

CENTRO UNIVERSITÁRIO DA FUNDAÇÃO EDUCACIONAL INACIANA Pe. SABÓIA
DE MEDEIROS

RENATO GRANGEIRO BUZZOLETI

**INFLUÊNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DE COMPONENTES SOBRE PLACAS NO
PROJETO ESTRUTURAL DE EQUIPAMENTOS ELETRÔNICOS EMBARCADOS**

São Bernardo do Campo

2015

RENATO GRANGEIRO BUZZOLETI

**INFLUÊNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DE COMPONENTES SOBRE PLACAS NO
PROJETO ESTRUTURAL DE EQUIPAMENTOS ELETRÔNICOS EMBARCADOS**

Dissertação de mestrado, apresentada ao Centro Universitário da FEI, como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica, orientado pelo Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

São Bernardo do Campo

2015

Buzzoleti, Renato Grangeiro.

Influência da distribuição de componentes sobre placas no projeto estrutural de equipamentos eletrônicos embarcados / Renato Grangeiro

Buzzoleti. São Bernardo do Campo, 2015.

197 f. : il.

Dissertação - Centro Universitário da FEI.

Orientador: Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury.

1. Vibrações. 2. Elementos finitos. 3. Placa de circuito impresso.
I. Fleury, Agenor de Toledo, orient. II. Título.

CDU 534



Centro Universitário de FEI

APRESENTAÇÃO DE DISSERTAÇÃO ATA DA BANCA JULGADORA

PGM-10

Programa de Mestrado de Engenharia Mecânica

Aluno: Renato Grangeiro Buzzoleti

Matrícula: 212107-7

Título do Trabalho: Influência da distribuição de componentes sobre placas no projeto estrutural de equipamentos eletrônicos embarcados.

Área de Concentração: Sistemas da Mobilidade

ORIGINAL ASSINADA

Orientador: Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

Data da realização da defesa: 31/03/2015

A Banca Julgadora abaixo-assinada atribuiu ao aluno o seguinte:

APROVADO

REPROVADO

São Bernardo do Campo, 31 de Março de 2015.

MEMBROS DA BANCA JULGADORA

Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

Ass.: _____

Prof. Dr. Marko Ackermann

Ass.: _____

Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka

Ass.: _____

VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO

**ENDOSSO DO ORIENTADOR APÓS A INCLUSÃO DAS
RECOMENDAÇÕES DA BANCA EXAMINADORA**

Aprovação do Coordenador do Programa de Pós-graduação

Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

À Deus, à minha esposa,
familiares e amigos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus por tudo o que sou, por derramar incessantemente bênçãos sobre a minha vida e por ter sua permanente companhia.

Aos meus familiares em especial aos meus pais, Flávio e Nancy, pela educação e pelos valores de vida que me passaram, pela formação do meu caráter, apoio incondicional e conselhos que são verdadeiros tesouros para mim.

À minha esposa Tayra, pela paciência, apoio e dedicação imensurável ao longo de todos estes anos de convivência, por sempre me apoiar e enfrentar de forma nobre e de cabeça erguida as dificuldades que passamos.

À Omnisys Engenharia por disponibilizar o laboratório e recursos para a realização dos experimentos. A todos os colegas do departamento de engenharia mecânica por acreditarem no meu potencial e pela cumplicidade, apoio e incentivos passados.

*“Criar o que não existe
ainda deve ser a pretensão
de todo sujeito que esta vivo.”*

Paulo Freire

RESUMO

Todo equipamento eletrônico embarcado irá sofrer vibração em algum momento da vida. Se não for uma vibração ativa operacional, pelo menos durante o transporte alguma vibração irá ocorrer. Sendo a vibração a segunda grande fonte de falha em componentes eletrônicos (cerca de 20% segundo Steinberg, 2000), é de grande importância a sua compreensão para melhor proteger a eletrônica embarcada, principalmente, a que está submetida a severos níveis de vibração como em casos de aplicação em satélites. Normalmente, por diversas questões como acessibilidade, manuseio e manutenção, a eletrônica embarcada é composta basicamente de módulos (caixas ou invólucros) que acomodam as placas de circuito impresso nas quais são montados os componentes eletrônicos. As placas de circuito impresso são responsáveis por fornecer suporte mecânico aos componentes eletrônicos e prover a conectividade elétrica do circuito. Este trabalho tem o objetivo de estudar como a distribuição dos componentes sobre a placa afeta o seu comportamento dinâmico e, até que ponto, pode-se utilizar essa distribuição em benefício do projeto estrutural. Para isso, foi elaborado um modelo de elementos finitos onde foram obtidas as frequências naturais e os modos de vibrar da placa para 6 distribuições arbitrárias de massa. A fim de avaliar como a distribuição de massa é afetada em placas que tem maior massa adicionada, para cada distribuição de massa, a massa adicionada à placa foi aumentada em três etapas, 22,9% da massa da placa, 30,4% e 39,8%. O mesmo foi feito com a área dos suportes de fixação para avaliar como a sensibilidade da mudança da distribuição é afetada pela área de apoio. Na configuração inicial, a área dos suportes de fixação somava 5% da área da placa, posteriormente passou a ser 10% e 15%. Após a análise por elementos finitos foram realizados ensaios experimentais e os resultados dos mesmos foram comparados com os resultados da simulação e com outros resultados obtidos na bibliografia.

Palavras chaves: vibrações. Elementos finitos. Placa de circuito impresso.

ABSTRACT

Each on board electronic equipment shall be subject to vibration during its life. It is expected that equipment suffer some vibration at least during its transportation, if not during its operational life. As the vibration is the second biggest source for electronic equipment fails (around 20% according to Steinberg, 2000), it is quite important to understand how better protect the on board electronic, mainly if it is under high acceleration levels as in satellite applications. For different reasons as accessibility, handling and maintenance, the electronic on board usually consists basically of modules (box or casing) which receive the printed circuit board where the electronic components are mounted. The printed board circuits are responsible for supplying mechanical support to electronics equipment and, at the same time, assure an electrical connectivity of the circuit. The aim of this work is to study how the arrangement of the component in plate should affect its dynamic behavior and, how this distribution can be used for structural design safety. For doing this, a finite elements model is proposed and natural frequencies and their respective mode shapes are analyzed. Six different types of mass distribution have been considered. In order to evaluate mass influence on the plate dynamic behavior, for all the arrangement proposed distribution of the masses, the mass amount was increased in three steps. The same has been done with the area of the mounting support that 5%, 10% and 15% of the plate area. After the finite element analysis, experimental tests have been performed and their results were compared with simulation results and with other results found in bibliography.

Key words: vibration. Finite element. Printed circuit board.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Vista explodida - Exemplo de equipamento típico em aplicações espaciais	23
Figura 2 - Vista superior - Caixa e suportes de fixação da PCB	23
Figura 3 - Satélite Amazônia 1 do INPE com detalhe do posicionamento dos equipamentos.	24
Figura 4 – Modelo de dois graus de liberdade da caixa e PCB	25
Figura 5 - Efeito do acoplamento dinâmico entre caixa e PCB	25
Figura 6 - Falhas em equipamentos eletrônicos	26
Figura 7 - Sistema com 1 grau de liberdade	30
Figura 8 - Matriz T_j	39
Figura 9 - Cenário do teste	48
Figura 10 - Tipos de distribuição de massa analisados	49
Figura 11 - Incrementos de massa utilizados	50
Figura 12 - Incrementos de áreas de fixação utilizados.....	50
Figura 13 - Tipos de modelamento.....	53
Figura 14 - Típico elemento casca.....	56
Figura 15 - Típico elemento tetraédrico	57
Figura 16 - Vista isométrica da malha de elementos finitos.....	57
Figura 17 - Detalhe das Malhas da massa e do suporte.....	58
Figura 18 - Detalhe da montagem e malha do modelo 2.....	58
Figura 19 - Convergência da malha (Erro x Número de elementos).....	59
Figura 20 - Condição de contorno com áreas engastadas para o modelo 1	59
Figura 21 - Contato entre os suportes e a placa para o modelo 2	60
Figura 22 - Condição de contorno com elementos rígidos para o modelo 2.....	60
Figura 23 - Vista isométrica da região ocupada pela massa (configuração 1)	61
Figura 24 - Contato entre a massa e a placa	62
Figura 25 - Modelo da massa com a área ocupado pelo acelerômetro em destaque	62
Figura 26 – Modelo 1: Modos de vibrar da placa descarregada-variação da área de apoio.....	64
Figura 27 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa descarregada-variação da área de apoio	65
Figura 28 – Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 1-variações de apoio e massa.....	67
Figura 29 - Modelo-2: Modos de vibrar da placa config. 1- variações de apoio e massa.....	69
Figura 30 - Modelo 1: Configuração – 1 - Razão de frequência x Razão de massa.....	70
Figura 31 - Modelo 2: Configuração – 1 - Razão de frequência x Razão de massa.....	71
Figura 32 - Modelo-1: Configuração -1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	72

Figura 33 - Modelo-2: Configuração -1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	72
Figura 34 - Modelo 1: Configuração – 2 - Razão de frequência x Razão de massa.....	74
Figura 35 - Modelo 2: Configuração – 2 - Razão de frequência x Razão de massa.....	75
Figura 36 - Modelo-1: Configuração -2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	76
Figura 37 - Modelo-2: Configuração -2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	76
Figura 38 - Modelo 1: Configuração – 3 - Razão de frequência x Razão de massa.....	78
Figura 39 - Modelo 2: Configuração – 3 - Razão de frequência x Razão de massa.....	79
Figura 40 - Modelo-1: Configuração -3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	80
Figura 41 - Modelo-2: Configuração -3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	80
Figura 42 - Modelo 1: Configuração – 4 - Razão de frequência x Razão de massa.....	82
Figura 43 - Modelo 2: Configuração – 4 - Razão de frequência x Razão de massa.....	83
Figura 44 - Modelo-1: Configuração -4 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	84
Figura 45 - Modelo-2: Configuração -4 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	84
Figura 46 - Modelo 1: Configuração – 5 - Razão de frequência x Razão de massa.....	86
Figura 47 - Modelo 2: Configuração – 5 - Razão de frequência x Razão de massa.....	87
Figura 48 - Modelo-1: Configuração -5 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	88
Figura 49 - Modelo-2: Configuração -5 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	88
Figura 50 - Modelo 1: Configuração – 6 - Razão de frequência x Razão de massa.....	90
Figura 51 - Modelo 2: Configuração – 6 - Razão de frequência x Razão de massa.....	91
Figura 52 - Modelo-1: Configuração -6 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	92
Figura 53 - Modelo-2: Configuração -6 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	92
Figura 54 - Modelo 1: Suporte – 1 - Razão de frequência x Razão de massa.....	93
Figura 55 - Modelo 2: Suporte – 1 - Razão de frequência x Razão de massa.....	94
Figura 56 - Modelo 1: Suporte – 2 - Razão de frequência x Razão de massa.....	94
Figura 57 - Modelo 2: Suporte – 2 - Razão de frequência x Razão de massa.....	95
Figura 58 - Modelo 1: Suporte – 3 - Razão de frequência x Razão de massa.....	95
Figura 59 - Modelo 2: Suporte – 3 - Razão de frequência x Razão de massa.....	96
Figura 60 - Modelo 1: Suportes –1,2 e 3 - Razão de frequência x Razão de massa.....	97
Figura 61 - Modelo 2: Suportes –1,2 e 3 - Razão de frequência x Razão de massa.....	97
Figura 62 - Modelo 1: Massa - 1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área.....	98
Figura 63 - Modelo 2: Massa - 1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área.....	99
Figura 64 - Modelo 1: Massa - 2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área.....	99
Figura 65 - Modelo 2: Massa - 2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área.....	100
Figura 66 - Modelo 1: Massa - 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área.....	100

Figura 67 - Modelo 2: Massa - 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área.....	101
Figura 68 - Modelo 1: Massas -1,2 e 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área.....	102
Figura 69 - Modelo 2: Massas -1,2 e 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área.....	102
Figura 70 - Conjuntos de testes	103
Figura 71 – Cabeça expansora + placa adaptadora	104
Figura 72 - Detalhe da montagem	105
Figura 73 – Montagem do teste	105
Figura 74 - Detalhe da Montagem das massas e acelerômetros	106
Figura 75 - Vibração harmônica – Assinatura.....	107
Figura 76 - Ensaio placa adaptadora	108
Figura 77 - Ensaio placa adaptadora	109
Figura 78 - Instrumentação configuração – 0.....	110
Figura 79 - D0-S1-M0	110
Figura 80 - D0-S2-M0	111
Figura 81 - D0-S3-M0	111
Figura 82 - Instrumentação configuração – 1	113
Figura 83 - D1-S1-M1	113
Figura 84 - D1-S1-M2	114
Figura 85 - D1-S1-M3	114
Figura 86 - D1-S2-M1	115
Figura 87 - D1-S2-M2	115
Figura 88 – D1-S2-M3	116
Figura 89 - D1-S3-M1	116
Figura 90 - D1-S3-M2	117
Figura 91 - D1-S3-M3	117
Figura 92 - Configuração – 1 - Razão de frequência x Razão de massa	118
Figura 93 - Configuração -1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	119
Figura 94 - Instrumentação configuração – 2.....	120
Figura 95 - Configuração – 2 - Razão de frequência x Razão de massa	121
Figura 96 - Configuração -2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área.....	121
Figura 97 - Instrumentação configuração – 3.....	122
Figura 98 - Configuração – 3 - Razão de frequência x Razão de massa	123
Figura 99 - Configuração -3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área.....	124
Figura 100 - Instrumentação configuração – 4.....	125

Figura 101 - Configuração – 4 - Razão de frequência x Razão de massa	126
Figura 102 - Configuração -4 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	126
Figura 103 - Instrumentação configuração – 5	127
Figura 104 - Configuração – 5 - Razão de frequência x Razão de massa	128
Figura 105 - Configuração -5 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	129
Figura 106 - Instrumentação configuração – 6	130
Figura 107 - Configuração – 6 - Razão de frequência x Razão de massa	131
Figura 108 - Configuração -6 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	131
Figura 109 - Suporte – 1 - Razão de frequência x Razão de massa	132
Figura 110 - Suporte – 2 - Razão de frequência x Razão de massa	133
Figura 111 - Suporte – 3 - Razão de frequência x Razão de massa	133
Figura 112 - Suportes –1,2 e 3 - Razão de frequência x Razão de massa	134
Figura 113 - Massa - 1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	135
Figura 114 - Massa - 2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	135
Figura 115 - Massa - 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	136
Figura 116 - Massas -1,2 e 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área	136
Figura 117 - Modelos: Configuração - 1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área....	137
Figura 118 - Modelos: Configuração - 2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área....	138
Figura 119 - Modelos: Configuração - 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área....	138
Figura 120 - Modelos: Configuração - 4 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área....	139
Figura 121 - Modelos: Configuração - 5 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área....	139
Figura 122 - Modelos: Configuração - 6 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área....	140
Figura 123 - Modelos: Configuração - 1 - Razão de frequência x Razão de massa.....	141
Figura 124 - Modelos: Configuração - 2 - Razão de frequência x Razão de massa.....	141
Figura 125 - Modelos: Configuração - 3 - Razão de frequência x Razão de massa.....	142
Figura 126 - Modelos: Configuração - 4 - Razão de frequência x Razão de massa.....	142
Figura 127 - Modelos: Configuração - 5 - Razão de frequência x Razão de massa.....	143
Figura 128 - Modelos: Configuração - 6 - Razão de frequência x Razão de massa.....	143
Figura 129 – Síntese das comparações entre triplicar a área de apoio e mudar a distribuição	145
Figura 130 - Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 2-variações de apoio e massa	154
Figura 131 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa config. 2-variações de apoio e massa	155
Figura 132 - Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 3-variações de apoio e massa	156
Figura 133 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa config. 3-variações de apoio e massa	157

Figura 134 - Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 4-variações de apoio e massa	158
Figura 135 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa config. 4-variações de apoio e massa	159
Figura 136 - Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 5-variações de apoio e massa	160
Figura 137 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa config. 5-variações de apoio e massa	161
Figura 138 - Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 6-variações de apoio e massa	162
Figura 139 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa config. 6-variações de apoio e massa	163
Figura 140 - Desenho de detalhe da configuração 1 suporte 1.....	165
Figura 141 - Desenho de detalhe da configuração 2 suporte 1.....	165
Figura 142 - Desenho de detalhe da configuração 3 suporte 1.....	166
Figura 143 - Desenho de detalhe da configuração 4 suporte 1.....	166
Figura 144 - Desenho de detalhe da configuração 5 suporte 1.....	167
Figura 145 - Desenho de detalhe da configuração 6 suporte 1.....	167
Figura 146 - D2-S1-M1	169
Figura 147 - D2-S1-M2	169
Figura 148 - D2-S1-M3	170
Figura 149 - D2-S2-M1	170
Figura 150 - D2-S2-M2	171
Figura 151 - D2-S2-M3	171
Figura 152 - D2-S3-M1	172
Figura 153 - D2-S3-M2	172
Figura 154 - D2-S3-M3	173
Figura 155 - D3-S1-M1	173
Figura 156 - D3-S1-M2	174
Figura 157 - D3-S1-M3	174
Figura 158 - D3-S2-M1	175
Figura 159 - D3-S2-M2	175
Figura 160 - D3-S2-M3	176
Figura 161 - D3-S3-M1	176
Figura 162 - D3-S3-M2	177
Figura 163 - D3-S3-M3	177
Figura 164 - D4-S1-M1	178
Figura 165 - D4-S1-M2	178
Figura 166 - D4-S1-M3	179
Figura 167 - D4-S2-M1	179

Figura 168 - D4-S2-M2	180
Figura 169 - D4-S2-M3	180
Figura 170 - D4-S3-M1	181
Figura 171 - D4-S3-M2	181
Figura 172 - D4-S3-M3	182
Figura 173 – D5-S1-M1	182
Figura 174 – D5-S1-M2	183
Figura 175 – D5-S1-M3	183
Figura 176 – D5-S2-M1	184
Figura 177 – D5-S2-M2	184
Figura 178 – D5-S2-M3	185
Figura 179 – D5-S3-M1	185
Figura 180 – D5-S3-M2	186
Figura 181 – D5-S3-M3	186
Figura 182 – D6-S1-M1	187
Figura 183 – D6-S1-M2	187
Figura 184 – D6-S1-M3	188
Figura 185 – D6-S2-M1	188
Figura 186 – D6-S2-M2	189
Figura 187 – D6-S2-M3	189
Figura 188 – D6-S3-M1	190
Figura 189 – D6-S3-M2	190
Figura 190 – D6-S3-M3	191
Figura 191 – Especificação do Componente	193
Figura 192 – Especificações do acelerômetro Endevco 256	195
Figura 193 - Especificações do acelerômetro Endevco 25B	196
Figura 194 – Especificações do acelerômetro ETS-14100.....	197

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados por configuração.....	51
Tabela 2 – Propriedade do Material	55
Tabela 3 – Modelo 1: Variação da frequência natural da placa descarregada	64
Tabela 4 – Modelo 2: Variação da frequência natural da placa descarregada	65
Tabela 5 – Diferença entre os modelos	66
Tabela 6 – Modelo 1: Variação da frequência natural da placa-Configuração 1	66
Tabela 7 – Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 1	68
Tabela 8 - Modelo-1: Variação da frequência natural da placa – Configuração 2.....	73
Tabela 9 - Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 2.....	73
Tabela 10 - Modelo-1: Variação da frequência natural da placa – Configuração 3.....	77
Tabela 11 - Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 3.....	77
Tabela 12 - Modelo-1: Variação da frequência natural da placa – Configuração 4.....	81
Tabela 13 - Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 4.....	81
Tabela 14 - Modelo-1: Variação da frequência natural da placa – Configuração 5.....	85
Tabela 15 - Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 5.....	85
Tabela 16 - Modelo-1: Variação da frequência natural da placa – Configuração 6.....	89
Tabela 17 - Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 6.....	89
Tabela 18 – Medidas das peças e conjuntos fabricados	104
Tabela 19 – Especificação do ensaio de assinatura	106
Tabela 20 - Variação da frequência natural da placa “descarregada”	112
Tabela 21 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 1	118
Tabela 22 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 2	120
Tabela 23 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 3	123
Tabela 24 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 4	125
Tabela 25 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 5	128
Tabela 26 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 6	130
Tabela 27 - Variação da frequência natural da placa com a variação da área de apoio	144
Tabela 28 - Variação da frequência natural da placa com a variação da distribuição.....	145

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAE	Computer aided engineering (Engenharia assistida por computador)
FEM	Finite element method (Método dos elementos finitos)
MAC	Modal assurance criterion (Critério de garantia modal)
PCB	Printed board circuit (Placa de circuito impresso)
SMD	Surface mounting device (Componentes de montagem em superfície)
SMT	Surface mounting technology (Tecnologia de montagem superficial)
INPE	Instituto nacional de pesquisas espaciais
PMM	Plataforma multi missão
MIL-STD	Military standard
IEC	International electrotechnical commission
IPC	Association connecting electronics industries

LISTA DE SÍMBOLOS

C	Constante
E	Módulo de elasticidade
$R(\{z\})$	Quociente de Rayleigh
N	Função de forma do elemento
Q_2	Transmissibilidade da PCB acoplada
T	Energia cinética
U	Energia de deformação
V	Energia potencial
c	Coefficiente de amortecimento viscoso
e	Elemento da base do espaço vetorial em questão
$f(t)$	Força externa em função do tempo
k	Rigidez
m	Massa
n	Número de graus de liberdade
q	Transmissibilidade individual – sem acoplamento
s	Constante
t	Tempo
t_e	Espessura do elemento e
u	Deslocamento na direção u
v	Deslocamento na direção v
$z(t)$	Posição na direção z em função do tempo
$\dot{z}(t)$	Velocidade na direção z em função do tempo
$\ddot{z}(t)$	Aceleração na direção z em função do tempo
$\{d_e\}$	Vetor dos deslocamentos generalizado dos nós
$\{r\}$	Vetor resíduo
$\{g\}$	Vetor dos deslocamentos
$\{Z\}$	Vetor modal
$[A]$	Matriz de flexibilidade
$[I]$	Matriz identidade dos autovalores

$[J]$	Matriz Jacobiana
$[Q]$	Matriz de transformação
$[P]$	Matriz a ser reduzida
$[T]$	Matriz tridiagonal
$[k]$	Matriz de rigidez
$[\dot{k}]$	Matriz de rigidez modal
$[m]$	Matriz de massa
$[\dot{m}]$	Matriz de massa modal
$\{q_i\}$	Vetor de Lanczos
α	Elemento da diagonal da matriz tridiagonal
β	Elemento da sub diagonal da matriz tridiagonal
η	Eixo do sistema de coordenada do elemento
ν	Coefficiente de Poisson
ξ	Eixo do sistema de coordenada do elemento
ρ	Densidade
τ	Tensão de cisalhamento
ω_n	Frequência natural
$[\Theta]$	Matriz modal normalizada
$[\Phi]$	Matriz modal
$\{\varepsilon\}$	Vetor de deformação
$[\dot{\lambda}]$	Matriz dos autovalores
$\{\sigma\}$	Vetor de tensão

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Módulos eletrônicos de equipamentos espaciais	22
1.2	Regra da Oitava	24
1.3	Motivação para o Trabalho	26
1.4	Objetivo	27
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	28
2.1	O estudo das vibrações	28
2.2	Classificação das vibrações	28
2.3	Vibração livre de sistemas não amortecidos com 1 grau de liberdade	29
2.4	Vibração livre de sistemas não amortecidos com múltiplos graus de liberdade	32
2.4.1	Método clássico	32
2.4.2	Método da energia	35
2.5	Frequências naturais e modos de vibrar	35
2.6	Determinação de frequências naturais e formas modais	36
2.6.1	Quociente de Rayleigh	37
2.6.2	Método de Lanczos	38
2.7	Método de elementos finitos para análise modal	39
2.8	Considerações sobre o método de Rayleigh-Ritz	39
3	ESTUDOS RECENTES	41
4	METODOLOGIA	47
4.1	Cenário do teste	47
4.2	Distribuição de massa na placa	48
4.3	Aumento da massa adicionada	49
4.4	Aumento na área dos suportes de fixação da placa	50
4.5	Resumo	51
5	SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS	52
5.1	Etapas do modelo de elementos finitos	53
5.1.1	Modelamento	54
5.2	Modelo	55
5.2.1	Material	55
5.2.2	Malha	56
5.2.3	Condição de contorno	59

5.2.4	Efeito dos componentes	61
5.2.5	Análise	62
6	RESULTADOS E ANÁLISE DA SIMULAÇÃO	63
6.1	Configuração 0 (Placa descarregada)	63
6.2	Configuração 1	66
6.3	Configuração 2	73
6.4	Configuração 3	77
6.5	Configuração 4	81
6.6	Configuração 5	85
6.7	Configuração 6	89
6.8	Comparações entre configurações	93
6.8.1	Área de apoio	93
6.8.2	Massa adicionada	98
7	ENSAIO EXPERIMENTAL	103
7.1	Objetivo do Ensaio	103
7.2	Cenário do Ensaio	103
7.3	Parâmetros do Ensaio	106
7.4	Instrumentação	107
8	RESULTADOS E ANÁLISE DO ENSAIO EXPERIMENTAL	108
8.1	Placa adaptadora	108
8.2	Configuração 0 (Placa descarregada)	109
8.3	Configuração 1	112
8.4	Configuração 2	119
8.5	Configuração 3	122
8.6	Configuração 4	124
8.7	Configuração 5	127
8.8	Configuração 6	129
8.9	Comparação entre configurações	132
8.9.1	Área de apoio	132
8.9.2	Massa adicionada	134
9	COMPARAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	137
9.1	Comparação dos modelos	137
9.1.1	Massa adicionada	137
9.1.2	Área de apoio	141

9.2 Análise dos resultados	144
10 CONCLUSÃO	146
REFERÊNCIAS	148
APÊNDICE A - Modos de vibar	152
APÊNDICE B - Desenhos	164
APÊNDICE C - Resposta dos acelerômetros	168
ANEXO A - Folheto de especificação técnica do componente.....	192
ANEXO B - Folheto de especificação técnica dos acelerômetros	194

1 INTRODUÇÃO

Equipamentos embarcados em satélites são submetidos a elevados carregamentos dinâmicos desde o momento do lançamento do foguete até a abertura do painel solar e entrada em órbita. A fim de garantir a sobrevivência dessas naves, principalmente dos seus equipamentos eletrônicos, são realizados ensaios de qualificação e voo que simulam (com razoável margem de segurança) as cargas às quais o equipamento será submetido.

Os componentes eletrônicos utilizados nos equipamentos espaciais devem ser qualificados para essa aplicação e, portanto, são submetidos a normas como a MIL-STD-883 (*military standard*), MIL-STD-202 e MIL-STD-750 IEC (*International electrotechnical commission*) e IPC (*Association connecting electronics industries*) dentre outras.

Apesar desses componentes qualificados serem garantidos por tais normas, isso não é suficiente, pois, dependendo do tipo de lançador (foguete responsável em colocar o satélite em órbita), posicionamento do equipamento no satélite, tempo do carregamento e ainda localização do componente no equipamento, os níveis de aceleração que chegam ao componente podem ser amplificados e, conseqüentemente podem ser muito maiores do que os que ele suportaria. Portanto, cabe ao engenheiro calcular quais cargas estão atuando nos componentes e compará-las com a especificação dos mesmos a fim de determinar se este componente sobreviverá e com que margem de segurança ele o fará.

Grande parte dos equipamentos eletrônicos embarcados em satélite são caixas, normalmente feitas em alumínio que irão encapsular as placas de circuito impresso (PCB). Essas caixas têm massa, volume e fixação previamente definidos pelo órgão responsável pelo sistema, restando para quem irá projetar o encapsulamento somente a possibilidade de trabalhar internamente, ou seja, na fixação da PCB na caixa. Essa fixação deve levar em conta as restrições de espaço impostas pelo layout elétrico que na maioria das vezes é feito de forma independente por outro departamento, levando em consideração apenas aspectos elétricos e, muitas vezes, ignorando as necessidades estruturais e térmicas.

É preciso haver uma maior integração entre as áreas que projetam esse tipo de equipamento de forma a encontrar um compromisso entre o *layout* elétrico e as demandas estruturais e térmicas. É nesse contexto que surge esse estudo.

Este trabalho tem a intenção de estudar dois aspectos fundamentais no projeto de encapsulamento de circuitos eletrônicos. Primeiramente, pretende-se entender como a

distribuição e massa dos componentes eletrônicos montados na PCB afetam seu comportamento dinâmico, e também como a área dos suportes de fixação desta PCB modifica sua dinâmica. Portanto, pretende-se com esse estudo gerar ferramentas para, não só orientar o *layout* elétrico do circuito, mas também o projeto estrutural do equipamento. Em outras palavras, como o *layout* elétrico (distribuição dos componentes) pode contribuir em prol da estrutura, aumentando ou diminuindo sua rigidez.

Para isso, foram criados modelos de elementos finitos de placas com diferentes distribuições e valores de massa adicionada e diferentes áreas de fixação. Através do modelo foram obtidos os modos e frequências naturais. Em seguida, foram realizados ensaios experimentais que foram comparados com os obtidos numericamente.

1.1 Módulos eletrônicos de equipamentos espaciais

Por uma questão de acessibilidade, facilidade na manutenção e montagem, as placas de circuito impresso (PCB) são normalmente montadas com parafusos em caixas ou frames usinados feitos de alumínio (Figura 1 e Figura 2). O equipamento pode ter uma, duas ou mais caixas empilhadas em cima ou do lado uma da outra.

