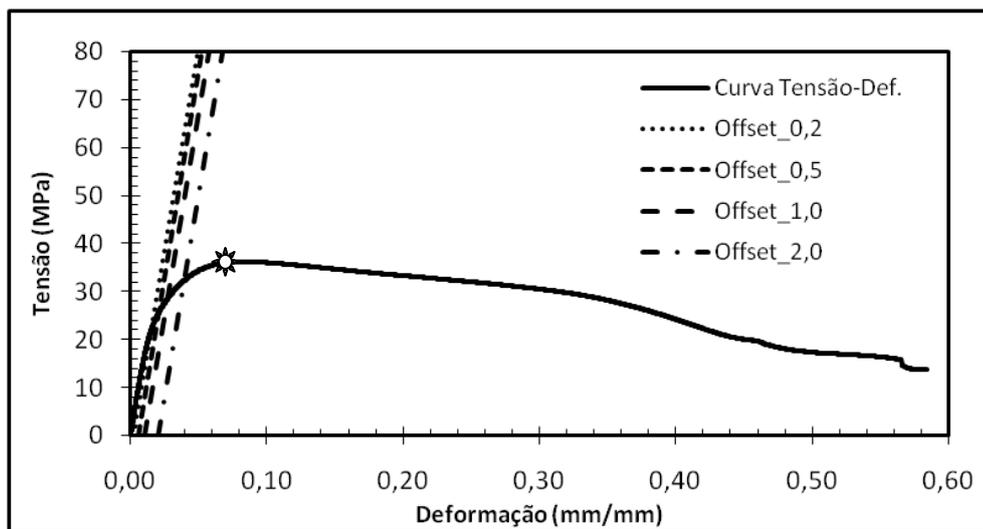


Figura 83: Curva tensão vs. deformação ilustrativa mostrando a obtenção da tensão limite de escoamento definida pelo método da derivada nula (ou ponto de máximo, como mostra o marcador). Tal tensão limite de escoamento foi denominada  $\sigma_{LE-máx.}$ . Ainda, a tensão limite de resistência (denominada  $\sigma_{LR}$ ) é a maior tensão resultante da curva e neste caso coincide com a tensão limite de escoamento. Fonte: autor

Foram ensaiados, no mínimo, 5 corpos-de-provas válidos em tração e 5 válidos em compressão para cada um dos materiais, configurando uma matriz de análise de 40 ensaios válidos. De posse das propriedades supracitadas tanto para dados de engenharia como para dados verdadeiros, foram avaliadas as propriedades médias, os desvios-padrão e os resultados experimentais foram utilizados na aplicação exploratória (estudo de caso) para aprimoramento estrutural de um clipe ilustrativo, como apresenta a seção 5. Nesta mesma seção, a filosofia de aplicação das propriedades de materiais desbalanceados em projeto é discutida como suporte ao uso dos resultados experimentais e motivação para novos trabalhos.

## 4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÃO

Esta seção apresenta todos os resultados experimentais obtidos com o trabalho, assim como a respectiva discussão. Para todos os materiais ensaiados, são apresentadas compilações com fotos das amostras deformadas e/ou fraturadas, as curvas tensão *vs.* deformação de engenharia em tração e compressão separadas por material, curvas que ilustram o nível de desbalanceamento e, por fim, a comparação entre curvas de engenharia e verdadeiras. As propriedades mecânicas e níveis de desbalanceamento provenientes do tratamento dos dados são apresentadas na forma de tabelas. Todas as discussões dos resultados, assim como as considerações sobre observações experimentais anômalas, são feitas na presente seção. Os espécimes são divididos por tipo de material e recebem a codificação CPT se de tração e CPC se de compressão. Tal nomenclatura será adotada quando necessário nos gráficos e tabelas.

### PA-66 – poliamida tipo 66

A figura 84 apresenta os corpos-de-provas pós-ensaio para o PA-66, tanto em tração como em compressão. Nota-se que todos os espécimes de tração sofreram estricção e estiramento a frio. Assim, mesmo para grandes níveis de deformação (superiores a  $\varepsilon = 70\%$ ) os espécimes não apresentaram fratura e os ensaios foram interrompidos. Nos ensaios de compressão, a coloração acinzentada nas extremidades dos espécimes é resultado de depósito do lubrificante a base de bissulfeto de molibdênio, o que se aplica a todos os materiais apresentados adiante. Fica evidente na figura a deformação dos espécimes em forma de “barril”. Tal ocorrência só se mostrou marcante após deformações da ordem de  $\varepsilon \approx 30\%$  para o PA-66, o que não comprometeu os resultados, mas provavelmente se deu pela redução no desempenho do lubrificante (o qual não foi repostado ao longo do ensaio).

As figuras 85(a,b) apresentam as curvas tensão *vs.* deformação de engenharia para todos os espécimes ensaiados, respectivamente em tração e em compressão para o PA-66. Ainda, a figura 85(c) compara em um mesmo gráfico uma curva de tração e uma de compressão para espécimes característicos da média de propriedades, para fácil visualização do comportamento sob os dois regimes de sollicitação. Nas figuras 85(a,b) pode-se notar a boa coincidência entre as curvas tensão-deformação obtidas para os 5 espécimes ensaiados em cada caso. Somente o espécime 1 de compressão (CPC\_PA-66\_01) apresentou um *offset* no início da curva, mas tal fato foi uma imprecisão na aproximação inicial das placas de carga e os dados puderam ser igualmente aproveitados. A figura 85(c) compara a resposta em tração com a resposta em

compressão para espécimes representativos dos ensaios. Fica evidenciada a proximidade de módulo de elasticidade e também de resistência ao escoamento para o PA-66. Assim, constata-se que para o PA-66 não se caracteriza o desbalanceamento de resistência mecânica ao escoamento.

A figura 86 compara, por sua vez, curvas tensão *vs.* deformação de engenharia e verdadeiras em tração e compressão para espécimes característicos. Nota-se que o efeito da correção para avaliação das propriedades de escoamento existe e, sendo assim, foi levado em conta.

A tabela 7 apresenta a compilação de propriedades mecânicas obtidas para o PA-66 a partir do tratamento das curvas tensão *vs.* deformação apresentadas. A tabela 7(a) apresenta os resultados de engenharia. Os desvios-padrão são no geral bastante baixos (inferiores a 10%), com exceção dos resultados de tração para  $\sigma_{LE-0,2}$  e  $\sigma_{LR}$ , para os quais as definições e decorrente tratamento dos dados acarretam maior variabilidade. Os resultados de desbalanceamento de propriedades de engenharia (foco deste estudo) revelam o seguinte cenário: i) o PA-66 apresenta maior rigidez em tração (com  $m_e = 0,72 \pm 0,11$ ); ii) com relação às propriedades ao escoamento, o material apresenta resistência mecânica ligeiramente superior em compressão ( $m_e > 1$ ). A figura 87 auxilia na visualização de tal desbalanceamento. Para dados de engenharia (curva negra),  $m = 1,15 \pm 0,19$  para *offset* de 0,2 %, se estabiliza próximo de  $1,00 \pm 0,06$  para *offset* de 1,0 % e apresenta valor de  $1,08 \pm 0,05$  para a definição de máximo. Tal comportamento descendente e posteriormente ascendente de desbalanceamento de propriedades de escoamento (de engenharia) aconteceu para todos os materiais ensaiados e será abordado mais a frente.

Considerando propriedades verdadeiras, a tabela 7(b) complementada pela curva vermelha da figura 87 revela que o desbalanceamento se reverte. A observação dos valores de  $m_v$  na tabela 7(b) indica no geral valores inferiores à unidade. Assim, considerando os desvios-padrão e o cenário geral de resultados, o material PA-66 não aparenta caracterizar desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento.

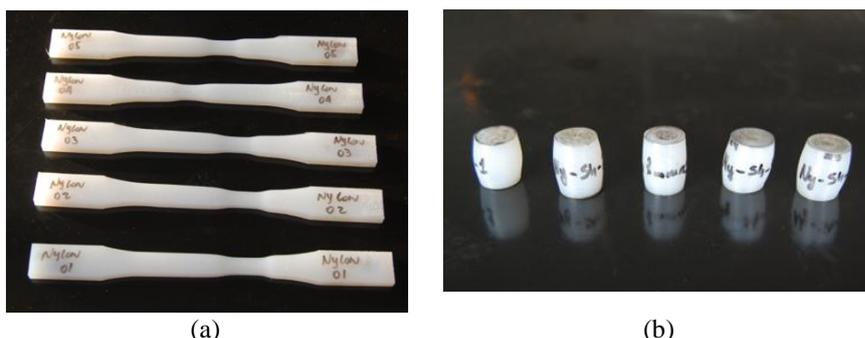


Figura 84: Corpos-de-provas de PA-66 ensaiados em (a) tração e (b) compressão. Fonte: Autor

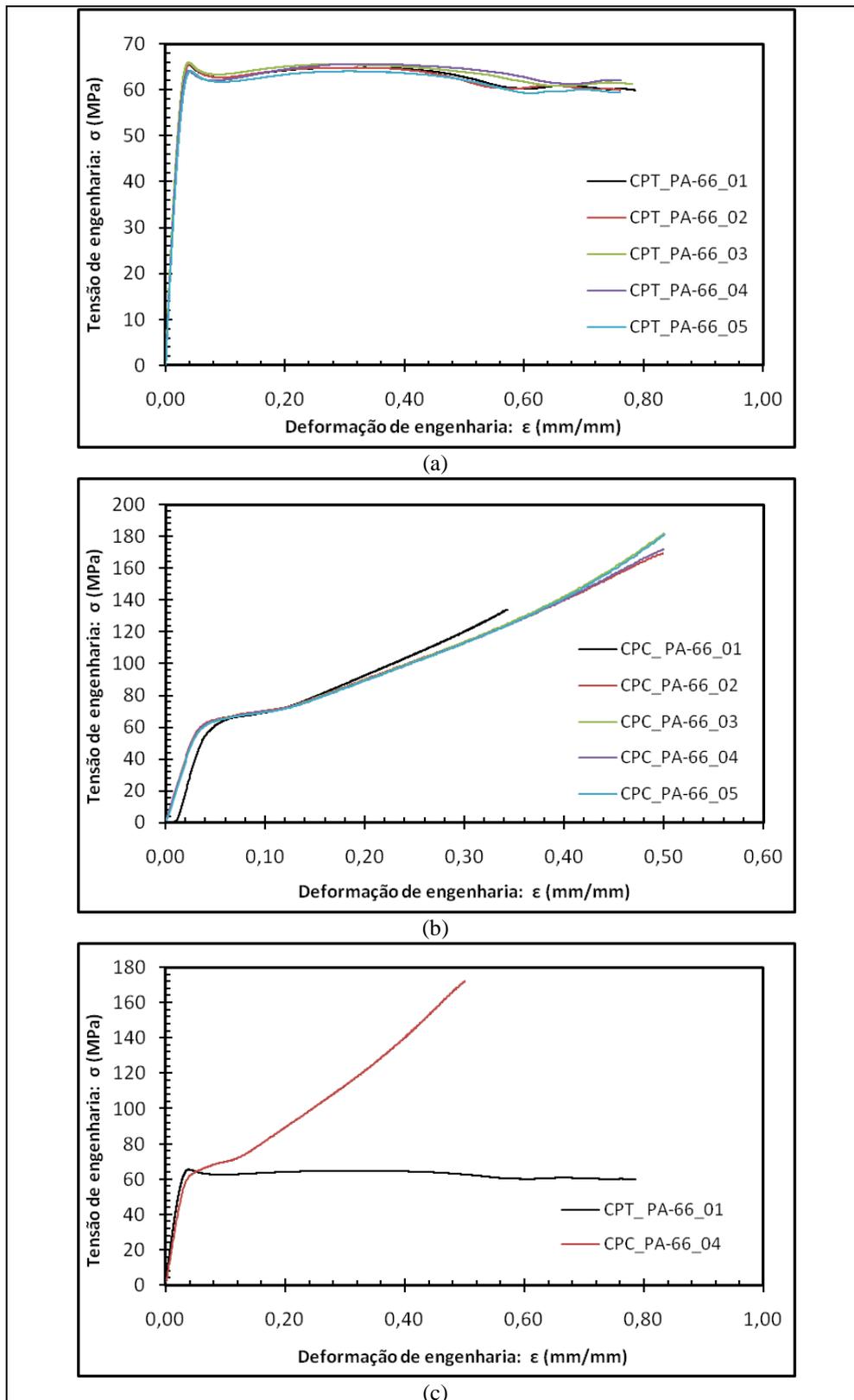


Figura 85: Curvas tensão vs. deformação de engenharia obtidas para o material PA-66 em (a) ensaios de tração, (b) ensaios de compressão e (c) comparação de curvas de tração e compressão características. Em nenhum espécime houve falha. Os ensaios foram interrompidos. Fonte: Autor

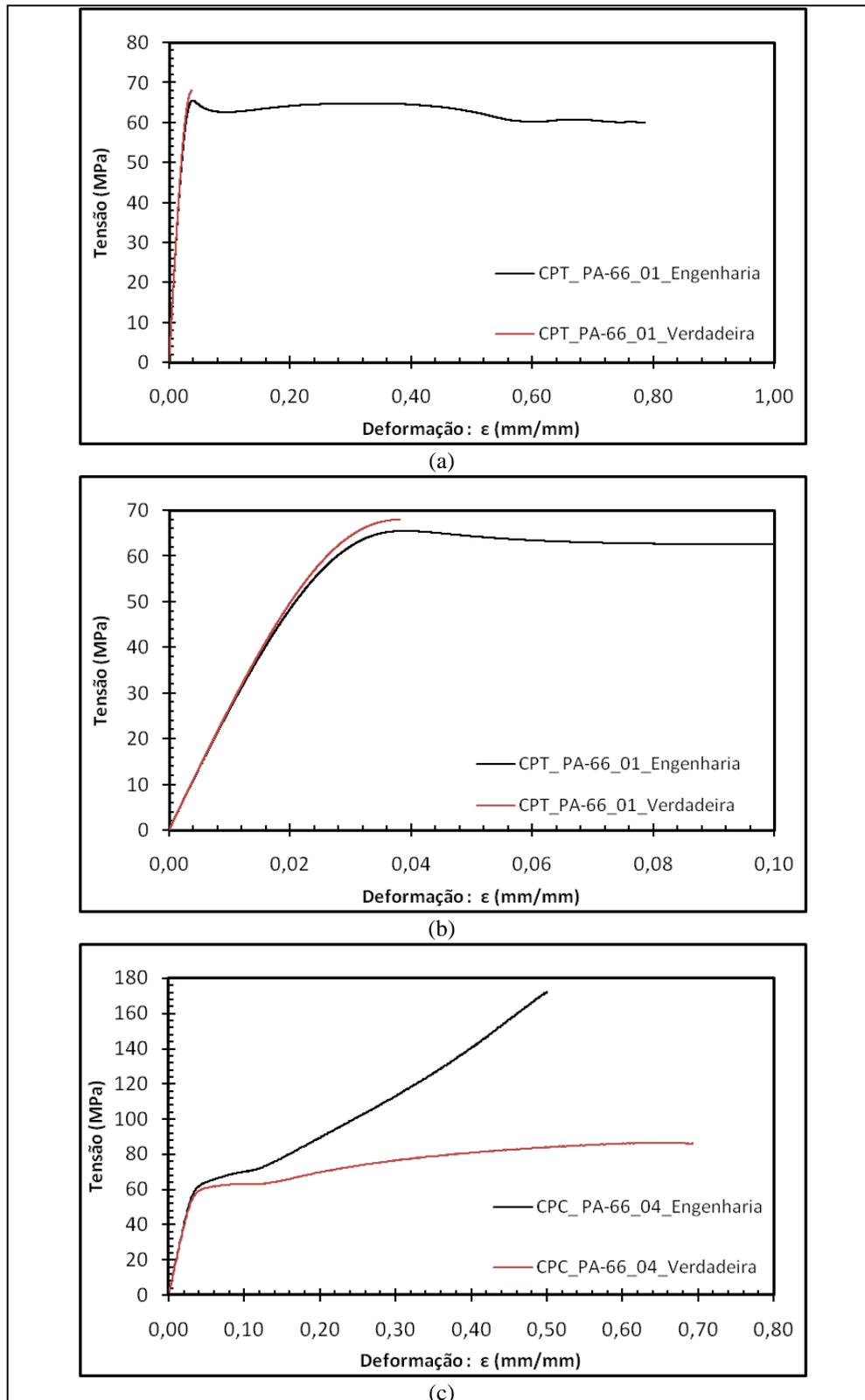


Figura 86: Curvas tensão vs. deformação de engenharia comparadas às respectivas curvas verdadeiras para espécimes característicos do material PA-66 sob (a) ensaio de tração, (b) ensaio de tração com escala aproximada e (c) ensaio de compressão. Na tração os dados da curva verdadeira são apresentados até a instabilidade plástica devido à invalidação da hipótese de deformação uniforme. Os dados de compressão não foram truncados pois não ocorreu flambagem e os efeitos de atrito no geral foram pouco pronunciados e ocorreram para grandes níveis de deformação. Fonte: autor

Tabela 7: Resultados tensão-deformação em tração e compressão, e quantificação do desbalanceamento de propriedades mecânicas para o PA-66 considerando (a) propriedades de engenharia e (b) propriedades verdadeiras.

(a)

<b>Tração – PA-66 – Propriedades de engenharia</b>				↓ Desbalanceamento de engenharia	
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
E	2766	270	9,8%		
$\sigma_{LE-0,2}$	46,7	8,9	19,1%		
$\sigma_{LE-0,5}$	57,6	5,4	9,4%		
$\sigma_{LE-1,0}$	63,3	2,0	3,2%		
$\sigma_{LE-2,0}$	64,9	1,0	1,6%		
$\sigma_{LE-max}$	64,6	1,1	1,7%		
$\sigma_{LR}$	61,3	8,3	13,5%		
<b>Compressão – PA-66 – Propriedades de engenharia</b>				m <sub>e</sub>	Desvio padrão
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
E	1984	90	4,5%	0,72	0,11
$\sigma_{LE-0,2}$	53,8	1,3	2,3%	1,15	0,19
$\sigma_{LE-0,5}$	59,1	0,3	0,5%	1,03	0,09
$\sigma_{LE-1,0}$	63,5	2,9	4,6%	1,00	0,06
$\sigma_{LE-2,0}$	64,9	0,4	0,7%	1,00	0,02
$\sigma_{LE-max}$	69,5	3,3	4,7%	1,08	0,05

(b)

<b>Tração – PA-66 – Propriedades verdadeiras</b>				↓ Desbalanceamento verdadeiro	
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
$\sigma_{LE-0,2}$	48,3	7,1	14,7%		
$\sigma_{LE-0,5}$	59,8	4,1	6,8%		
$\sigma_{LE-1,0}$	65,9	1,7	2,6%		
$\sigma_{LE-2,0}$	67,0	1,0	1,5%		
$\sigma_{LE-max}$	67,2	1,1	1,6%		
<b>Compressão – PA-66 – Propriedades verdadeiras</b>				m <sub>v</sub>	Desvio padrão
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
$\sigma_{LE-0,2}$	48,6	1,4	2,9%	1,01	0,15
$\sigma_{LE-0,5}$	55,1	0,4	0,7%	0,92	0,07
$\sigma_{LE-1,0}$	58,7	0,7	1,1%	0,89	0,03
$\sigma_{LE-2,0}$	61,1	0,7	1,2%	0,91	0,02
$\sigma_{LE-max}$	62,9	1,1	1,7%	0,94	0,02

Fonte: Autor

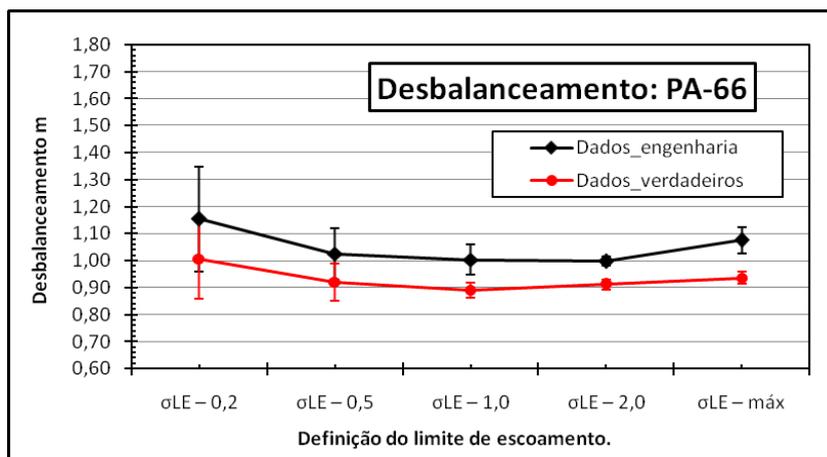


Figura 87: Desbalanceamento (m) para o PA-66 como função das diferentes definições de tensão limite de escoamento usando dados de engenharia e verdadeiros. Fonte: Autor

### PA-6 – poliamida tipo 6

A figura 88 apresenta os corpos-de-provas pós-ensaio para o PA-6. Nota-se que nenhum espécime de tração sofreu estricção e estiramento a frio precedente à fratura. Nos ensaios de compressão, a deformação dos espécimes em forma de “barril” só se mostrou marcante após deformações da ordem de  $\epsilon \approx 35\%$  para o PA-6, o que não comprometeu os resultados.

As figuras 89(a,b) apresentam as curvas tensão *vs.* deformação de engenharia para todos os espécimes ensaiados, respectivamente em tração e em compressão para o PA-6. Ainda, a figura 89(c) compara uma curva de tração e uma de compressão para espécimes característicos da média de propriedades. Todos os resultados apresentaram boa coincidência entre as curvas, principalmente os ensaios de compressão. A figura 89(c) compara a resposta em tração à resposta em compressão para espécimes representativos dos ensaios. Fica evidenciada a proximidade de módulo de elasticidade, mas fica evidente que o PA-6 apresenta desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento.

A figura 90 compara as curvas tensão *vs.* deformação de engenharia e verdadeiras em tração e compressão para espécimes característicos e, mais uma vez, o efeito da correção é significativo e foi considerado.

A tabela 8 apresenta a compilação de propriedades mecânicas obtidas para o PA-6 a partir do tratamento das curvas tensão *vs.* deformação apresentadas. A tabela 8(a) apresenta os resultados de engenharia. Os desvios-padrão são, no geral, bastante baixos (inferiores a 7,5%), com exceção dos resultados de tração para  $\sigma_{LE} - 0,2$  e  $\sigma_{LE} - 0,5$ , os quais mostraram muita sensibilidade às variações observadas entre as curvas da figura 89(a). Os resultados de

desbalanceamento de propriedades de engenharia (foco deste estudo) revelam o seguinte cenário: i) o PA-6 apresenta maior rigidez em tração (com  $m_e = 0,82 \pm 0,08$ ); ii) com relação às propriedades ao escoamento, o material apresenta resistência mecânica superior em compressão ( $m_e > 1$ ). A figura 91 auxilia na visualização de tal desbalanceamento. Para dados de engenharia (curva negra),  $m = 1,31 \pm 0,17$  para *offset* de 0,2 %, se reduz para um mínimo de  $1,20 \pm 0,06$  para *offset* de 1,0 % e apresenta valor de  $1,70 \pm 0,01$  para a definição de máximo. Tal comportamento revela significativo desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento, se consideradas propriedades de engenharia.

Considerando propriedades verdadeiras, a tabela 8(b) complementada pela curva vermelha da figura 91 revela que o desbalanceamento se reduz, mas permanece. A observação dos valores de  $m_v$  na tabela 8(b) indica, no geral, valores superiores à unidade. Assim, considerando os desvios-padrão e o cenário geral de resultados, o material PA-6 apresenta desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento, com maior resistência mecânica em compressão. Valores médios e considerações sobre projeto serão feitas mais adiante e com o cenário dos diversos materiais devidamente apresentado.



Figura 88: Corpos-de-prova de PA-6 ensaiados em (a) tração e (b) compressão. Fonte: Autor

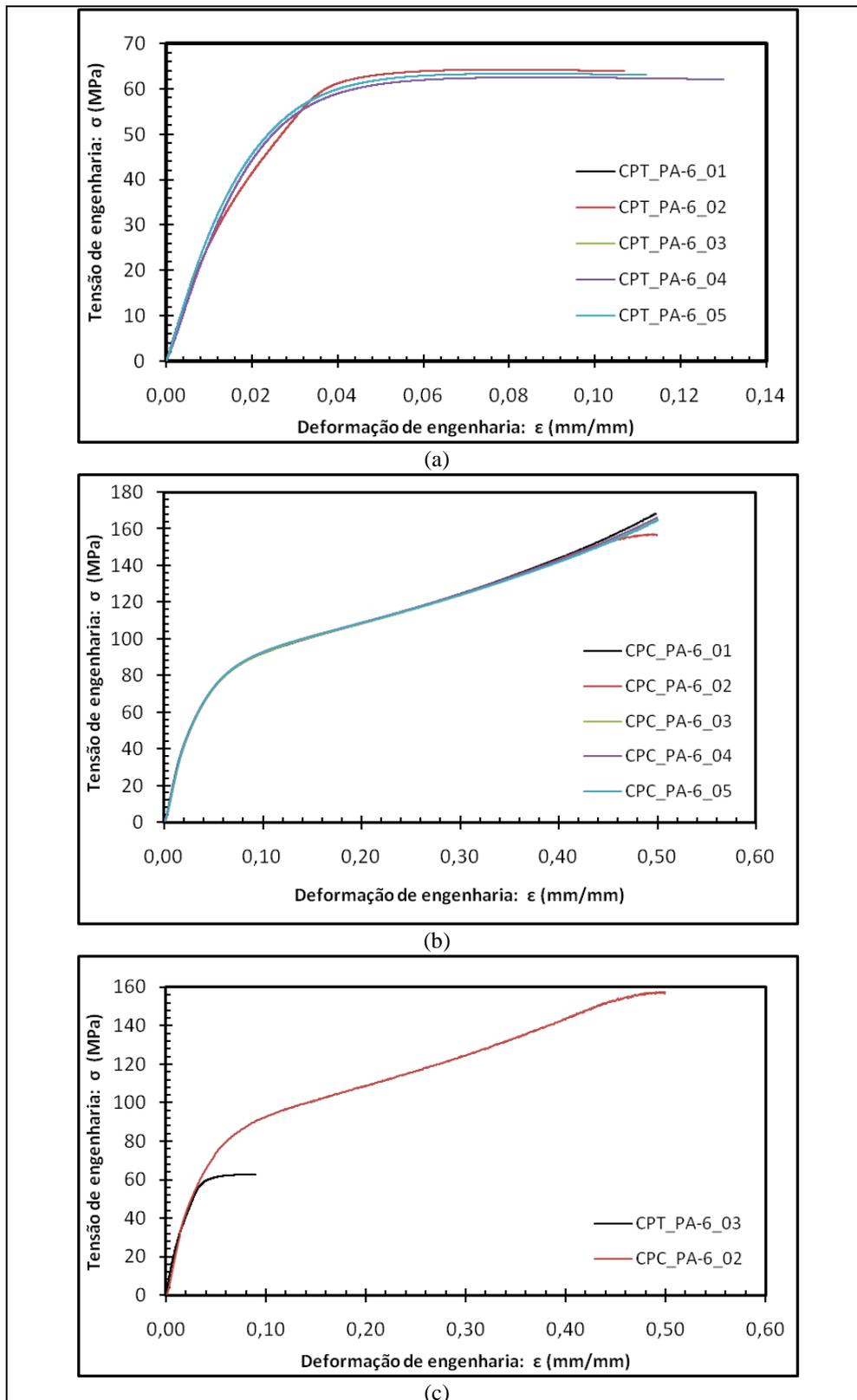


Figura 89: Curvas tensão vs. deformação de engenharia obtidas para o material PA-6 em (a) ensaios de tração, (b) ensaios de compressão e (c) comparação de curvas de tração e compressão características. Em nenhum espécime houve falha. Os ensaios foram interrompidos. Fonte: Autor

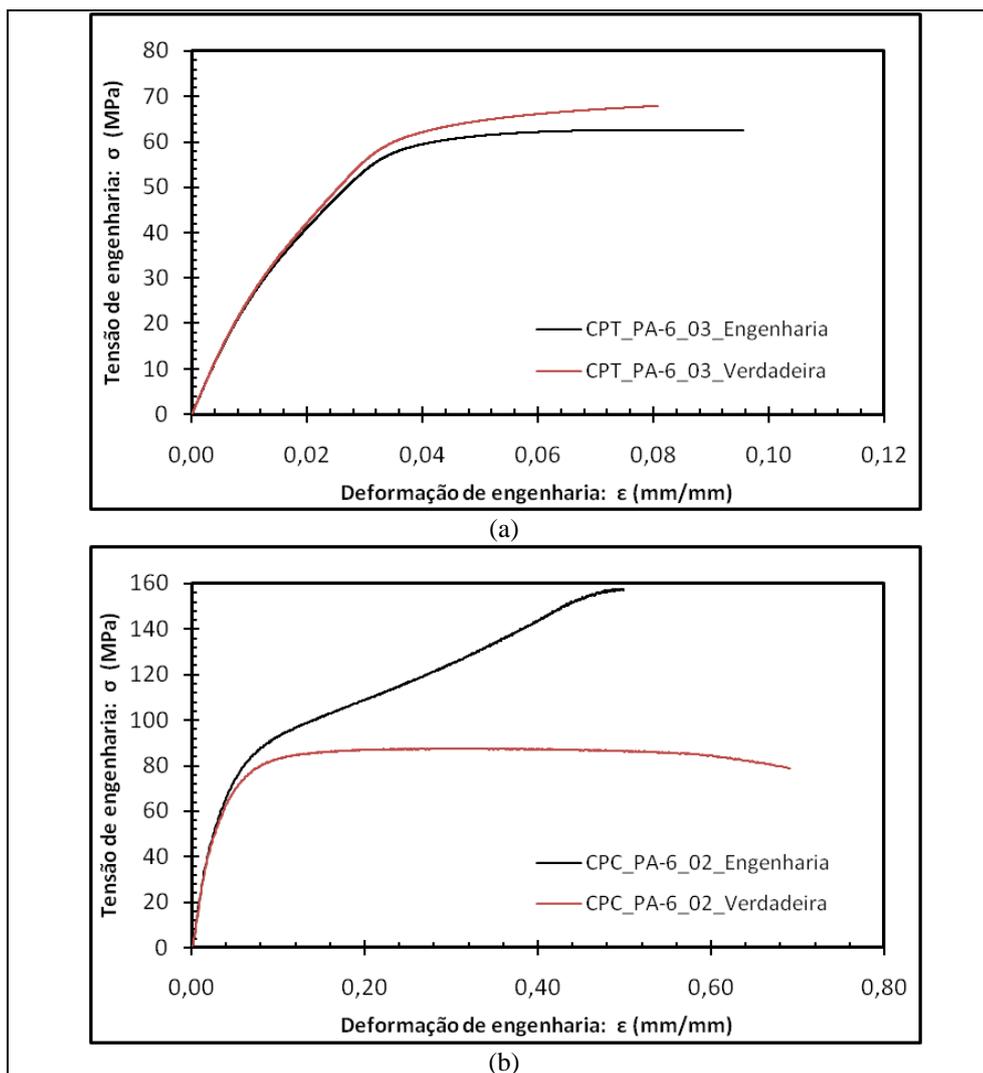


Figura 90: Curvas tensão vs. deformação de engenharia comparadas às respectivas curvas verdadeiras para espécimes característicos do material PA-6 sob (a) ensaio de tração e (b) ensaio de compressão. Na tração os dados da curva verdadeira são apresentados até a instabilidade plástica devido à invalidação da hipótese de deformação uniforme. Os dados de compressão não foram truncados pois não ocorreu flambagem e os efeitos de atrito, no geral, foram pouco pronunciados e ocorreram para grandes níveis de deformação. Fonte: Autor

Tabela 8: Resultados tensão-deformação em tração e compressão, e quantificação do desbalanceamento de propriedades mecânicas para o PA-6 considerando (a) propriedades de engenharia e (b) propriedades verdadeiras

(a)

<b>Tração – PA-6 – Propriedades de engenharia</b>				↓ Desbalanceamento de engenharia	
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
E	2871	209	7,3%		
$\sigma_{LE-0,2}$	34,3	5,8	16,9%		
$\sigma_{LE-0,5}$	43,7	5,1	11,6%		
$\sigma_{LE-1,0}$	52,9	3,2	6,0%		
$\sigma_{LE-2,0}$	60,4	0,9	1,4%		
$\sigma_{LE-max}$	63,3	0,8	1,2%		
$\sigma_{LR}$	63,3	0,8	1,3%		
<b>Compressão – PA-6 – Propriedades de engenharia</b>				m <sub>e</sub>	Desvio padrão
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
E	2340	61	2,6%	0,82	0,08
$\sigma_{LE-0,2}$	45,0	0,9	2,0%	1,31	0,17
$\sigma_{LE-0,5}$	53,6	0,9	1,6%	1,23	0,12
$\sigma_{LE-1,0}$	63,7	0,9	1,4%	1,20	0,06
$\sigma_{LE-2,0}$	75,3	0,8	1,0%	1,25	0,02
$\sigma_{LE-max}$	107,5	0,7	0,6%	1,70	0,01

(b)

<b>Tração – PA-6 – Propriedades verdadeiras</b>				↓ Desbalanceamento verdadeiro	
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
$\sigma_{LE-0,2}$	36,0	6,5	18,1%		
$\sigma_{LE-0,5}$	46,0	5,6	12,1%		
$\sigma_{LE-1,0}$	55,7	3,1	5,5%		
$\sigma_{LE-2,0}$	63,4	0,9	1,5%		
$\sigma_{LE-max}$	68,7	0,9	1,3%		
<b>Compressão – PA-6 – Propriedades verdadeiras</b>				m <sub>v</sub>	Desvio padrão
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
$\sigma_{LE-0,2}$	41,9	1,0	2,3%	1,16	0,18
$\sigma_{LE-0,5}$	49,9	0,6	1,3%	1,08	0,12
$\sigma_{LE-1,0}$	58,8	0,7	1,2%	1,06	0,06
$\sigma_{LE-2,0}$	69,2	0,6	0,8%	1,09	0,02
$\sigma_{LE-max}$	87,6	1,2	1,3%	1,27	0,02

Fonte: Autor

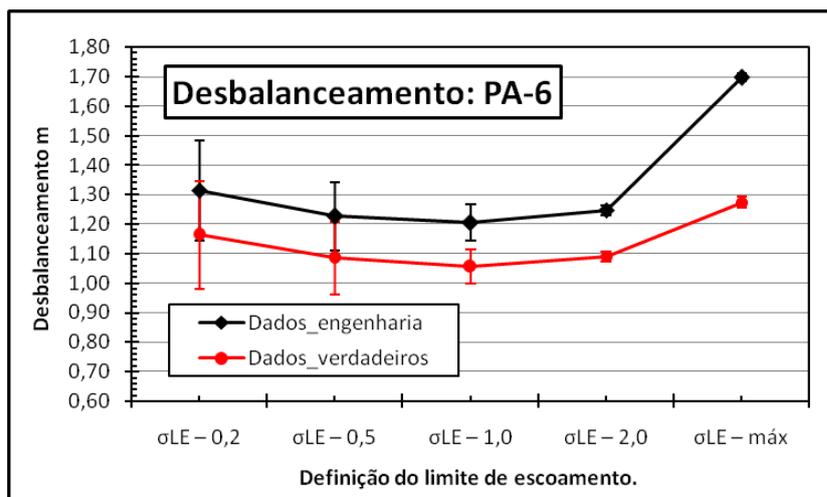


Figura 91: Desbalanceamento (m) para o PA-6 como função das diferentes definições de tensão limite de escoamento usando dados de engenharia e verdadeiros. Fonte: Autor

### PP – polipropileno

A figura 92 apresenta os corpos-de-provas pós-ensaio para o PP. Nota-se que três espécimes de tração sofreram estricção e estiramento a frio, enquanto dois apresentaram princípio de instabilidade plástica com breve fratura. Nos ensaios de compressão, a deformação dos espécimes em forma de “barril” só se mostrou marcante após deformações da ordem de  $\epsilon \approx 30\%$  para o PP, o que não comprometeu os resultados. No entanto, o espécime CPC\_PP\_05 sofreu flambagem, como apresenta a figura 93(b) discutida na sequência.

As figuras 93(a,b) apresentam as curvas tensão *vs.* deformação de engenharia para todos os espécimes ensaiados, respectivamente em tração e em compressão para o PP. Ainda, a figura 93(c) compara uma curva de tração e uma de compressão para espécimes característicos da média de propriedades. Os ensaios de tração apresentaram pobre coincidência entre as curvas após a instabilidade, o que não representou problemas para a determinação das propriedades desejadas. Nos ensaios de compressão, o espécime CPC\_PP\_05 sofreu flambagem como já mencionado, o que é bastante visível na figura 93(b). A figura 93(c) apresenta a resposta em tração comparada à resposta em compressão para espécimes representativos dos ensaios. Fica evidenciada a proximidade de módulo de elasticidade, mas fica evidente que o PP apresenta significativo desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento.

A figura 94 compara as curvas tensão *vs.* deformação de engenharia e verdadeiras em tração e compressão para espécimes característicos e, novamente, o efeito da correção se mostrou significativo e foi considerado.