Esses equipamentos são aparafusados nos painéis de fixação dos compartimentos internos do satélite (Figura 3), onde são ligados eletricamente através de cabos e/ou guias de onda.

O satélite, uma vez integrado e testado, é colocado no foguete lançador que, por sua vez, irá colocá-lo em órbita. Durante o lançamento, no entanto, o motor do foguete gera uma enorme fonte de vibração que percorre toda estrutura do foguete e do satélite chegando até os equipamentos e conseqüentemente às PCBs e aos seus componentes.

Diversos ensaios são feitos para se obter as excitações dinâmicas provocadas pelo foguete lançador. É acrescentada margem de segurança apropriada sob as curvas obtidas e, finalmente é feito um envelope que é considerado a curva característica do lançador. Basicamente desta curva e de outras considerações é elaborada a especificação dos testes de qualificação que cada equipamento individualmente deve atender. O equipamento de testes, shaker (vibrador), é utilizado para simular as condições que o equipamento enfrentará no seu lançamento.

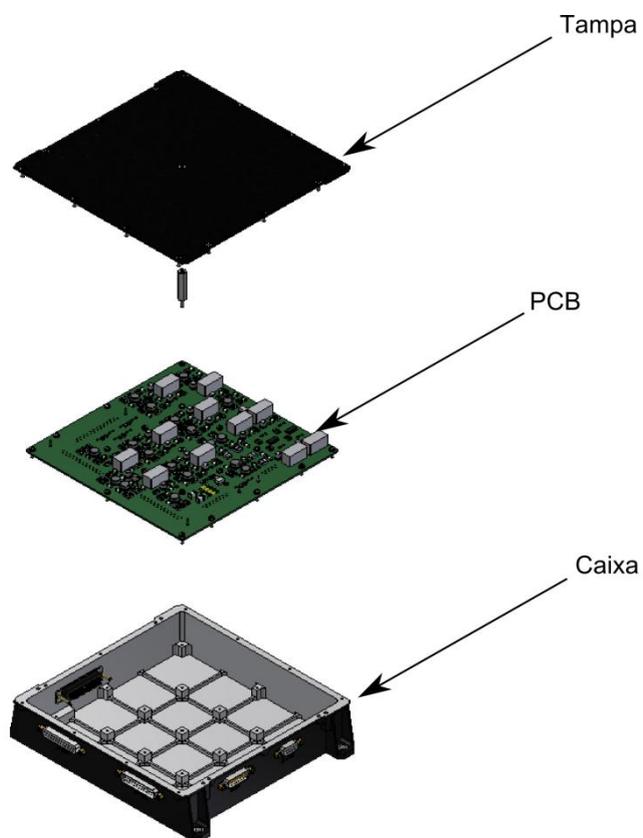


Figura 1 - Vista explodida - Exemplo de equipamento típico em aplicações espaciais
Fonte: Autor

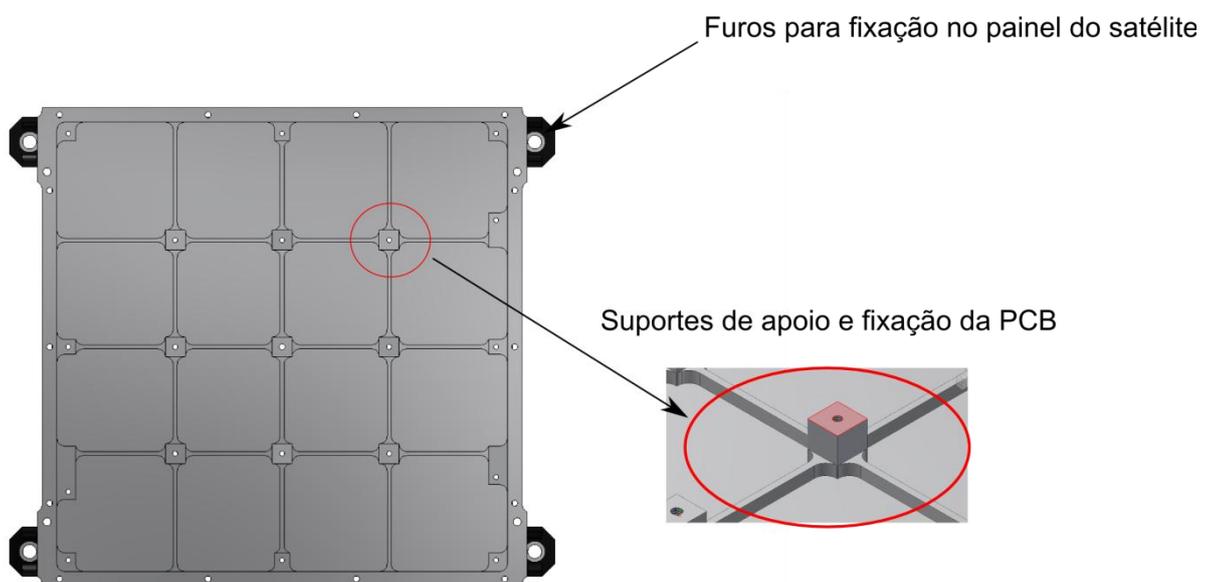


Figura 2 - Vista superior - Caixa e suportes de fixação da PCB
Fonte: Autor



Figura 3 - Satélite Amazônia 1 do INPE com detalhe do posicionamento dos equipamentos
 Fonte: Autor “adaptado de” INPE, 2011, p.33

1.2 Regra da Oitava

Falhas ocasionadas devido à vibração em equipamentos eletrônicos podem ser evitadas conhecendo como a energia é transferida da caixa para a PCB. Caso a frequência natural da PCB esteja próxima da frequência natural da caixa, ocorrerá um acoplamento e a transmissibilidade será multiplicada. Isso irá provocar valores altíssimos de aceleração sobre a PCB levando-a rapidamente à falha. Por isso, as frequências naturais da caixa e da PCB devem ser separadas. O valor adequado para essa separação é de uma oitava (dobro). Significa que a razão de frequência entre a caixa e a PCB deve ser maior que dois. O motivo da escolha desse valor (uma oitava) pode ser entendido através do gráfico do modelo de dois graus de liberdade (Figura 4), cujos resultados são apresentados na Figura 5. Nessa figura, q_1 e q_2 são as transmissibilidades individuais da caixa e da PCB, f_1 e f_2 são as frequências naturais da caixa e da PCB e Q_2 é a transmissibilidade acoplada da PCB, ou seja, quando montada na caixa. Nota-se que as maiores amplitudes da transmissibilidade estão no intervalo limitado pela metade e o dobro da razão de frequência entra a placa e a caixa. (STEINBERG, 2000)

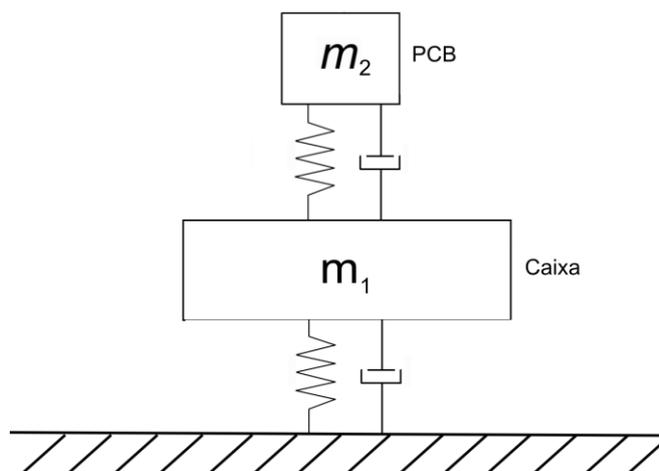


Figura 4 – Modelo de dois graus de liberdade da caixa e PCB
 Fonte: Autor “adaptado de” Steinberg, 2000, p.151.

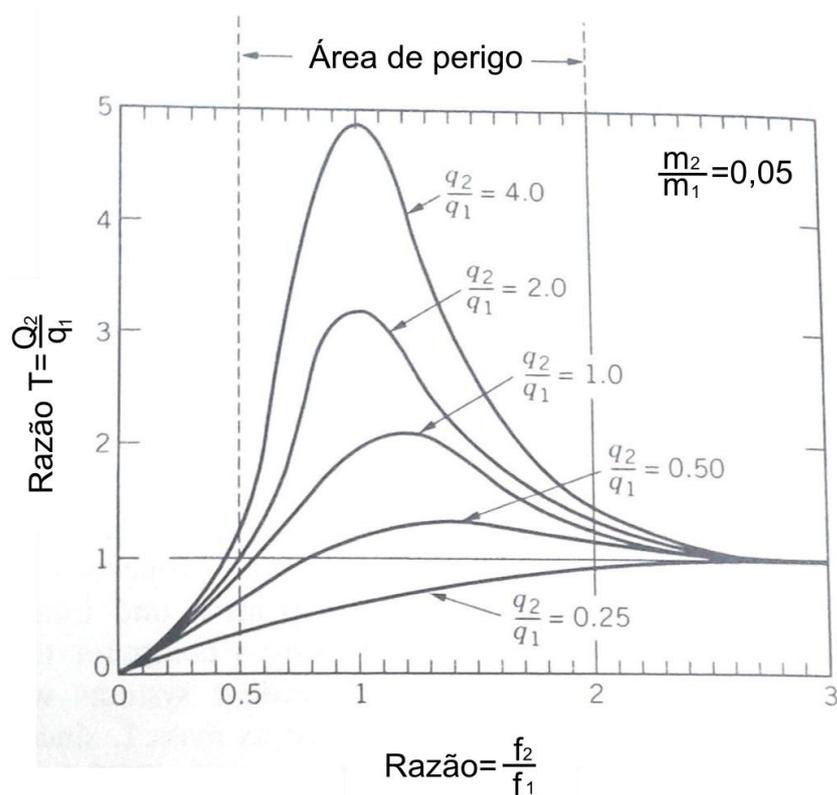


Figura 5 - Efeito do acoplamento dinâmico entre caixa e PCB
 Fonte: Steinberg, 2000, p.151.

1.3 Motivação para o Trabalho

As restrições inerentes ao projeto de encapsulamento de equipamentos eletrônico para uso espacial são enormes. Os materiais, geometrias e massa são muito limitados e o ambiente de operação muito agressivo. Desta forma, qualquer recurso que forneça mais flexibilidade ao projeto é bem vindo.

Normalmente, o layout elétrico de placas de circuito impresso é feito levando em consideração apenas as necessidades eletrônicas. Há pouca ou nenhuma interação com o projeto estrutural e térmico, e não é raro a PCB chegar pronta para que a equipe mecânica simplesmente faça o projeto para encapsulá-la; porém, é nesse momento que muitos problemas estruturais e térmicos surgem gerando enormes desperdícios de tempo e dinheiro.

Como o posicionamento dos componentes na PCB e a fixação da PCB na caixa podem fazer com que os níveis de vibração sejam consideravelmente amplificados, e sabendo que as falhas decorrentes das vibrações mecânicas em componentes eletrônicos correspondem a 20% do total (STEINBERG, 2000), como mostra a Figura 6, é de suma importância desenvolver técnicas que orientem, do ponto de vista estrutural, a distribuição dos componentes eletrônicos na PCB e, se possível, fazer uso dessa distribuição como um recurso para o projeto de encapsulamento.

Portanto, o layout elétrico e o projeto mecânico da PCB devem ser feitos juntos, obtendo-se um compromisso entre as necessidades e restrições de cada área.

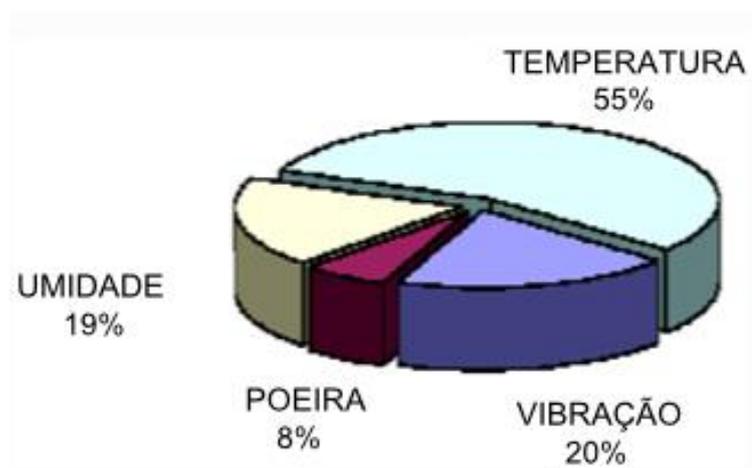


Figura 6 - Falhas em equipamentos eletrônicos
Fonte: Sakri et al., 2009, p.1.

1.4 Objetivo

O objetivo deste trabalho é gerar ferramentas que permitam verificar como a distribuição de massa sobre a placa pode ser utilizada como um recurso de projeto à medida que essa distribuição irá modificar a rigidez da placa e conseqüentemente o seu comportamento dinâmico (modos e frequências naturais). A massa adicionada à placa e a área dos suportes são utilizados como parâmetros para análise de sensibilidade da distribuição. Com isso, é possível verificar o impacto da distribuição para diferentes carregamentos e condições de apoio. A intenção é que, modificando o posicionamento de determinados componentes críticos, *i.e* de maior massa, seja possível aumentar ou diminuir a frequência natural da placa para auxiliar o atendimento da regra da oitava e, conseqüentemente, obter um equipamento com maior vida útil e menor risco de falha quando submetido a vibrações mecânicas. É importante ressaltar que neste estudo não foram consideradas as restrições elétricas do circuito.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A seguir é apresentada uma revisão teórica dos temas envolvidos nesse trabalho.

2.1 O estudo das vibrações

Vibração é o termo que descreve a oscilação de um sistema mecânico. Esta oscilação ocorre em relação a uma posição de referência, normalmente a posição de equilíbrio. É definida em termos de frequência e amplitude (HARRIS, 2002).

Um sistema vibratório inclui um meio de armazenar energia potencial (mola ou elasticidade dos materiais), um meio de armazenar energia cinética (massa ou inércia) e um meio pelo qual a energia é dissipada (amortecedor ou atrito) (RAO, 2008).

O início da vibração se dá a partir de um deslocamento do elemento de inércia de sua posição de equilíbrio através de energia transmitida ao sistema. Deste momento em diante ocorre uma transferência contínua entre a energia cinética e potencial. Na ausência de forças não conservativas essa transferência é permanente. Na presença de amortecimento, uma parte desta energia é perdida (atrito) a cada ciclo e o sistema tende a voltar para seu estado de equilíbrio caso essa energia não seja repostada (KELLY, 2000).

A dinâmica estrutural estuda o comportamento estrutural de um corpo submetido a forças que variam no tempo e, toda estrutura dotada de massa e elasticidade, terá um comportamento dinâmico quando sujeita a tais cargas (SILVA, 2005).

Veículos lançadores, mísseis, paraquedas, aviões e automóveis são alguns exemplos de estruturas onde, as cargas dinâmicas definem o sucesso ou o insucesso do projeto.

2.2 Classificação das vibrações

Sistemas com um número finito de graus de liberdade são chamados de sistemas discretos. As vibrações com um grau de liberdade são governados por uma equação diferencial ordinária onde o tempo é a variável independente e a coordenada generalizada é a variável dependente.

Sistemas com múltiplos graus de liberdade são governadas por n equações diferenciais, onde n é o número de graus de liberdade do sistema. As variáveis dependentes do

sistema são as coordenadas generalizadas enquanto que o tempo é a variável independente. Estas equações diferenciais, normalmente, são acopladas.

Um sistema que tenha infinitos graus de liberdade é chamado de sistema contínuo ou de sistema com parâmetros distribuídos. As vibrações de sistemas contínuos são governadas por equações diferenciais parciais.

Na realidade, todos os sistemas são contínuos, o que ocorre é que devido à complexidade de solução destas equações diferenciais, parciais, normalmente são realizadas discretizações no sistema com objetivo de aproximá-lo ao real contínuo.

Um sistema está sob vibração livre quando as vibrações ocorrem sem a presença de forças externas e, caso não haja dissipação desta energia, a vibração se manterá por si só e será periódica.

Vibrações que ocorrem na presença de forças externas são chamadas de forçadas. Se a força de excitação é conhecida em qualquer instante, a vibração é denominada determinística. Nos casos em que o valor da excitação em um dado instante não pode ser previsto, a vibração é chamada de aleatória e requer tratamento estatístico.

O sistema é linear se as equações que o governam também o são, caso contrário é chamado de não linear. Se a força de excitação é conhecida no tempo é chamada de determinística, caso não seja, é chamada de aleatória e neste caso a vibração também será aleatória e não pode ser exatamente determinada em qualquer instante de tempo (KELLY, 2000).

2.3 Vibração livre de sistemas não amortecidos com 1 grau de liberdade

Um sistema sofre vibração livre quando oscila somente sob uma perturbação inicial, sem a ação de nenhuma força após essa perturbação inicial. Portanto, sobre ele não atuam forças externas e como não há, neste caso, nenhum elemento que cause dissipação de energia, a amplitude do movimento permanece constante ao longo do tempo.

A Figura 7 mostra um sistema massa mola que representa o sistema vibratório mais simples possível. É denominado como sistema de um grau de liberdade visto que a coordenada (z) é suficiente para especificar a posição da massa a qualquer tempo.

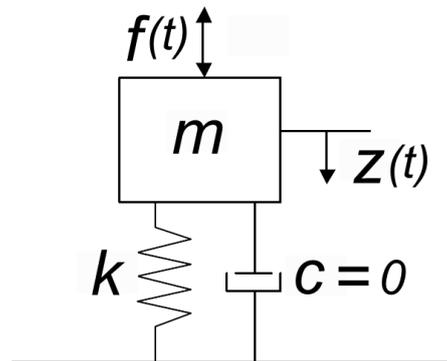


Figura 7 - Sistema com 1 grau de liberdade
Fonte: Autor

Vários sistemas mecânicos e estruturais podem ser idealizados como sistemas com um grau de liberdade. Em muitos sistemas práticos, a massa é distribuída, porém, para uma análise simples, ela pode ser aproximada por uma massa única pontual. De maneira semelhante, a elasticidade do sistema, que pode estar distribuída por todo o sistema, também pode ser idealizada por uma única mola. Podem-se substituir várias massas por uma massa equivalente e vários elementos elásticos por uma mola equivalente.

A equação completa que rege o movimento de um sistema de 1 grau de liberdade apresentada na Figura 7 é descrita abaixo:

$$m.\ddot{z}(t) + c.\dot{z}(t) + k.z(t) = f(t) \quad (1)$$

onde m é a massa, c é a constante de amortecimento viscoso, k é a rigidez da mola, $z(t)$ é o deslocamento em função do tempo e $f(t)$ é a força atuante em função do tempo.

No caso particular onde não há nenhuma força externa atuando no sistema e a dissipação de energia é nula a equação (1) pode ser escrita na seguinte forma:

$$m.\ddot{z}(t) + k.z(t) = 0 \quad (2)$$

a equação (2) é uma equação diferencial linear homogênea de segunda ordem e a coeficientes constantes. É um sistema mecânico conservativo e estável e a solução pode ser encontrada admitindo-se que (RAO, 2008):

$$z(t) = C.e^{s.t} \quad (3)$$

onde C e s são constantes a determinar.

Substituindo a equação (3) na equação (2) encontra-se:

$$C.e^{s.t}(m.s^2 + k) = 0 \quad (4)$$

e como $z(t)$ não pode ser zero, pois representa o deslocamento medido na vibração, segue que:

$$m.s^2 + k = 0 \rightarrow s = \pm \sqrt{-\frac{k}{m}} \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5)$$

sendo $i = \sqrt{-1}$, ω_n é denominada frequência natural não amortecida e a solução geral da equação (2) pode ser expressa como:

$$z(t) = C_1.e^{i.\omega_n.t} + C_2.e^{-i.\omega_n.t} \quad (6)$$

Os coeficientes, C_1 e C_2 são constantes reais. Usando a identidade (7), a equação (6) pode ser reescrita como a equação (8).

$$e^{\pm i.\alpha.t} = \cos \alpha t \pm i.\text{sen} \alpha t \quad (7)$$

$$z(t) = A_1.\cos \omega_n.t + A_2.\text{sen} \omega_n.t \quad (8)$$

onde A_1 e A_2 são as novas constantes e podem ser determinadas pelas condições iniciais do sistema. Duas condições devem ser especificadas para avaliar essas constantes inequivocamente. Neste caso, se os valores do deslocamento $z(t)$ e da velocidade $\dot{z}(t)$ forem especificados como z_0 e \dot{z}_0 em $t = 0$, tem-se pela equação (8):

$$z(t=0) = A_1 = z_0 \quad (9)$$

$$\dot{z}(t=0) = \omega_n.A_2 = \dot{z}_0 \quad (10)$$

por consequência, $A_1 = z_0$ e $A_2 = \frac{\dot{z}_0}{\omega_n}$. Assim a solução da equação (2) é dada por:

$$z(t) = z_0 \cdot \cos \omega_n t + \frac{\dot{z}_0}{\omega_n} \cdot \text{sen} \omega_n t \quad (11)$$

2.4 Vibração livre de sistemas não amortecidos com múltiplos graus de liberdade

Modelar um sistema contínuo através de um sistema com múltiplos graus de liberdade é uma aproximação frequentemente utilizada, pois a resolução de problemas de sistemas contínuos resultam em equações diferenciais parciais que são muito mais difíceis de resolver do que as equações diferenciais ordinárias geradas pela análise de sistemas com múltiplos graus de liberdade (KELLY, 2000).

Nesse tipo de abordagem, o número de coordenadas independentes é que define quantos graus de liberdade o sistema tem. E para cada grau de liberdade o sistema terá uma frequência natural e um modo de vibrar associado a ela. Dependendo das condições iniciais, é possível fazer o sistema vibrar em cada um desses modos individualmente. Isto ocorre devido a uma importante propriedade chamada ortogonalidade (MEIROVITCH, 2001).

Existem dois métodos principais para tratar sistemas com mais de um grau de liberdade. A aplicação das leis de Newton (método clássico) pelo diagrama de corpo livre para cada massa do sistema individualmente (feito na análise do sistema com 1 grau de liberdade) e o método da energia. Dependendo do número de graus de liberdade que o sistema tenha, escrever as equações individualmente para cada grau de liberdade pode gerar um esforço muito grande. O método da energia é baseado nas equações de Lagrange (KELLY, 2000).

2.4.1 Método clássico

Neste método deve-se aplicar as leis da dinâmica no diagrama de corpo livre de cada corpo que constitui o sistema e escrever a equação de equilíbrio para cada grau de liberdade. Desde que não haja restrições no sistema multicorpo, esse trabalho irá gerar N equações no mesmo formato da equação (1) sendo N o número de graus de liberdade do sistema linear. Para facilitar a manipulação, a equação é colocada no formato matricial:

$$[m]\{\ddot{z}(t)\} + [c]\{\dot{z}(t)\} + [k]\{z(t)\} = \{f(t)\} \quad (12)$$

sendo $[m]$, $[c]$ e $[k]$ as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema, todas com dimensão $N \times N$, e $\{\ddot{z}(t)\}$, $\{\dot{z}(t)\}$, $\{z(t)\}$ e $\{f(t)\}$ os vetores de aceleração, velocidade, deslocamento e força, todos com dimensão $N \times 1$.

Considerando o caso particular onde não há dissipação de energia e nem forças externas atuando no sistema, a equação (12) pode ser escrita da seguinte forma:

$$[m]\{\ddot{z}(t)\} + [k]\{z(t)\} = \{0\} \quad (13)$$

adotando como solução da equação (13) a equação (14).

$$\{z(t)\} = \{Z\}e^{i\omega_n t} \quad (14)$$

Onde ω_n é a frequência natural e $\{Z\}$ é o vetor modal adimensional composto por constantes com dimensão $N \times 1$, cada frequência natural tem pelo menos um modo de vibrar associado a ela. Sendo a equação (13) linear e homogênea, sua solução é uma superposição linear de todos os modos possíveis (KELLY, 2000).

Substituindo a equação (14) na equação (13) tem-se:

$$\left(-\omega^2 \cdot [m] + [k]\right)\{Z\}e^{i\omega_n t} = 0 \quad (15)$$

sendo $e^{i\omega_n t} \neq 0$ para qualquer valor de t , a equação (14) fica:

$$\left([k] - \omega_n^2 \cdot [m]\right)\{Z\} = 0 \quad (16)$$

a matriz $[m]$ é não singular, logo sua inversa existe. Multiplicando a equação (15) pelo termo $[m]^{-1}$, a equação fica da seguinte forma:

$$\left([m]^{-1} \cdot [k] - \omega_n^2 \cdot [I]\right)\{Z\} = 0 \quad (17)$$

onde $[I]$ é a matriz identidade. A equação (16) é a representação matricial de um sistema com n equações simultâneas algébricas lineares. O sistema é homogêneo, logo a solução trivial é fazer $z(t)=0$, porém $z(t)$ não pode ser zero, pois representa o deslocamento medido na vibração. A solução diferente de zero existe se:

$$\det[m]^{-1} \cdot [k] - \omega_n^2 \cdot [I] = 0 \quad (18)$$

o determinante da equação (18) é chamado de determinante característico, ou polinômio característico. As raízes desse polinômio são os autovalores do sistema.

A matriz $[k]$ também é não singular, sua inversa existe e é chamada de matriz de flexibilidade $[k]^{-1} = [A]$. Multiplicando a equação (15) pelo termo $[A]$, a equação fica da seguinte forma:

$$\left(-\omega_n^2 \cdot [A][m] + [I] \right) \{z(t)\} = 0 \quad (19)$$

dividindo a equação (19) por ω_n^2 tem-se:

$$\left([A][m] - \frac{1}{\omega_n^2} [I] \right) \{z(t)\} = 0 \quad (20)$$

As frequências naturais são as raízes quadradas do inverso dos autovalores positivos da matriz $[A][m]$ e os modos de vibrar são seus autovetores. A matriz $[A][m]$ é chamada de matriz dinâmica. As frequências naturais de sistemas com mais de 1 grau de liberdade podem ser calculadas através das raízes quadradas dos autovalores de $[m]^{-1} \cdot [k]$ ou das raízes quadradas do inverso dos autovalores de $[A][m]$. Os modos de vibrar são os correspondentes autovetores de qualquer matriz, são ortogonais e formam uma base para o espaço n dimensional (KELLY, 2000).

2.4.2 Método da energia

Podemos deduzir as equações do movimento de um sistema com vários graus de liberdade em forma matricial com as equações de Lagrange apresentadas abaixo (RAO, 2008):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = F_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (21)$$

onde F_i é a força generalizada e q_i é a coordenada generalizada. T e V são, respectivamente, as energias cinética e potencial e são determinadas conforme as equações (22) e (23).

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [m] \{\dot{q}\} \quad (22)$$

$$V = \frac{1}{2} \{q\}^T [k] \{q\} \quad (23)$$

Resolvendo a equação (21) com as mesmas considerações utilizadas anteriormente, ou seja, nenhuma força externa atuando e negligenciando o amortecimento, chega-se na equação (12) obtida através da aplicação das leis de Newton.

2.5 Frequências naturais e modos de vibrar

A análise modal reflete o comportamento dinâmico básico da estrutura e serve de indicação de como esta estrutura responderá a um carregamento dinâmico. A resposta dinâmica está fundamentada na hipótese da superposição modal, onde a configuração deformada da estrutura em um dado instante pode ser obtida através de uma combinação linear dos seus modos naturais de vibração. Cada modo é multiplicado pelo seu fator de participação correspondente. Este fator de participação muda de instante para instante e, desta forma, é possível efetuar a combinação linear e construir o histórico da estrutura ao longo do tempo (ALVES FILHO, 2012).

A hipótese da superposição modal transforma o sistema e o apresenta de outra forma, realizando um desacoplamento das equações de equilíbrio. Este desacoplamento facilita a resolução do problema. Outra propriedade muito importante é a ortogonalidade dos modos de vibrar, em relação às matrizes de massa e rigidez, pois com ela é possível gerar as matrizes de massa e rigidez modal ou generalizada na forma apresentada abaixo:

$$[\Phi]^T [m] [\Phi] = [\hat{m}] \quad (24)$$

$$[\Phi]^T [k] [\Phi] = [\hat{k}] \quad (25)$$

onde $[\Phi]$ é a matriz modal ou dos autovetores, sendo uma macromatriz que contém todos os autovetores, onde cada modo de vibrar corresponde a uma coluna da mesma. As matrizes $[\hat{m}]$ e $[\hat{k}]$ são as matrizes de massa e rigidez modal ou generalizada, respectivamente.

Através do processo de normalização dos modos em relação à massa modal, obtém-se uma nova matriz modal definida como $[\Theta]$. As propriedades de ortogonalidade passam a ser chamadas de ortonormais e tem as seguintes propriedades:

$$[\Theta]^T [m] [\Theta] = [I] \quad (26)$$

$$[\Theta]^T [k] [\Theta] = [\hat{\lambda}] \quad (27)$$

onde $[\Theta]$ é a matriz modal normalizada em relação à massa modal, $[I]$ e $[\hat{\lambda}]$ são as matrizes identidade e dos autovalores respectivamente.