A tabela 9 apresenta a compilação de propriedades mecânicas obtidas para o PP a partir do tratamento das curvas tensão *vs.* deformação apresentadas. Os desvios-padrão são bastante baixos para todas as propriedades avaliadas (inferiores a 6,5%). A tabela 9(a) apresenta os resultados de engenharia. Os resultados de desbalanceamento de propriedades de engenharia (foco deste estudo) revelam o seguinte cenário: i) o PP apresenta rigidez (caracterizada pelo E) muito similar em tração e compressão (com  $m_e = 0,95 \pm 0,08$ ); ii) com relação às propriedades ao escoamento, o material apresenta resistência mecânica superior em compressão ( $m_e > 1$ ). A figura 95 auxilia na visualização de tal desbalanceamento. Para dados de engenharia (curva negra),  $m = 1,39 \pm 0,05$  para *offset* de 0,2 %, se reduz para um mínimo de  $1,31 \pm 0,04$  para *offset* de 0,5 % e apresenta valor de  $1,55 \pm 0,01$  para a definição de máximo. Tal comportamento revela significativo desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento se consideradas propriedades de engenharia e, mais do que isto, revela grande repetibilidade dos ensaios com base nos pequenos desvios.

Considerando propriedades verdadeiras, a tabela 9(b), complementada pela curva vermelha da figura 95, revela que o desbalanceamento se reduz, mas permanece significativo. A observação dos valores de  $m_v$  na tabela 9(b) indica valores bastante superiores à unidade, mesmo se levados em conta os desvios. Assim, considerando os desvios-padrão e o cenário geral de resultados, o material PP apresenta desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento, com maior resistência mecânica em compressão. Valores médios e considerações sobre projeto serão feitas mais adiante, contextualizando o material no trabalho.

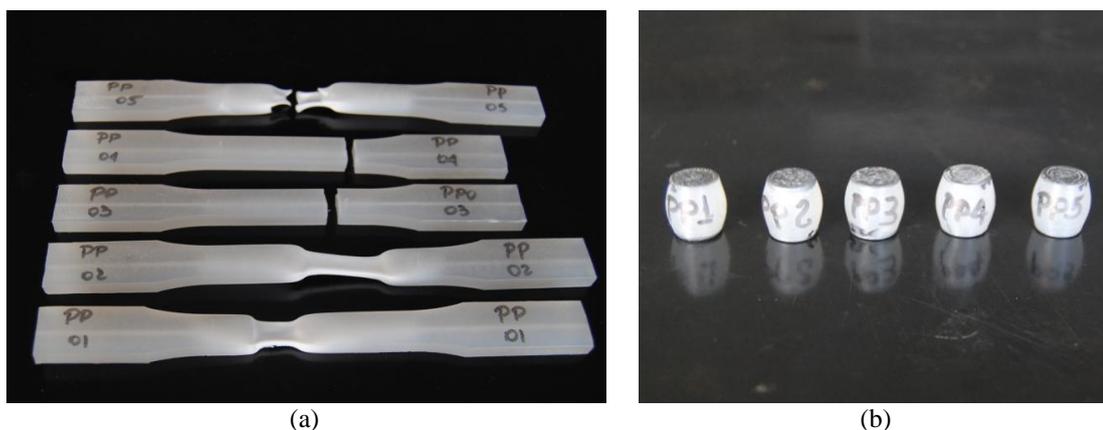


Figura 92: Corpos-de-provas de PP ensaiados em (a) tração e (b) compressão. Fonte: Autor

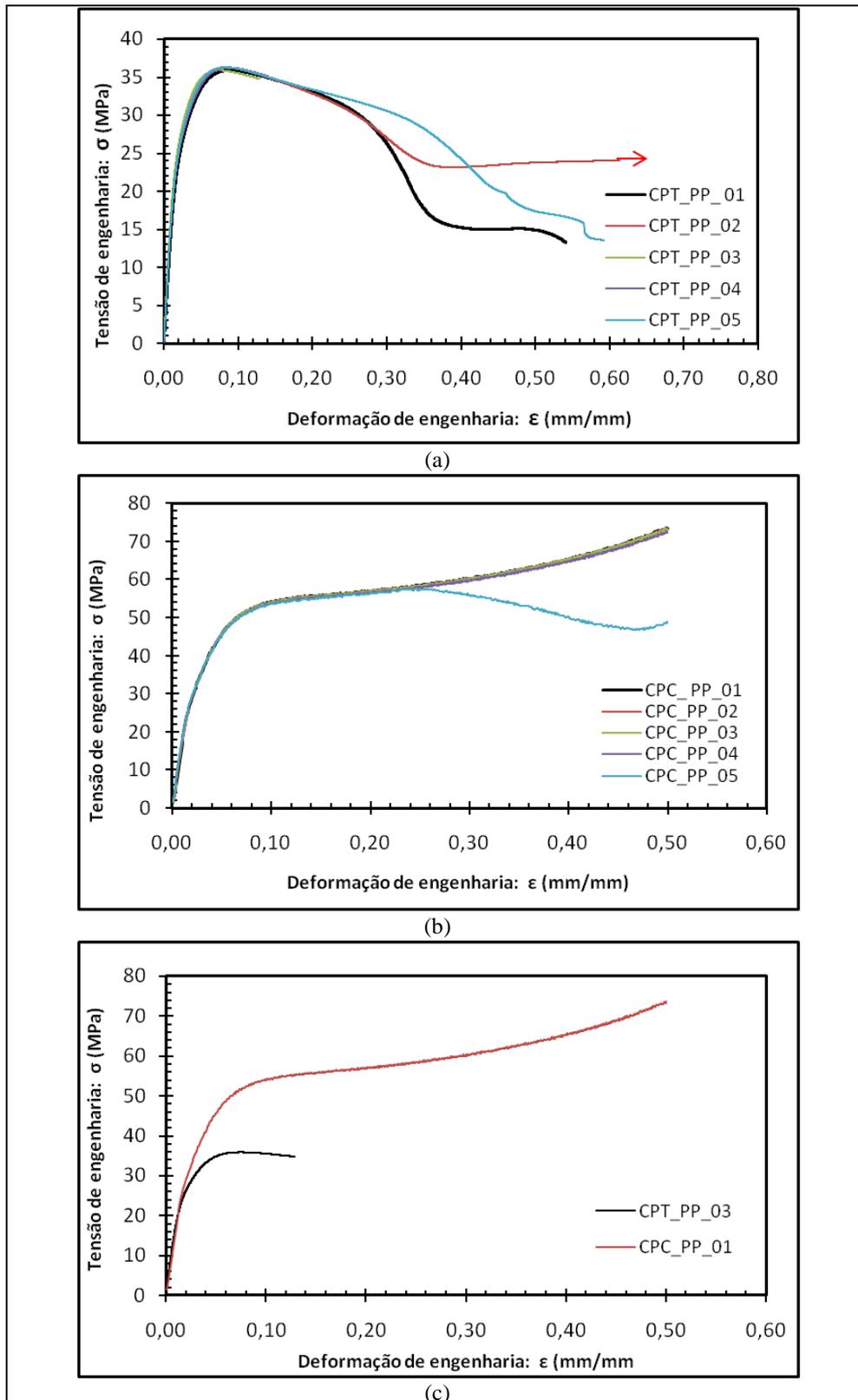


Figura 93: Curvas tensão vs. deformação de engenharia obtidas para o material PP em (a) ensaios de tração, (b) ensaios de compressão e (c) comparação de curvas de tração e compressão características. O espécime CPC\_PP\_05 apresentou flambagem. Fonte: autor

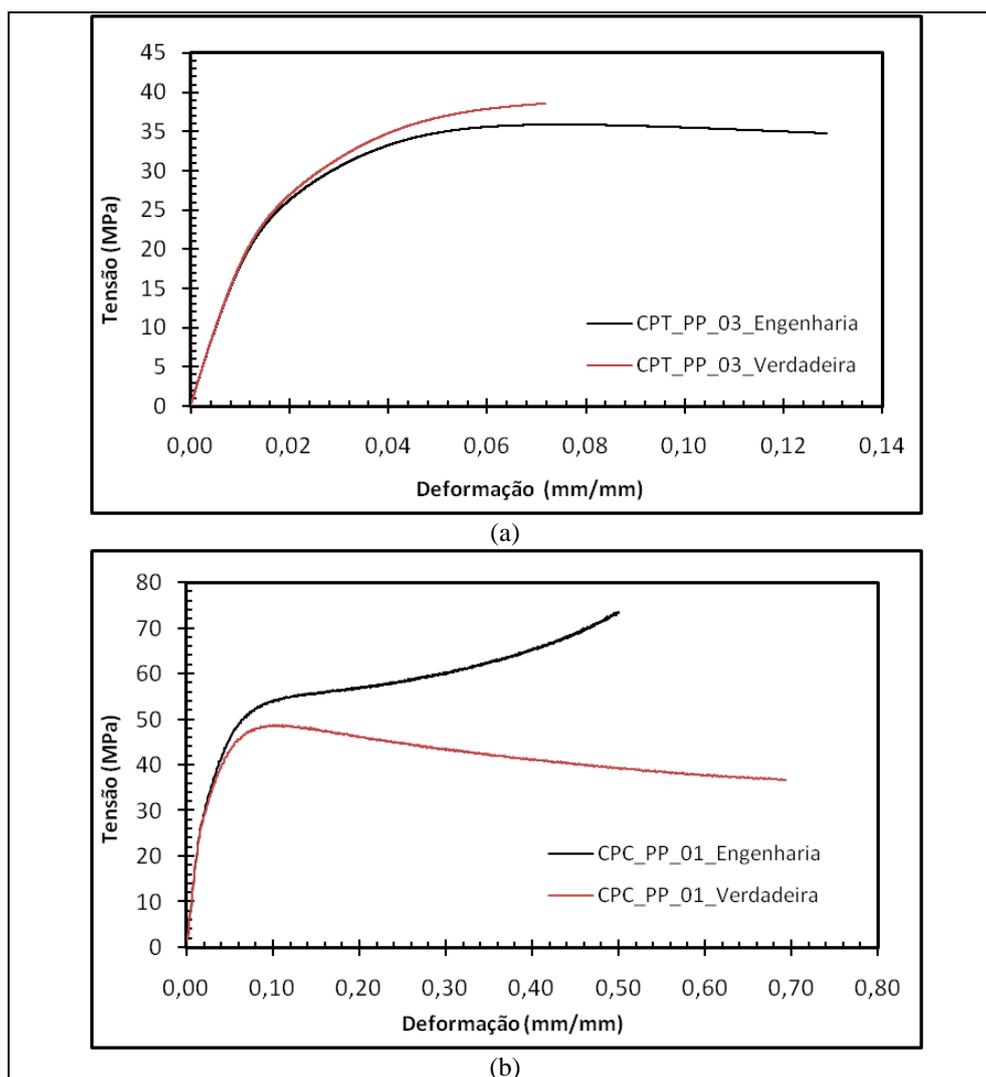


Figura 94: Curvas tensão vs. deformação de engenharia comparadas às respectivas curvas verdadeiras para espécimes característicos do material PP sob (a) ensaio de tração e (b) ensaio de compressão. Na tração os dados da curva verdadeira são apresentados até a instabilidade plástica devido à invalidação da hipótese de deformação uniforme. Os dados de compressão deste espécime não foram truncados pois não ocorreu flambagem e os efeitos de atrito no geral foram pouco pronunciados e ocorreram para grandes níveis de deformação. Fonte: Autor

Tabela 9 :Resultados tensão-deformação em tração e compressão, e quantificação do desbalanceamento de propriedades mecânicas para o PP considerando (a) propriedades de engenharia e (b) propriedades verdadeiras.

(a)

<b>Tração – PP – Propriedades de engenharia</b>				↓ Desbalanceamento de engenharia	
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
E	1778	112	6,3%		
$\sigma_{LE-0,2}$	19,9	0,6	2,9%		
$\sigma_{LE-0,5}$	24,3	0,5	2,1%		
$\sigma_{LE-1,0}$	27,7	0,4	1,6%		
$\sigma_{LE-2,0}$	31,7	0,5	1,7%		
$\sigma_{LE-máx}$	36,1	0,2	0,5%		
$\sigma_{LR}$	36,1	0,2	0,5%		
<b>Compressão – PP – Propriedades de engenharia</b>				m <sub>e</sub>	Desvio padrão
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
E	1682	91	5,4%	0,95	0,08
$\sigma_{LE-0,2}$	27,6	1,1	3,9%	1,39	0,05
$\sigma_{LE-0,5}$	31,7	1,0	3,1%	1,31	0,04
$\sigma_{LE-1,0}$	36,9	0,8	2,2%	1,33	0,03
$\sigma_{LE-2,0}$	44,1	0,6	1,4%	1,39	0,02
$\sigma_{LE-máx}$	55,9	0,1	0,3%	1,55	0,01

(b)

<b>Tração – PP – Propriedades verdadeiras</b>				↓ Desbalanceamento verdadeiro	
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
$\sigma_{LE-0,2}$	20,7	0,6	2,7%		
$\sigma_{LE-0,5}$	25,0	0,4	1,5%		
$\sigma_{LE-1,0}$	28,6	0,5	1,6%		
$\sigma_{LE-2,0}$	33,0	0,8	2,3%		
$\sigma_{LE-máx}$	39,2	0,3	0,8%		
<b>Compressão – PP – Propriedades verdadeiras</b>				m <sub>v</sub>	Desvio padrão
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
$\sigma_{LE-0,2}$	26,4	0,6	2,3%	1,27	0,04
$\sigma_{LE-0,5}$	30,2	0,7	2,3%	1,21	0,03
$\sigma_{LE-1,0}$	34,8	0,6	1,8%	1,22	0,02
$\sigma_{LE-2,0}$	40,9	0,5	1,2%	1,24	0,03
$\sigma_{LE-máx}$	46,5	0,9	1,9%	1,19	0,02

Fonte: Autor

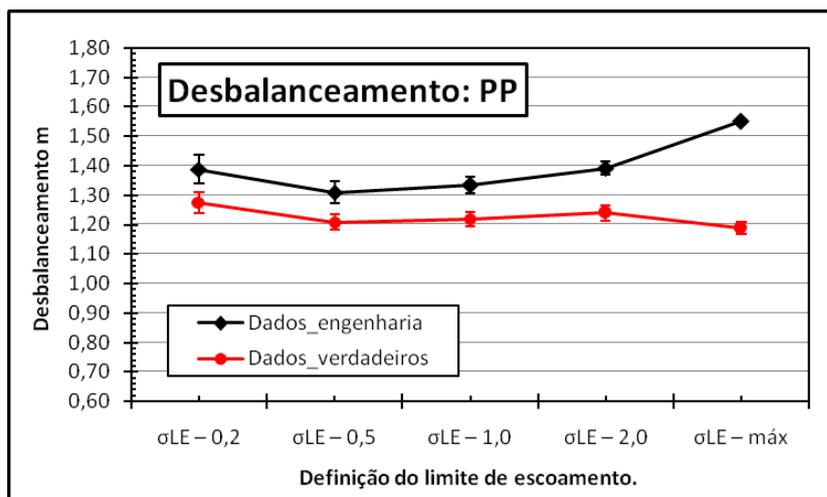


Figura 95: Desbalanceamento (m) para o PP como função das diferentes definições de tensão limite de escoamento usando dados de engenharia e verdadeiros.

### PEAD – polietileno de alta densidade

A figura 96 apresenta os corpos-de-provas pós-ensaio para o PEAD. Todos os espécimes de tração, embora em diferentes momentos, apresentaram susceptibilidade para ocorrência de estricção e estiramento a frio, sendo que não houve fratura em nenhum caso. Os ensaios foram interrompidos após  $\epsilon \approx 80\%$  pelo não interesse nos dados posteriores. Nos ensaios de compressão, a deformação dos espécimes em forma de “barril” não foi observada para o PEAD, entretanto, três dos cinco espécimes sofreram flambagem para níveis de deformação de  $\epsilon \approx 35\%$ , como apresenta a figura 97(b) discutida na sequência.

As figuras 97(a,b) apresentam as curvas tensão vs. deformação de engenharia para todos os espécimes ensaiados, respectivamente em tração e em compressão para o PEAD. Ainda, a figura 97(c) compara uma curva de tração e uma de compressão para espécimes característicos da média de propriedades. Os ensaios de tração apresentaram desvios entre algumas curvas após a instabilidade, mas isto não representou problemas para a determinação das propriedades desejadas. Nos ensaios de compressão, três dos cinco espécimes sofreram flambagem para níveis de deformação de  $\epsilon \approx 35\%$  como já mencionado e este fato é visível nos corpos-de-provas da figura 96, assim como nas curvas da figura 97(b). Como tal ocorrência está fora do campo de levantamento das propriedades, os dados puderam ser considerados. A figura 97(c) apresenta a resposta em tração comparada à resposta em compressão para espécimes representativos dos ensaios. Fica evidente que o PEAD também apresenta algum desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento.

A figura 98 compara as curvas tensão *vs.* deformação de engenharia e verdadeiras em tração e compressão para espécimes característicos e, novamente, o efeito da correção se mostrou significativo e foi considerado. Na figura 98(c) de compressão, a linha pontilhada marca a ocorrência de flambagem de um espécime tomado aqui como exemplo, e neste caso, os dados verdadeiros de compressão devem ser desconsiderados a partir deste ponto.

A tabela 10 apresenta a compilação de propriedades mecânicas obtidas para o PEAD a partir do tratamento das curvas tensão *vs.* deformação apresentadas. Os desvios-padrão para tração de engenharia se mostraram ligeiramente mais elevados se comparados aos demais materiais ensaiados. Os resultados de desbalanceamento de propriedades de engenharia (foco deste estudo) revelam o seguinte cenário: i) o PEAD apresenta rigidez (caracterizada pelo E) significativamente distinta em tração e compressão (com  $m_e = 0,56 \pm 0,11$ ); ii) com relação às propriedades ao escoamento, o material apresenta resistência mecânica nitidamente superior em compressão ( $m_e > 1$ ). A figura 99 auxilia na visualização de tal desbalanceamento. Para dados de engenharia (curva negra),  $m = 1,40 \pm 0,20$  para *offset* de 0,2 %, se reduz para um mínimo de  $1,08 \pm 0,12$  para *offset* de 2,0 % e apresenta valor de  $1,31 \pm 0,03$  para a definição de máximo. Tal comportamento revela relevante desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento se consideradas propriedades de engenharia.

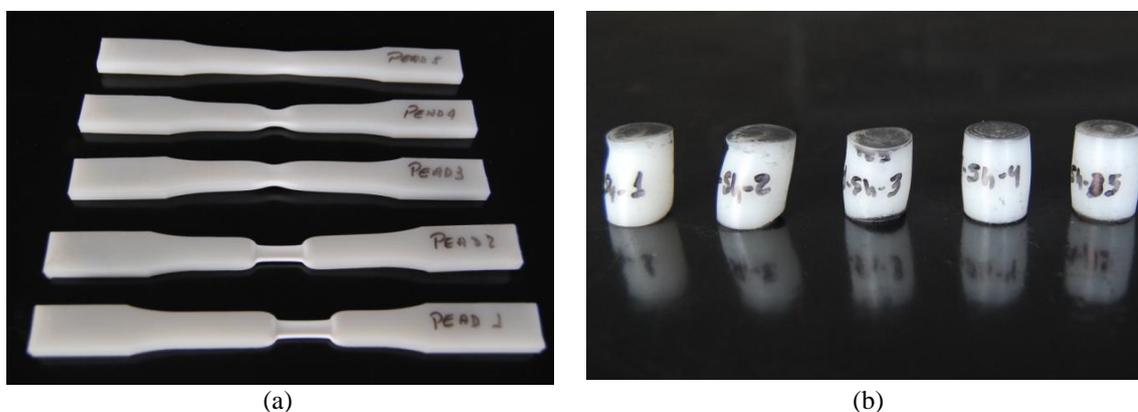


Figura 96: Corpos-de-provas de PEAD ensaiados em (a) tração e (b) compressão. Fonte: Autor

Considerando propriedades verdadeiras, a tabela 10(b) complementada pela curva vermelha da figura 99 revela que o desbalanceamento se reduz em relação às propriedades de engenharia, mas permanece existente. A observação dos valores de  $m_v$  na tabela 10(b) indica valores ligeiramente superiores à unidade mesmo se levados em conta os desvios. No entanto, para níveis de *offset* acima de  $\approx 2,0$  % o material apresenta balanceamento de propriedades ( $m_v$  converge para  $\approx 1,00$ ). Assim, considerando os desvios-padrão e o cenário geral de resultados, o material PEAD apresenta desbalanceamento de propriedades mecânicas ao

escoamento, principalmente para reduzidos níveis de deformação imposta. Valores médios e considerações sobre projeto serão feitas mais adiante sob uma óptica geral.

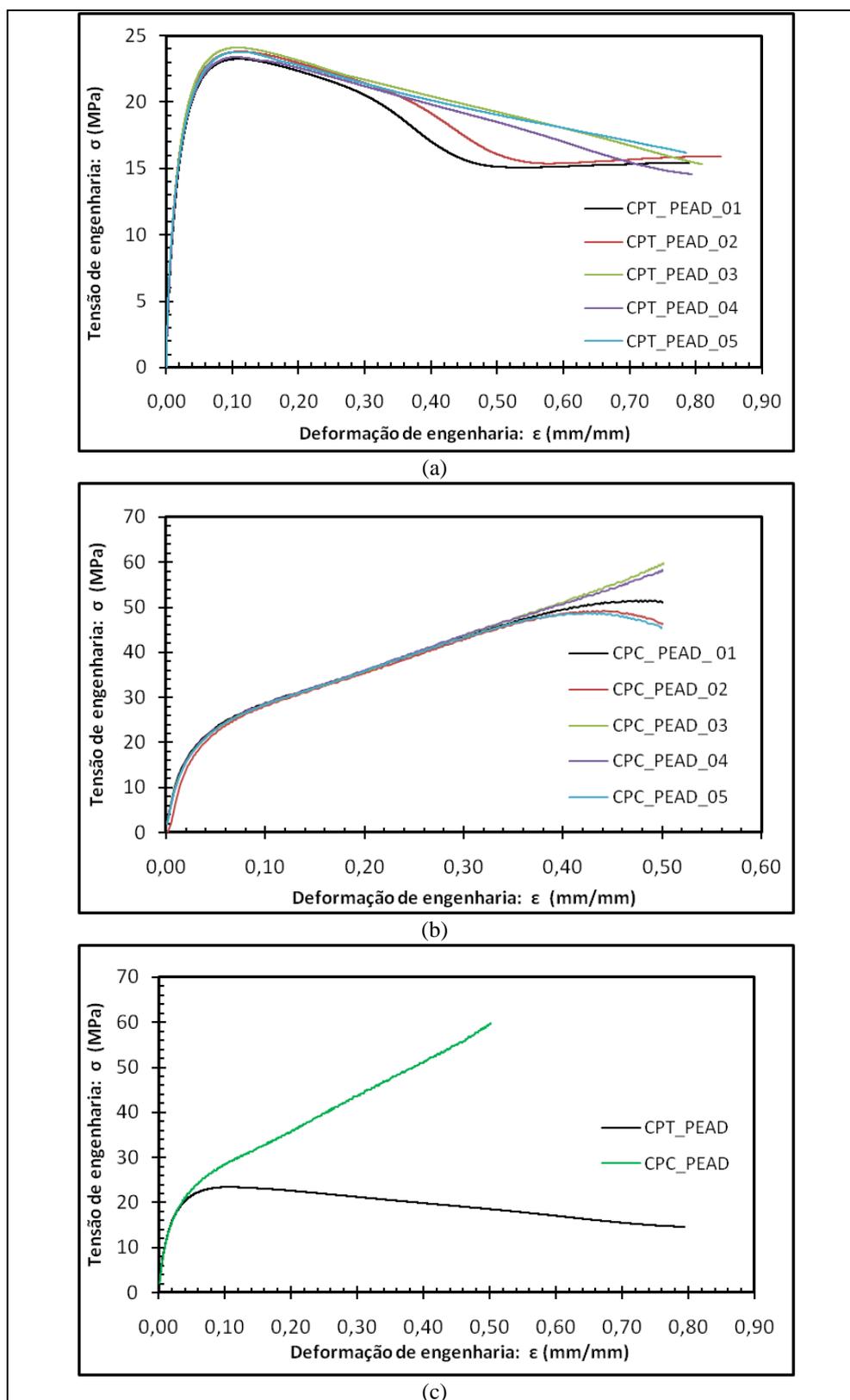


Figura 97: Curvas tensão vs. deformação de engenharia obtidas para o material PEAD em (a) ensaios de tração, (b) ensaios de compressão e (c) comparação de curvas de tração e compressão características. Em nenhum espécime houve falha, sendo os ensaios interrompidos. Fonte: Autor

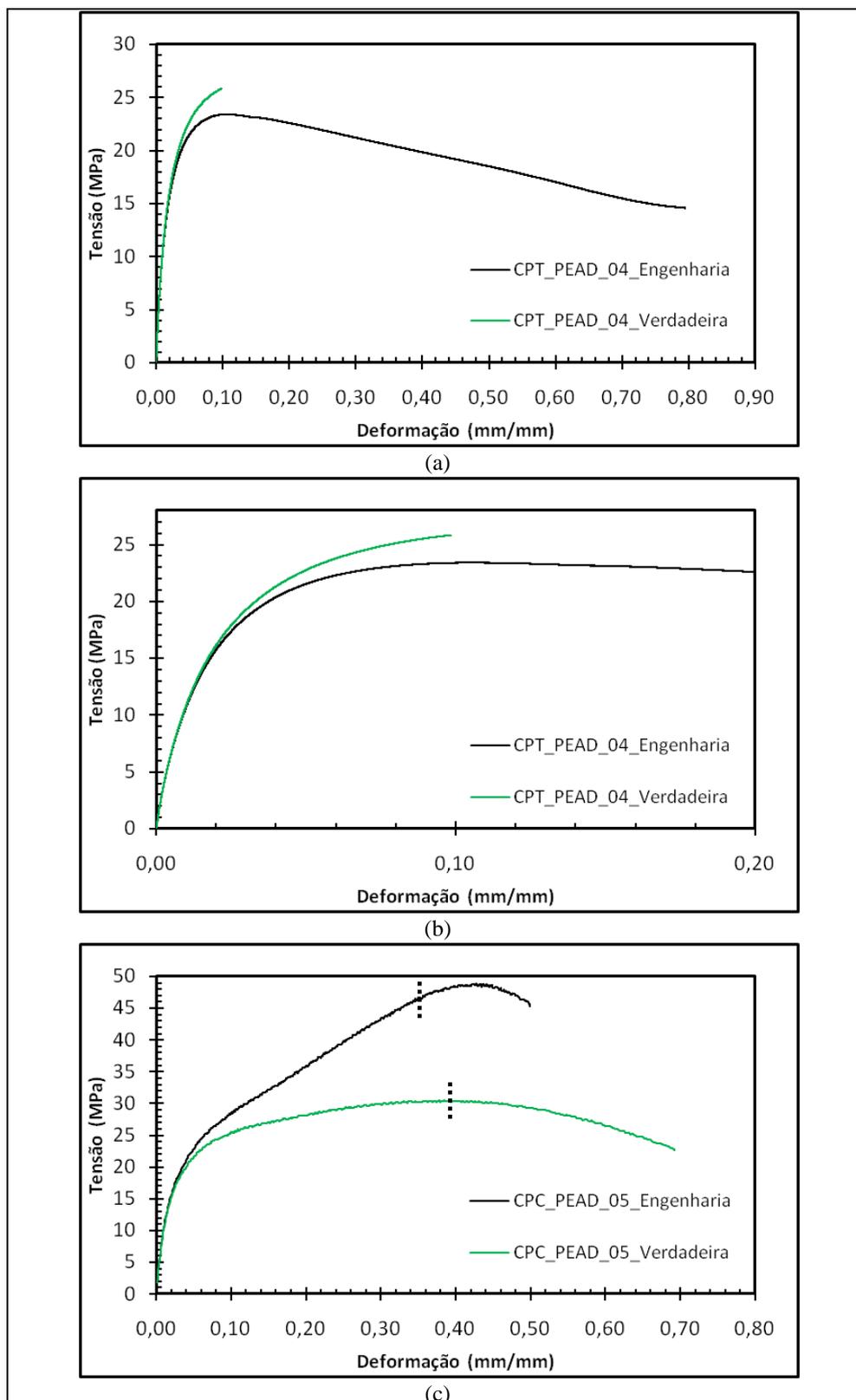


Figura 98: Curvas tensão vs. deformação de engenharia comparadas às respectivas curvas verdadeiras para espécimes característicos do material PEAD sob (a) ensaio de tração, (b) ensaio de tração com escala aproximada e (c) ensaio de compressão. Na tração os dados da curva verdadeira são apresentados até a instabilidade plástica devido à invalidação da hipótese de deformação uniforme. Nos dados de compressão, os efeitos de atrito no geral foram pouco pronunciados e ocorreram para grandes níveis de deformação, mas as linhas pontilhadas na figura (c) ilustram o momento em que o espécime mostrado sofreu flambagem. Fonte: Autor

Tabela 10: Resultados tensão-deformação em tração e compressão, e quantificação do desbalanceamento de propriedades mecânicas para o PEAD considerando (a) propriedades de engenharia e (b) propriedades verdadeiras.

(a)

<b>Tração – PEAD – Propriedades de engenharia</b>				Desbalanceamento de engenharia ↓	
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
E	1650	93	5,6%		
$\sigma_{LE-0,2}$	9,7	1,8	18,8%		
$\sigma_{LE-0,5}$	13,1	1,8	13,8%		
$\sigma_{LE-1,0}$	16,3	1,9	11,4%		
$\sigma_{LE-2,0}$	20,0	2,3	11,6%		
$\sigma_{LE-máx}$	23,5	0,4	1,7%		
$\sigma_{LR}$	23,5	0,4	1,7%		
<b>Compressão – PEAD – Propriedades de engenharia</b>				m <sub>e</sub>	Desvio padrão
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
E	932	86	9,2%		
$\sigma_{LE-0,2}$	13,6	1,1	8,1%		
$\sigma_{LE-0,5}$	15,8	0,9	5,6%		
$\sigma_{LE-1,0}$	18,4	0,6	3,4%		
$\sigma_{LE-2,0}$	21,6	0,4	2,1%		
$\sigma_{LE-máx}$	30,9	0,9	3,0%		

(b)

<b>Tração – PEAD – Propriedades verdadeiras</b>				Desbalanceamento verdadeiro ↓	
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
$\sigma_{LE-0,2}$	9,0	0,5	6,0%		
$\sigma_{LE-0,5}$	12,7	0,5	4,3%		
$\sigma_{LE-1,0}$	16,2	0,5	3,3%		
$\sigma_{LE-2,0}$	19,9	0,4	2,1%		
$\sigma_{LE-máx}$	26,0	0,8	3,0%		
<b>Compressão – PEAD – Propriedades verdadeiras</b>				m <sub>v</sub>	Desvio padrão
Propriedade (MPa)	Média	Desvio padrão	Desvio padrão (%)		
$\sigma_{LE-0,2}$	12,8	0,9	7,3%		
$\sigma_{LE-0,5}$	15,1	0,6	4,3%		
$\sigma_{LE-1,0}$	17,5	0,4	2,5%		
$\sigma_{LE-2,0}$	20,2	0,4	1,9%		
$\sigma_{LE-máx}$	26,8	0,3	1,2%		

Fonte: Autor

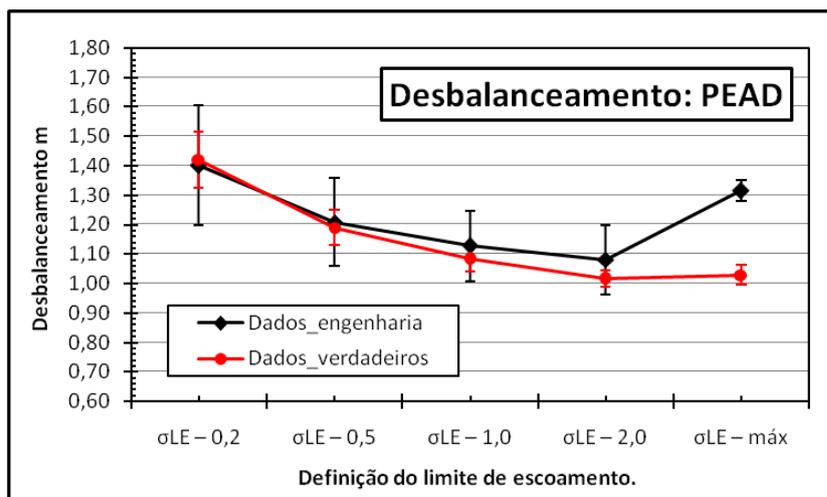


Figura 99: Desbalanceamento (m) para o PEAD como função das diferentes definições de tensão limite de escoamento usando dados de engenharia e verdadeiros. Fonte: Autor

Os ensaios experimentais foram no geral conduzidos sem problemas e com boa repetibilidade e congruência das curvas obtidas. O tratamento detalhado dos dados em aplicativo adicional ao da máquina de ensaios (no caso MS Excel e MATLAB) se mostrou altamente recomendável, já que as diferenças nas propriedades apontadas automaticamente pelas máquinas e os resultados aqui apresentados foi bastante significativa. Um sumário de resultados de desbalanceamento de propriedades mecânicas (módulo de elasticidade e diferentes tensões limite de escoamento) é apresentado pela tabela 11.

Inicialmente nota-se que a redução de rigidez observada em compressão ocorreu para três dos quatro materiais ensaiados considerando os desvios. Ainda, a tabela 11 demonstra que se consideradas as propriedades mecânicas obtidas a partir de dados verdadeiros, o nível de desbalanceamento é reduzido, em alguns casos de maneira significativa (reduções de até -24,9 %). Tal resultado é muito importante para projeto mecânico e não deve ser desconsiderado já que uma superestimativa do desbalanceamento com base em propriedades de engenharia poderia levar a uma abordagem de projeto contra a segurança, incorrendo em falhas inesperadas ou nível de segurança inferior ao desejado.

A tabela 12 apresenta os valores médios de desbalanceamento ( $m_{LE-médio}$ ) com base em todas as definições de tensão limite de escoamento utilizadas no trabalho. Tais valores são computados como a média dentre todos os resultados de desbalanceamento (somente ao escoamento) da tabela 11. Embora não caracterize uma grandeza física medida, é um indicativo do desbalanceamento médio de cada material ao longo da região tida como de deformação elástica, tanto para dados de engenharia como verdadeiros. A tabela ainda apresenta a variação percentual de tais valores médios entre dados de engenharia e

verdadeiros. A tendência é similar à da tabela 11, sendo que o PA-66 aparenta o balanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento, enquanto todos os demais materiais (PA-6, PP e PEAD) apresentam desbalanceamento médio ( $m_{LE-médio}$ ) superior à unidade tanto para dados de engenharia como verdadeiros, como ilustra o gráfico da figura 100.

Tabela 11: Sumário de resultados de desbalanceamento de propriedades mecânicas para todos os materiais ensaiados considerando propriedades de engenharia ( $m_e$ ), propriedades verdadeiras ( $m_v$ ) e a variação percentual entre as duas abordagens utilizando  $m_e$  como referência.

Propriedade (MPa)	PA-66			PA-6			PP			PEAD		
	$m_e$	$m_v$	$\neq(\%)$									
E	0,72	--	--	0,82	--	--	0,95	--	--	0,56	--	--
$\sigma_{LE-0,2}$	1,15	1,01	-12,7	1,31	1,16	-11,5	1,39	1,27	-8,2	1,40	1,42	1,4
$\sigma_{LE-0,5}$	1,03	0,92	-10,2	1,23	1,08	-11,6	1,31	1,21	-7,6	1,21	1,19	-1,5
$\sigma_{LE-1,0}$	1,00	0,89	-11,3	1,20	1,06	-12,4	1,33	1,22	-8,6	1,13	1,08	-3,9
$\sigma_{LE-2,0}$	1,00	0,91	-8,7	1,25	1,09	-12,6	1,39	1,24	-10,9	1,08	1,02	-6,0
$\sigma_{LE-máx}$	1,08	0,94	-12,9	1,70	1,27	-24,9	1,55	1,19	-23,4	1,31	1,03	-21,7

Fonte: Autor

Tabela 12: Médias de desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento para todos os materiais ensaiados considerando propriedades de engenharia ( $m_e$ ), propriedades verdadeiras ( $m_v$ ) e a variação percentual entre as duas abordagens utilizando  $m_e$  como referência.

Propriedade	PA-66			PA-6			PP			PEAD		
	$m_e$	$m_v$	$\neq(\%)$									
$m_{LE-médio}$	1,05	0,93	-11,2	1,34	1,13	-15,3	1,39	1,23	-12,1	1,23	1,15	-6,4

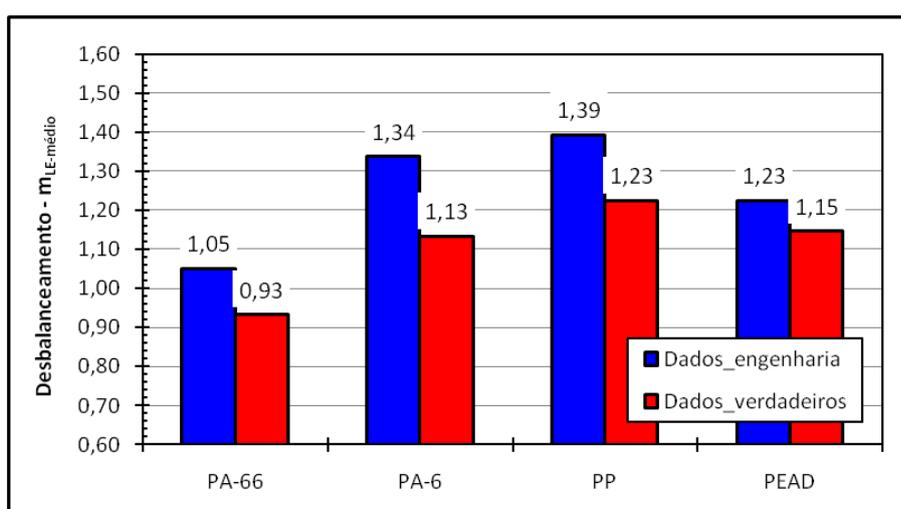


Figura 100: Desbalanceamento médio ( $m_{LE-médio}$ ) para todos os materiais ensaiados usando dados de engenharia e verdadeiros. Nota-se a redução do desbalanceamento em todos os casos, inclusive com a reversão no caso do PA-66.