2.6 Determinação de frequências naturais e formas modais

Com foi visto, os valores dos autovalores e autovetores foram calculados a partir do polinômio característico gerado pelo determinante na equação (18). Sistemas com muitos graus de liberdade irão gerar polinômios de grau muito elevado e este método, apesar de exato, passa a não ser eficiente (RAO, 2008).

O método dos elementos finitos modela o problema através da discretização do domínio. O efeito dessa discretização é um elevado número de variáveis que geram um elevado número de equações. Com o desenvolvimento dos computadores, métodos de resolução de autovalores e autovetores mais eficientes e comprovados foram sendo criados, como o método das iterações por subespaço e o método de Lanczos (GONÇALVES, 1987).

2.6.1 Quociente de Rayleigh

O método de Rayleigh é aplicado a sistemas conservativos e iguala a máxima energia cinética à máxima energia potencial. As equações (28) e (29) são as energias cinética e potencial (RAO, 2008).

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{z}\}^T [m] \{\dot{z}\} \quad (28)$$

$$V = \frac{1}{2} \{z\}^T [k] \{z\} \quad (29)$$

Adotando a solução (30) para encontrar as frequências naturais e substituindo-a nas equações (28) e (29) obtemos as equações (31) e (32).

$$\{z\} = \{Z\} \cos \omega_n t \quad (30)$$

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \{Z\}^T [m] \{Z\} \omega_n^2 \quad (31)$$

$$V_{\max} = \frac{1}{2} \{Z\}^T [k] \{Z\} \quad (32)$$

Sendo $\{Z\}$ o vetor modal e ω_n a frequência natural. Aplicando o princípio de Rayleigh, ou seja, igualando as equações (31) e (32) e isolando ω_n encontra-se o quociente de Rayleigh cujas frequências naturais serão seus valores estacionários:

$$\omega_n^2 = \frac{\{Z\}^T [k] \{Z\}}{\{Z\}^T [m] \{Z\}} = R(\{Z\}) \quad (33)$$

2.6.2 Método de Lanczos

O método de Lanczos é um dos métodos de grande eficiência para a resolução de problemas de autovalor de grandes dimensões e, por isso, é utilizado como “*solver*” nos “*softwares*” de elementos finitos como Abaqus, Ansys e Nastran. Ele consiste em determinar uma matriz de transformação $[Q]$ de tal modo que a matriz $[P]$ em estudo seja reduzida a uma matriz tridiagonal $[T]$ ortogonalmente semelhante a $[P]$, ou seja (BAZÁN, 2003):

$$[P][Q] = [Q][T] \quad (34)$$

sendo $[Q]^T = [Q]^{-1}$, pode-se escrever a equação (34) no seguinte formato:

$$[T] = [Q]^T [P][Q] \quad (35)$$

equacionando as j primeiras colunas de (35) obtém-se:

$$[P][Q_j] = [Q_j][T_j] + r_j \{e_j\}^T \quad (36)$$

sendo $\{r\}$ o vetor resíduo na j -ésima iteração definido como $r_j = \beta_j q_{j+1}$, onde e_j é um elemento j desse vetor. A matriz $[Q_j] = (q_1, \dots, q_j)$ contém os j vetores de Lanczos e atende a propriedade $[Q_j][Q_j] = [I]$. A matriz tridiagonal de ordem j $[T_j]$ é o menor $j \times j$ de $[T]$ com $\alpha_i = \{q_i\}^T [P] \{q_i\}$ e $\beta_i = \|r_i\|$. Sendo α_i elemento da linha i da diagonal de $[T_j]$ e β_i elemento da sub diagonal de $[T_j]$. Os vetores $\{q_i\}$ são chamados vetores de Lanczos. A equação (36) pode ser escrita como:

$$r_j = \beta_j q_{j+1} = [P]q_j - \alpha_j q_j - \beta_{j-1} q_{j-1}. \quad (37)$$

A partir desta equação é deduzida a recursão de Lanczos, ou seja, dado um vetor inicial $\{q_1\}$, gera-se a cada iteração um novo vetor de Lanczos e uma nova linha e coluna são adicionadas a matriz $[T]$. Os autovalores da matriz $[T]$ convergem para os autovalores da matriz $[P]$.

$$T_j = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & & & \\ \beta_1 & \alpha_2 & \beta_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \beta_{j-1} \\ & & & \beta_{j-1} & \alpha_j \end{pmatrix}$$

Figura 8 - Matriz T_j
Fonte: Bazán, 2003, p.110.

2.7 Método de elementos finitos para análise modal

A ideia principal por trás do método dos elementos finitos é particionar algo contínuo em um número finito de partes de forma que a soma da resolução das partes seja mais simples que a do problema inicial. Cada parte é chamada de elemento e é conectada às outras por nós. Cada elemento tem uma função de forma própria e é esta função que definirá o comportamento dos pontos internos do elemento quando os nós sofrerem algum deslocamento.

O método dos elementos finitos permite a resolução numérica de problemas que não têm solução exata. No estudo de placas só são encontradas soluções exatas para condições de contorno muito simples e, mesmo assim, suas resoluções envolvem equações diferenciais parciais. No método dos elementos finitos as equações são diferenciais ordinárias e podem ser resolvidas por computadores.

2.8 Considerações sobre o método de Rayleigh-Ritz

O método de Rayleigh-Ritz pode ser considerado uma extensão do método de Rayleigh. A grande diferença é que no método de Rayleigh-Ritz obtém-se uma aproximação mais precisa devido à superposição de várias funções adotadas para definir a condição de contorno e a deflexão do que apenas uma adotada no método de Rayleigh. Um número maior de funções gera resultados mais precisos. (RAO, 2008).

O método de elementos finitos, segundo Szilard (2004), é uma evolução do método de Rayleigh-Ritz. A diferença técnica é a base de aproximação dos deslocamentos (funções de forma) assumidos na região apropriada em cada um dos processos e em seguida o número de graus de liberdade (WANG; YANG; YU, 2010). Enquanto no método de Rayleigh-Ritz as funções de aproximação são globais, ou seja, devem se estender por todo o domínio do sistema, no método dos elementos finitos as funções são locais e valem apenas ao longo de pequenos subdomínios que são os próprios elementos. A vantagem do método dos elementos finitos é que ele consegue aproximar com mais facilidade a solução para diversas condições de contorno. Outros métodos encontram mais dificuldade na realização dessa tarefa. (MEIROVITCH, 2001).

3 ESTUDOS RECENTES

Para situar a importância da pesquisa apresentada, os principais artigos publicados recentemente na literatura são, a seguir, citados e discutidos.

Ergut e Altintas (2012) destacam a importância da representatividade do modelo no sucesso da simulação. Massas e suportes distribuídos de forma homogênea sobre a placa têm um comportamento limitado, sendo a localização e o valor das massas concentradas o principal parâmetro no estudo do efeito da massa no comportamento de placas em vibração. Utilizaram como parâmetros para o estudo, a massa, os suportes e a força externa. Os resultados numéricos foram obtidos pelo método da diferença variacional em conjunto com o método tradicional das diferenças finitas. O foco do estudo era responder como estender o estudo da análise da frequência fundamental para as frequências maiores baseado nos parâmetros utilizados e como a segurança estrutural é afetada por esses parâmetros. Para o estudo foram utilizadas nove placas de material ortotrópico, com diferentes configurações de massa e rigidez nos suportes. O estudo mostrou que a área de apoio no comportamento da placa em vibrações livres foi muito significativa, mas o efeito na alteração dos modos de vibrar foi menos eficaz que a distribuição de massa. O efeito principal na distribuição dos suportes foi no caso da vibração forçada quando a área do suporte também aumentou a eficiência do amortecimento. Maiores áreas de apoio geram maiores forças de amortecimento e aumentam a frequência dos picos de transmissibilidade, portanto a variação da área de apoio pode ser utilizada como ajuste para amortecer a força externa. Na vibração livre o sistema foi muito sensível à variação da área da massa distribuída. Na vibração forçada há sensibilidade na mudança das frequências dos picos de transmissibilidade. Apesar da sensibilidade, não há regra para o efeito da distribuição de massa e tendências comportamentais dos parâmetros na vibração livre e forçada. O comportamento na região do modo e frequência natural não pode ser usado como guia para a compreensão dos modos mais altos.

Cifuentes (1994) construiu um modelo de elementos finitos de placas com diferentes condições de apoio e distribuição de massa. Utilizou como estratégia modelar o componente (massa) modificando as propriedades do material da área onde o componente é inserido, porém observou a possibilidade de se obter modelos mais elaborados modelando os componentes montados na placa como elementos sólidos e de viga. Neste estudo, mostrou que a estimativa do comportamento dinâmico do sistema utilizando o primeiro modo de vibração só faz sentido se ele tiver participação de 90% da massa modal efetiva. Caso

contrário, será preciso considerar a massa efetiva dos modos seguintes até chegar nesse valor de participação. Destacou também a importância de se atentar para a não linearidade em casos de deslocamentos maiores que a espessura da placa. Outro ponto abordado foi que pequenas modificações da posição dos componentes montados em cima da placa causam uma redistribuição da participação de massa entre os modos o que pode causar erros de estimativa dependendo do número de modos considerados. Por último, mostrou que a massa, comparada com a rigidez, é o fator mais importante na estimativa das frequências naturais da placa.

Low et al. (1998) estudaram a vibração de placas retangulares de alumínio com massas montadas em vários lugares e diversas condições de contorno. O estudo se mostra particularmente útil para entender o fenômeno de vibração em placas de circuito impresso. Foi desenvolvido um modelo analítico baseado no método da energia utilizando a aproximação de Rayleigh-Ritz para obter as frequências naturais. A precisão do método depende muito das funções de forma adotadas. Estas funções são funções de deflexão, séries trigonométricas, que obedecem às restrições impostas pelas condições de contorno. A solução depende do número de termos desta série. Um analisador de espectro e um sistema holográfico foram utilizados para obter os dados experimentais, sendo que o sistema holográfico produzia os modos de vibrar correspondentes às frequências geradas pelo analisador de espectro. Nos casos de carregamento único no centro da placa, o modelo analítico com cem termos estimou bem as frequências fundamentais, mas não os modos antissimétricos. Para carregamentos fora do centro da placa, a comparação do modelo analítico com o experimento mostra que há uma boa correlação para casos onde a massa adicionada está próxima de bordas simplesmente apoiadas, mas não quando elas estão próximas a bordas engastadas. Uma possível causa deste fato é creditada à aproximação da função de forma. Outro ponto observado é que o resultado experimental não é o mesmo que o analítico em casos onde a massa é posta em lugares simétricos. Isso pode ser devido ao engastamento da borda e/ou a um erro no posicionamento da massa.

Alibiglu, Shakeri e Kari (2007) também utilizaram o método de Rayleigh-Ritz para obter as frequências fundamentais. Porém o estudo foi feito em placas de material anisotrópico (composto) com diversas condições de contorno e carga. Destacaram a importância do número de termos da função de forma na precisão do método. Observaram o fato das frequências calculadas serem sempre maiores do que as reais devido à chapa ser definida com um número finito de termos da função de forma, o que de maneira inerente gera um aumento da rigidez da placa. Os resultados mostram que o aumento da relação entre as

dimensões da placa (largura dividida pelo comprimento, fator r) interfere de forma inversamente proporcional na rigidez da placa, ou seja, quanto maior o fator r , menor será a rigidez e por consequência a frequência natural da placa. Outro dado apresentado foi o fato do aumento da área de distribuição de uma massa montada sobre a placa aumentar a rigidez da mesma fazendo com que a frequência também aumente.

Chai (1993) utilizou o método de Rayleigh-Ritz com apenas um termo da função de forma no estudo de vibrações livres de placas isotrópicas e obteve bons resultados para placas sem massa adicionada e com massa adicionada no centro, porém com massa adicionada longe do centro da placa os resultados não apresentaram boa correlação com os experimentos (diferença de 43%). O autor creditou esse fato à inércia rotacional que não foi levada em conta na formulação teórica e destacou em seu trabalho que a precisão do método está na escolha de uma função de forma compatível com as condições de contorno da placa.

Chai (1995) utilizou o método de Rayleigh-Ritz com mais de cem termos no estudo de placas de material isotrópico e conseguiu diminuir a diferença entre o método e o experimento (cerca de 15%) em placas com a massa adicionada afastada do centro da placa.

Kopmaz e Telli (2002) desenvolveram um modelo matemático baseado no método de Galerkin para obter as frequências naturais de placas retangulares com massa adicionada. Um estudo foi apresentado onde foi concluído que a frequência natural pode ser modificada alterando-se a localização da massa. Nos resultados obtidos foi verificado que o aumento do valor da massa adicionada pode ocasionar uma troca entre as linhas modais e que do segundo ao quarto modo as linhas modais se movem para o interior da placa quando a massa adicionada é colocada na extremidade.

Wong (2002) através do método de Rayleigh-Ritz estudou a frequência natural de uma placa isotrópica simplesmente apoiada com três configurações de massa adicionada, variando a região e a área por ela ocupada. Destacou que há muitos trabalhos sobre a resposta de dinâmica de placas com pontos de massa adicionados, porém poucos estudam o comportamento de placas com massa distribuída adicionada. Como resultado, observou que grandes mudanças ocorrem tanto na frequência como no modo de vibrar da placa quando a massa é adicionada próximo a um anti-nó, e que isso pode reduzir a amplitude de vibração da placa. Outro ponto verificado, é que todos os anti-nós próximos a massa adicionada tem uma tendência de irem em direção à região carregada.

Low (1993) desenvolveu um método chamado de peso central equivalente onde através de um ensaio experimental de uma placa com uma massa adicionada no centro é

possível calcular o efeito de diversas massas colocadas em qualquer posição da placa. O peso colocado no centro da placa que produz o mesmo efeito de outro peso colocado longe do centro da placa é chamado de peso central equivalente. Os resultados tiveram boa precisão quando comparados aos testes experimentais, cerca de 10% de erro, e confirmaram que, quando a massa adicionada é aumentada, a frequência natural da placa diminui, ao passo que a medida que a massa adicionada é afastada do centro da placa a frequência natural da placa aumenta.

Yu et al. (2010) elaboraram um modelo de elementos finitos no estudo da resposta dinâmica de placas de circuito impresso ao impacto em telefones celulares. A placa de circuito impresso foi modelada como isotrópica, e o modelo foi baseado em estudo anterior onde o erro dessa aproximação é cerca de 9,5% com relação ao experimento. Foi utilizado elemento sólido hexaédrico no modelo e foi definido um contato tipo “*tie*”, onde o segmento mestre pode deformar e o nó escravo tem que acompanhar essa deformação, pois o nó escravo é forçado a manter o seu posicionamento isoparamétrico com o segmento mestre. O amortecimento foi estimado através do método experimental da meia potência e em seguida foi usado para o cálculo dos coeficientes do amortecimento de Rayleigh que, por sua vez, foram inseridos no modelo. Os resultados mostram que o contato tipo *tie* representa bem juntas aparafusadas em problemas de vibração.

Lee et al. (2008) conduziram uma análise modal experimental a fim de obter os parâmetros modais e, através de um processo de otimização, os parâmetros obtidos experimentalmente alimentaram um modelo de elementos finitos. O modelo foi construído com elementos sólidos hexaédricos e o torque dos parafusos foi modelado por elementos mola-amortecedor, porém o amortecimento da junta aparafusada foi negligenciado. O modelo mostrou-se bastante aderente após a otimização tanto na obtenção das frequências naturais como nos modos de vibrar, o que demonstrou que as propriedades dos materiais e o torque nos parafusos que fixam a placa na estrutura podem ser determinados pela análise modal e incorporados no modelo de elementos finitos através de um processo de otimização o que pode ser aplicado no estudo de estruturas complexas. Os amortecimentos modais foram obtidos experimentalmente.

Wang, Yang e Yu (2010) empregaram o método de Rayleigh-Ritz para obter o ponto de menor rigidez da placa com o objetivo de otimizar o posicionamento e a rigidez dos suportes das placas. Com isso, conhecida a frequência natural é possível identificar o modo a ela associado e sua região de atuação na placa. Em seguida, através de uma função objetivo

que busca a mínima inclinação da deflexão no domínio da placa, encontra-se o ponto ótimo do suporte. Os resultados obtidos elevaram o valor da primeira frequência natural acima da segunda frequência natural da placa original, ou seja, sem suporte. Os resultados do método proposto foram comparados com outros trabalhos que utilizaram o método dos elementos finitos e se mostraram bastante aderentes.

Amy, Anglietti e Richardson (2009a) conduziram um estudo sobre os efeitos dos erros das simplificações na modelagem em elementos finitos de placas de circuito impresso com componentes eletrônicos. Obtiveram fatores de segurança baseados na curvatura de deflexão da placa quando comparados os métodos de modelagem. Esses fatores de segurança podem ser empregados quando utilizado o modelo de elementos finitos mais simplificado a fim de garantir que a resposta não seja subestimada. Durante o estudo, foi observado que, quando a rigidez adicionada pelo componente montado na placa é negligenciada, o resultado é conservador, porém quando a massa do componente é negligenciada a resposta pode ser subestimada. Em estudo posterior, os mesmos Amy, Anglietti e Richardson (2009b) avaliaram a influência das simplificações assumidas na modelagem por elementos finitos e utilizaram como critério de erro a curvatura da placa no lugar do critério de garantia modal (MAC), pois este mede apenas a diferença global entre os modos e não um erro local de curvatura próximo ao componente, o que pode levar a falha do mesmo principalmente para componentes com montagem do tipo *surface mounting technology* (SMT). Foi observado que a massa dos componentes influencia a resposta global do sistema, enquanto a rigidez está associada à curvatura. Com exceção da simplificação que considera a placa sem componentes, as demais simplificações (massa e rigidez dos componentes distribuídas uniformemente sobre a placa) apresentaram erros de frequência inferiores a 5%. Em um terceiro trabalho, Amy, Anglietti e Richardson (2010) construíram modelos de elementos finitos simplificados e realizaram uma série de testes experimentais para avaliar as alterações que a manufatura, montagem, não linearidades, parâmetros como amortecimento, rigidez e condição de contorno afetam a resposta do modelo. A PCB foi modelada com elementos 2D isotrópicos e lineares. Os resultados mostraram que mesmo modelos simples podem ser muito preciso, porém é necessário obter dados reais da peça em questão para alimentar o modelo, como medidas geométricas, rigidez, densidade e amortecimento. Como a condição de contorno não pode ser obtida experimentalmente deve ser ajustada por aproximação. Ficou muito evidente no trabalho que alterações na fabricação podem gerar diferenças significativas na resposta de duas placas ditas idênticas. Com relação a não linearidades geradas por grades deslocamentos,

foi mostrado que a não inclusão desses efeitos faz com que o modelo fique mais conservador, pois as não linearidades reduziram a amplitude de resposta.

Grande parte do material pesquisado e apresentado neste capítulo utilizou o método de Rayleigh-Ritz no estudo dinâmico de placas, porém em todos os casos as condições de apoio da placa eram muito simples e, deste modo as funções de forma já estavam disponíveis. Para um caso de aplicação mais real, onde a placa tem diversos pontos de fixação e carregamento fica muito difícil, senão impossível, encontrar tais funções de forma. É por essa questão que o método dos elementos finitos foi escolhido nesse estudo.

A respeito dos modelos de elementos finitos, ficou clara a importância de dados reais de geometria, rigidez, densidade e amortecimento na aderência do modelo. Além da dificuldade do modelamento da condição de contorno que, devido a dificuldade de obtê-la experimentalmente, é muitas vezes obtida através de aproximações.

Outro ponto importante é que uma grande parcela dos trabalhos considerou a massa adicionada na placa como não estrutural, ou seja, negligenciou o efeito de sua rigidez. Porém, no caso de uma aplicação verdadeira, a rigidez que a massa adicionada fornece à placa pode modificar significativamente suas frequências naturais e seus modos de vibrar. O mesmo pode ser dito com relação às estratégias de modelamento que não consideram a rigidez da massa sobre a placa.

4 METODOLOGIA

Este trabalho tem por objetivo estudar a influência da distribuição de massa no comportamento dinâmico de uma placa para diferentes carregamentos e áreas de apoio. Portanto, as variáveis utilizadas serão:

- a) Posicionamento da massa adicionada;
- b) Relação entre a massa adicionada e a massa da placa;
- c) Relação entre a área dos suportes de fixação e a área da placa.

Para isso, foram construídos modelos de elementos finitos de placas, com diferentes apoios e massas adicionadas, onde foram obtidas suas frequências naturais e seus respectivos modos de vibrar. Em seguida foram realizados ensaios de varredura senoidal em shaker eletrodinâmico, onde foram obtidas as frequências naturais experimentalmente. Posteriormente, os dados experimentais foram comparados com os obtidos na simulação e os resultados dessa comparação foram discutidos.

4.1 Cenário do teste

Com o objetivo de representar a condição dos suportes de apoio e fixação da PCB proporcionados pela caixa (Figura 2), foram construídos nove suportes igualmente distribuídos e individualmente fixados na cabeça expansora do shaker. A placa foi fixada nos suportes através de parafusos como mostrado na Figura 9. Para representar a PCB, foi utilizada uma placa de alumínio liga 5052H34. Detalhes sobre as dimensões encontram-se no APÊNDICE B - Desenhos.

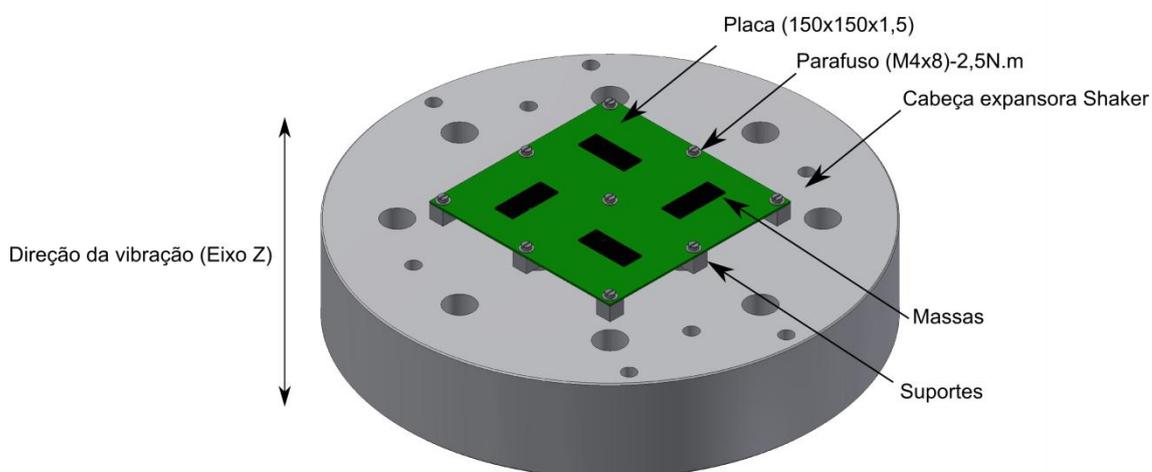


Figura 9 - Cenário do teste
Fonte: Autor

4.2 Distribuição de massa na placa

Para facilitar o estudo, foram consideradas para análise quatro massas iguais (chapas de alumínio), distribuídas de seis formas diferentes sobre uma placa (Figura 10). A relação entre as áreas das massas adicionadas e área da placa é constante, a saber, 10,13%. As dimensões da massa adicionada foram aproximadas com base no folheto de especificações técnicas (ANEXO A - Folheto de especificação técnica do componente) de um componente padrão CMOS amplamente utilizado e considerado crítico por seu tamanho e pela sua massa (STEINBERG, 2000). Importante frisar que, não se pretende com esta análise estudar os diferentes tipos de circuitos e componentes eletrônicos e sim avaliar como a distribuição da massa influi na dinâmica da placa. Dessa forma, a escolha desse componente foi feita apenas pela sua dimensão e massa significativas, porém não é ele o objeto de estudo e sim a placa. Do mesmo modo, as 6 distribuições escolhidas, são apenas um guia. Como é absolutamente impossível fazer um modelo geral, foram adotadas por serem representativas para o objeto desse estudo.

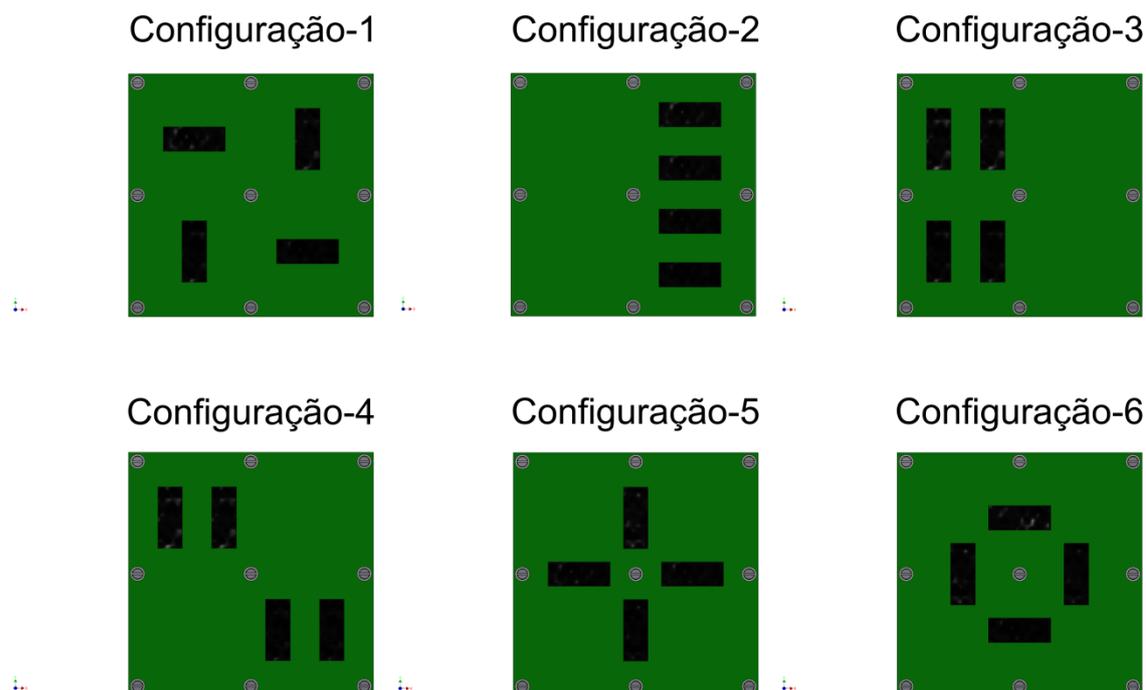


Figura 10 - Tipos de distribuição de massa analisados
Fonte: Autor

4.3 Aumento da massa adicionada

O objetivo de estudar o aumento da massa montada na placa é verificar como seu comportamento é afetado com a relação entre a massa adicionada e a massa da placa. Não significa que um circuito eletrônico tenha sua massa variável, mas sim, conseguir estimar o comportamento da PCB quando é conhecida a relação entre a massa do que é montado sobre a placa e a massa de placa.

A primeira análise foi feita com a placa descarregada. Em seguida foram adicionadas as massas e, para cada distribuição adotada, foram realizados três incrementos de massa, elevando o valor da razão de massa de 0% (descarregada), 22,9%, 30,4% e 39,7% (Figura 11). A razão de massa é a relação entre a massa adicionada e a massa da placa.

O motivo do uso destes valores (22,9, 30,4, 39,7) foi de facilitar o ensaio experimental. Dessa forma, foi possível utilizar chapas comerciais com diferentes espessuras (1, 2,5 e 4) que adicionadas a massa do acelerômetro geraram estes valores. O acelerômetro foi montado no centro da área de cada massa.

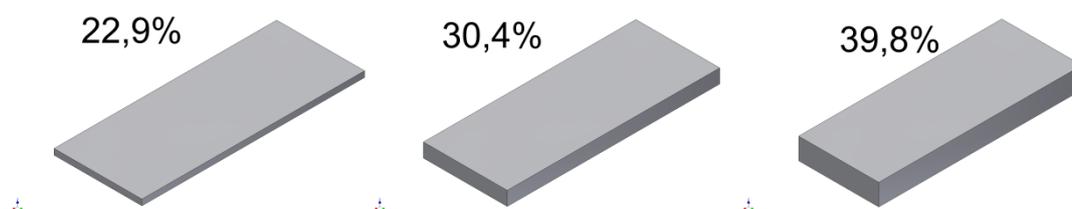


Figura 11 - Incrementos de massa utilizados
Fonte: Autor

4.4 Aumento na área dos suportes de fixação da placa

O intuito de estudar a variação da área do apoio da placa é verificar como a relação entre a soma das áreas dos suportes e a área da placa interfere na dinâmica do sistema. Para cada valor (incremento) e distribuição de massa, as áreas dos suportes foram aumentadas em três passos, elevando o valor da razão de área de 5%, 10% e 15% (Figura 12), sendo que a razão de área é a relação entre a soma da área dos suportes e a área total da placa. O valor inicial de 5% foi escolhido baseado na observação de alguns equipamentos; já os valores de 10% e 15% foram escolhidos de forma arbitrária.