## **5 APLICAÇÃO EXPLORATÓRIA: APRIMORAMENTO ESTRUTURAL DE CLIPES POLIMÉRICOS CONSIDERANDO DESBALANCEAMENTO**

Esta seção apresenta uma aplicação exploratória dos resultados experimentais obtidos, na forma de um estudo de caso dirigido, ao aprimoramento estrutural da seção transversal de cliques poliméricos simples trabalhando em flexão. Sem a preocupação com questões de custo ou manufaturabilidade, a idéia desta seção é verificar se as propriedades desbalanceadas encontradas nos materiais poliméricos podem de fato ser utilizadas como meio para a melhoria do desempenho e redução de massa de componentes com manutenção da segurança. Para tal, inicialmente são feitas algumas considerações sobre adaptações às práticas tradicionais de projeto para incorporação do desbalanceamento e, na sequência, tal filosofia é brevemente aplicada.

### **5.1 Metodologia de projeto considerando desbalanceamento**

O uso de propriedades mecânicas desbalanceadas representa uma alteração de filosofia de projeto e depende de uma série de fatores para sua viabilidade de aplicação, assim como o sucesso dos resultados. Estes fatores incluem o material disponível, suas propriedades, o componente em projeto, as ferramentas de cálculo de tensões e deformações disponíveis, dentre outros. Neste trabalho é priorizado o projeto ao escoamento e, conseqüentemente, os dados de maior relevância para o projeto mecânico do ponto de vista do material são (além do módulo de elasticidade -  $E$ ) as tensões limite de escoamento que definem a falha em tração e em compressão ( $\sigma_{LE-T}$  e  $\sigma_{LE-C}$ ).

A base da filosofia de projeto considerando desbalanceamento é de aplicação geral e consiste em tirar proveito das superiores propriedades em compressão para redução de massa ou aprimoramento de estruturas com regiões submetidas a solicitações com tensão hidrostática ( $\sigma_h$ ) compressiva. Deste conceito deriva a primeira limitação da filosofia: esta não se aplica a carregamentos cíclicos com reversões compressão-tração, nos quais em alguns instantes uma região sofre tração, e em outros sofre compressão. Obviamente, caso uma região seja projetada contando com as superiores propriedades mecânicas em compressão, uma solicitação trativa não prevista (ou não contemplada pelo nível de coeficiente de segurança - C.S. - adotado) conduziria o componente à falha pelas propriedades inferiores em tração. Assim, pressupõe-se que a região a sofrer reengenharia deve estar submetida a

carregamentos (mesmo que flutuantes) sempre compressivos, e cujo menor nível da tensão hidrostática (em módulo) deve ser a referência de projeto.

As principais adaptações, questões e etapas em relação à prática convencional de projeto são feitas a seguir por meio de tópicos e com o auxílio do fluxograma apresentado pela figura 101. Para que um projeto possa ser beneficiado pelo uso de materiais com propriedades dissimilares em tração e compressão as seguintes questões e atividades (na ordem e de acordo com a lógica da figura 101) devem ser levantadas ou conduzidas:

1. O material a usar é desbalanceado em termos de propriedades mecânicas? Caso sim, devem ser quantificadas as propriedades. Caso não, deve se usar a filosofia tradicional de projeto ou ser verificada a possibilidade de substituição do material.
2. O componente a ser projetado possui regiões que operam com tensão hidrostática compressiva? Caso sim, os níveis são relevantes para que se justifique a mudança de filosofia do projeto? Caso não, é possível a alteração geométrica em busca de tal situação? Por exemplo: transformar regiões carregadas em tração, ou regiões de baixa solicitação (por exemplo: linhas neutras em flexão), em regiões solicitadas em compressão e que tenham maior contribuição estrutural neste contexto.
3. Deve ser selecionado um critério de escoamento modificado para uso no projeto que descreva o comportamento mecânico do material considerado em termos de escoamento. Por fim, deve ser selecionado o nível de coeficiente de segurança – C.S. – a balizar o projeto.
4. Devem ser quantificadas as tensões equivalentes pelo critério modificado selecionado (analítica, experimental ou numericamente). Neste momento uma observação muito importante emerge: no caso de métodos numéricos, como por exemplo o difundido método dos elementos finitos (MEF), tais critérios modificados não estão costumeiramente incorporados nos principais *softwares* comerciais, o que exige programação manual ou adaptação das ferramentas computacionais.
5. Deve ser avaliado o nível de coeficiente de segurança alcançado e se comparar com os critérios convencionais para auferir ganhos. O ideal é que se busque uma uniformização dos coeficientes de segurança já incorporando os critérios modificados.
6. Tal uniformização pode ser conseguida por meio de técnicas clássicas de otimização ou por meio de técnicas de otimização estrutural como a otimização paramétrica, de forma ou topológica (HAFTKA; GURDAL, 1993; VANDERPLAATZ, 1984) combinadas com os modelos numéricos de elementos finitos, fornecendo grande potencial de busca de soluções ótimas.
7. Uma preocupação deve ser considerada: quando operando com regiões sobre compressão, estruturas podem apresentar fenômenos de instabilidade estrutural

elástica ou plástica (no caso a preocupação principal é a flambagem). Modelos analíticos ou os mesmos modelos numéricos de elementos finitos podem ser usados para tal checagem adicional (TIMOSHENKO; GERE, 1985).

8. Por fim, caso a metodologia seja aplicável, tem-se um novo conceito estrutural baseado em uma filosofia diferenciada de projeto.

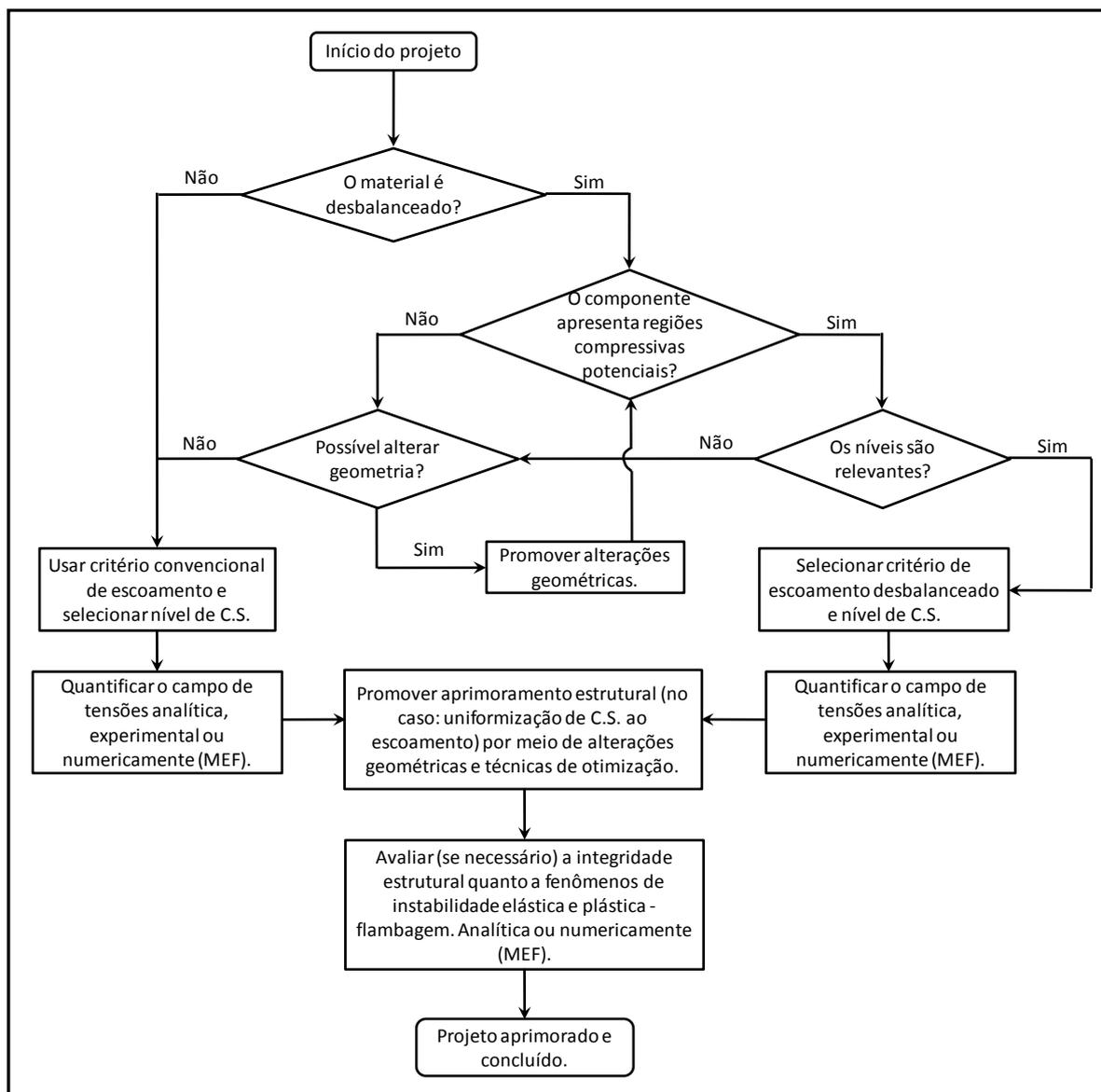


Figura 101: Fluxograma de atividades de projeto estrutural considerando a possibilidade de existência de materiais desbalanceados e uso de critérios modificados para aprimoramento de componentes. É fundamental que os programas de elementos finitos ou otimização utilizados incorporem os critérios modificados. Fonte:

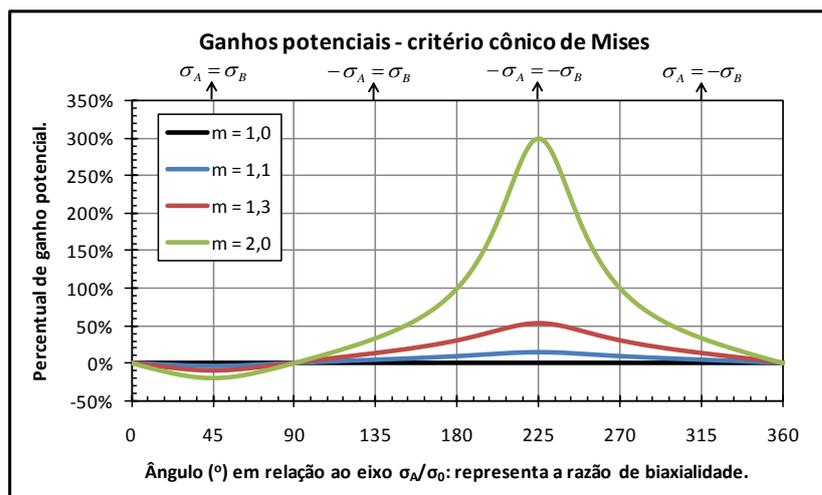
Autor

O uso de tal filosofia de projeto deve ser feito com responsabilidade pelos projetistas e, principalmente, com os dados de solicitação mecânica dos componentes bem conhecidos e

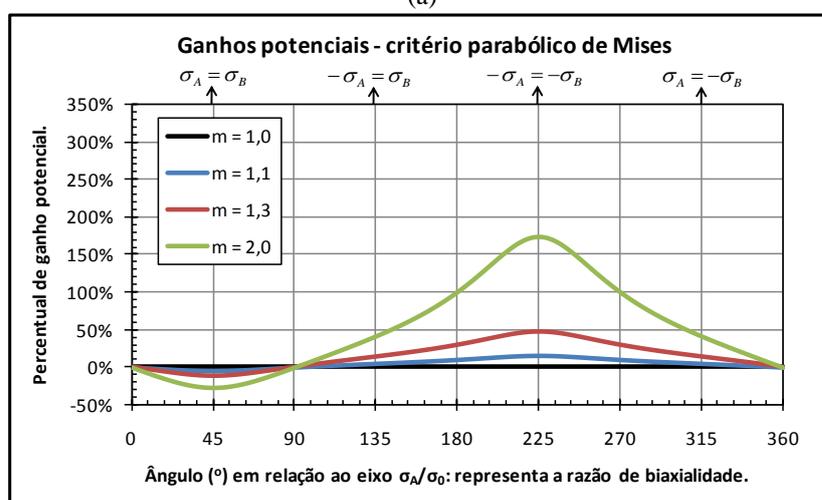
descritos. Desta maneira, existe aparente potencial de melhoria em termos de redução de massa com manutenção de segurança e rigidez.

Para fins de ilustração e quantificação preliminar deste potencial, as figuras 102(a,b) apresentam gráficos dos ganhos potenciais para diferentes combinações de tensões em um estado plano de tensões. Utilizando como referência os loci de falha das figuras 49 e 50 e considerando ângulos positivos no sentido anti-horário e partindo do eixo de  $\sigma_A/\sigma_0$  positivo destes gráficos, as figuras 102 ilustram as diferenças percentuais entre as previsões de falha por escoamento (na prática, são as diferenças entre os raios de cada lócus para uma determinada angulação) entre os critérios desbalanceados e o critério convencional de Mises aqui usado como referência. Na figura 102(a) está apresentado o efeito do critério conicamente modificado para diferentes níveis de  $m$  e fica evidente que estão presentes ganhos potenciais expressivos no campo compressivo-compressivo (chegando a 53 % para  $m = 1,3$  – nível próximo aos obtidos dos experimentos). No entanto, tal modelo prevê para este mesmo caso de  $m = 1,3$  maior conservadorismo (da ordem de 10 %) na previsão de falha no campo trativo-trativo. A figura 102(b) complementa a análise com o caso do modelo parabolicamente modificado de Mises. A sensibilidade ao desbalanceamento se mostra ligeiramente menos pronunciada para este caso, mas para o caso citado de  $m = 1,3$  os ganhos potenciais na região compressiva-compressiva chegam a 48 % e a redução na previsão de falha ao escoamento no campo trativo-trativo chega a 10%. São resultados bastante expressivos e que motivam a busca pelo aprimoramento estrutural. Por sua vez, a ocorrência de aumento do conservadorismo em tração é uma questão a ser considerada pelos projetistas, mas para a qual o autor não encontrou suporte conclusivo da literatura em termos de discussão crítica ou experimentos de validação. A aderência dos critérios de escoamento é boa para dados em geral (vide figura 54, por exemplo), mas a quantidade de resultados pode ser considerada ainda reduzida.

Neste contexto, as seções seguintes apresentam uma breve aplicação ilustrativa exploratória sobre o potencial de aprimoramento da seção transversal de um clipe de fixação considerando o desbalanceamento.



(a)



(b)

Figura 102: Potencial de ganho para estado plano de tensões (EPT) como função da razão de biaxialidade e do nível de desbalanceamento ( $m$ ) utilizando os critério de escoamento (a) conicamente modificado e (b) parabolicamente modificado de von Mises. Fonte: Autor

## 5.2 Geometrias e propriedades de material consideradas

Para uma aplicação exploratória da metodologia em discussão no trabalho, foi selecionado como estudo de caso o aprimoramento estrutural de uma seção transversal qualquer de um clipe polimérico com geometria simples, integrado à peça em sujeição e trabalhando como viga em balanço, como ilustra esquematicamente a figura 103. Devido ao carregamento crítico na seção do engastamento (definida pelo plano ABC na figura 103), esta foi escolhida para análise. Na prática, para que o resultado se estenda ao restante do componente, basta que o mesmo procedimento de cálculo seja aplicado para diferentes posições, como será comentado mais adiante.

No caso em estudo, por questões de simplicidade, a parede de engastamento do clipe é considerada rígida e é desconsiderada a existência de raios de concordância ou fatores de concentração de tensões na seção de engastamento. Tais ocorrências são naturalmente incorporadas em casos práticos e não representam ganhos metodológicos ou de entendimento para a aplicação exploratória aqui pretendida. A tabela 13 apresenta as dimensões relevantes adotadas para o clipe em análise.

Do ponto de vista de materiais empregados, o PP é o material polimérico de maior utilização prática para cliques e será considerado como referência. A tabela 14 apresenta as propriedades consideradas no estudo de caso, as quais são obtidas da tabela 9. O módulo de elasticidade é o médio entre tração e compressão. Já a tensão limite de escoamento é tida como o valor obtido pelo método de *offset* 2,0% ( $\sigma_{LE-2,0}$ ) utilizando dados verdadeiros. A opção pelos 2,0 % se deu pelos valores representarem um comportamento médio do material em escoamento e a escolha de propriedades verdadeiras visa maior realismo de propriedades do material e nível de desbalanceamento (já que o foco do estudo é em integridade estrutural).

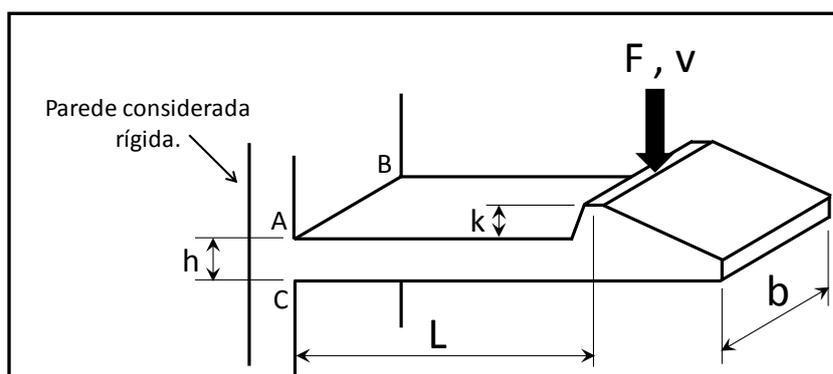


Figura 103: Geometria de clipe polimérico selecionada como estudo de caso do presente trabalho. São apresentadas somente as dimensões relevantes ao estudo. O plano ABC define a seção do engastamento, para a qual não são considerados raios de concordância. Fonte: Autor

Tabela 13: Dimensões (iniciais) relevantes adotadas para o clipe em análise.

Dimensão	L	h	b	k
Valor (mm)	25,00	5,00	12,00	1,59

Fonte: Autor

Tabela 14 : Propriedades mecânicas do PP consideradas para o estudo de caso (extraídos da tabela 9 para dados verdadeiros). O módulo de elasticidade considerado é a média entre tração e compressão e o nível de desbalanceamento resultou em 24% para dados verdadeiros e método de *offset* 2,0 %.

Propriedade	Valor
$E_{\text{médio}}$ (MPa)	1730
$\sigma_{LE-0,2-T}$ (MPa)	33,0
$\sigma_{LE-2,0-T}$ (MPa)	40,9
$m_v$	1,24

Fonte: Autor

### 5.3 Solicitações envolvidas

Na prática o clipe polimérico é uma estrutura solicitada por controle de deslocamento, sendo a carga de acionamento um resultado da disposição do sistema. Admitindo que após montado o clipe mantenha o contato com a contra-peça, sua flecha máxima no momento de instalação será a cota  $k$  da figura 103 ( $v_{\text{máx}} = k = 1,59 \text{ mm}$ ). Assim, à cota  $k$  está associada uma força aqui denominada  $F$  e uma flecha vertical descendente máxima ( $v_{\text{máx}}$ ). As distribuições de momento fletor ( $M$ ) e força cortante ( $V$ ) ao longo do clipe são apresentadas pela figura 104, sendo a variação ao longo do clipe (para o sistema de eixos adotado) dada pelas seguintes expressões

$$M(x) = -F \cdot L + F \cdot x, \quad (82)$$

$$V(x) = F. \quad (83)$$

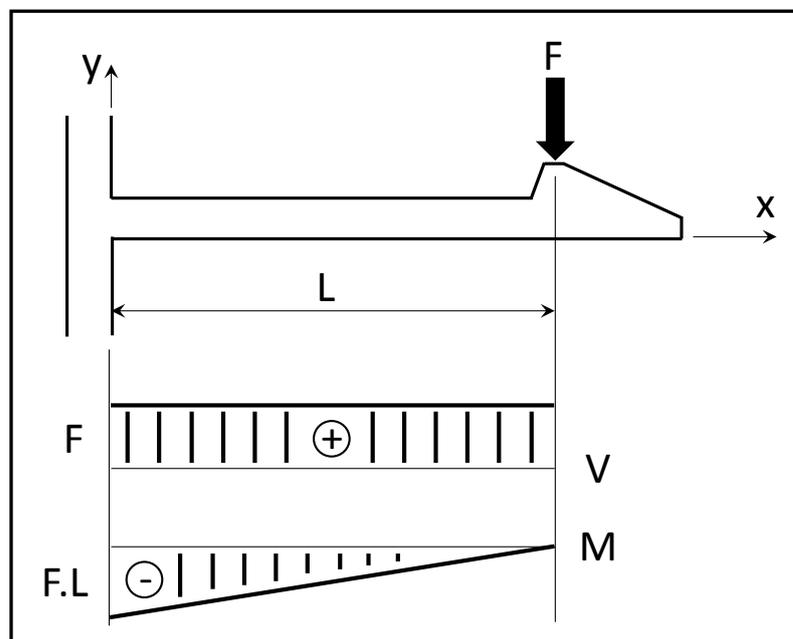


Figura 104: Diagramas de esforços internos solicitantes para momento fletor ( $M$ ) e força cortante ( $V$ ) do clipe simples em análise. Fonte: Autor

Já que  $v_{\text{máx}} = k = 1,59 \text{ mm}$ , para que se encontre a força correspondente a ser usada como referência é necessária a determinação da rigidez da viga em flexão. Desconsiderando

os efeitos de viga curta já comentados e utilizando a equação diferencial da linha elástica (equação (77)), resulta que

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M(x)}{E \cdot I(x)} = \frac{-F \cdot L + F \cdot x}{E \cdot I(x)} . \quad (84)$$

Efetuada a primeira integração da equação diferencial:

$$E \cdot I(x) \cdot \frac{dv}{dx} = E \cdot I(x) \cdot \theta(x) = -F \cdot L \cdot x + \frac{F \cdot x^2}{2} + C_1 \quad (85)$$

Efetuada a segunda integração da equação diferencial:

$$E \cdot I(x) \cdot v(x) = -\frac{F \cdot L \cdot x^2}{2} + \frac{F \cdot x^3}{6} + C_1 \cdot x + C_2 \quad (86)$$

Sabe-se da figura 104 que para os eixos adotados, sendo a coordenada longitudinal  $x = 0$  a flecha ( $v(x)$ ) e a rotação ( $\theta(x)$ ) da seção são nulas (engastamento). Em busca das constantes de integração, substituindo tais condições nas equações (85,86) resulta

$$C_1 = 0 ; C_2 = 0 . \quad (87)$$

Assim, admitindo que a viga seja prismática e com interesse na flecha e rotação da seção da carga  $F$ , resulta

$$\theta(L) = -\frac{F \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I} \quad (\text{sentido horário}) , \quad (88)$$

$$v(L) = -\frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad (\text{para baixo}) . \quad (89)$$

Como no clipe em estudo  $|v_{\text{máx}}| = k = 1,59 \text{ mm}$ , a substituição na equação (89) fornece a rigidez do clipe e conseqüentemente a relação entre carga e deslocamento da seção de carga,

na forma

$$-1,59 = -\frac{F \cdot 25^3}{3 \cdot 1730 \cdot I} \Rightarrow F = 0,528 \cdot I \quad (F \text{ em } N \text{ e } I \text{ em } mm^4) \quad . \quad (90)$$

Todas as verificações do estudo de caso serão feitas à luz de uma única força de referência (a qual para fins de ilustração solicitará igualmente todas as geometrias de cliques consideradas – ou suas seções transversais). Sendo a seção transversal original do clipe da figura 103 dada na figura 105, a força  $F$  e o respectivo momento fletor ( $M$ ) resultam:

$$F = 66,00 N \quad ; \quad M = 1650 N.mm. \quad .$$

(91)

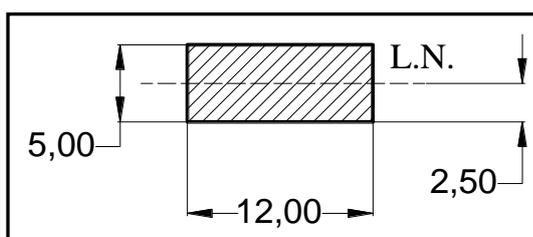


Figura 105: Seção transversal, linha neutra e dimensionais da seção transversal do clipe originalmente admitido.  
Fonte: Autor

As avaliações a seguir manterão a sollicitação constante segundo a equação (91) e avaliarão o desempenho estrutural do clipe sob os seguintes aspectos:

- Tensões máximas atuantes (de referência e principais).
- Nível de segurança (C.S.) de acordo com critério convencional de Mises.
- Nível de segurança (C.S.) de acordo com critério parabólico de Mises.
- Volume do componente (representativo da massa final).
- Rigidez à flexão.

#### 5.4 Projeto convencional ao escoamento (geometria original)

Para o projeto convencional ao escoamento foi selecionado o critério original de von Mises, o qual apresenta melhor aderência experimental se comparado ao de Tresca e que

serviu de base para os critérios modificados em estudo. Para todas as análises conduzidas, três pontos críticos serão considerados: i) fibra superior – de tração máxima; ii) fibra inferior – de compressão máxima; iii) linha neutra – de cisalhamento máximo. Assim, a tabela 15 apresenta os cálculos das tensões direcionais máximas atuantes, assim como as tensões equivalentes, coeficientes de segurança, volume e rigidez à flexão para a seção original da figura 105. Propositadamente, o carregamento do clipe (flecha e força atuante) foi idealizado para a unidade do C.S. pelo critério tradicional, para maior capacidade ilustrativa do estudo.

Na tabela 15, as tensões normais, cisalhantes e equivalentes de von Mises são calculadas utilizando respectivamente as equações (79, 80 e 53). O coeficiente de segurança em cada seção é dado pela tensão equivalente de Mises dividida pela tensão  $\sigma_{LE-0,2-T}$  da tabela 14.

Fica evidenciado pela tabela 15 que o clipe com tal seção original apresentaria volume  $V = 1500 \text{ mm}^3$ , rigidez  $K = 41,52 \text{ N/mm}$  e  $C.S._{sup}$  e  $C.S._{inf}$  iguais a 1,0. Na linha neutra, entretanto, como as tensões de flexão são nulas e as tensões de cisalhamento comparativamente pequenas, o  $C.S._{LN} = 11,55$ , o que já indica potencial de aprimoramento geométrico na região. Ainda, vale lembrar que o critério convencional de Mises aqui aplicado ainda não tira proveito das maiores tensões em compressão, daí iguais C.S. nas partes superior e inferior.

Tabela 15 : Propriedades da seção original da figura 105, tensões atuantes, C.S. para critério convencional de Mises e propriedades físicas do clipe (volume, rigidez e ganho de massa auferido).

Propriedades da seção		Tensões normais $\sigma_x$ (MPa)		Tensões cisalhantes $\tau_{xy}$ (MPa)		Tensões equivalentes $\sigma_{vM}$ (MPa)		C.S.
$I$ ( $\text{mm}^4$ )	125,00	$\sigma_{x-sup}$	+33,00	$\tau_{xy-sup}$	0,00	$\sigma_{vM-sup}$	33,00	1,00
$Q_{L.N.}$ ( $\text{mm}^3$ )	37,50	$\sigma_{x-LN}$	0,00	$\tau_{xy-LN}$	1,65	$\sigma_{vM-LN}$	2,86	11,55
$t_{L.N.}$ (mm)	12,00	$\sigma_{x-sup}$	-33,00	$\tau_{xy-sup}$	0,00	$\sigma_{vM-inf}$	33,00	1,00
$ y_{sup} $ (mm)	2,50	Parâmetros de controle de aprimoramento						
$ y_{inf} $ (mm)	2,50							
<b>Seção Original</b> <b>Figura 105</b>		Volume (V)		Rigidez (K)		Ganho de massa auferido (GM)		
		1500	$\text{mm}^3$	41,52	N/mm	0,00	%	

Fonte: Autor

### 5.5 Projeto ao escoamento considerando desbalanceamento (geometria original)

Considerando a mesma geometria original da figura 105, com o mesmo carregamento, mas agora utilizando o critério parabólicamente modificado de von Mises para a previsão de falha por escoamento, são obtidos os resultados apresentados pela tabela 16.

Como a seção foi mantida, permanecem  $V = 1500 \text{ mm}^3$  e rigidez  $K = 41,52 \text{ N/mm}$ . No entanto,  $C.S._{sup} = 1,00$  enquanto  $C.S._{inf} = 1,24$ . Na linha neutra, ainda, houve acréscimo de segurança prevista com  $C.S._{LN} = 12,86$ . Nitidamente a alteração do critério de escoamento já prevê potencial de ganhos de 24 % na extremidade inferior da seção e ainda maior na linha neutra. Identificado este potencial, alterações geométricas iniciais da seção podem ser utilizadas para alterar a posição da linha neutra e com isto reequilibrar  $C.S._{sup}$  e  $C.S._{inf}$ . como feito a seguir.

Tabela 16: Propriedades da seção original da figura 105, tensões atuantes, C.S. para critério parabólico de Mises e propriedades físicas do clipe (volume, rigidez e ganho de massa auferido).

Propriedades da seção		Tensões normais $\sigma_x$ (MPa)		Tensões cisalhantes $\tau_{xy}$ (MPa)		Tensões equivalentes $\sigma_{vM-P}$ (MPa)		C.S.
$I$ ( $\text{mm}^4$ )	125,00	$\sigma_{x-sup}$	+33,00	$\tau_{xy-sup}$	0,00	$\sigma_{vM-P-sup}$	33,00	1,00
$Q_{L.N.}$ ( $\text{mm}^3$ )	37,50	$\sigma_{x-LN}$	0,00	$\tau_{xy-LN}$	1,65	$\sigma_{vM-P-LN}$	2,57	12,86
$t_{L.N.}$ (mm)	12,00	$\sigma_{x-sup}$	-33,0	$\tau_{xy-sup}$	0,00	$\sigma_{vM-P-inf}$	26,63	1,24
$ y_{sup} $ (mm)	2,50	Parâmetros de controle de aprimoramento						
$ y_{inf} $ (mm)	2,50							
<b>Seção Original</b> <b>Figura 105</b>		Volume (V)		Rigidez (K)		Ganho de massa auferido (GM)		
		1500	$\text{mm}^3$	41,52	N/mm	0,00	%	

Fonte: Autor

### 5.6 Propostas de aprimoramento estrutural aproveitando o desbalanceamento (diferentes geometrias)

A figura 106 apresenta uma primeira alteração geométrica à seção em estudo (denotada aqui seção trapezoidal #1) mantendo a área (e conseqüentemente volume e massa) de material. Comparada à figura 105 pode-se notar a manutenção da altura em 5 milímetros. No entanto, a disposição trapezoidal deslocou a linha neutra de 2,5 mm para 2,83 mm a partir da base do clipe, o que tornou o campo de tensões assimétrico e maior em módulo na região

compressiva. A idéia básica da alteração foi igualar o C.S. das extremidades superior e inferior, mantendo altura e massa.

Para todas as propostas de alteração de seção transversal apresentadas deste ponto em diante foi utilizado um algoritmo de otimização não linear de gradiente reduzido genérico (GRG2) presente em dois softwares computacionais: i) MS Excel e ii) MATLAB 2009a. Em ambos os casos a ferramenta é denominada solver e permite que funções objetivo sejam buscadas iterativamente considerando parâmetros variáveis e restrições. Maiores detalhes podem ser encontrados na documentação dos próprios programas ou em HAFTKA e GURDAL (1991).

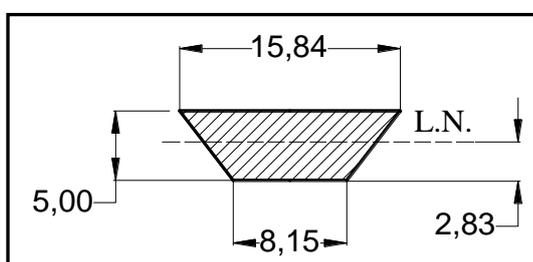


Figura 106: Seção transversal, linha neutra e dimensionais de seção transversal trapezoidal # 1 com altura e área mantidas, e equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises. Fonte: Autor

A tabela 17 apresenta os resultados obtidos, em moldes muito similares ao apresentado anteriormente. Vale ressaltar, no entanto, que as células das colunas 4 e 6 representam os níveis de segurança respectivamente pelo critério convencional de Mises (respectivo a  $\sigma_{vm}$ ) e pelo critério parabolicamente modificado (respectivo a  $\sigma_{vm-P}$ ).

O volume foi mantido em  $V = 1500 \text{ mm}^3$ , mas a rigidez caiu em 3,4%, para  $K = 40,10 \text{ N/mm}$ . Em termos de segurança, na fibra superior ambos os critérios prevêem existência de segurança com  $C.S._{sup} = 1,08$ , o que ainda representa potencial de ganho de 8% nesta face. Na linha neutra, o uso do critério convencional fornece  $C.S._{LN-vm} = 11,80$ , enquanto o parabólico prevê um aumento para  $C.S._{LN-vm-P} = 13,14$ , representando ainda maior ganho potencial. Na fibra inferior, no entanto, o cenário difere. O critério convencional de Mises prevê a ocorrência de falha, com  $C.S._{inf-vm} = 0,87$ , enquanto o critério parabólico prevê segurança dos mesmos 8%, com  $C.S._{inf-vm-P} = 1,08$ .

Neste caso não só a alteração do critério de escoamento prevê potencial de ganhos na extremidade inferior da seção e na linha neutra, como existe uma inversão na previsão da segurança entre os critérios. Admitindo-se que o critério parabólico possa ser plenamente aplicado, existe ainda nas extremidades um potencial de ganho adicional de 8% em massa. No

entanto a diminuição indesejada da rigidez será compensada por uma leve alteração na altura da seção como segue.

Tabela 17: Propriedades da seção transversal trapezoidal # 1 com altura e área mantidas, e equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises.

Propriedades da seção		Tensões normais e cisalhantes não nulas (MPa)		Tensões equivalentes $\sigma_{VM}$ (MPa)		C.S. ( $\sigma_{VM}$ )	Tensões equivalentes $\sigma_{VM-P}$ (MPa)		C.S. ( $\sigma_{VM-P}$ )
$I$ (mm <sup>4</sup> )	120,71	$\sigma_{x-sup}$	+30,52	$\sigma_{VM-sup}$	30,52	1,08	$\sigma_{VM-P-sup}$	30,52	1,08
$Q_{L.N.}$ (mm <sup>3</sup> )	36,65	$\tau_{xy-LN}$	1,61	$\sigma_{VM-LN}$	2,80	11,80	$\sigma_{VM-P-LN}$	2,51	13,14
$t_{L.N.}$ (mm)	12,41	$\sigma_{x-sup}$	-37,82	$\sigma_{VM-inf}$	37,82	0,87	$\sigma_{VM-P-inf}$	30,52	1,08
$ y_{sup} $ (mm)	2,23	Parâmetros de controle de aprimoramento							
$ y_{inf} $ (mm)	2,77								
<b>Seção Trapezoidal #1 - Figura 106</b>		Volume (V)		Rigidez (K)			Ganho de massa auferido (GM)		
		1500	mm <sup>3</sup>	40,10	N/mm	-3,4%	0,00	%	

Fonte: Autor

A figura 107 apresenta uma segunda versão trapezoidal da seção transversal (denotada aqui seção trapezoidal #2). A idéia é, mantendo a área (e conseqüentemente volume e massa), restabelecer a rigidez original e equilibrar os coeficientes de segurança das extremidades superior e inferior pelo critério parabólico de Mises. Comparada às figuras 105 e 106 pode-se notar um leve incremento da altura (5,00 para 5,16 mm). Neste caso, a disposição trapezoidal deslocou a linha neutra de 2,5 mm para 3,05 mm a partir da base do clipe, o que tornou o campo de tensões mais assimétrico e com maior amplitude na região compressiva.

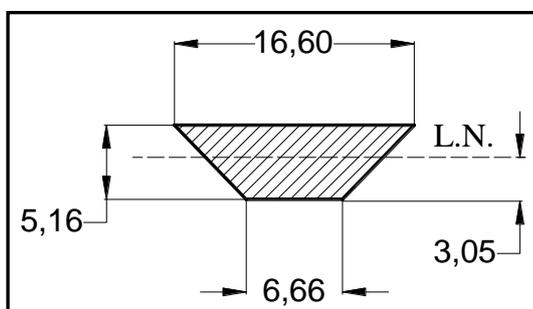


Figura 107: Seção transversal, linha neutra e dimensionais de seção transversal trapezoidal # 2 com área mantida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises. Fonte: Autor

A tabela 18 apresenta os resultados obtidos, em moldes muito similares ao apresentado anteriormente. O volume foi mantido em  $V = 1500 \text{ mm}^3$ , e a rigidez restabelecida para  $K = 41,52 \text{ N/mm}$ . Em termos de segurança, na fibra superior ambos os critérios prevêm existência de segurança com  $C.S._{sup} = 1,09$ , o que ainda representa potencial de ganho de 9% na face superior. Na linha neutra, o uso do critério convencional fornece  $C.S._{LN-vM} = 11,99$ , enquanto o parabólico prevê um aumento para  $C.S._{LN-vM-P} = 13,34$ , representando ainda maior ganho potencial. Na fibra inferior, no entanto, o cenário permanece distinto como no caso anterior. O critério convencional de Mises prevê a ocorrência de falha, com  $C.S._{inf-vM} = 0,88$ , enquanto o critério parabólico prevê segurança dos mesmos 9 %, com  $C.S._{inf-vM-P} = 1,09$ .

Com a rigidez original restabelecida e coeficientes de segurança maiores que 1,00 em toda a altura da seção, a alteração seguinte objetiva redução de massa.

Tabela 18: Propriedades da seção transversal trapezoidal # 2 com área mantida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises.