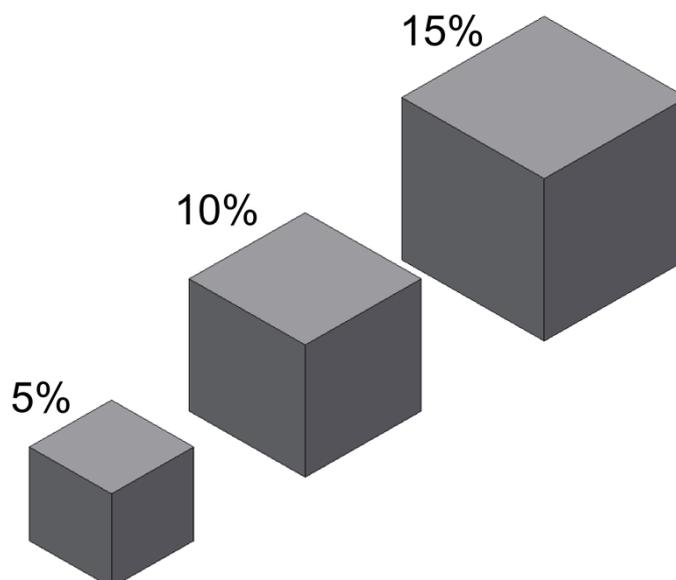


Figura 12 - Incrementos de áreas de fixação utilizados
Fonte: Autor

4.5 Resumo

A fim de facilitar o entendimento, para cada configuração (Figura 10) foram realizadas nove análises conforme Tabela 1, onde as letras S indicam suporte, a letra M indica a massa e os números 1, 2 e 3 os incrementos. Por exemplo, S1M1 significa que a análise levou em consideração o suporte 1 (razão de área 5%) e a massa 1 (razão de massa 22,9%). As nove análises feitas para cada uma das seis configurações implicaram 54 combinações. Detalhes das montagens utilizadas no estudo podem ser encontrados no APÊNDICE B - Desenhos.

Tabela 1 – Resultados por configuração

Distribuição	Testes		
Configuração	S1M1	S1M2	S1M3
	1	2	3
	S2M1	S2M2	S2M3
	4	5	6
	S3M1	S3M2	S3M3
	7	8	9

Fonte: Autor

5 SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

Existem basicamente cinco métodos para modelar o sistema placa-componentes pelo método dos elementos finitos. Eles estão descritos abaixo e apresentados na Figura 13 (AMY; ANGLIETTI; RICHARDSON,2009a):

- a) Método Simples - Desconsidera totalmente a presença de componentes e considera apenas a placa. Utilizado em estudos preliminares;
- b) Massa distribuída globalmente - A rigidez provocada pela montagem do componente na placa é ignorada e a soma da massa de todos os componentes é distribuída de forma homogênea na área de placa;
- c) Rigidez distribuída globalmente - A massa dos componentes é ignorada e a rigidez que a montagem do componente provoca na placa é distribuída de forma homogênea na sua área;
- d) Massa e rigidez distribuídas globalmente – Tanto a massa como a rigidez imposta pelo componente quando montado na placa são somadas e distribuídas de forma homogênea na área da placa;
- e) Massa e rigidez distribuídas localmente - Massa e rigidez acrescentadas na placa pela presença do componente são distribuídos localmente na região onde serão montados, representando a presença individual de cada componente;
- f) Detalhado – Modela detalhadamente em 3D o componente, desta forma estão presentes a rigidez, inércia e massa. Esta é a maneira mais detalhada de se modelar.

Neste trabalho optou-se pela construção de dois modelos utilizando o método e, porém, no modelo 1, a rigidez que a montagem do componente acrescenta na placa foi negligenciada, ou seja, a massa do componente é não estrutural. Esse tipo de modelo é mais utilizado, primeiro, pela dificuldade de se conseguir o valor dessa rigidez (obtido experimentalmente) e, segundo, pelo fato de a massa do componente ser o parâmetro mais importante a considerar (CIFUENTES, 1994), além do que, negligenciar a rigidez torna a abordagem conservadora (AMY; ANGLIETTI; RICHARDSON,2009a). A fim de avaliar o efeito gerado pela rigidez dos componentes na placa, no modelo 2, a inércia da seção transversal do componente foi considerada e, dessa forma, a presença do componente irá contribuir com a rigidez da placa. Os detalhes da construção de cada modelo serão apresentados na seção 5.2.

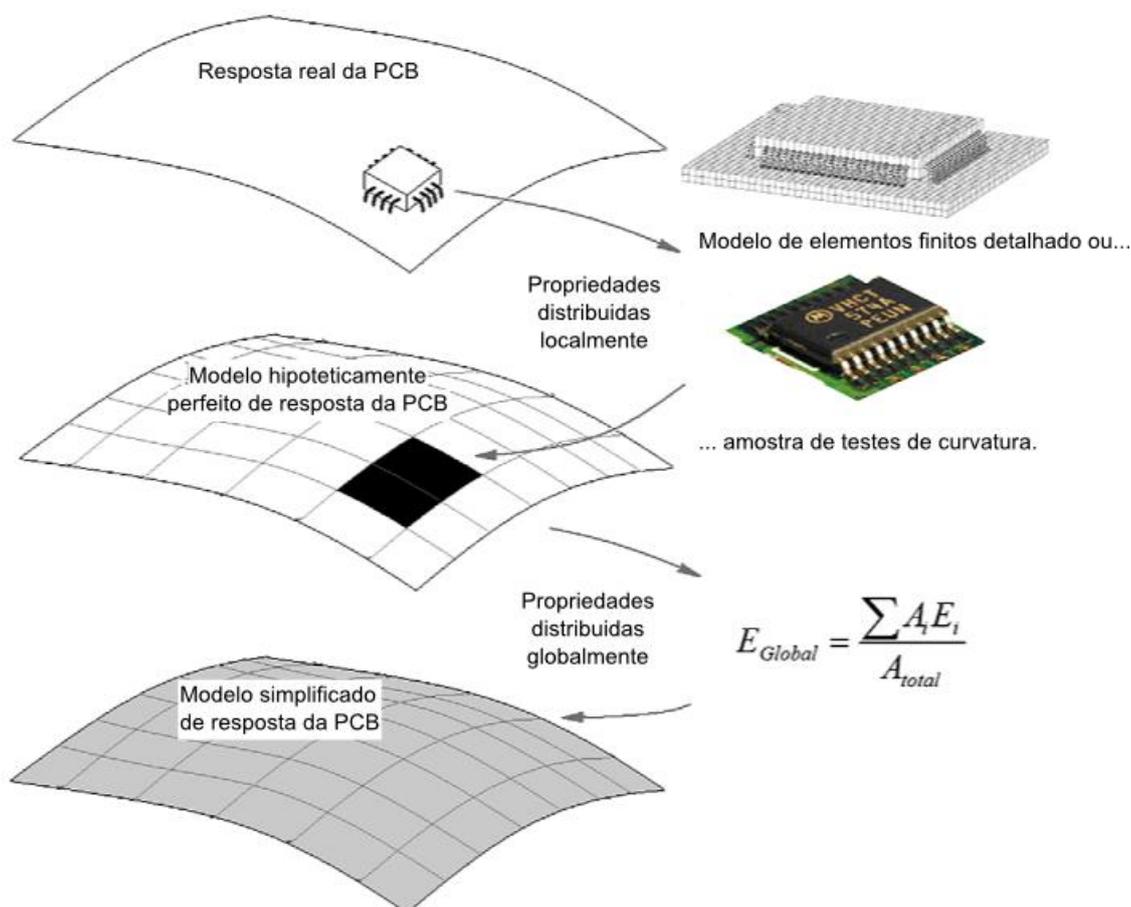


Figura 13 - Tipos de modelamento
 Fonte: Amy, Anglietti, Richardson, 2009a, p.793.

5.1 Etapas do modelo de elementos finitos

Todo o processo de análise de elementos finitos pode ser desmembrado em três estágios (AMY; ANGLIETTI; RICHARDSON,2010):

- Modelamento - Estimativa dos parâmetros de entrada, criação da malha, definição das propriedades;
- Análise - Tipo de solução a ser empregada, linear, não-linear, etc;
- Pós-processamento - Verificação da resposta, deslocamentos, acelerações, tensões, etc.

Estes estágios serão desenvolvidos nas seções seguintes.

5.1.1 Modelamento

O modelamento pode ser dividido em (AMY; ANGLIETTI; RICHARDSON, 2010):

- a) Propriedades da PCB - O ideal é obter as propriedades experimentalmente. Na bibliografia referenciada acima, as respostas foram significativamente diferentes quando foram utilizadas as propriedades da PCB medidas experimentalmente no lugar das informadas pelo fabricante. Neste trabalho, foram utilizadas as propriedades do material obtidas no Matweb;
- b) Efeito dos componentes – Neste trabalho foram consideradas duas formas diferentes para representar os componentes montados sobre a placa. No modelo 1 os componentes foram incluídos através da mudança de densidade na região de montagem, sendo levada em conta apenas a massa. Já no modelo 2, o aumento na rigidez do sistema que a montagem do componente traz foi levada em conta ignorado através do seu modelamento;
- c) Chassi - Neste trabalho não foi modelado, porém toda placa é encapsulada de alguma forma. Portanto, na análise da integridade dos componentes é imprescindível seu modelamento e a sua interação com a placa. Vale mencionar a já comentada regra da oitava, que é tida como boa prática de projeto;
- d) Condições de contorno - Neste trabalho, a condição de contorno da placa foi feita de duas formas, no modelo 1 a área dos suportes foram engastadas através da restrição de todos os graus de liberdades dessa região em todas as direções. No modelo 2, a placa e o suporte foram ligados através de elementos rígidos com o objetivo de dar flexibilidade à placa. Porém, segundo Amy, Anglietti e Richardson (2010) maior correlação entre o modelo e o experimento é obtida restringindo todas as translações, mas inserindo uma rigidez nos graus de liberdade de rotação. Esse valor pode ser ajustado por aproximação (tentativa e erro);
- e) Amortecimento - Esse é um fator crucial para um bom modelo. Infelizmente, para o modelo ter uma boa representatividade o amortecimento deve ser estimado através de experimentos. Existem vários métodos para se obter o amortecimento experimentalmente como o método da meia potência utilizados por Almeida (2006) e Yu et al. (2010), o qual utiliza o domínio da frequência.

Porém, segundo Amy, Anglietti e Richardson (2010), o método que melhor ajustou a simulação com o experimento foi o decremento logarítmico que utiliza o domínio do tempo. No presente trabalho, como se trata de uma análise modal, o amortecimento não é considerado na simulação, porém estará presente nos resultados experimentais.

5.2 Modelo

A fim de avaliar a diferença na estratégia de construção de modelo, foram criados dois modelos. O modelo 1 é um modelo de simples construção e computacionalmente muito econômico. O modelo 2 é mais elaborado e, conseqüentemente, mais oneroso tanto do ponto de vista da construção como do ponto de vista de tempo computacional. Os modelos serão detalhados adiante. A seguir são apresentados os parâmetros utilizados na construção de cada modelo.

5.2.1 Material

A placa e as massas foram modeladas como liga de alumínio 5052-H34, que é amplamente utilizada na usinagem de chassis para PCB em aplicações espaciais. As propriedades físicas e mecânicas desta liga estão agrupadas na Tabela 2. A opção por esse material se deu pelo seu comportamento isotrópico bem definido e para facilitar a parte experimental.

Tabela 2 – Propriedade do Material

Propriedade	Símbolo	Unidade	Alumínio 5052-H34
Densidade	ρ	kg/m^3	2700
Módulo de elasticidade	E	GPa	69
Coefficiente de Poisson	ν	-	0,33
Tensão limite de ruptura	σ_{rup}	MPa	319
Tensão limite de escoamento	σ_{esc}	MPa	291
Tensão limite de cisalhamento	τ_{esc}	MPa	145

Fonte: Matweb

5.2.2 Malha

No modelo 1 a placa foi modelada com 20449 elementos quadriláteros lineares com seis graus de liberdade por nó (Figura 16) . Esse elemento é encontrado disponível na biblioteca do software Abaqus CAE-6.10 com o nome S4R. Ele foi escolhido por ser adequado para problemas dinâmicos que envolvem flexão (DASSAULT SYSTÈMES). Na Figura 14, pode ser visto um desenho do elemento em seu sistema de coordenadas local, sendo $\{d_e\} = [d_{e1}, d_{e2}, d_{e3}, d_{e4}]^T$ o vetor dos deslocamentos generalizado dos nós e $\{d_{ei}\} = [u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}]^T$, com $i = (1,2,3,4)$, o vetor deslocamento no nó i (LIU, 2003).

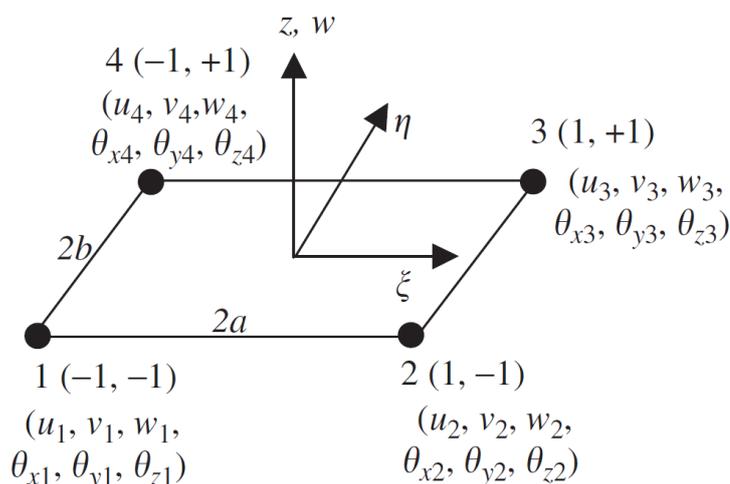


Figura 14 - Típico elemento casca
Fonte: Liu, Quek, 2003, p. 181

Como cada nó do elemento possui 6 graus de liberdade e o elemento possui 4 nós, tanto a matriz de rigidez $[k^e]$ como a matriz de massa $[m^e]$ do elemento terão dimensão 24×24 .

No modelo 2 foram utilizados 23256 elementos S4R na malha da massa e da placa. Para modelar o suporte, foram utilizados 349632 elementos sólidos tetraédricos com 3 graus de liberdade por nó encontrados na biblioteca do software Abaqus CAE-6.10 com a denominação C3D4. Detalhes da malha podem ser vistos na Figura 17 e Figura 18.

Na Figura 15 é apresentado o desenho do elemento C3D4, onde pode ser visto que, como o cada nó do elemento possui 3 graus de liberdade e o elemento possui 4 nós, tanto a matriz de rigidez $[k^e]$ como a matriz de massa $[m^e]$ do elemento terão dimensão 12×12 .

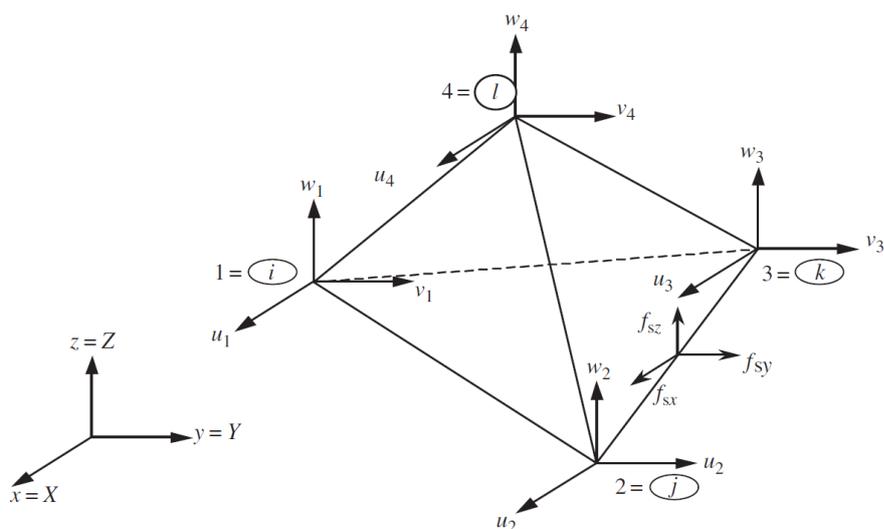


Figura 15 - Típico elemento tetraédrico
 Fonte: Liu, Quek, 2003, p. 200

A obtenção de ambas as matrizes, $[k^e]$ e $[m^e]$, envolve etapas de integração numérica. O método da quadratura de Gauss foi utilizado nesse estudo para a resolução das integrais. Uma vez que as matrizes de massa e rigidez de cada elemento estão definidas, para obter a correspondente da placa, massa e suporte, basta multiplicar cada matriz pelo número de elementos utilizados na malha. Desta forma, o método dos elementos finitos calcula as matrizes globais de massa e rigidez de cada peça que serão utilizadas no cálculo da equação (12).

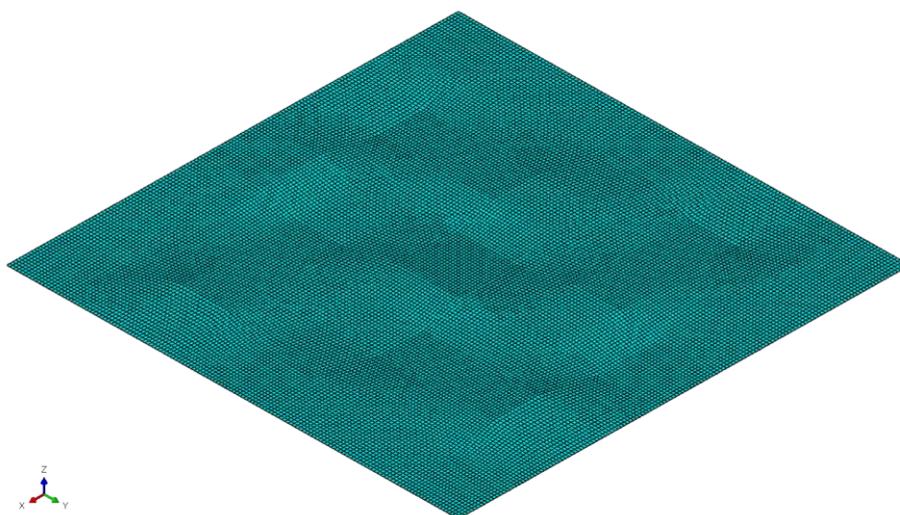


Figura 16 - Vista isométrica da malha de elementos finitos
 Fonte: Autor

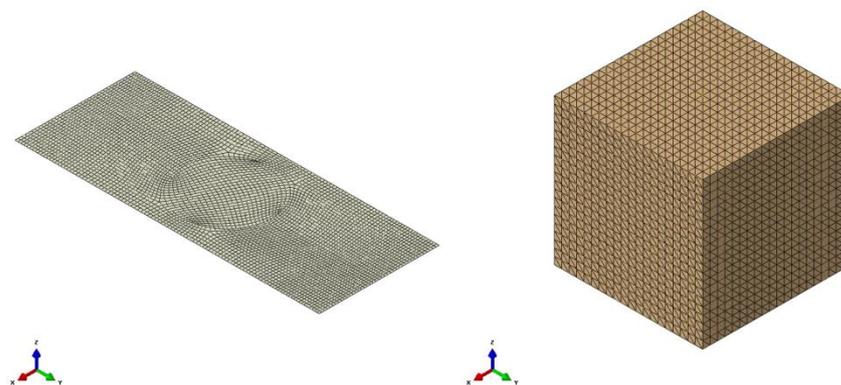


Figura 17 - Detalhe das Malhas da massa e do suporte
Fonte: Autor

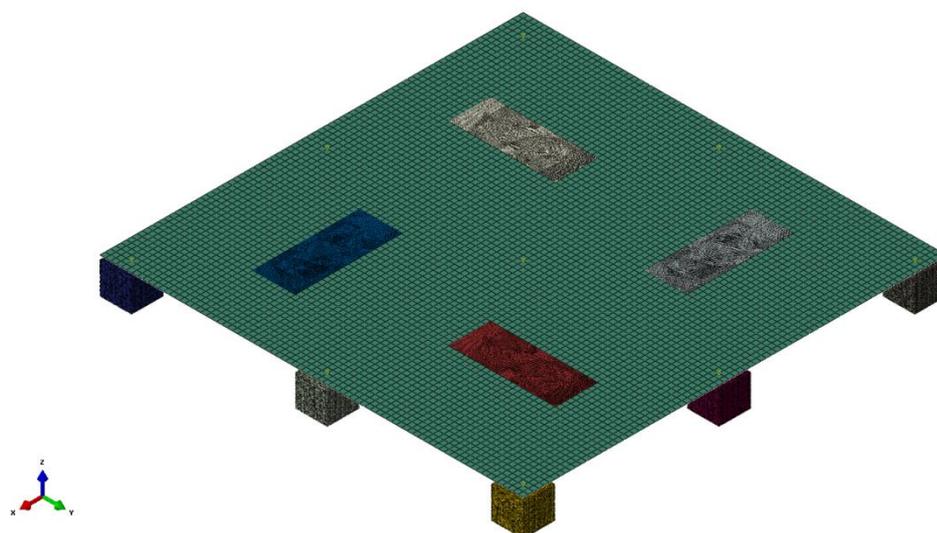


Figura 18 - Detalhe da montagem e malha do modelo 2
Fonte: Autor

Tanto para o modelo 1 como para o modelo 2, o número de elementos foi determinado utilizando como critério de convergência um erro inferior a 0,05% obtido através de nove iterações. O gráfico de convergência pode ser visto na Figura 19.

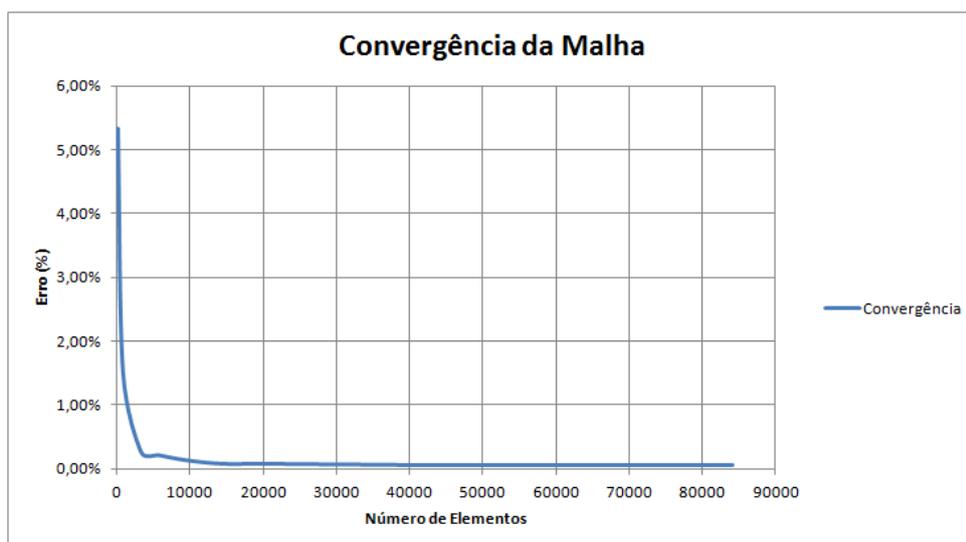


Figura 19 - Convergência da malha (Erro x Número de elementos)
Fonte: Autor

5.2.3 Condição de contorno

Na Figura 20 são apresentadas em destaque as áreas dos suportes que apoiam a placa. No modelo 1, os nós dos elementos desta região tiveram seus graus de liberdade restringidos em todas as direções. Este engastamento, apesar de não ser o método mais realista, é uma estratégia simples e muito utilizada, pois apresenta boa aderência na modelagem de juntas aparafusadas (YU et al., 2010).

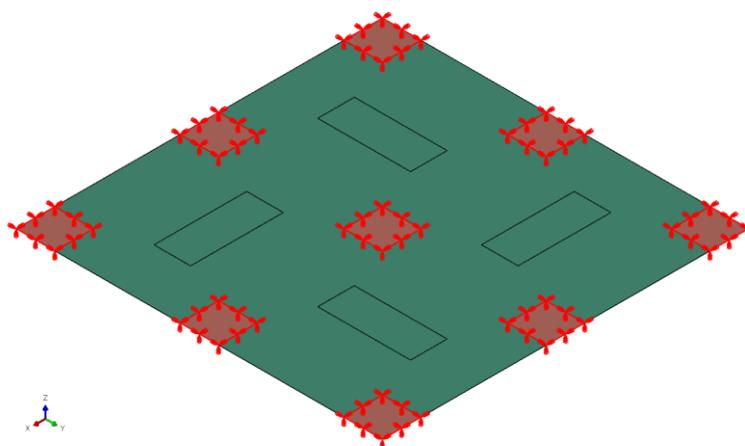


Figura 20 - Condição de contorno com áreas engastadas para o modelo1
Fonte: Autor

Na construção do modelo 2 os suportes foram modelados e as condições de contorno foram feitas através de elementos rígidos (Figura 21 e Figura 22). Esses contatos unem as duas superfícies (suporte e placa) através de elementos de viga denominados pelo software Abaqus CAE-6.10 de *Beam MPCs* que tem como função representar pontos de solda ponto, rebites e juntas aparafusadas. Desta forma é possível, ao contrário do engastamento, dar flexibilidade a placa.

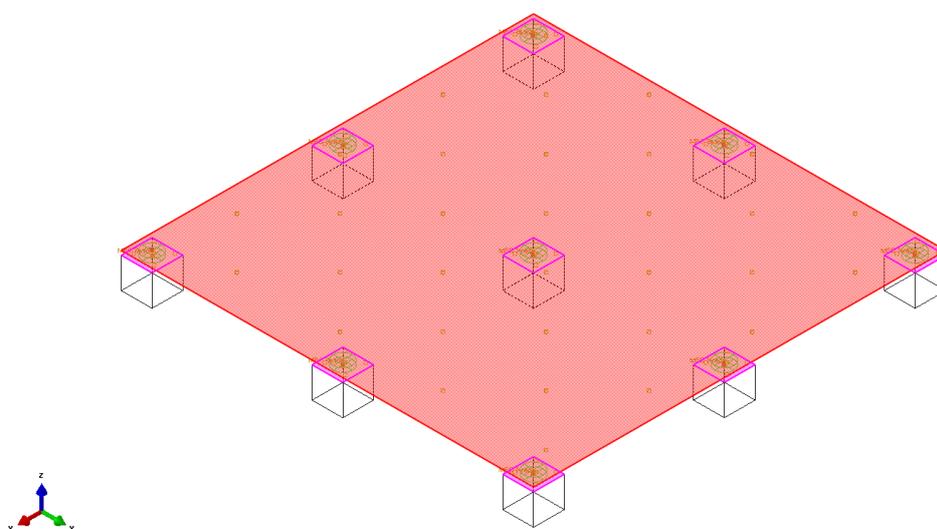


Figura 21 - Contato entre os suportes e a placa para o modelo 2
Fonte: Autor

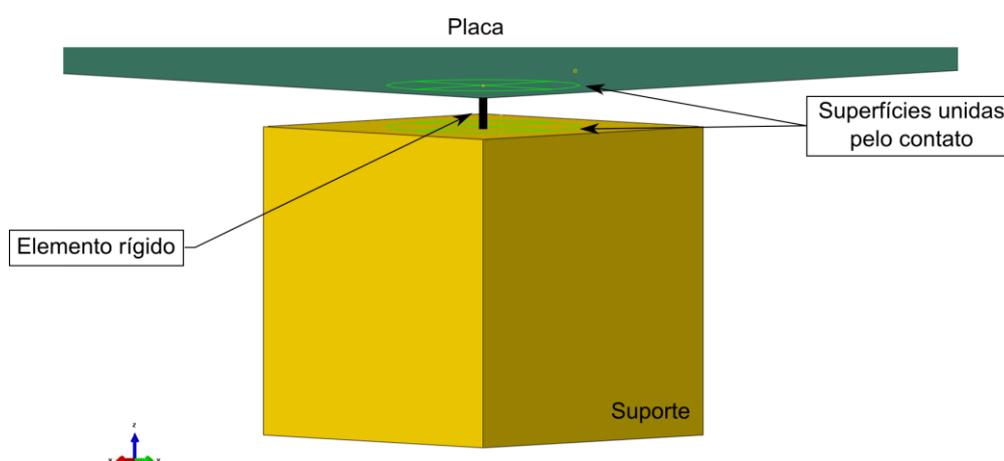


Figura 22 - Condição de contorno com elementos rígidos para o modelo 2
Fonte: Autor

5.2.4 Efeito dos componentes

No modelo 1, os componentes foram modelados através de um recurso do software Abaqus CAE 6-10 chamado de *Nonstructural Mass* que simplesmente modifica as propriedades de densidade dos elementos da região assinalada. Na Figura 23 são mostradas as regiões ocupadas pelas massas dando como exemplo a configuração 1. É importante ressaltar que a massa do acelerômetro foi somada a massa do componente e distribuída uniformemente na área destinada.

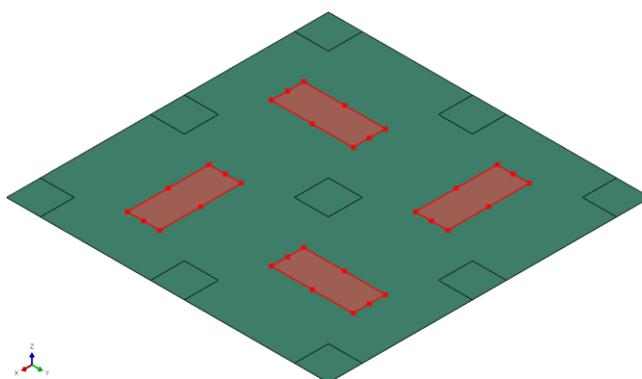


Figura 23 - Vista isométrica da região ocupada pela massa (configuração 1)

Fonte: Autor

Já no modelo 2 as massas foram modeladas com o elemento de casca S4R, com isso a inércia de sua seção transversal foi considerada e, desta forma, a massa deixa de ser não estrutural como no modelo 1 e passa a contribuir para a rigidez da placa. Foi definido um contato do tipo *TIE* para essa iteração. Esse contato (Figura 24) une os nós da massa com a placa e funciona na prática como se as massas estivessem “coladas” na placa. A massa do acelerômetro, neste caso, foi distribuída uniformemente em uma partição feita no centro de cada massa como pode ser visto na Figura 25.

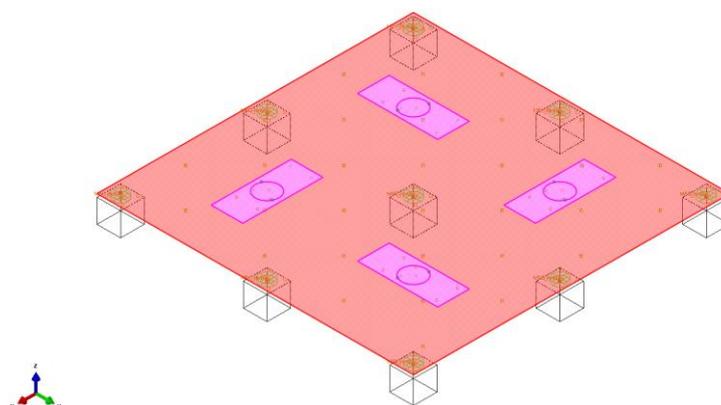


Figura 24 - Contato entre a massa e a placa
Fonte: Autor

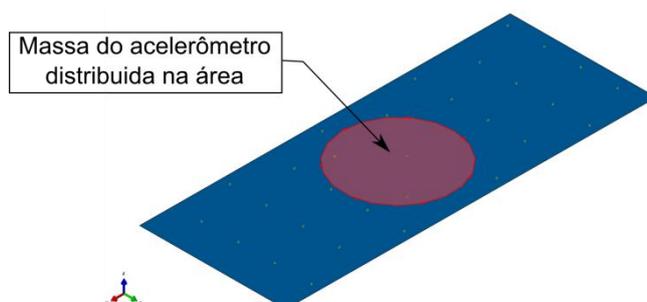


Figura 25 - Modelo da massa com a área ocupado pelo acelerômetro em destaque
Fonte: Autor

A folha de especificação técnica com informações dos acelerômetros utilizados nesse trabalho encontra-se no ANEXO B - Folheto de especificação técnica dos acelerômetros.

5.2.5 Análise

Foi conduzida uma análise linear de extração modal para os modelos, onde foram extraídas as 5 primeiras frequências e modos de vibrar da placa. O software disponibiliza para a extração modal os métodos de Lanczos e o método de iteração por subespaço. Por ter os recursos mais gerais o método de Lanczos é o padrão do software e também foi escolhido para este estudo. Porém, as iterações por subespaço levariam aos mesmos resultados, pois ambos os métodos utilizam os algoritmos de Householder e Q-R para reduzir o problema de autovalor. A principal diferença prática entre os métodos é com relação ao tempo de convergência quando é solicitada a extração de um grande número de autovalores.

6 RESULTADOS E ANÁLISE DA SIMULAÇÃO

Os resultados obtidos nas simulações estão ordenados por configuração e serão apresentados a seguir.

6.1 Configuração 0 (Placa descarregada)

A primeira simulação realizada ocorreu com a placa descarregada e considerando a variação da área dos suportes. Os quatro primeiros modos de vibrar para cada configuração de suporte podem ser vistos na Figura 26 (modelo 1) e Figura 27 (modelo 2) e as respectivas frequências naturais estão consolidadas na Tabela 3 (modelo 1) e Tabela 4 (modelo 2).

Para o modelo 1 é possível observar que no aumento da área do suporte 1 (5%) para o suporte 2 (10%) a frequência aumentou 31,12%. Com a passagem do suporte 2 (10%) para o suporte 3 (15%) a frequência aumentou 25,66%. Já no o modelo 2 é possível observar que no aumento da área do suporte 1 (5%) para o suporte 2 (10%) a frequência aumentou 31,01%. Com a passagem do suporte 2 (10%) para o suporte 3 (15%) a frequência aumentou 24,49%.

Pode-se notar que o efeito do aumento de área entre os modelos foi muito próximo, cerca de 31% para o primeiro aumento de área e de 25% para o segundo. Outro ponto é que as frequências do modelo 2 são menores que a do modelo 1, e que essa diferença aumenta conforme a área de apoio aumenta (Tabela 5).

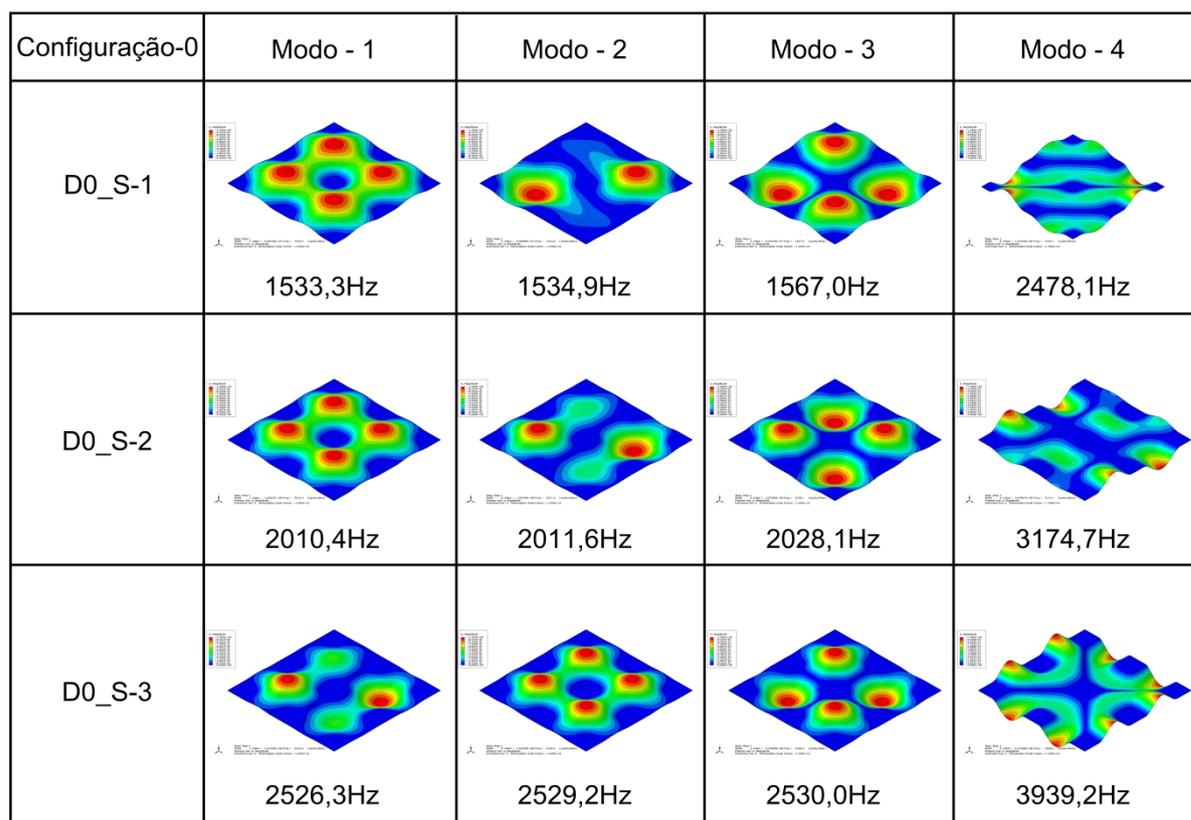


Figura 26 – Modelo 1: Modos de vibrar da placa descarregada-variação da área de apoio
Fonte: Autor

Tabela 3 – Modelo 1: Variação da frequência natural da placa descarregada

Configuração - 0		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
D0	S1M0	1533,3	1534,9	1567,0	2478,1
	S2M0	2010,4	2011,6	2028,1	3174,7
	S3M0	2526,3	2529,2	2530,0	3939,2

Fonte: Autor

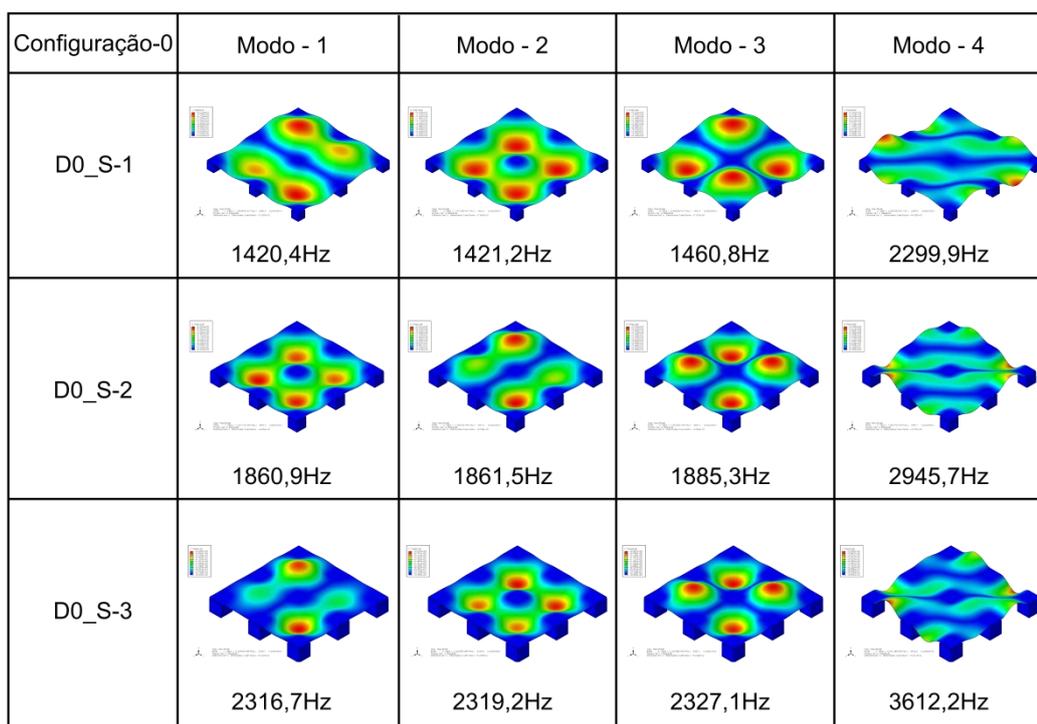


Figura 27 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa descarregada-variação da área de apoio
Fonte: Autor

Tabela 4 – Modelo 2: Variação da frequência natural da placa descarregada

Configuração - 0		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
D0	S1M0	1420,3	1421,2	1460,8	2299,9
	S2M0	1860,9	1861,5	1885,3	2945,7
	S3M0	2316,7	2319,2	2327,1	3612,2

Fonte: Autor

Tabela 5 – Diferença entre os modelos

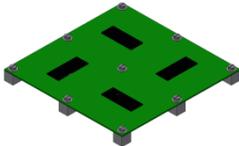
Configuração - 0		Primeira Frequência (Hz)		Diferença
		Modelo 1	Modelo 2	(%)
D0	S1M0	1533,3	1420,3	7,95
	S2M0	2010,4	1860,9	8,03
	S3M0	2526,3	2316,7	9,05

Fonte: Autor

6.2 Configuração 1

Os quatro primeiros modos de vibrar para cada configuração de suporte e massa podem ser vistos na Figura 28 e Figura 29 e as respectivas frequências naturais estão consolidadas na Tabela 6 e Tabela 7. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos na simulação.

Tabela 6 – Modelo 1: Variação da frequência natural da placa-Configuração 1

Configuração - 1		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1176,6	1184,7	1186,3	2277,1
	S1M2	1103,1	1108,0	1113,9	2204,2
	S1M3	1027,3	1029,7	1038,9	2117,1
	S2M1	1474,3	1480,4	1493,1	2831,6
	S2M2	1370,4	1378,7	1392,3	2713,7
	S2M3	1266,5	1276,1	1290,2	2576,1
	S3M1	1778,7	1793,0	1807,7	3397,9
	S3M2	1646,1	1661,1	1677,2	3219,4
	S3M3	1515,0	1530,1	1546,2	3020,4

Fonte: Autor

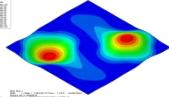
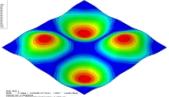
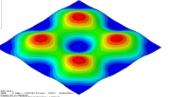
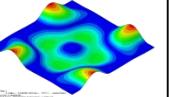
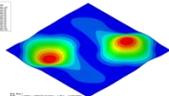
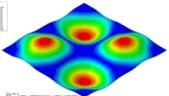
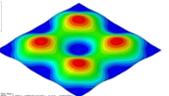
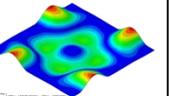
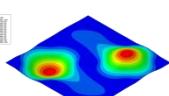
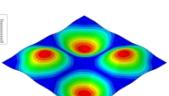
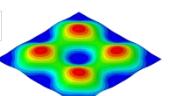
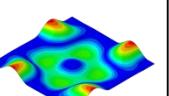
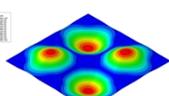
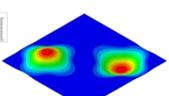
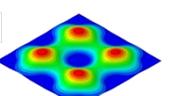
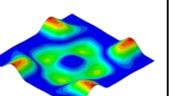
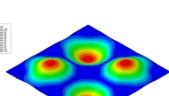
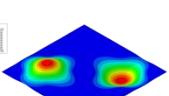
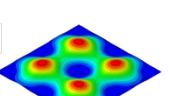
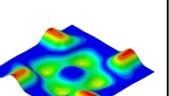
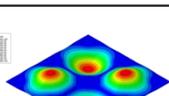
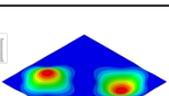
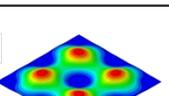
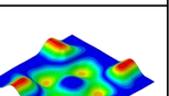
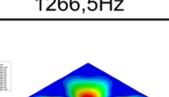
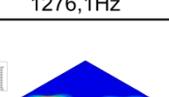
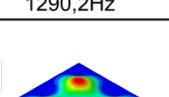
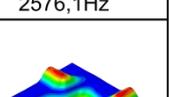
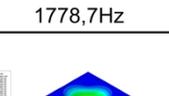
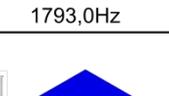
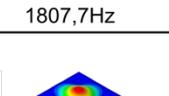
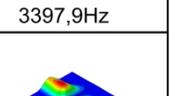
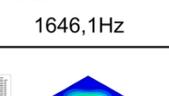
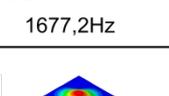
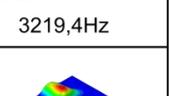
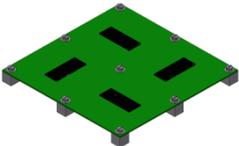
Configuração-1	Modo - 1	Modo - 2	Modo - 3	Modo - 4
D1_S-1_M1	 1176,6Hz	 1184,7Hz	 1186,3Hz	 2277,1Hz
D1_S-1_M2	 1103,1Hz	 1108,0Hz	 1113,9Hz	 2204,2Hz
D1_S-1_M3	 1027,3Hz	 1029,7Hz	 1038,9Hz	 2117,1Hz
D1_S-2_M1	 1474,3Hz	 1480,4Hz	 1493,1Hz	 2831,6Hz
D1_S-2_M2	 1370,4Hz	 1378,7Hz	 1392,3Hz	 2713,7Hz
D1_S-2_M3	 1266,5Hz	 1276,1Hz	 1290,2Hz	 2576,1Hz
D1_S-3_M1	 1778,7Hz	 1793,0Hz	 1807,7Hz	 3397,9Hz
D1_S-3_M2	 1646,1Hz	 1661,1Hz	 1677,2Hz	 3219,4Hz
D1_S-3_M3	 1515,0Hz	 1530,1Hz	 1546,2Hz	 3020,4Hz

Figura 28 – Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 1- variações de apoio e massa
Fonte: Autor

Tabela 7 – Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 1

Configuração - 1		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1240,2	1256,3	1300,1	2341,5
	S1M2	1264,7	1300,9	1357,1	2356,5
	S1M3	1234,1	1274,1	1329,3	2300,9
	S2M1	1585,8	1598,8	1626,7	2995,7
	S2M2	1648,6	1685,7	1733,6	3013,8
	S2M3	1622,2	1662,8	1711,7	2937,0
	S3M1	1954,6	1961,6	1976,5	3686,9
	S3M2	2090,1	2121,2	2160,3	3730,4
	S3M3	2076,2	2112,4	2154,4	3634,7

Fonte: Autor

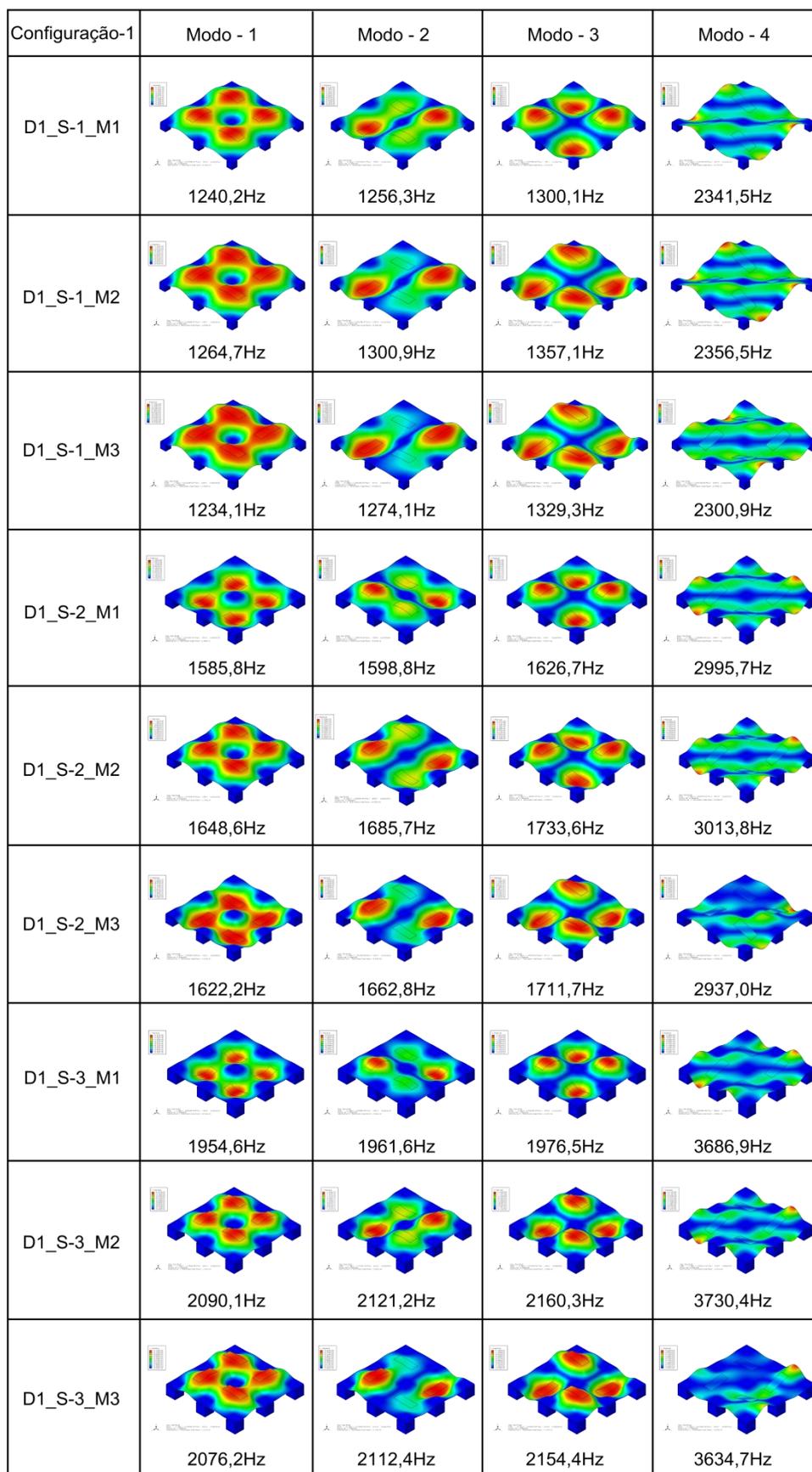


Figura 29 - Modelo-2: Modos de vibrar da placa config. 1- variações de apoio e massa
Fonte: Autor

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da massa adicionada, foram elaborados os gráficos apresentados na Figura 30 e Figura 31. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa com massa adicionada/ frequência placa descarregada). Para o modelo 1, pode ser observado que, quanto mais rígida ficou a fixação da placa, mais sensível ao aumento da massa adicionada ela se mostrou e a frequência diminui conforme o carregamento aumenta. O modelo 2 também apresentou esse comportamento até o momento em que houve o aumento do carregamento 1 para o carregamento 2, onde ocorreu um aumento na frequência e uma inversão dessa sensibilidade. Esse aumento de frequência se dá pelo fato de no modelo 2 ter sido considerada a inércia da seção transversal da massa adicionada, o que faz com que ela contribua na rigidez da placa atuando como uma espécie de nervura. Já na passagem do carregamento 2 para o carregamento 3 a frequência caiu o que mostra que o aumento de massa foi mais significativo que o aumento de rigidez proporcionado pela presença das massas.

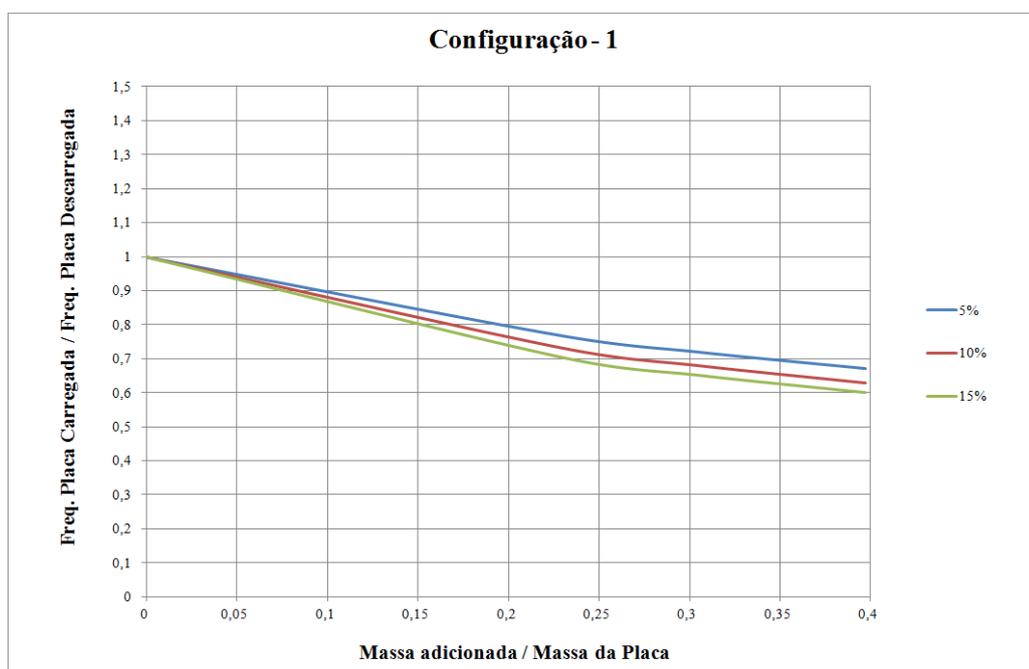


Figura 30 - Modelo 1: Configuração – 1 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

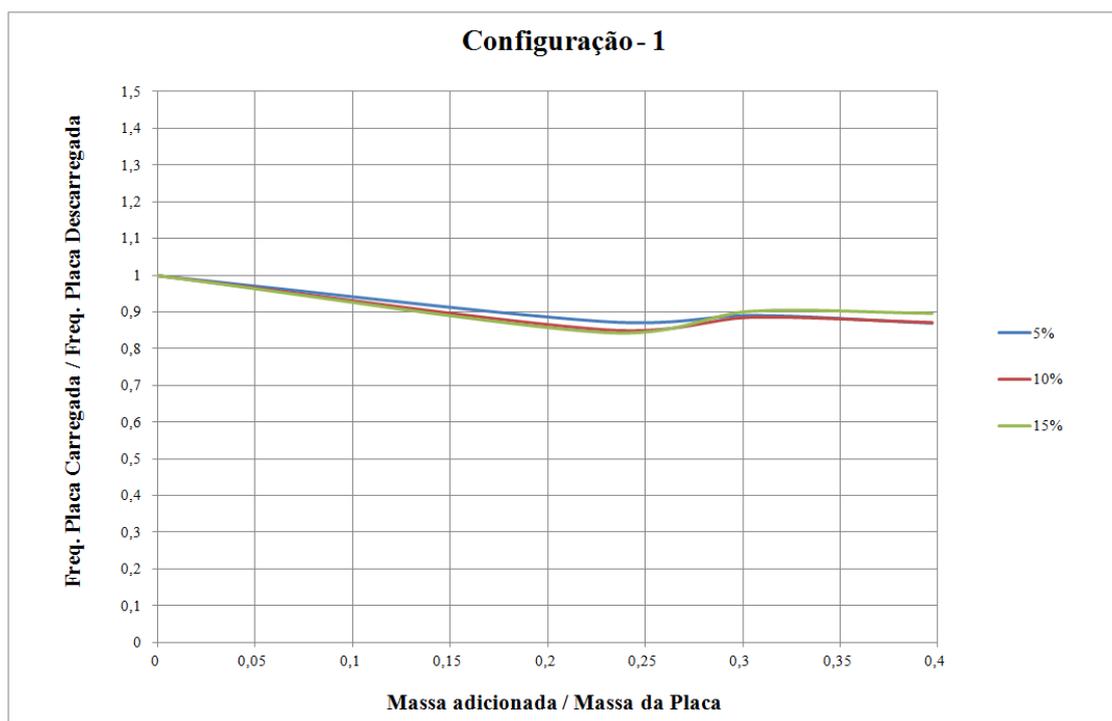


Figura 31 - Modelo 2: Configuração – 1 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da área de apoio, foram elaborados os gráficos apresentados na Figura 32 e Figura 33. Cada curva representa uma porcentagem de massa adicionada (0, 23, 30,4 e 39,8%). No eixo das abscissas está a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação à área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas estão as frequências. Para o modelo 1 pode-se observar que, quanto menos massa adicionada há na placa mais ela é sensível a variação da área dos apoios. Já no modelo 2, devido à contribuição da rigidez de cada massa adicionada na estrutura da placa, é possível verificar que os carregamentos 2 e 3 tendem a se aproximar do comportamento que a placa tem quando esta descarregada, principalmente o carregamento 2 onde a rigidez gerada por ele contribui mais que seu aumento de massa. Portanto quanto mais rígida a placa se mostrou, mais sensível ela foi à mudança de área de apoio.