Propriedades da seção		Tensões normais e cisalhantes não nulas (MPa)		Tensões equivalentes $\sigma_{vm}$ (MPa)		C.S. ( $\sigma_{vm}$ )	Tensões equivalentes $\sigma_{vm-P}$ (MPa)		C.S. ( $\sigma_{vm-P}$ )
$I \text{ (mm}^4\text{)}$	125	$\sigma_{x-sup}$	+30,41	$\sigma_{vM-sup}$	30,41	1,09	$\sigma_{vM-P-sup}$	30,41	1,09
$Q_{LN} \text{ (mm}^3\text{)}$	37,14	$\tau_{xy-LN}$	1,59	$\sigma_{vM-LN}$	2,75	11,99	$\sigma_{vM-P-LN}$	2,47	13,34
$t_{LN} \text{ (mm)}$	12,34	$\sigma_{x-sup}$	-37,70	$\sigma_{vM-inf}$	37,69	0,88	$\sigma_{vM-P-inf}$	30,41	1,09
$ y_{sup}  \text{ (mm)}$	2,30	Parâmetros de controle de aprimoramento							
$ y_{inf}  \text{ (mm)}$	2,86								
<b>Seção Trapezoidal #2 - Figura 107</b>		Volume (V)		Rigidez (K)			Ganho de massa auferido (GM)		
		1500	$\text{mm}^3$	41,52	N/mm	0,0%	0,00	%	

Fonte: Autor

A figura 108 apresenta uma terceira versão trapezoidal da seção transversal (denotada aqui seção trapezoidal #3). A idéia é, reduzindo a área (e consequentemente volume e massa), manter a rigidez original e ajustar os coeficientes de segurança das extremidades superior e inferior pelo critério parabólico de Mises para 1,00, como ocorria no clipe original retangular utilizando o critério clássico de Mises. Comparada às figuras 105 a 107, pode-se notar um incremento da altura (5,00 para 5,83 mm) para o ajuste da rigidez. Neste caso, a disposição trapezoidal deslocou a linha neutra de 2,5 mm para 3,10 mm.

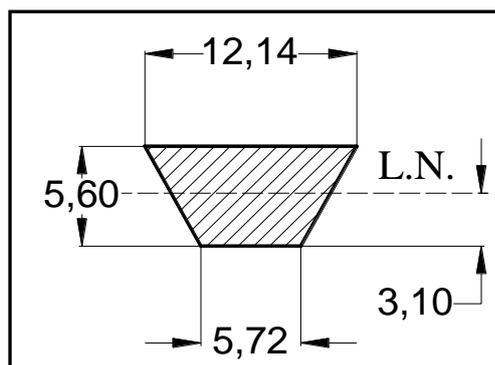


Figura 108: Seção transversal, linha neutra e dimensionais de seção transversal trapezoidal # 3 com área reduzida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises no valor de 1,00. Fonte: Autor

A tabela 19 apresenta os resultados obtidos. A rigidez foi mantida como do original, com  $K = 41,52$  N/mm. Em termos de segurança e utilizando o critério de von Mises parabolicamente modificado, o C.S. = 1,00 pôde ser restabelecido nas extremidades da seção, como ocorria no clipe original. O volume foi reduzido de  $V = 1500$  mm<sup>3</sup> para  $V = 1250$  mm<sup>3</sup>, o que representa um ganho de massa auferido em 16,7 %.

Vale notar que critério convencional de Mises faria a previsão da ocorrência de falha, com  $C.S._{inf-vM} = 0,81$ , inviabilizando qualquer esforço de aprimoramento estrutural utilizando as filosofias tradicionais de projeto. Assim, esta alternativa apresentada pela figura 108 possibilita, em síntese, manutenção da rigidez (K) e segurança (C.S.), com ganhos de 16,7 % de massa no componente. No entanto, esta não é uma solução ótima, já que o C.S. da linha neutra ( $C.S._{LN-vM-P} = 11,01$ ) é ainda muito elevado e permite aprimoramento adicional.

Tabela 19: Propriedades da seção transversal trapezoidal # 3 com área mantida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises.

Propriedades da seção		Tensões normais e cisalhantes não nulas (MPa)		Tensões equivalentes $\sigma_{vm}$ (MPa)		C.S. ( $\sigma_{vm}$ )	Tensões equivalentes $\sigma_{vm-P}$ (MPa)		C.S. ( $\sigma_{vm-P}$ )
I (mm <sup>4</sup> )	125	$\sigma_{x-sup}$	+33,00	$\sigma_{vm-sup}$	33,00	1,00	$\sigma_{vm-P-sup}$	33,00	1,00
$Q_{L.N.}$ (mm <sup>3</sup> )	34,00	$\tau_{xy-LN}$	1,93	$\sigma_{vm-LN}$	3,34	9,89	$\sigma_{vm-P-LN}$	3,00	11,01
$t_{L.N.}$ (mm)	9,32	$\sigma_{x-sup}$	-40,90	$\sigma_{vm-inf}$	40,90	0,81	$\sigma_{vm-P-inf}$	33,00	1,00
$ y_{sup} $ (mm)	2,50	Parâmetros de controle de aprimoramento							
$ y_{inf} $ (mm)	3,10								
<b>Seção Trapezoidal #3 - Figura 108</b>		Volume (V)		Rigidez (K)		Ganho de massa auferido (GM)			
		1250	mm <sup>3</sup>	41,52	N/mm	0,0%	-16,7	%	

Fonte: Autor

Em busca de ganhos adicionais, a figura 109 apresenta uma quarta versão (agora com dois trapézios contrapostos) da seção transversal (denotada aqui seção trapezoidal #4 - dupla). A idéia é, reduzindo a área (e consequentemente volume e massa), manter a rigidez original e ajustar os coeficientes de segurança das extremidades superior e inferior pelo critério parabólico de Mises para 1,00, como ocorria no clipe original retangular. Adicionalmente, reduzir o coeficiente de segurança da linha neutra ( $C.S._{LN-vM-P}$ ) transferindo material daí para regiões com maior contribuição estrutural. Comparada às figuras 105 a 108, pode-se notar um incremento da altura (5,00 para 5,60 mm – mais baixo que a última alternativa). Neste caso, a disposição trapezoidal deslocou a linha neutra de 2,5 mm para 3,10 mm, como na última alternativa apresentada. A espessura mínima da altura da linha neutra em 2 mm foi estabelecida como restrição mínima no algoritmo de otimização para evitar fenômenos de instabilidade lateral (carga crítica). No entanto, quanto à carga crítica esta geometria se mostrou ainda bastante conservadora com segurança superior a 20.

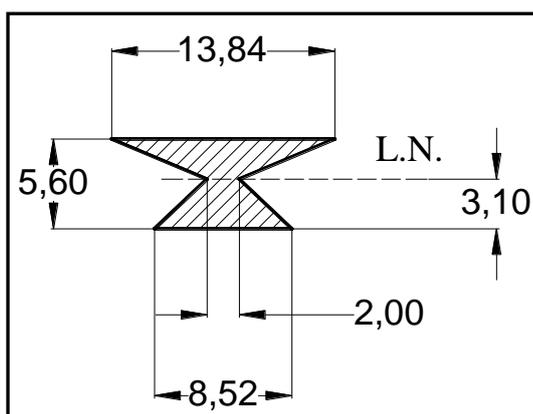


Figura 109: Seção transversal, linha neutra e dimensionais de seção transversal trapezoidal # 4 com área reduzida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises no valor de 1,00 e redução do C.S. da linha neutra ( $C.S._{LN-vM-P}$ ) transferindo o material daí para regiões de maior contribuição estrutural. Fonte: Autor

A tabela 20 apresenta os resultados obtidos. A rigidez foi mantida como do original, com  $K = 41,52$  N/mm. Em termos de segurança e utilizando o critério de von Mises parabolicamente modificado, o C.S. = 1,00 pôde ser restabelecido nas extremidades da seção (fibras superiores e inferiores), como ocorria no clipe original. O volume foi reduzido de  $V = 1500$  mm<sup>3</sup> para  $V = 903$  mm<sup>3</sup>, o que representa um ganho de massa auferido em 39,8 %, ou seja, bastante expressivo.

Vale notar que critério convencional de Mises faria mais uma vez a previsão da ocorrência de falha, com  $C.S._{inf-vM} = 0,81$ , inviabilizando qualquer esforço de aprimoramento estrutural utilizando as filosofias tradicionais de projeto.

Assim, esta alternativa apresentada pela figura 109 também possibilita, em síntese, manutenção da rigidez (K) e segurança (C.S.), com ganhos de 39,8 % de massa no componente. No entanto, ainda não é uma solução propriamente ótima, já que outros aprimoramentos geométricos podem ser facilmente propostos por meio de uso de ferramentas computacionais de elementos finitos e otimização, como será discutido na seção seguinte.

Tabela 20: Propriedades da seção transversal trapezoidal # 4 com área reduzida e restabelecimento da rigidez original. Foi buscada, ainda, a equalização dos C.S. das fibras superiores e inferiores pelo critério parabólico de Mises no valor de 1,00 e redução do C.S. da linha neutra (C.S.<sub>LN-VM-P</sub>) transferindo o material daí para regiões de maior contribuição estrutural.

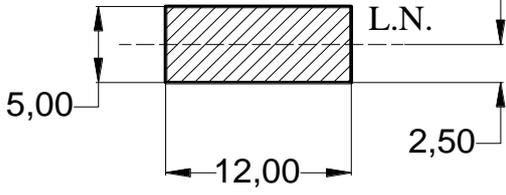
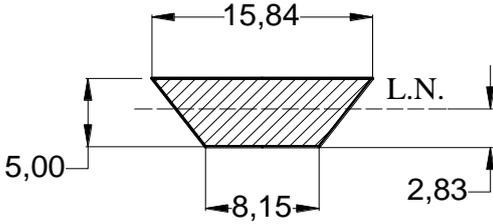
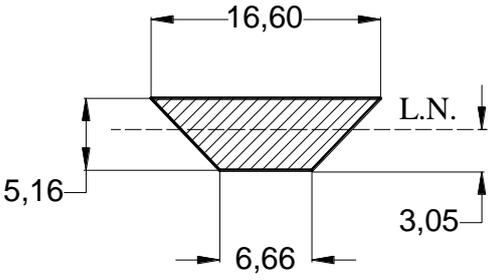
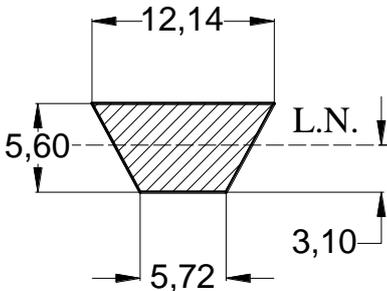
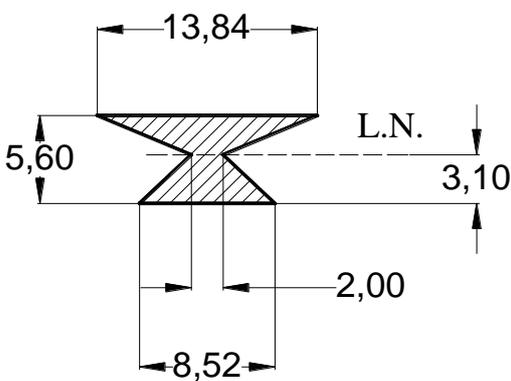
Propriedades da seção		Tensões normais e cisalhantes não nulas (MPa)		Tensões equivalentes $\sigma_{vm}$ (MPa)		C.S. ( $\sigma_{vm}$ )	Tensões equivalentes $\sigma_{vm-P}$ (MPa)		C.S. ( $\sigma_{vm-P}$ )
I (mm <sup>4</sup> )	125	$\sigma_{x-sup}$	+33,00	$\sigma_{vm-sup}$	33,00	1,00	$\sigma_{vm-P-sup}$	33,00	1,00
$Q_{L.N.}$ (mm <sup>3</sup> )	30,92	$\tau_{xy-LN}$	8,16	$\sigma_{vm-LN}$	14,14	2,33	$\sigma_{vm-P-LN}$	12,70	2,60
$t_{L.N.}$ (mm)	2,00	$\sigma_{x-sup}$	-40,90	$\sigma_{vm-inf}$	40,90	0,81	$\sigma_{vm-P-inf}$	33,00	1,00
$ y_{sup} $ (mm)	2,50	Parâmetros de controle de aprimoramento							
$ y_{inf} $ (mm)	3,10								
<b>Seção 2x Trapezoidal #4 - Figura 109</b>		Volume (V)		Rigidez (K)		Ganho de massa auferido (GM)			
		903	mm <sup>3</sup>	41,52	N/mm	0,0%	-39,8	%	

Fonte: Autor

## 5.7 Sumário de resultados

Para maior facilidade na visualização dos resultados alcançados, a tabela 20 apresenta uma síntese das respectivas seções transversais avaliadas, assim como os níveis de segurança, rigidez e volume conseguidos com as alterações estruturais propostas. O potencial de ganho fica evidente, já que mesmo na seção original retangular, a mudança de filosofia de projeto aumenta a previsão de segurança em relação à falha ao escoamento em 24 % nas fibras solicitadas em compressão. Com as quatro alternativas de seções trapezoidais avaliadas, fica ilustrado que por meio de alterações geométricas balizadas pela filosofia de projeto considerando o desbalancamento foi possível manter a segurança original (C.S. = 1,00), manter a rigidez original (K = 41,52 n/mm) e ao mesmo tempo atingir reduções de massa de 16,7 % para a seção # 3 e 39,8 % para a seção # 4. Como complemento, as frequências naturais calculadas considerando o primeiro modo de vibrar de um modelo simples de viga engastada (com densidade do PP de 0,85g/cm<sup>3</sup>) são apresentadas na mesma tabela para todas as seções. Embora não seja foco do trabalho, tal avaliação demonstra que as frequências são bastante elevadas frente à excitação de componentes usuais e as melhorias propostas garantiram aumento da frequência, o que é visto como estruturalmente desejável.

Tabela 21: Panorama de aprimoramento estrutural para ilustração do uso de critérios desbalanceados ao escoamento para projeto mecânico.

Seção Original	Desempenho estrutural	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ C.S. sup/inf (vM clássico):</li> <li>✓ C.S. sup/inf (vM parabólico):</li> <li>✓ Rigidez (N/mm):</li> <li>✓ Perda de rigidez:</li> <li>✓ Volume (mm<sup>3</sup>):</li> <li>✓ Ganho em massa:</li> <li>✓ Frequência natural (Hz):</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>1,00/1,00</li> <li>1,00/1,24</li> <li>41,52</li> <li>0% (ref.)</li> <li>1500</li> <li>0% (ref.)</li> <li>1894</li> </ul>
Trapezoidal # 1	Desempenho estrutural	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ C.S. sup/inf (vM clássico):</li> <li>✓ C.S. sup/inf (vM parabólico):</li> <li>✓ Rigidez (N/mm):</li> <li>✓ Perda de rigidez:</li> <li>✓ Volume (mm<sup>3</sup>):</li> <li>✓ Ganho em massa:</li> <li>✓ Frequência natural (Hz):</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>1,08/0,87</li> <li>1,08/1,08</li> <li>40,10</li> <li>-3,4%</li> <li>1500</li> <li>0%</li> <li>1861</li> </ul>
Trapezoidal # 2	Desempenho estrutural	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ C.S. sup/inf (vM clássico):</li> <li>✓ C.S. sup/inf (vM parabólico):</li> <li>✓ Rigidez (N/mm):</li> <li>✓ Perda de rigidez:</li> <li>✓ Volume (mm<sup>3</sup>):</li> <li>✓ Ganho em massa:</li> <li>✓ Frequência natural (Hz):</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>1,09/0,88</li> <li>1,09/1,09</li> <li>41,52</li> <li>0%</li> <li>1500</li> <li>0%</li> <li>1894</li> </ul>
Trapezoidal # 3	Desempenho estrutural	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ C.S. sup/inf (vM clássico):</li> <li>✓ C.S. sup/inf (vM parabólico):</li> <li>✓ Rigidez (N/mm):</li> <li>✓ Perda de rigidez:</li> <li>✓ Volume (mm<sup>3</sup>):</li> <li>✓ Ganho em massa:</li> <li>✓ Frequência natural (Hz):</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>1,00/0,81</li> <li>1,00/1,00</li> <li>41,52</li> <li>0%</li> <li>1250</li> <li>-16,7%</li> <li>2074</li> </ul>
Trapezoidal # 4 - dupla	Desempenho estrutural	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ C.S. sup/inf (vM clássico):</li> <li>✓ C.S. sup/inf (vM parabólico):</li> <li>✓ Rigidez (N/mm):</li> <li>✓ Perda de rigidez:</li> <li>✓ Volume (mm<sup>3</sup>):</li> <li>✓ Ganho em massa:</li> <li>✓ Frequência natural (Hz):</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>1,00/0,81</li> <li>1,00/1,00</li> <li>41,52</li> <li>0%</li> <li>903</li> <li>-39,8%</li> <li>2441</li> </ul>

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE OS EXPERIMENTOS E POTENCIAL DE APLICAÇÃO PRÁTICA

Os ensaios experimentais do trabalho foram executados sem problemas, com boa repetibilidade e os resultados obtidos comprovam a existência de propriedades desbalanceadas em alguns polímeros termoplásticos dúcteis utilizados em aplicações de engenharia.

Inicialmente, do ponto de vista de rigidez dos materiais (quantificada pelo módulo de elasticidade - E), foi observada relevante redução em compressão para todos os materiais ensaiados com exceção do PP. Esta redução de rigidez foi significativa, de 28 % no PA-66, 18 % no PA-6 e de 44 % no PEAD. Menções na literatura especificamente para tal fenômeno não foram encontradas, mas curvas tensão-deformação avaliadas de outros pesquisadores mostram em alguns casos redução e em outros aumento de E (por exemplo, vide figuras 45 e 46). Do ponto de vista fenomenológico, esta alteração está diretamente relacionada à maior ou menor facilidade de deformação das cadeias de ligação da região amorfa. É possível que a pronta tendência de alinhamento/estiramento das cadeias de ligação da região amorfa com o eixo de tração seja mais pronunciada que em compressão (onde as ligações se aproximam e sofrem emaranhamento, com alinhamento indireto por deformação transversal e cisalhante). Isto pode propiciar maior capacidade de carga e aumento da parcela de contribuição da distorção das ligações da região cristalina (figura 19(c)) no processo de deformação. Estudos futuros sobre o assunto são de interesse da área de projetos utilizando polímeros e por isto recomendados.

Em relação ao escoamento, dos materiais ensaiados, o PA-66 apresentou balanceamento de propriedades mecânicas ( $m \approx 1,00$ ), enquanto o PA-6, PP e PEAD apresentaram, respectivamente, maior resistência ao escoamento em compressão de 34 %, 39 % e 23 % se considerados dados de engenharia. Tais resultados estão ligeiramente superiores aos citados na literatura, a qual apresenta para dados de engenharia valores de até ~ 30 % de desbalanceamento. No entanto, não deve ser tida como a melhor prática a utilização de dados de engenharia, devido aos grandes níveis de deformação apresentados pelos polímeros ensaiados. É considerada mais realista a utilização de dados verdadeiros de tensão e deformação, mesmo que a hipótese de volume constante seja em alguns aspectos discutível para polímeros (embora universalmente adotada). Considerando dados verdadeiros, o PA-6, PP e PEAD apresentaram, respectivamente, maior resistência ao escoamento em compressão de 13 %, 23 % e 15 %. Além de mais realista, tal abordagem mostra-se a favor da segurança

em relação aos dados de engenharia e permanece indicando a existência de maior resistência em compressão.