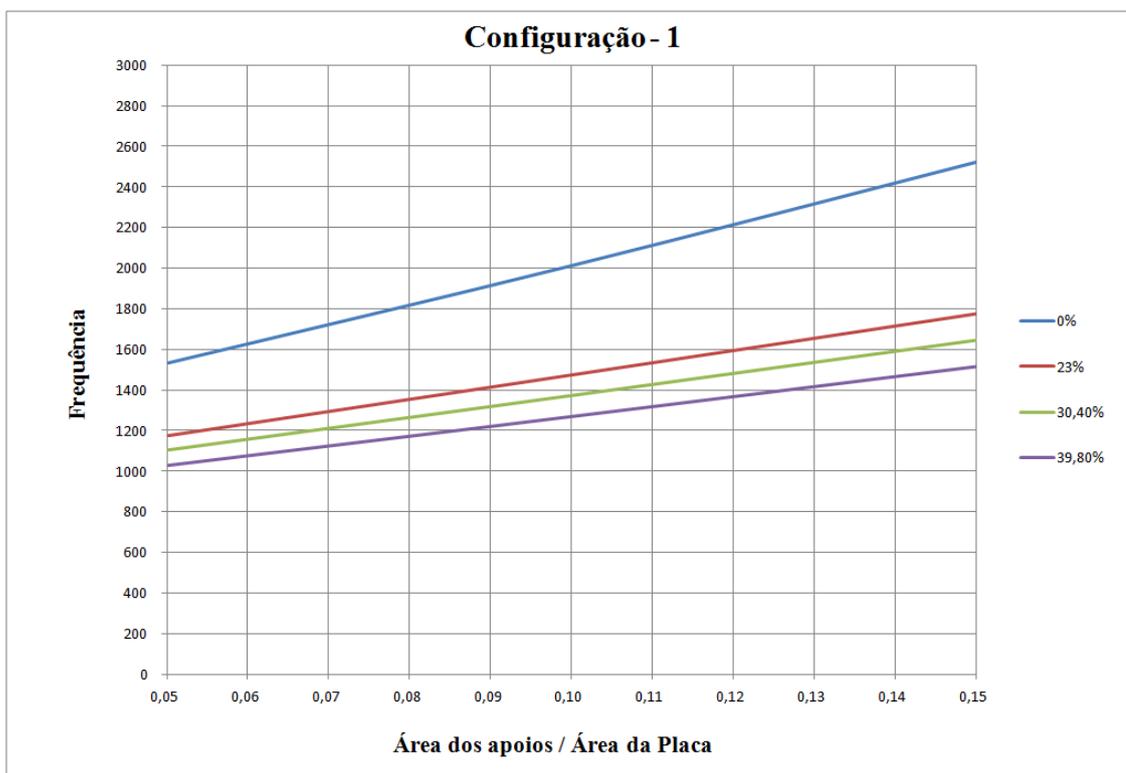


Figura 32 - Modelo-1: Configuração -1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

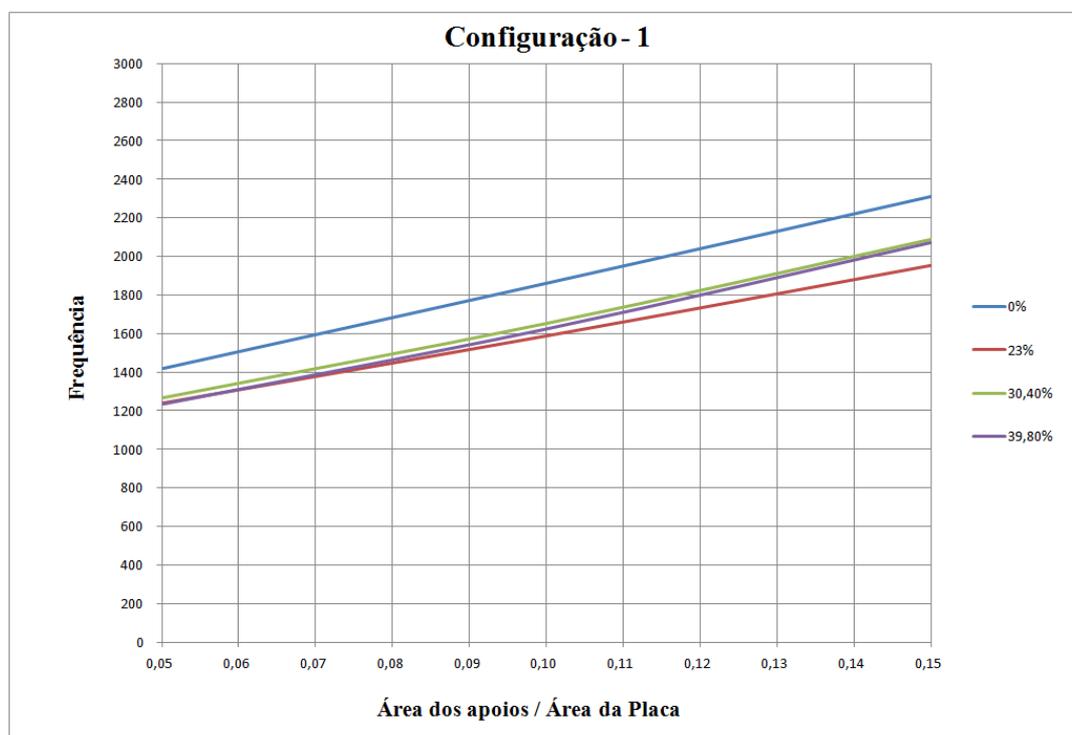
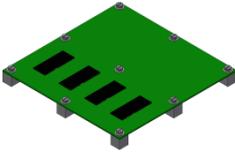


Figura 33 - Modelo-2: Configuração -1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

6.3 Configuração 2

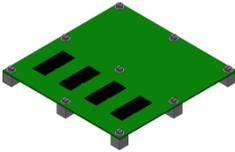
Os quatro primeiros modos de vibrar para cada configuração de suporte e massa podem ser vistos na Figura 130 e Figura 131 no APÊNDICE A - Modos de vibrar. As respectivas frequências naturais estão consolidadas na Tabela 8 e Tabela 9. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos na simulação.

Tabela 8 - Modelo-1: Variação da frequência natural da placa – Configuração 2

Configuração - 2		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1128,8	1154,1	1533,8	1550,2
	S1M2	1052,0	1077,3	1533,6	1549,7
	S1M3	974,5	999,4	1533,2	1549,2
	S2M1	1470,2	1488,6	1616,0	1998,7
	S2M2	1368,7	1387,2	1615,9	1998,5
	S2M3	1266,4	1284,7	1615,8	1962,0
	S3M1	1852,6	1864,5	2527,5	2527,8
	S3M2	1724,4	1736,9	2527,4	2527,7
	S3M3	1593,3	1608,0	2367,2	2527,2

Fonte: Autor

Tabela 9 - Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 2

Configuração - 2		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1231,5	1241,6	1426,8	1441,7
	S1M2	1290,3	1344,3	1442,0	1470,5
	S1M3	1253,4	1327,4	1447,3	1474,9
	S2M1	1586,6	1596,2	1865,7	1890,2
	S2M2	1728,6	1780,6	1879,6	1896,1
	S2M3	1713,9	1773,2	1886,9	1902,3
	S3M1	1965,0	1974,8	2321,2	2326,1
	S3M2	2250,1	2285,3	2336,5	2339,9
	S3M3	2287,2	2303,6	2359,0	2364,5

Fonte: Autor

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da massa adicionada, foram elaborados os gráficos apresentados na Figura 34 e Figura 35. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa com massa adicionada / frequência placa descarregada). Para o modelo 1, pode ser observado que a massa adicionada provocou praticamente o mesmo efeito nas diferentes condições de fixação e a frequência diminui conforme o carregamento aumenta. O modelo 2 também apresentou esse comportamento até o momento em que houve o aumento do carregamento 1 para o carregamento 2, onde ocorreu um aumento na frequência. Esse aumento de frequência se dá pelo fato de no modelo 2 ter sido considerada a inércia da seção transversal da massa adicionada, o que faz com que ela contribua na rigidez da placa atuando como uma espécie de nervura. Já na passagem do carregamento 2 para o carregamento 3, para as áreas de apoio 1 e 2, a frequência caiu o que mostra que o aumento de massa foi mais significativo que o aumento de rigidez proporcionado pela presença das massas. O contrário foi observado com o suporte 3 que mesmo com o aumento da massa 2 para a massa 3 sua frequência continuou subindo.

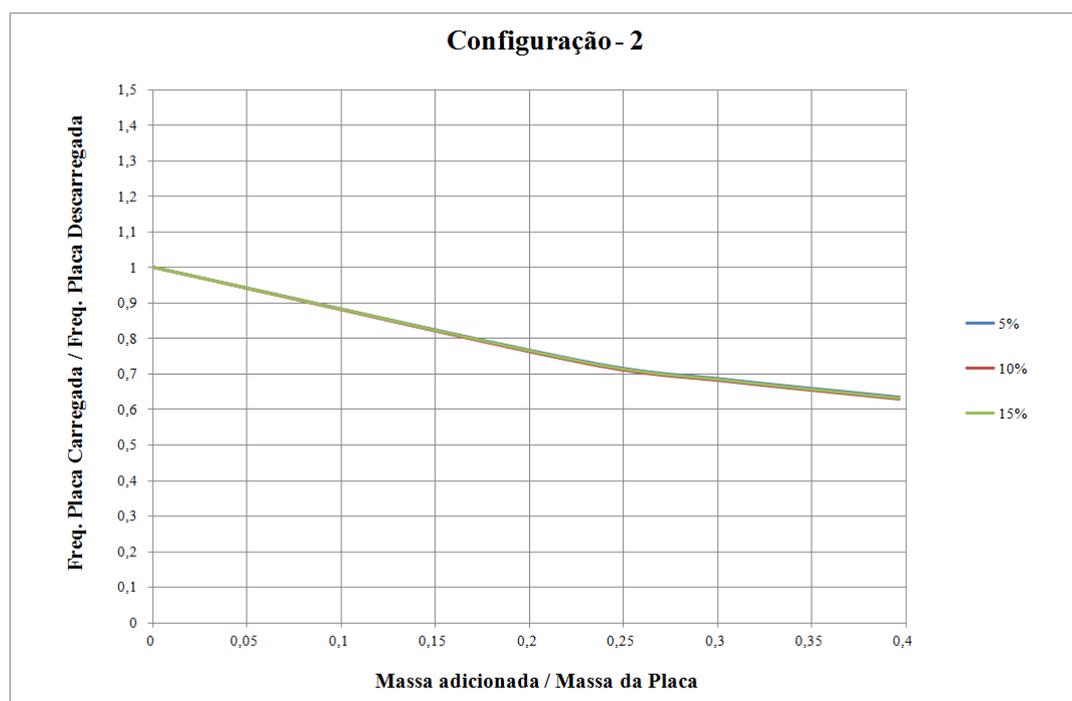


Figura 34 - Modelo 1: Configuração – 2 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

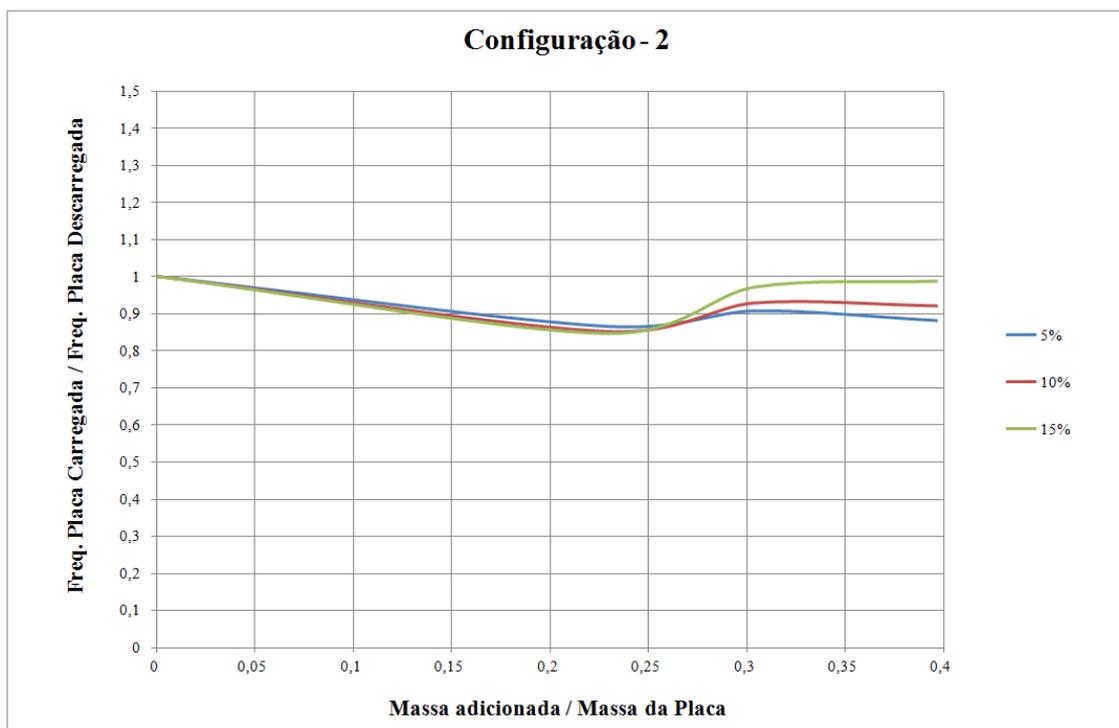


Figura 35 - Modelo 2: Configuração – 2 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da área de apoio, foram elaborados os gráficos apresentados na Figura 35 e Figura 36. Cada curva representa uma porcentagem de massa adicionada (0, 23, 30,4 e 39,8%). No eixo das abscissas está a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação à área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas esta a primeira frequência natural. Para o modelo 1, pode-se observar que, quanto menos massa adicionada há na placa mais ela é sensível a variação da área dos apoios. Já no modelo 2, devido à contribuição da rigidez de cada massa adicionada na estrutura da placa, é possível verificar que os carregamentos 2 e 3 tendem a se aproximar do comportamento que a placa tem quando esta descarregada, principalmente o carregamento 3 onde a rigidez gerada por ele contribui mais que seu aumento de massa.

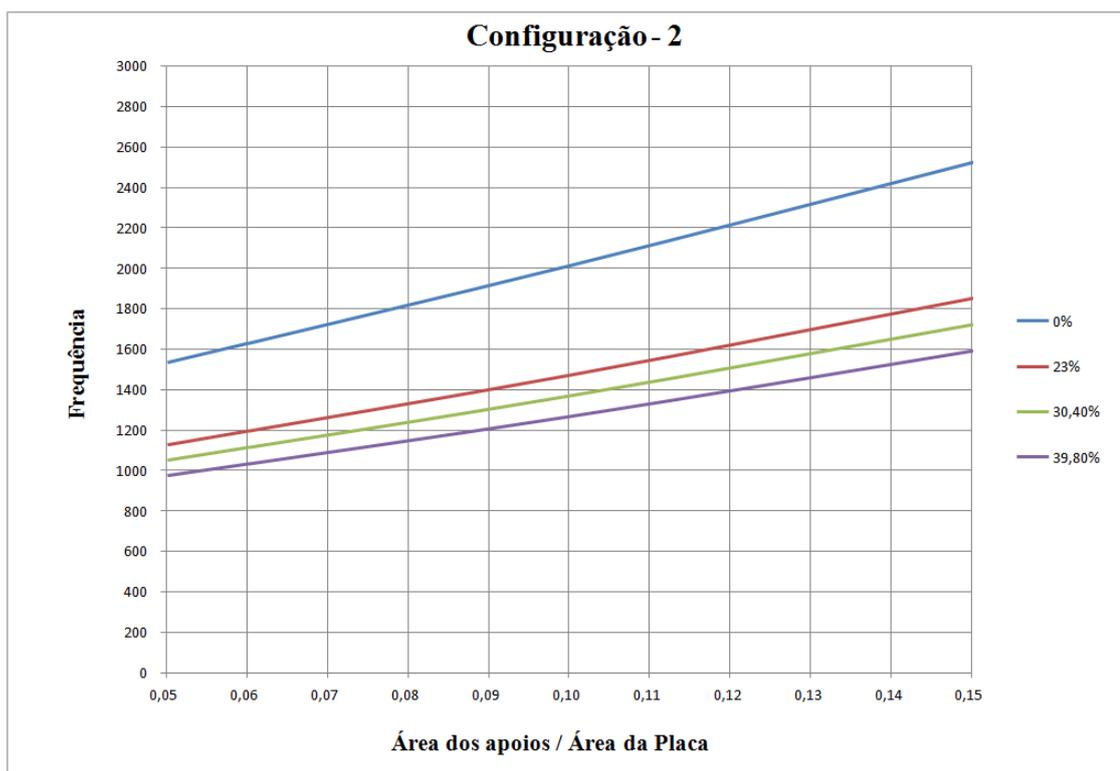


Figura 36 - Modelo-1: Configuração -2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

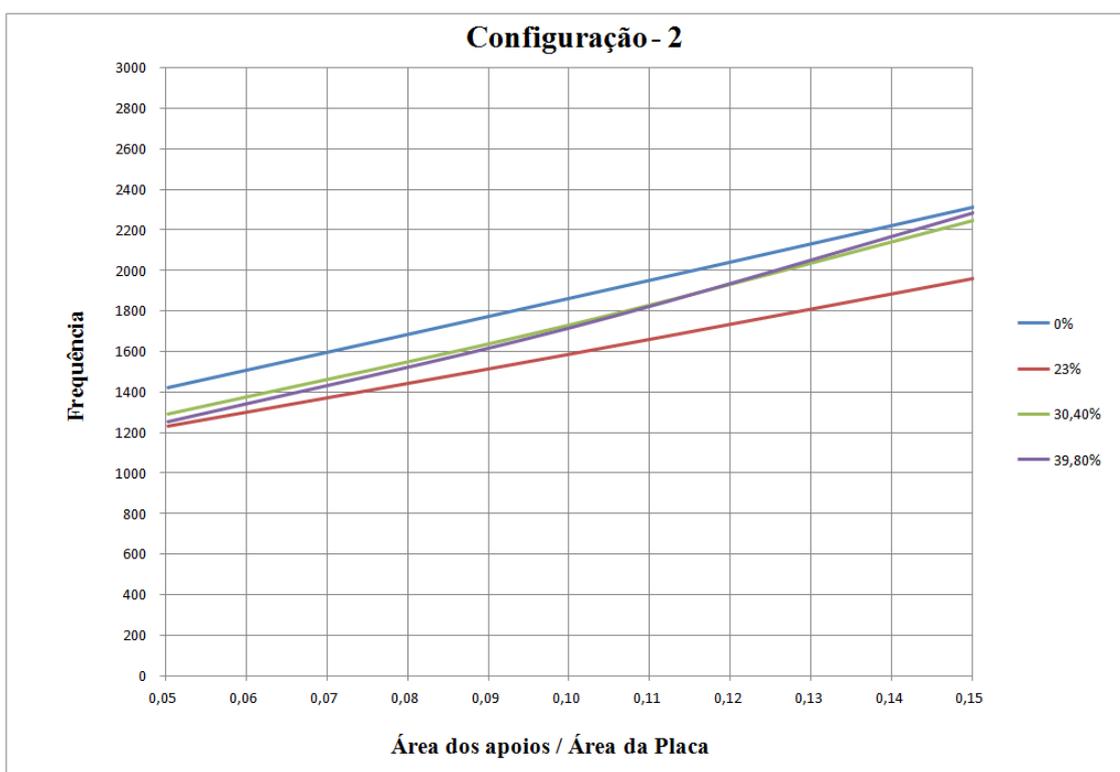
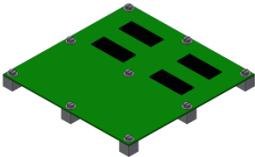


Figura 37 - Modelo-2: Configuração -2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

6.4 Configuração 3

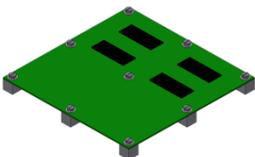
Os quatro primeiros modos de vibrar para cada configuração de suporte e massa podem ser vistos na Figura 132 e Figura 133 Figura 131 no APÊNDICE A - Modos de vibrar. As respectivas frequências naturais estão consolidadas na Tabela 10 e Tabela 11. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos na simulação.

Tabela 10 - Modelo-1: Variação da frequência natural da placa – Configuração 3

Configuração - 3		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1138,1	1146,2	1530,7	1545,8
	S1M2	1060,5	1070,6	1528,5	1541,8
	S1M3	982,2	993,69	1523,4	1532,1
	S2M1	1473,6	1488,2	2007,3	2014,8
	S2M2	1371,4	1387,4	2003,9	2009,8
	S2M3	1268,7	1285,5	1986,5	1987,8
	S3M1	1849,7	1868,3	2523,9	2524,2
	S3M2	1721,7	1740,8	2517,5	2519,2
	S3M3	1592,7	1611,9	2437,5	2442,2

Fonte: Autor

Tabela 11 - Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 3

Configuração - 3		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1171,8	1221,3	1426,6	1449,3
	S1M2	1208,7	1334,9	1433,7	1457,2
	S1M3	162,7	1321,2	1436,5	1460,0
	S2M1	1510,7	1547,0	1865,6	1879,4
	S2M2	1633,4	1748,2	1970,6	1885,4
	S2M3	1599,8	1755,0	1872,8	1887,7
	S3M1	1847,0	1868,6	2320,9	2325,7
	S3M2	2090,7	2184,7	2324,3	2329,7
	S3M3	2088,1	2228,1	2325,9	2332,5

Fonte: Autor

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da massa adicionada, foram elaborados os gráficos apresentados nas Figura 38 e Figura 39. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa com massa adicionada / frequência placa descarregada). Para o modelo 1, pode ser observado que a massa adicionada provocou praticamente o mesmo efeito nas diferentes condições de fixação e a frequência diminui conforme o carregamento aumenta. O modelo 2 também apresentou esse comportamento até o momento em que houve o aumento do carregamento 1 para o carregamento 2, onde ocorreu um aumento na frequência. Esse aumento de frequência se dá pelo fato de no modelo 2 ter sido considerada a inércia da seção transversal da massa adicionada, o que faz com que ela contribua na rigidez da placa atuando como uma espécie de nervura. Já na passagem do carregamento 2 para o carregamento 3 a frequência caiu, o que mostra que o aumento de massa foi mais significativo que o aumento de rigidez proporcionado pela presença das massas.

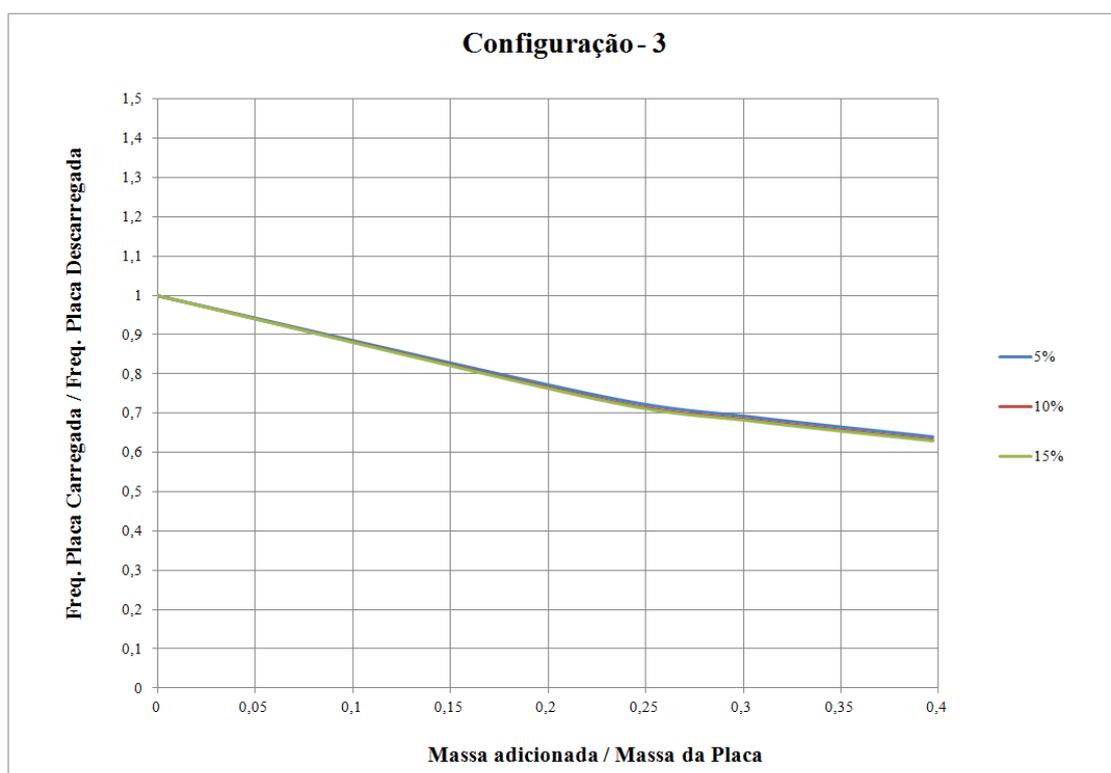


Figura 38 - Modelo 1: Configuração – 3 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

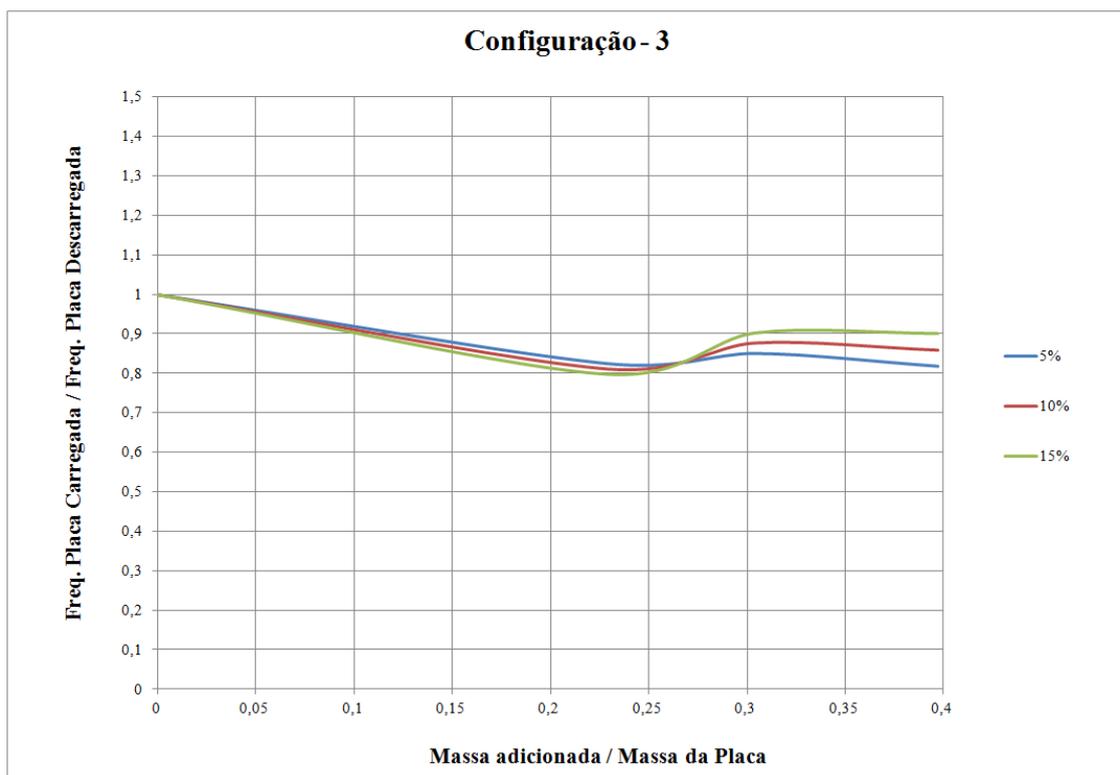


Figura 39 - Modelo 2: Configuração – 3 - Razão de frequência x Razão de massa

Fonte: Autor

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da área de apoio, foram elaborados os gráficos apresentados nas Figura 40 e Figura 41. Cada curva representa uma porcentagem de massa adicionada (0, 23, 30,4 e 39,8%). No eixo das abscissas esta a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação à área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas está a primeira frequência natural. Para o modelo 1, pode-se observar que, quanto menos massa adicionada há na placa mais ela é sensível a variação da área dos apoios. Já no modelo 2, devido à contribuição da rigidez de cada massa adicionada na estrutura da placa, é possível verificar que os carregamentos 2 e 3 tendem a se aproximar do comportamento que a placa tem quando está descarregada.

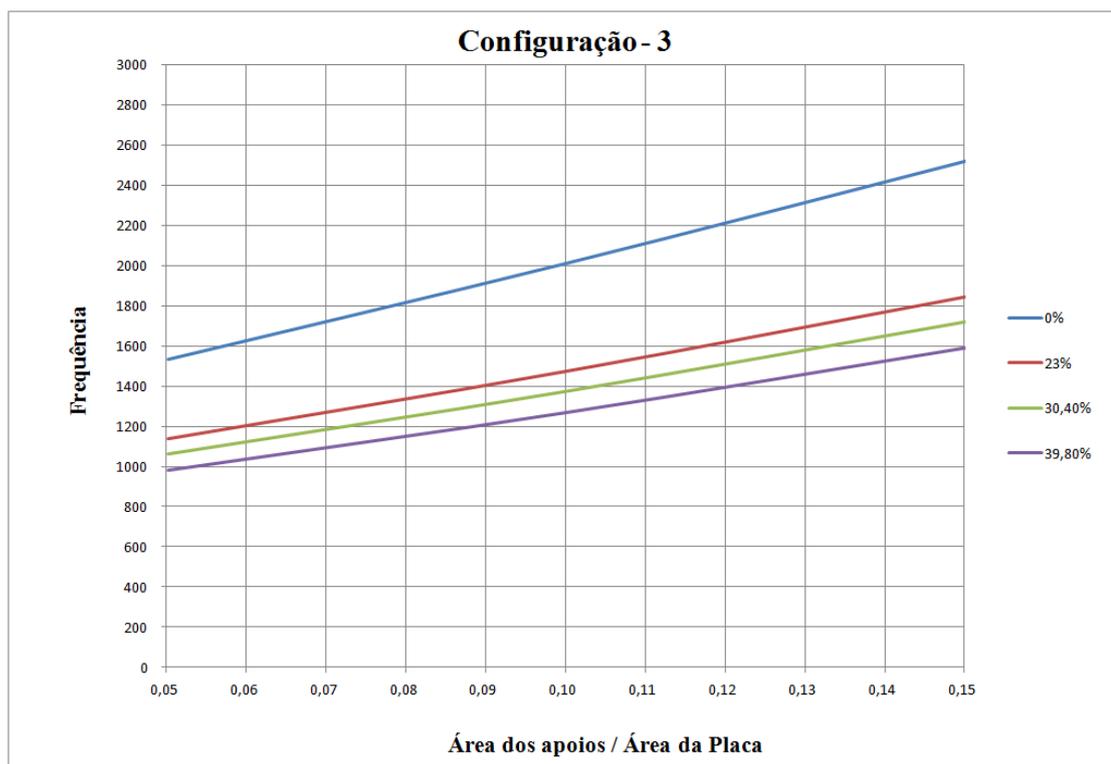


Figura 40 - Modelo-1: Configuração -3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

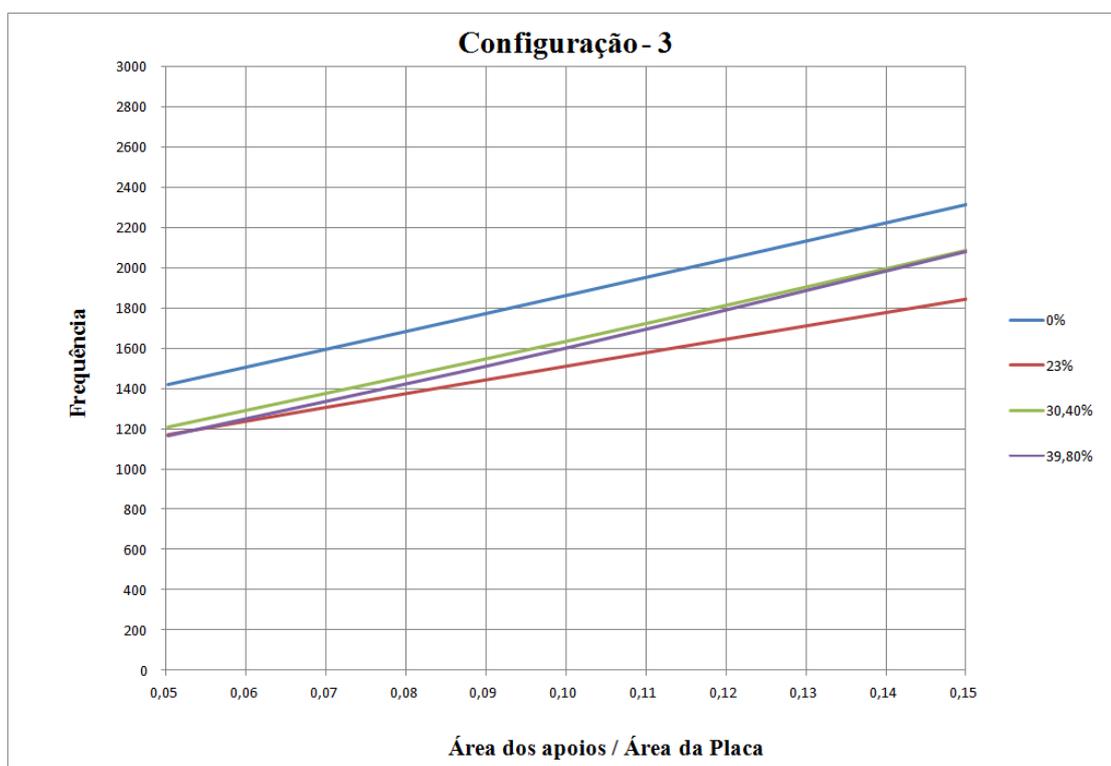
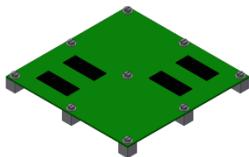


Figura 41 - Modelo-2: Configuração -3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

6.5 Configuração 4

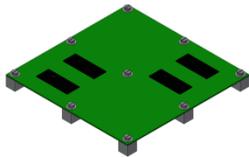
Os quatro primeiros modos de vibrar para cada configuração de suporte e massa podem ser vistos na Figura 134 e na Figura 135 Figura 131 no APÊNDICE A - Modos de vibrar. As respectivas frequências naturais estão consolidadas na Tabela 12 e Tabela 13. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos na simulação.

Tabela 12 - Modelo-1: Variação da frequência natural da placa – Configuração 4

Configuração - 4		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1137,7	1147,2	1530,3	1545,0
	S1M2	1061,5	1070,1	1527,6	1541,3
	S1M3	984,2	992,1	1521,4	1532,8
	S2M1	1478,8	1482,9	2006,9	2014,5
	S2M2	1377,5	1381,1	2002,9	2010,0
	S2M3	1275,4	1278,5	1985,0	1988,9
	S3M1	1858,3	1859,7	2522,1	2525,7
	S3M2	1730,7	1731,8	2516,6	2519,8
	S3M3	1601,9	1602,8	2439,9	2440,1

Fonte: Autor

Tabela 13 - Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 4

Configuração - 4		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1184,2	1196,1	1435,3	1456,8
	S1M2	1239,2	1253,5	1460,1	1473,5
	S1M3	1199,1	1215,6	1470,4	1477,4
	S2M1	1520,9	1527,6	1872,5	1885,6
	S2M2	1663,7	1671,5	1892,1	1900,9
	S2M3	1637,1	1647,1	1902,1	1905,1
	S3M1	1852,8	1856,5	2324,4	2332,0
	S3M2	2117,3	2122,0	2337,6	2342,5
	S3M3	2123,7	2130,8	2345,6	2346,4

Fonte: Autor

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da massa adicionada, foram elaborados os gráficos apresentados na Figura 42 e Figura 43. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa com massa adicionada / frequência placa descarregada). Para o modelo 1, pode ser observado que a massa adicionada provocou praticamente o mesmo efeito nas diferentes condições de fixação e a frequência diminui conforme o carregamento aumenta. O modelo 2 também apresentou esse comportamento até o momento em que houve o aumento do carregamento 1 para o carregamento 2, onde ocorreu um aumento na frequência. Esse aumento de frequência se dá pelo fato de no modelo 2 ter sido considerada a inércia da seção transversal da massa adicionada, o que faz com que ela contribua na rigidez da placa atuando como uma espécie de nervura. Já na passagem do carregamento 2 para o carregamento 3, para as áreas de apoio 1 e 2, a frequência caiu o que mostra que o aumento de massa foi mais significativo que o aumento de rigidez proporcionado pela presença das massas. O contrário foi observado com o suporte 3 que mesmo com o aumento da massa 2 para a massa 3 sua frequência continuou subindo.

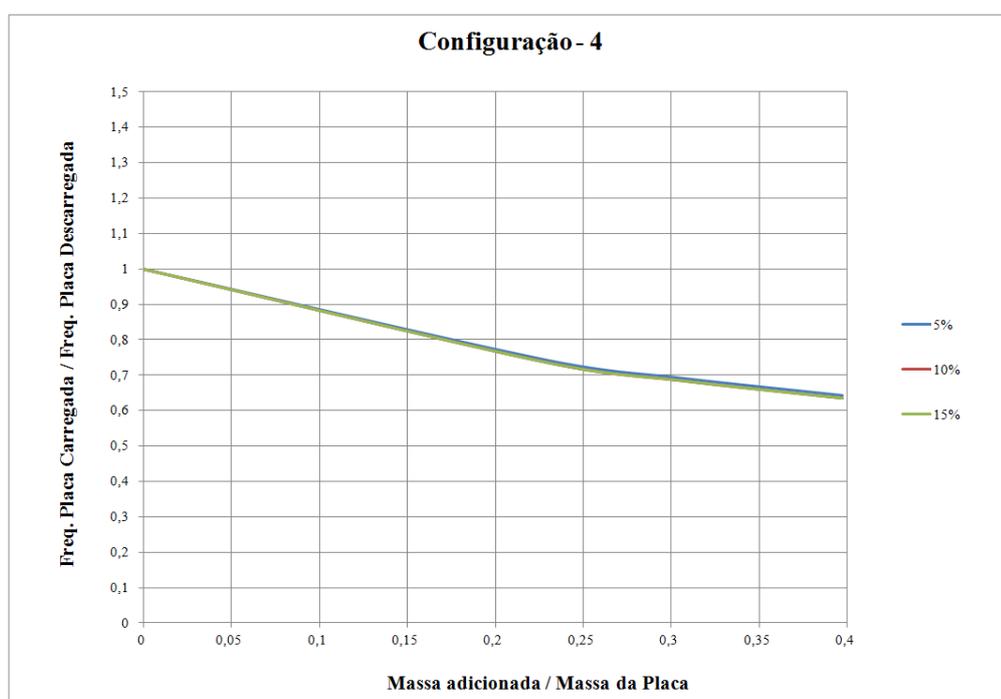


Figura 42 - Modelo 1: Configuração – 4 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

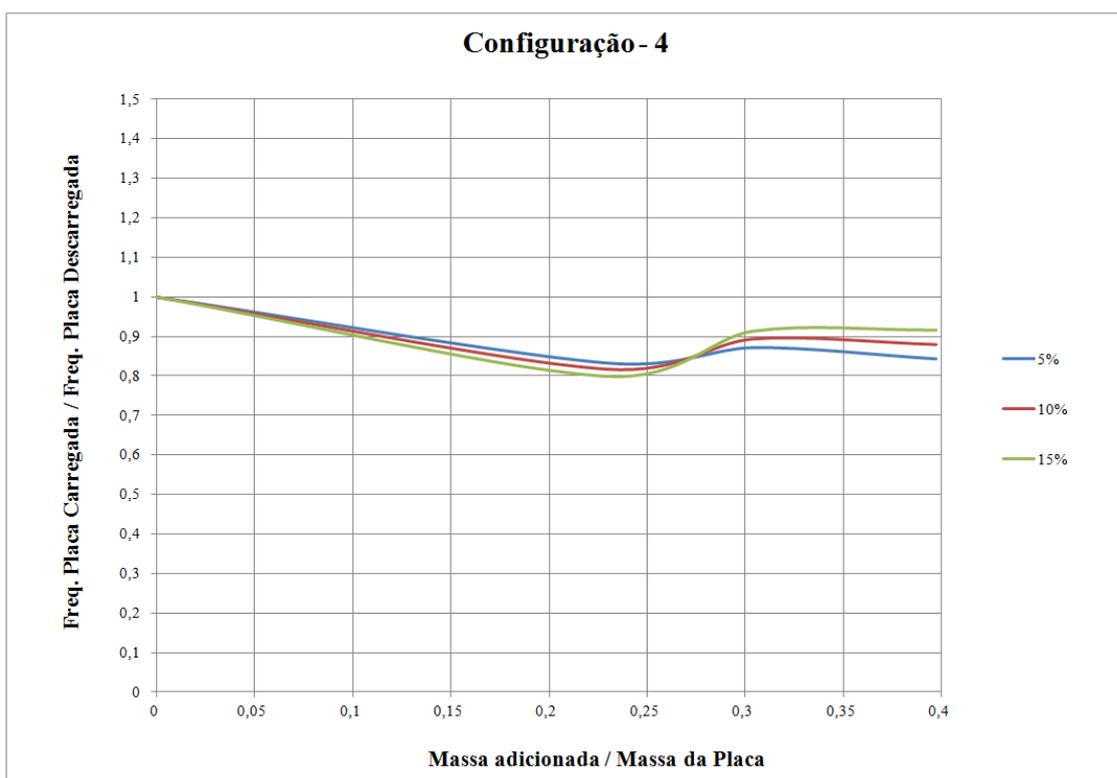


Figura 43 - Modelo 2: Configuração – 4 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da área de apoio, foram elaborados os gráficos apresentados na Figura 44 e Figura 45. Cada curva representa uma porcentagem de massa adicionada (0, 23, 30,4 e 39,8%). No eixo das abscissas está a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação à área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas esta a primeira frequência natural. Para o modelo 1, pode-se observar que, quanto menos massa adicionada há na placa mais ela é sensível à variação da área dos apoios. Já no modelo 2, devido à contribuição da rigidez de cada massa adicionada na estrutura da placa, é possível verificar que os carregamentos 2 e 3 tendem a se aproximar do comportamento que a placa tem quando esta descarregada.

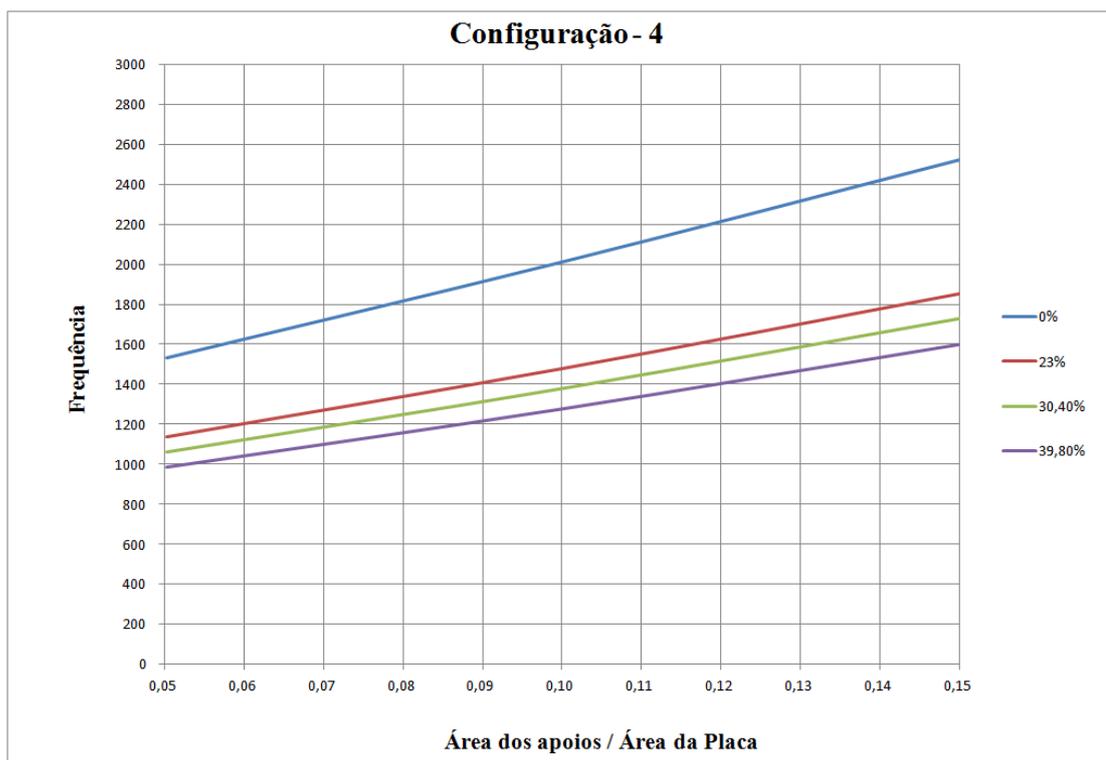


Figura 44 - Modelo-1: Configuração -4 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

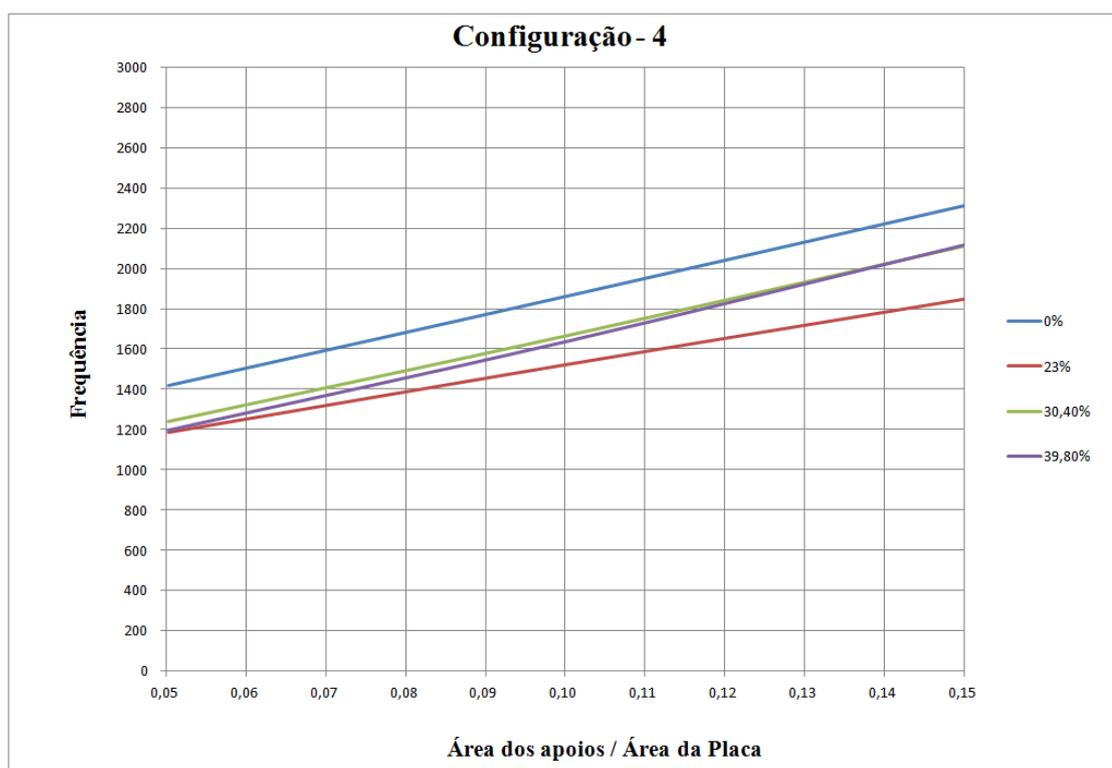
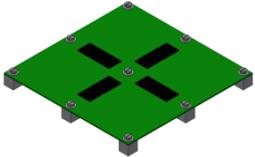


Figura 45 - Modelo-2: Configuração -4 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

6.6 Configuração 5

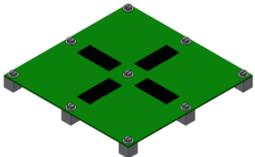
Os quatro primeiros modos de vibrar para cada configuração de suporte e massa podem ser vistos na Figura 136 e Figura 137 Figura 131 no APÊNDICE A - Modos de vibrar. As respectivas frequências naturais estão consolidadas na Tabela 14 e Tabela 15. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos na simulação.

Tabela 14 - Modelo-1: Variação da frequência natural da placa – Configuração 5

Configuração - 5		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1373,7	1415,8	1551,3	1981,2
	S1M2	1322,9	1371,8	1545,8	1839,8
	S1M3	1262,9	1316,7	1538,9	1696,9
	S2M1	1821,1	1872,0	2005,6	2440,3
	S2M2	1755,3	1814,5	1997,7	2257,2
	S2M3	1675,4	1739,4	1987,8	2075,4
	S3M1	2321,5	2375,8	2500,7	2948,8
	S3M2	2240,9	2305,4	2491,0	2521,5
	S3M3	2139,2	2207,7	2478,6	2497,4

Fonte: Autor

Tabela 15 - Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 5

Configuração - 5		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1465,2	1475,0	1515,0	2206,7
	S1M2	1571,7	1677,3	1785,1	2387,2
	S1M3	1577,8	1750,2	1893,0	2409,1
	S2M1	1920,9	1938,2	2006,9	2711,5
	S2M2	2150,4	2241,9	2323,6	3021,6
	S2M3	2199,9	2346,2	2453,1	3033,5
	S3M1	2379,6	2424,4	2523,2	3196,2
	S3M2	2751,8	2787,8	2824,2	3680,7
	S3M3	2839,7	2909,8	2970,0	3688,4

Fonte: Autor

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da massa adicionada, foram elaborados os gráficos apresentados na Figura 46 e Figura 47. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa descarregada / frequência placa com massa adicionada). Para o modelo 1, pode ser observado que, quanto menos rígida ficou a fixação da placa, mais sensível ao aumento da massa adicionada ela se mostrou e a frequência diminuiu conforme o carregamento aumenta. O modelo 2 apresentou um comportamento completamente diferente, onde a medida que o carregamento aumentou, a frequência também aumentou, principalmente na passagem do carregamento 1 para o 2, onde ocorreu um aumento mais acentuado na frequência. Esse aumento de frequência se dá pelo fato de no modelo 2 ter sido considerada a inércia da seção transversal da massa adicionada, o que faz com que ela contribua na rigidez da placa atuando como uma espécie de nervura. Diferente das outras configurações, esse comportamento foi observado em todos os incrementos de massa, como que, de alguma forma, toda a massa colocada nessa região definida estivesse sempre contribuindo para o aumento da rigidez da placa.

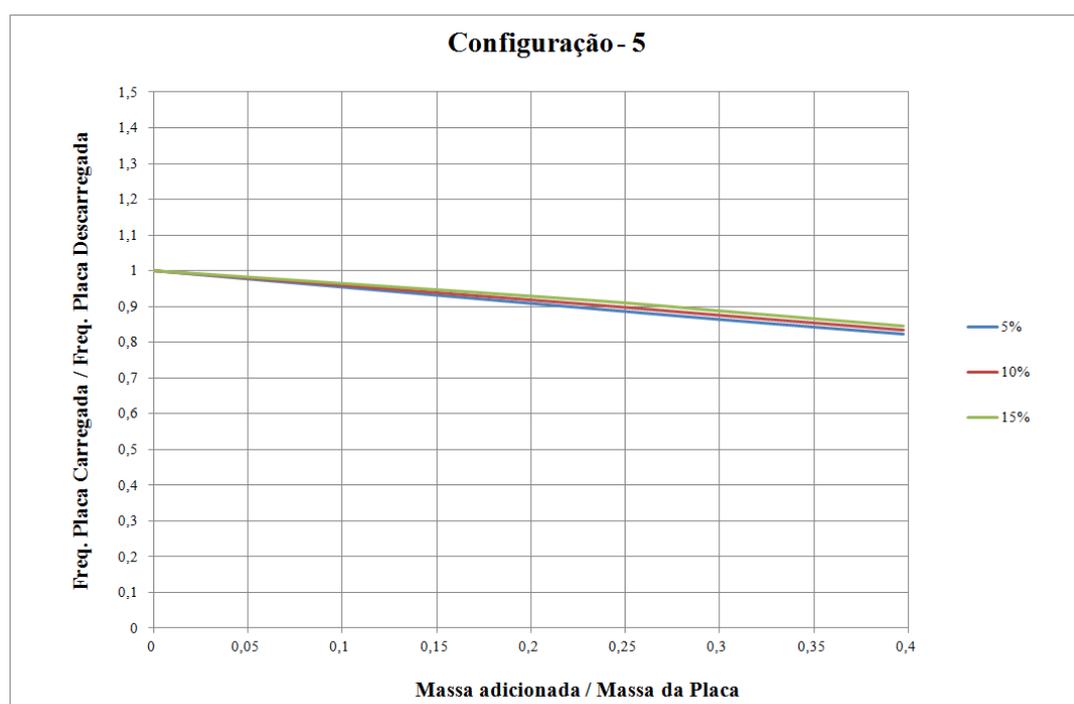


Figura 46 - Modelo 1: Configuração – 5 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

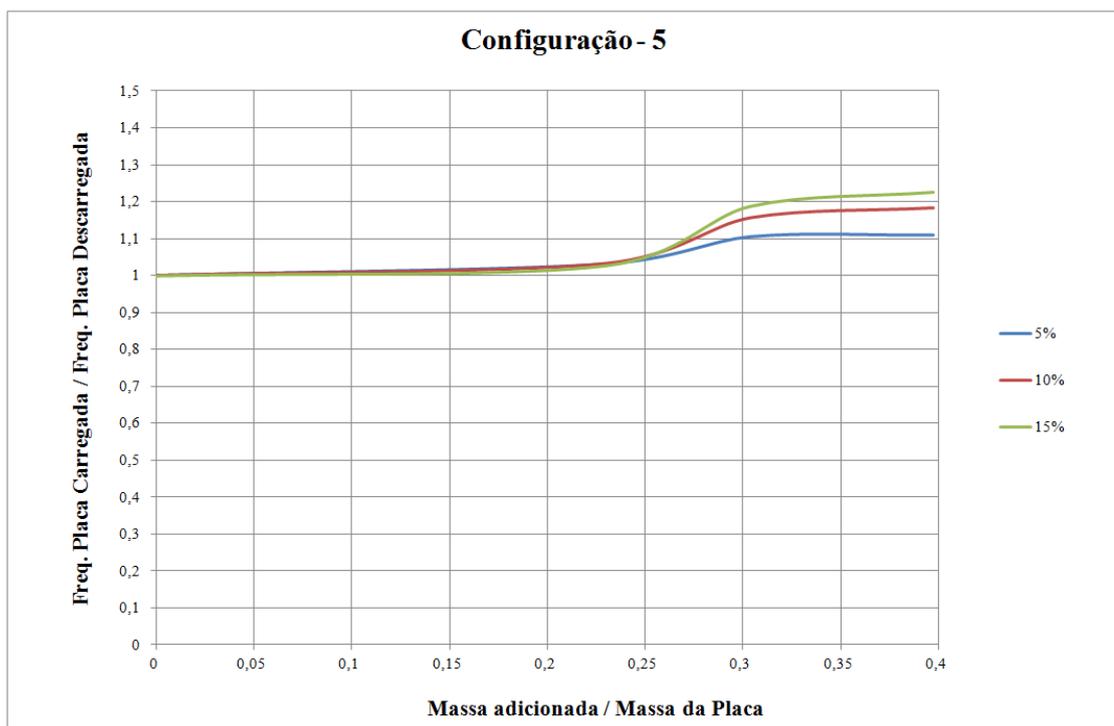


Figura 47 - Modelo 2: Configuração – 5 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da área de apoio, foram elaborados os gráficos apresentados na Figura 48 e Figura 49. Cada curva representa uma porcentagem de massa adicionada (0, 23, 30,4 e 39,8%). No eixo das abscissas está a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação a área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas esta a frequência. Para o modelo 1, pode-se observar que, quanto menos massa adicionada há na placa mais ela é sensível à variação da área dos apoios. Já no modelo 2, devido à contribuição da rigidez de cada massa adicionada na estrutura da placa, é possível verificar que todos os carregamentos tiveram taxa de aumento de frequência maiores que a da placa descarregada, isso significa que toda massa adicionada contribuiu mais para o aumento da rigidez em função da sua inércia do que para a diminuição da rigidez em função da sua massa.

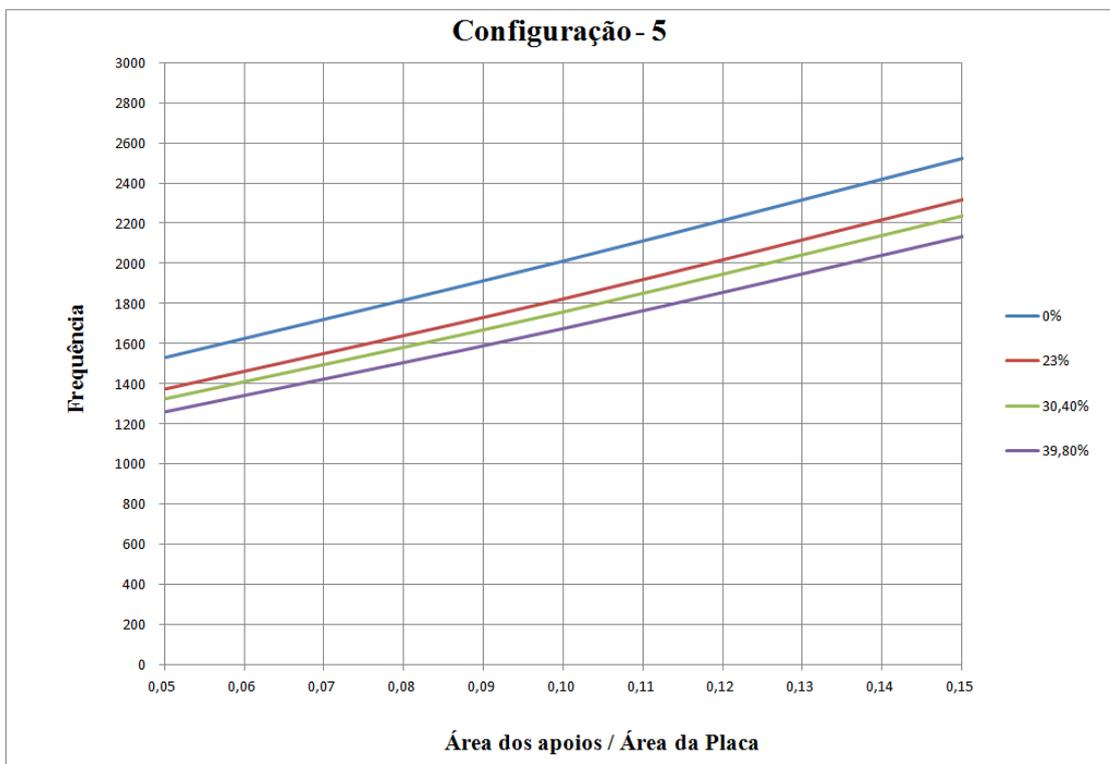


Figura 48 - Modelo-1: Configuração -5 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

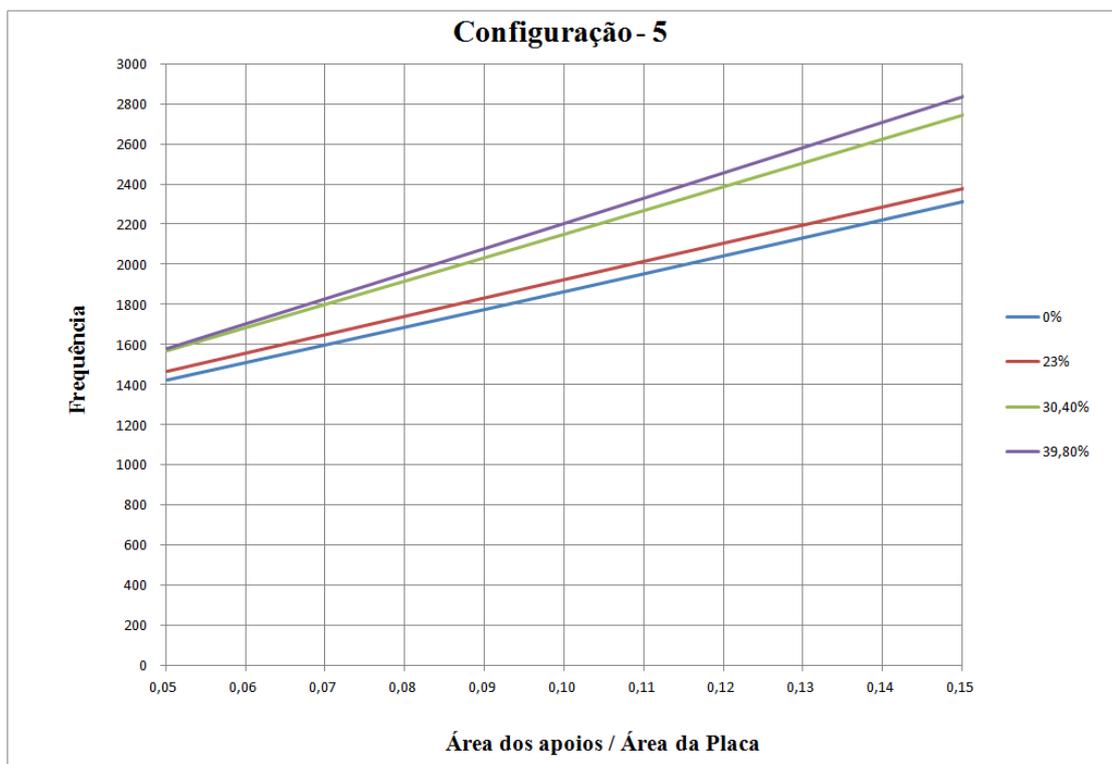
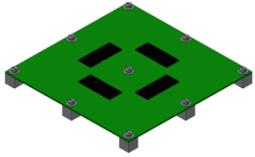


Figura 49 - Modelo-2: Configuração -5 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

6.7 Configuração 6

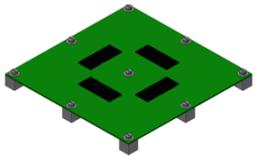
Os quatro primeiros modos de vibrar para cada configuração de suporte e massa podem ser vistos na Figura 138 e Figura 139 Figura 131 no APÊNDICE A - Modos de vibrar. As respectivas frequências naturais estão consolidadas na Tabela 16 e Tabela 17. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos na simulação.