A aplicação exploratória conduzida, embora propositadamente simples e com interesse exploratório, pôde ilustrar que a utilização conjunta de resultados experimentais de tração e compressão com a filosofia de projeto incluindo desbalanceamento apresentada pela figura 101 pode fornecer resultados bastante interessantes em termos de redução de massa com manutenção da segurança e níveis de rigidez. Foram alcançados, com alterações geométricas parametrizadas e algoritmos de otimização simples, reduções de massa de até ~ 40 %.

Entretanto, este cenário é ainda mais promissor se forem considerados dois fatos:

- i) uma revisita à figura 102 demonstra que a seção inferior em compressão do clipe se situa no lócus de falha em posição equivalente a  $180^\circ$  da abscissa do gráfico (pois  $\sigma_A = -\sigma_x$ ), a qual não é a posição de ganhos mais expressivos com o uso da metodologia. Outras razões de biaxialidade conseguidas com o conceito estrutural podem proporcionar ainda mais ganhos;
- ii) as alterações promovidas no clipe em estudo estiveram restritas à seção transversal do engastamento e somente foram utilizadas alterações geométricas linearmente parametrizadas (por meio de trapézios) e algoritmos de otimização simples. Na prática de projeto, a utilização de modelos numéricos com base no método dos elementos finitos acoplados a técnicas diversas de otimização já citadas permite alterações geométricas nas três dimensões com ganhos possivelmente superiores (HAFTKA; GURDAL, 1991).

A ilustração deste último argumento é feita pelas figuras 110 e 111. Mesmo o clipe simples estudado pode ainda ter a seção transversal com espessura variável no comprimento (figura 110(a)), ter tanto a espessura como a largura variando com o comprimento (figura 110(b)), ou ainda, aditivamente, ter a seção transversal otimizada topologicamente conduzindo a perfis curvilíneos como ilustra esquematicamente a figura 111 (aí, sob condições ótimas, todas as alturas da seção teriam C.S. unitário). Obviamente, validações experimentais com base nas novas propostas de projeto são mandatórias para que a

metodologia preconizada pelos critérios de escoamento desbalanceados seja devidamente validada na prática, mas existem positivos indícios para sua aplicabilidade.

Em suma, com base nos dados experimentais levantados e na breve aplicação exploratória conduzida, a existência de desbalanceamento de propriedades ao escoamento de polímeros termoplásticos é expressiva e aparenta permitir ganhos relevantes no projeto de componentes com regiões trabalhando sob tensões hidrostáticas compressivas. O aumento da base de resultados experimentais para propriedades mecânicas e o desenvolvimento de testes práticos pode ser de grande interesse dos usuários destes materiais e é recomendado.

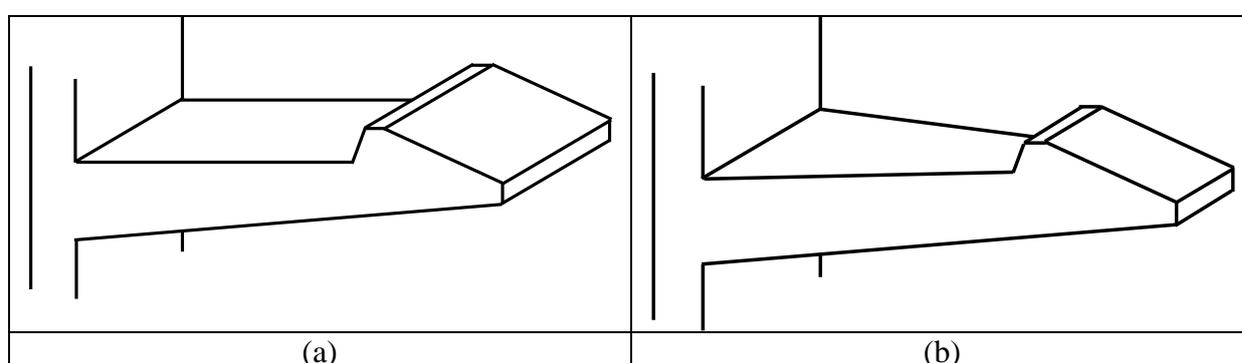


Figura 110: Alterações geométricas para variação do momento de inércia ao longo do comprimento de cliques poliméricos. (a) variação da espessura e (b) variação conjunta da espessura e largura como função do comprimento. Os aprimoramentos de seção transversal podem ser usados em conjunto com tais abordagens.

Fonte: Autor

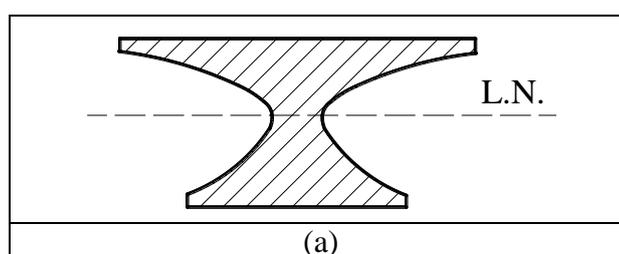


Figura 111: Ilustração de perfil I esquemático com seção transversal variando não-linearmente na altura. Tais perfis são usualmente obtidos por meio da utilização de algoritmos de otimização de forma ou topológica para seções em flexão (HAFTKA; GURDAL, 1991 ; VANDERPLAATZ, 1984).

## 7 CONCLUSÕES

Do presente trabalho pode se concluir que os critérios de escoamento modificados incorporando efeitos de tensão hidrostática (centralmente os modelos conicamente e parabolicamente modificados de Mises) indicam significativos desvios em relação ao lócus de falha original de Mises. Consequentemente, a utilização de tais critérios, ao mesmo tempo em que exige filosofias adaptadas de projeto, impacta fortemente nas previsões de falha de engenharia, com diferenças que chegam a 53% para  $m = 1,3$  e 300 % para  $m = 2,0$  considerando o critério conicamente modificado, mais sensível à  $\sigma_h$ .

Do ponto de vista experimental, conclui-se que o fenômeno de desbalanceamento de propriedades mecânicas em tração e compressão (incluindo rigidez e resistência ao escoamento) é fato para alguns polímeros de engenharia. Dentre os estudados, somente o PP não apresentou desbalanceamento do módulo de elasticidade e somente o PA-66 não apresentou desbalanceamento de propriedades mecânicas ao escoamento (com  $m \approx 1,00$ ).

Todos os ensaios correram sem contratempos e os desvios auferidos foram, no geral, baixos. Com relação à resistência mecânica ao escoamento, foco do estudo, os materiais PA-6, PP e PEAD apresentaram desbalanceamento médio significativo (respectivamente  $m_{LE-médio-v-PA-6} = 1,13$ ,  $m_{LE-médio-v-PP} = 1,23$  e  $m_{LE-médio-v-PEAD} = 1,15$ ), mesmo considerando dados verdadeiros, os quais já descontam as alterações geométricas do espécime e, por isso, são tidos como mais representativos do comportamento real do material. Este resultado indica que de fato a resistência mecânica ao escoamento é aprimorada com a elevação dos níveis de tensão hidrostática compressiva, abrindo caminho para algum proveito estrutural de tais propriedades.

Com relação à breve aplicação exploratória conduzida utilizando a filosofia de projeto incluindo desbalanceamento e aplicada a um clipe simples de PP, fica evidente que mesmo com alterações geométrica básicas foi possível auferir reduções de massa da ordem de até aproximadamente 40 % mantendo-se os níveis originais de coeficiente de segurança (C.S.) e rigidez (K) dos cliques poliméricos. Este cenário aponta para a possibilidade de redução de massa de componentes em geral, sem aparentes abalos ao desempenho estrutural. Ferramentas numéricas de cálculo estrutural e otimização podem, na prática de projeto, incorporar os critérios modificados de escoamento e desenvolver as iterações de otimização tirando proveito dos resultados experimentais de desbalanceamento.

Devido à escassez de resultados de desbalanceamento e principalmente da aplicação prática dos critérios modificados em projeto mecânico, a condução de testes práticos é considerada como chave para a confirmação das tendências identificadas e utilização das propriedades com sucesso.

## 8 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Em face aos resultados obtidos e das conclusões delineadas, emergem algumas sugestões de trabalhos futuros:

- a. Avaliação experimental de um maior repositório de polímeros de engenharia em tração e compressão para a geração de dados de resistência e desbalanceamento para aplicações práticas (são muito escassos os dados de compressão disponíveis na literatura ou com os principais fabricantes de polímeros mundiais).
- b. Avaliação experimental de polímeros que apresentem desbalanceamento para diferentes níveis de tensão hidrostática (pressão) e condições de biaxialidade ( $\sigma_A/\sigma_B$ ) para avaliar a aderência e adequação dos critérios modificados disponíveis na literatura.
- c. Condução de testes práticos da aplicação de materiais desbalanceados e da filosofia considerando critérios modificados no projeto de componentes ao escoamento, para validação das tendências identificadas.
- d. Incorporação dos modelos constitutivos desbalanceados e critérios modificados aos códigos comerciais de cálculo estrutural computacional e otimização visando a incorporação às práticas correntes de projeto.

## 9 CONGRESSOS E SEMINÁRIOS

Este trabalho fará parte de dois eventos científicos (um nacional e um internacional) para a exposição dos resultados, discussão metodológica e fomento à continuidade das pesquisas. Os trabalhos desenvolvidos são:

- DONATO, G. H. B.; BIANCHI, M. *Pressure dependent yield criteria applied for improving design practices and integrity assessments against yielding of engineering polymers*. 65º CONGRESSO ANUAL DA ABM, São Paulo, Brasil, 18 a 22 de Julho de 2011. Seção: Desenvolvimento, Adequação, e Aplicação de materiais Cerâmicos, Compósitos e Poliméricos.
- DONATO, G. H. B.; BIANCHI, M. *Numerical modeling of uneven thermoplastic polymers behaviour using experimental stress-strain data and pressure dependent von Mises yield criteria to improve design practices*. 11<sup>th</sup> INTERNATIONAL CONGRESS ON THE MECHANICAL BEHAVIOUR OF MATERIALS, Lago Como, Itália, 5 a 9 de Junho de 2011. Seção: New Perspectives in Numerical Modeling of Mechanical Behaviour of Materials.

## REFERÊNCIAS

ASM Metals Handbook – *Mechanical testing and evaluation*, 8ª edição, ASM International, Ohio, EUA, 2000.

ASTM Standard D638 - 08. *Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics*, ASTM International, Pennsylvania, EUA, 2008.

ASTM Standard D695 - 08. *Standard Test Method for Compressive Properties of Rigid Plastics*, ASTM International, Pennsylvania, EUA, 2008.

ASTM Standard E8M - 09. *Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials*, ASTM International, Pennsylvania, EUA, 2009.

BAYER CORPORATION, *Joining Techniques - A Design Guide*, Pittsburgh, EUA, 2001.

BEER, F. P., Johnston, E. R., DeWolf, J. T. *Resistência dos Materiais*, 4ª edição, McGraw-Hill, São Paulo, Brasil, 2006.

BONENBERGER, R. P. *The First Snap Fit Handbook*. Hanser Gardner Publications, 2ª edição, Ohio, EUA, 2005.

BONTEN C.; SHCACHTEMBERG E.; YAZICI N. M., *Designing injection molded parts with FEM*, Kunststoffe Plast Europe, Munich, Alemanha, 2000.

BOWER, D. I. *An Introduction to Polymer Physics*, Cambridge University Press, New York, EUA, 2002.

CALLISTER, W. D. *Materials Science and Engineering: an Introduction*, 7ª edição, John Wiley & Sons Inc., New York, EUA, 2007.

CES EDUPACK 2009 – Software para Seleção de Materiais. Granta Design, sítio institucional disponível em: <http://www.grantadesign.com/education/software.htm>, acesso em 2009

DEAN Q. L.; KEITH N. K. II; GARY. A. G. *An investigation of the compressive hook integral attachment feature for injection molded parts*. Journal of Injection Molding Technology, 1987.

DIETER, G. E. *Metalurgia Mecânica*, 4ª edição, Guanabara Dois, Rio de Janeiro, Brasil, 1981.

DIN EN ISO Standard 527-1. *Plastics -General principles for the determination of tensile properties*, DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin, Alemanha, 1994.

DIN EN ISO Standard 604. *Plastics - Determination of compressive properties*, DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin, Alemanha, 2002.

DONATO, G. H. B. *Comportamento Mecânico de Materiais*. Notas de aula do programa de mestrado em engenharia Mecânica. Centro Universitário da FEI, 2009.

DOWLING, E. D., *Mechanical Behavior of Materials - Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue*, 2ª edição, Prentice Hall, New Jersey, EUA, 1999.

EHRENSTEIN G. W.; ERHARD G. *Designing with plastic: a report on the state of the art*, Carl Hanser Verlag, Munich, Alemanha, 1994.

FÉODOSIEV, V. *Résistance des Matériaux*, Technique Soviétique, Moscou, 1977.

FERRY, J. D. *Viscoelastic Properties of Polymers*, John Wiley & Sons, New York, EUA, 1980.

GE PLASTICS, *Design Guide Handbook*, versão 05/1997, disponível em: [www.geplastic.com](http://www.geplastic.com), acesso em Dezembro de 2009.

HAFTKA, R. T.; GURDAL, Z. *Elements of Structural Optimization*, 3ª edição, Kluwer Academic Publishers, Holanda, 1991.

HENKY, H. *Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nachspannungen*, Zeitschrift angewandter Mathematik und Mechanik, 4, p. 323-334, 1924.

HIBBELER, R. C. *Resistência dos Materiais*. LTC, 7ª Edição, Rio de Janeiro, Brasil, 2010.

HOSFORD, W. *Mechanical Behavior of Materials*, 4ª edição, Cambridge University Press, New York, EUA, 2008.

HUBER, M. T. *Zur Theorie der Berührung fester elastischer Körper*. Annalen der Physik, 14/1, p. 153-163, 1904.

HU, L. W.; PAE, K. D. *Inclusion of the hydrostatic stress component in formulation of the yield condition*, Journal of the Franklin Institute, V. 275, Issue 6, Pages 491-502, 1963.

JERABEK, M.; STEINBERGER, R.; MAJOR, Z. *Characterization of the compression behaviour of engineering polymers*, Anais do 22º DANUBIA-ADRIA Symposium on Experimental Methods in Solid Mechanics, Parma, Itália, 2005.

KREVELEN, D. W. V. *Properties of Polymers*, 3ª edição, Elsevier, New York, EUA, 1990.

LEE, C. *BASF Snapfit Design Manual*, BASF Engineering Plastics, 2009.

LYON, R. E. *Physical Basis for a Pressure-Dependent Yield Criterion for Polymers*, U.S. Army Laboratory Command, Ballistic Research Laboratory, EUA, 1992.

LORENTZ, GILAPA R., *Avaliação de Conformabilidade de chapas de Aço Plano*, Conferência Nacional de Conformação de chapas, Porto Alegre, 1998.

MAGNABOSCO, R. *Comportamento Mecânico de Materiais*. Notas de aula do programa de mestrado em engenharia Mecânica. Centro Universitário da FEI, 2009.

MAXWELL, J. *Plastics in the automotive industry*, SAE, Woodhead Publishing, 1994.

MASCARENHAS, W. N. *Systematization of the obtainment process of the dimensional layout of injection molded plastic components*. M.Sc. Thesis - Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brazil, 2002.

MEARS D. R.; PAE, K. D.; SAUER, J. A. *Effects of Hydrostatic Pressure on the Mechanical Behavior of Polyethylene and Polypropylene*, Journal of Applied Physics, V. 40, p. 4229-4237, 1969.

MILLER, E. *Introduction to plastic and composites: mechanical properties and engineering applications*, New York, USA: Marcel Dekker Inc., 1996.

NAIM, J.; FARRIS, R. *Important Properties Divergencies*, Engineering Plastics, 2ª edição, ASM International, p. 655-628, 1988.

NIELSEN, L. W. *Mechanical Properties of Polymers and Composites*, Marcel Dekker, Inc. New York, 1974.

OSSWALD, T. *Polymer Processing Fundamentals*, Hansen/Gardner Publications Inc., p. 19-43, 1998.

PLÁSTICO MODERNO ONLINE. Sítio institucional disponível em <http://www.plastico.com.br/plastico.htm> . Acesso em 02 de Maio de 2009.

POPOV, E. G. *Introdução à Mecânica dos sólidos*. Editora Edgar Blumer Ltda, São Paulo, 1978.

RAGHAVA, R.; CADDELL, R. M. *The Macroscopic Yield Behavior of Polymers*, Department of Mechanical Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA, 1973.

RAO, N. S. *Designing formulas for plastic engineer*, Munich Germany, Carl Hanser Verlag, 1991.

ROESLER, J.; Harders, H.; Baeker, M. *Mechanical Behavior of Engineering Materials. Metals, Ceramics, Polymers and Composites*. 1ª edição, Springer, Nova Iorque, 2007.

SAUER J. A.; Mears, D. R.; PAE, K. D. *Effects of hydrostatic pressure on the mechanical behaviour of polytetrafluoroethylene and polycarbonate*, European Polymer Journal, V. 6, Issue 7, p. 1015-1022, 1970.

SCHAEFFER, L. *Conformação Mecânica*, Imprensa Livre, Porto Alegre, 1999.

SCHIEL, F. *Introdução à Resistência dos Materiais*. Harper & Row do Brasil, São Paulo, 1984.

SILANO, A.; BHATEJA, S. K.; PAE, K. D. *Effects of Hydrostatic Pressure on the Mechanical Behavior of Polymers: Polyurethane, Polyoxymethylene, and Branched Polyethylene*, International Journal of Polymeric Materials, V. 3, Issue 2, p. 117 - 131, 1979)

STERNSTEIN, S. S., ONGCHIN, L. *Yield criteria for plastic deformation of glassy high polymers in general stress fields*, Polymer Chem. Poly. Preper., American Chemical Society Division, V. 10, p. 1117-1124, 1969.

TIMOSKENKO. S. T.; GERE, J. M.. *Theory of elastic stability*, 2ª edição, McGraw-Hill, Nova Iorque, 1985.

VANDERPLAATZ, G. N. *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications*, McGraw-Hill, Nova Iorque, 1984.

von MISES, R. *Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand*. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse,

Göttingen, 4, p. 582-592, 1913.

WARD, I. M.; SWEENEY, J. *An Introduction to the Mechanical Properties of Solid Polymers*, 2nd ed. Nova Iorque, 2004.

WARD, I. M.; SWEENEY, J. *An Introduction to the Mechanical Properties of Solid Polymers*, Nova Iorque, 1972.