Tabela 16 - Modelo-1: Variação da frequência natural da placa – Configuração 6

Configuração - 6		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1279,1	1318,7	1446,7	1915,3
	S1M2	1213,0	1257,3	1409,8	1772,0
	S1M3	1141,1	1188,3	1365,7	1629,4
	S2M1	1657,5	1706,0	1830,4	2315,4
	S2M2	1565,7	1619,4	1771,4	2130,3
	S2M3	1466,6	1523,1	1702,2	1949,9
	S3M1	2073,3	2125,7	2243,2	2743,8
	S3M2	1952,9	2011,3	2159,5	2513,9
	S3M3	1823,6	1884,8	2063,0	2293,5

Fonte: Autor

Tabela 17 - Modelo-2: Variação da frequência natural da placa – Configuração 6

Configuração - 6		Frequência (Hz)			
		Modo-1	Modo-2	Modo-3	Modo-4
	S1M1	1370,0	1385,8	1470,9	2189,0
	S1M2	1392,5	1396,1	1452,8	2286,7
	S1M3	1346,0	1355,0	1407,9	2283,7
	S2M1	1809,6	1825,2	1897,9	2701,5
	S2M2	1853,4	1868,2	1869,5	2884,8
	S2M3	1798,7	1802,2	1825,8	2882,9
	S3M1	2314,4	2319,6	1364,3	3271,7
	S3M2	2335,6	2395,1	2441,7	3591,0
	S3M3	2235,4	2336,3	2385,8	3606,2

Fonte: Autor

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da massa adicionada, foram elaborados os gráficos apresentados na Figura 50 e Figura 51. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa com massa adicionada/ frequência placa descarregada). Para o modelo 1, pode ser observado que, quanto mais rígida ficou a fixação da placa, mais sensível ao aumento da massa adicionada ela se mostrou e a frequência diminui conforme o carregamento aumenta. O modelo 2 também apresentou esse comportamento até o momento em que houve o aumento do carregamento 1 para o carregamento 2, onde ocorreu um aumento na frequência. Esse aumento de frequência se dá pelo fato de no modelo 2 ter sido considerada a inércia da massa adicionada, o que faz com que ela contribua na rigidez da placa atuando como uma espécie de nervura. Já na passagem do carregamento 2 para o carregamento 3 a frequência caiu o que mostra que o aumento de massa foi mais significativo que o aumento de rigidez proporcionado pela presença das massas.

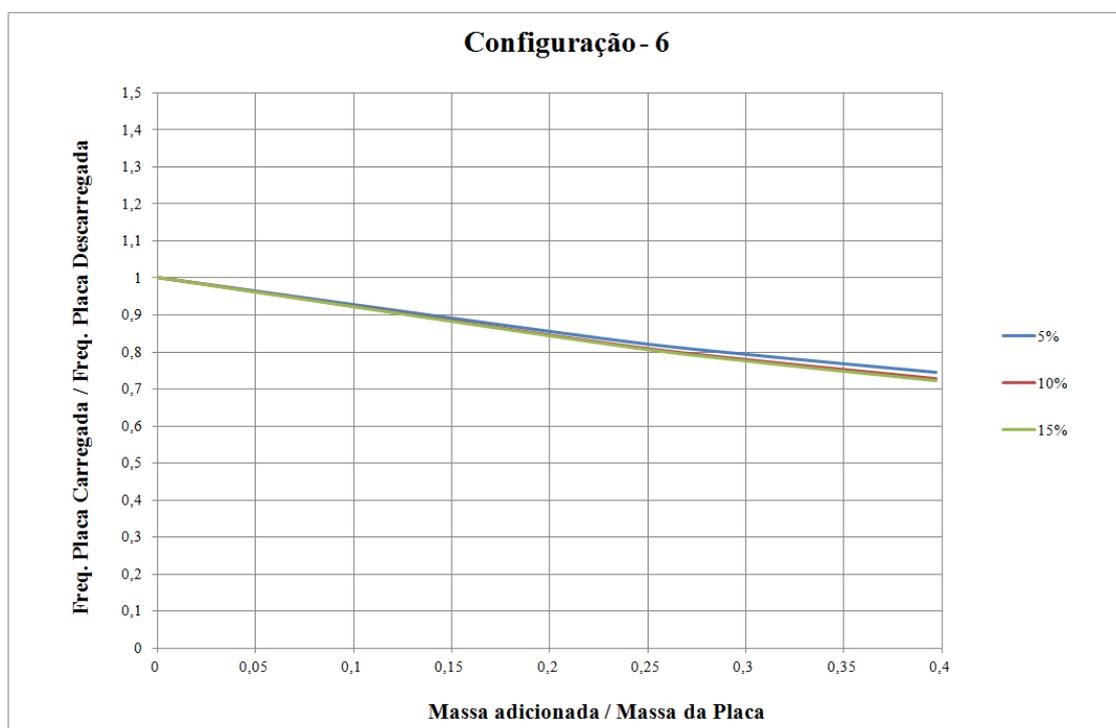


Figura 50 - Modelo 1: Configuração – 6 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

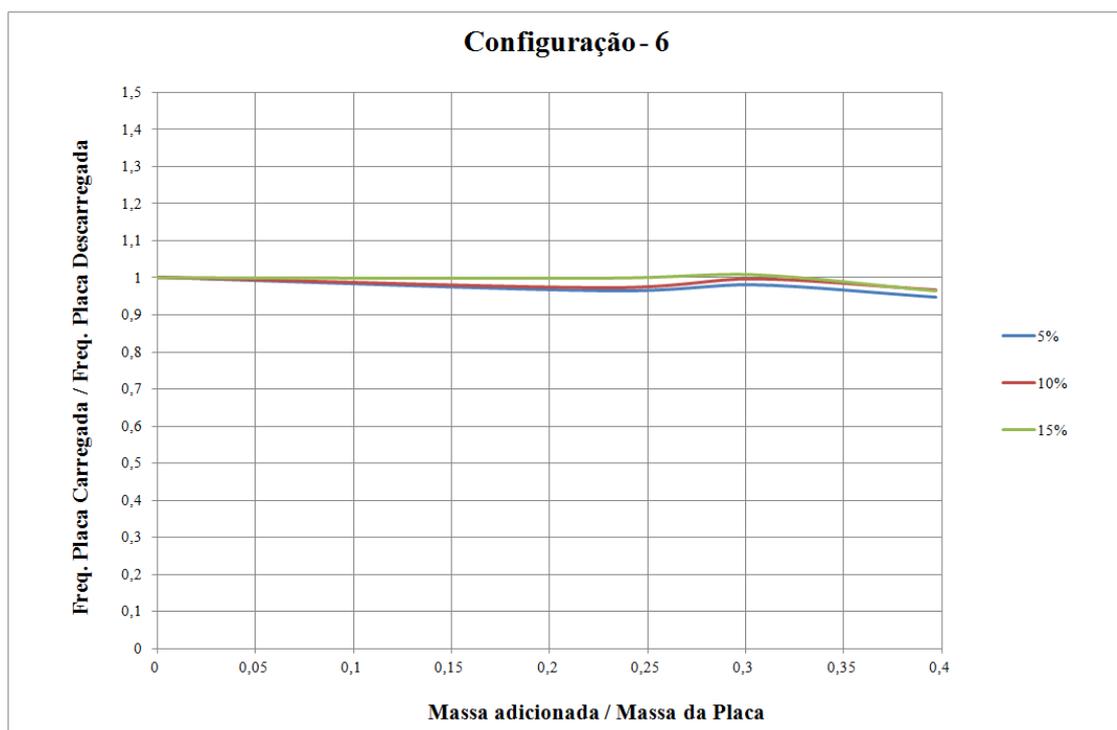


Figura 51 - Modelo 2: Configuração – 6 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da área de apoio, foram elaborados os gráficos apresentados na Figura 52 e Figura 53. Cada curva representa uma porcentagem de massa adicionada (0, 23, 30,4 e 39,8%). No eixo das abscissas está a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação à área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas está a frequência. Para o modelo 1, pode-se observar que, quanto menos massa adicionada há na placa mais ela é sensível à variação da área dos apoios. Já no modelo 2, devido à contribuição da rigidez de cada massa adicionada na estrutura da placa, é possível verificar que os carregamentos 1 e 2 tendem a se aproximar do comportamento que a placa tem quando esta descarregada. O carregamento 3, ao contrário das outras configurações, se afastou desse comportamento. Isso mostra que a contribuição de sua massa foi maior que a contribuição da inércia da sua seção transversal para a rigidez da placa.

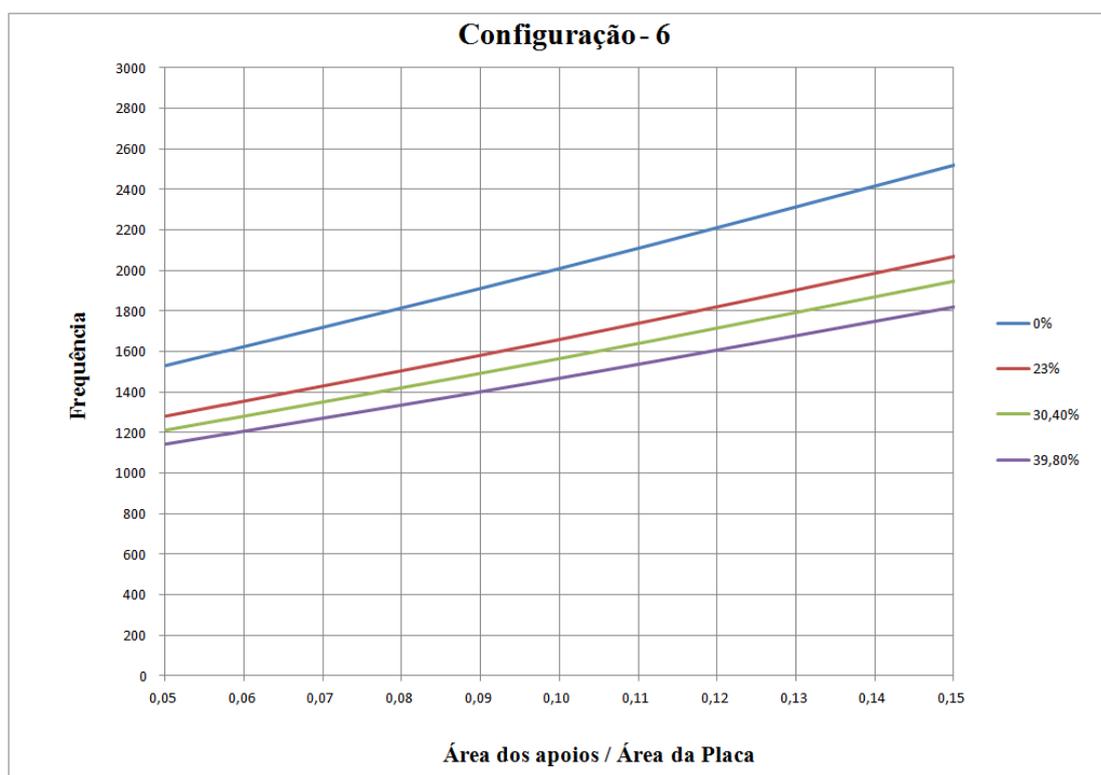


Figura 52 - Modelo-1: Configuração -6 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

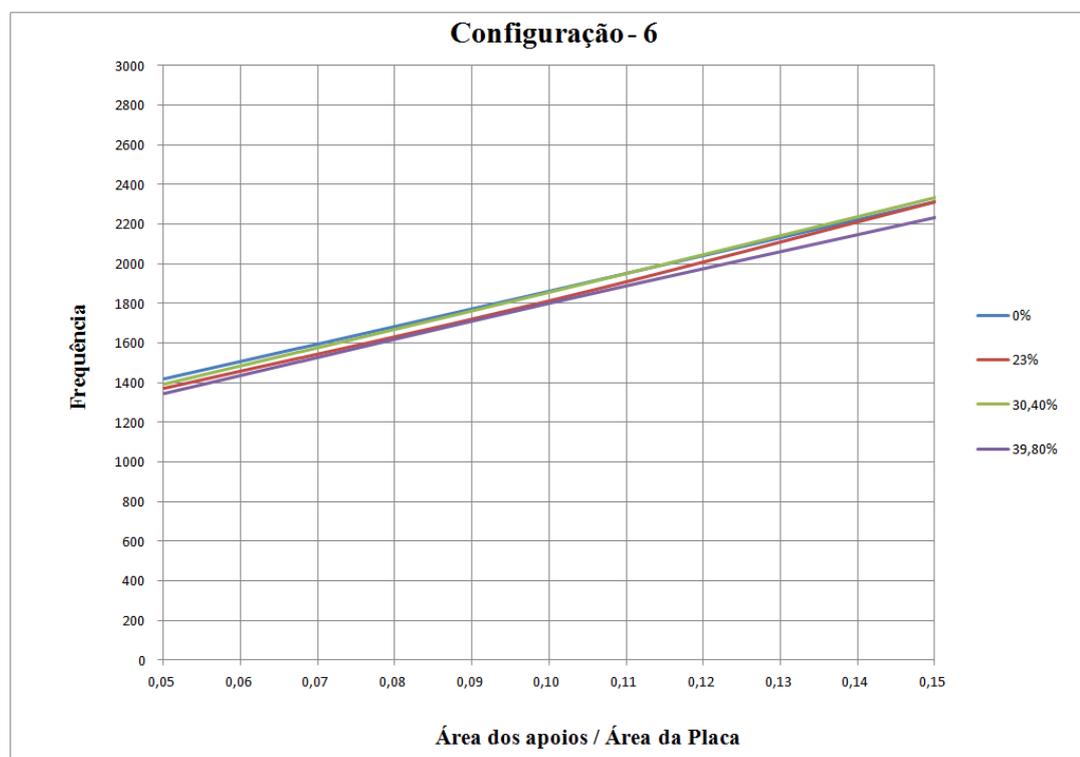


Figura 53 - Modelo-2: Configuração -6 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

6.8 Comparações entre configurações

Nesta seção são feitas as comparações entre as configurações para cada tipo de área de apoio e de massa adicionada. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos na simulação.

6.8.1 Área de apoio

Na Figura 54 e na Figura 55 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada incremento de massa adicionada quando a área de apoio corresponde a 5% da área de massa (suporte 1). Na Figura 56 e Figura 57 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada incremento de massa adicionada quando a área de apoio corresponde a 10% da área de massa (suporte 2). Na Figura 58 e Figura 59 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada incremento de massa adicionada quando a área de apoio corresponde a 15% da área de massa (suporte 3).

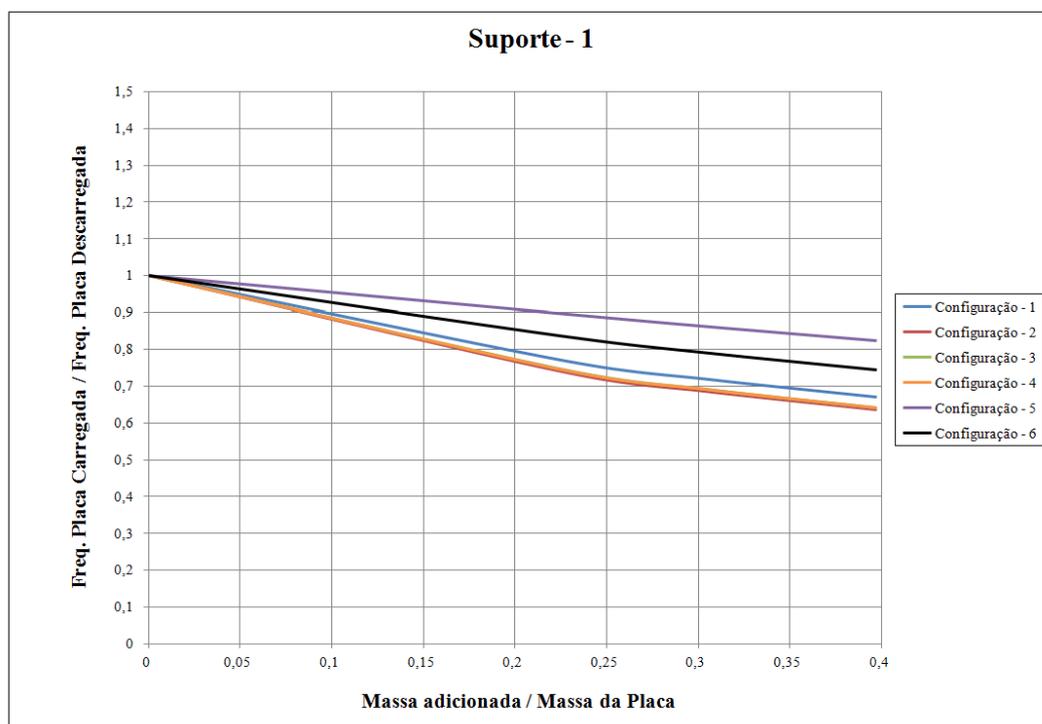


Figura 54 - Modelo 1: Suporte – 1 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

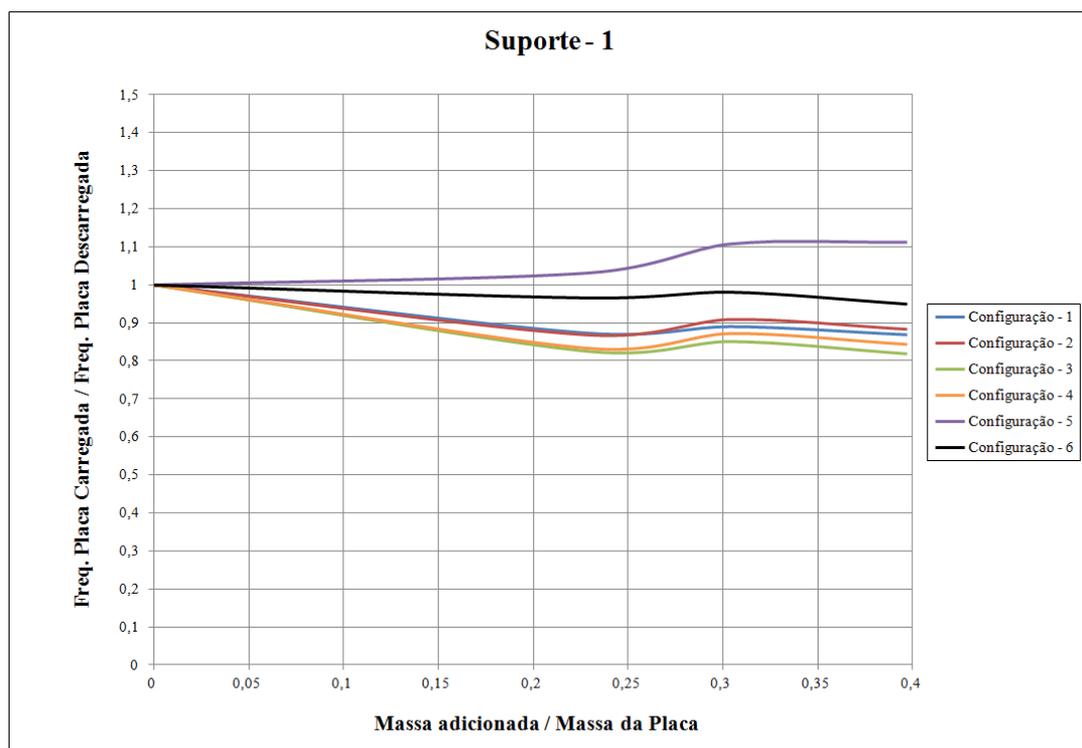


Figura 55 - Modelo 2: Suporte – 1 - Razão de frequência x Razão de massa
 Fonte: Autor

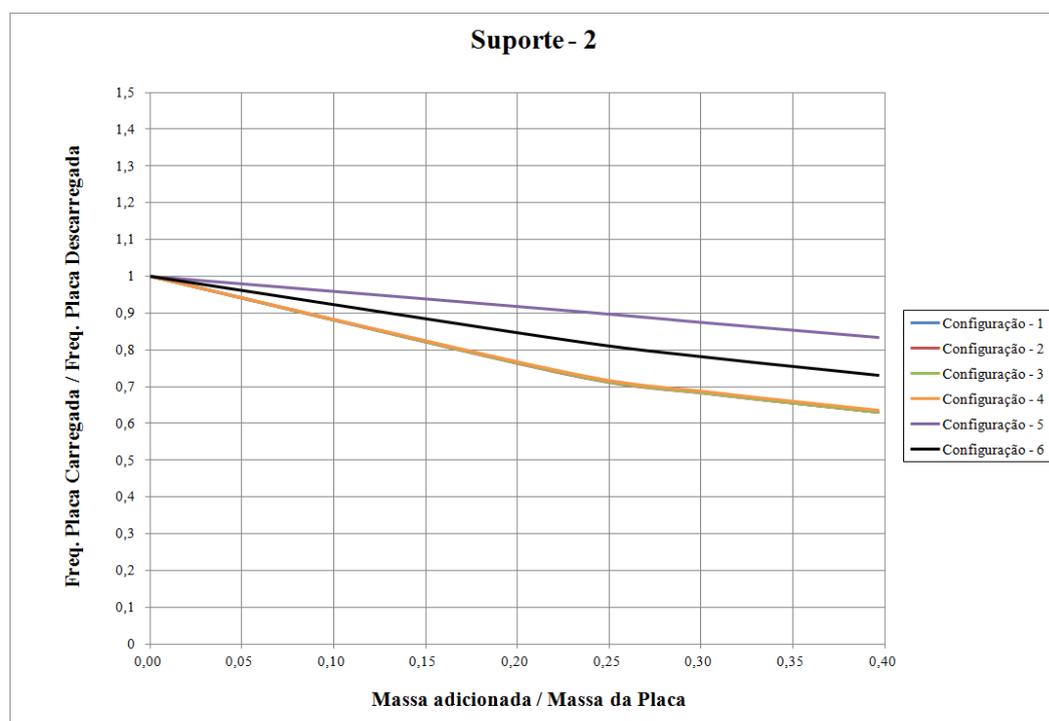


Figura 56 - Modelo 1: Suporte – 2 - Razão de frequência x Razão de massa
 Fonte: Autor

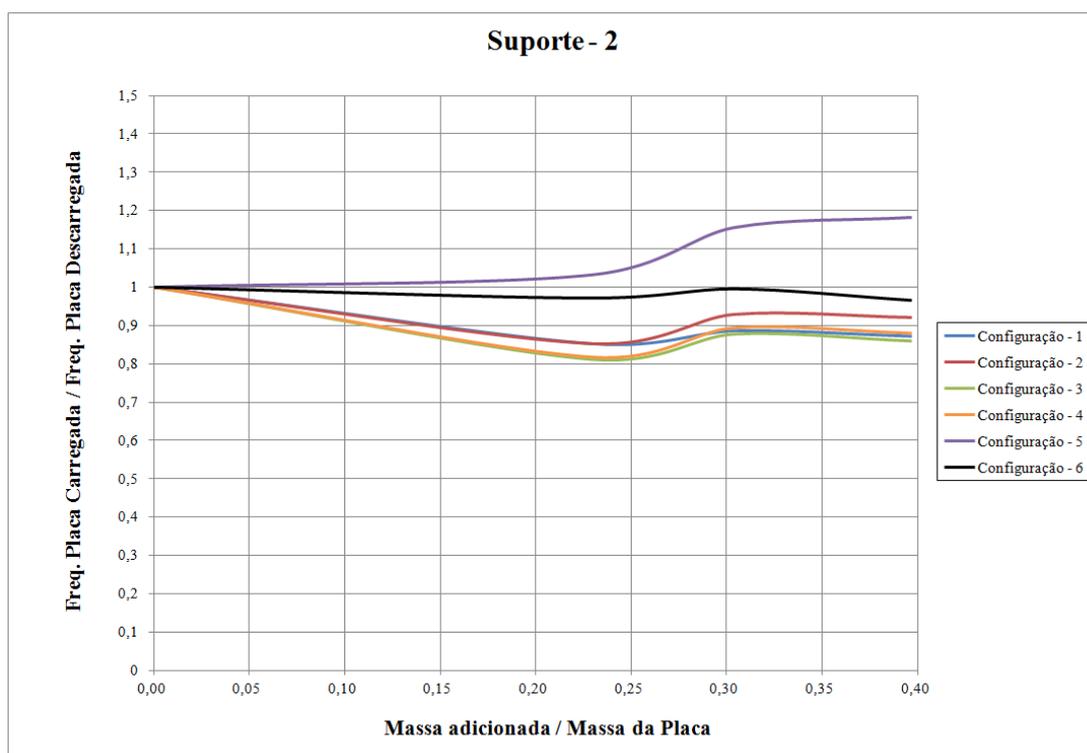


Figura 57 - Modelo 2: Suporte – 2 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

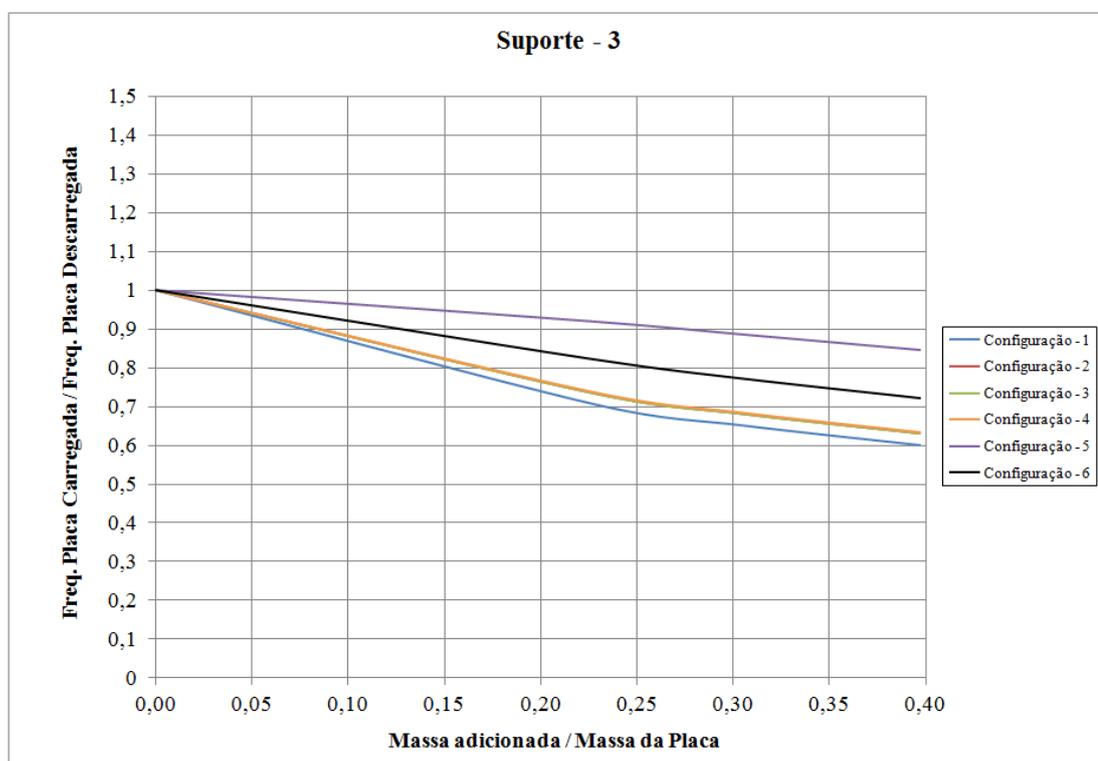


Figura 58 - Modelo 1: Suporte – 3 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

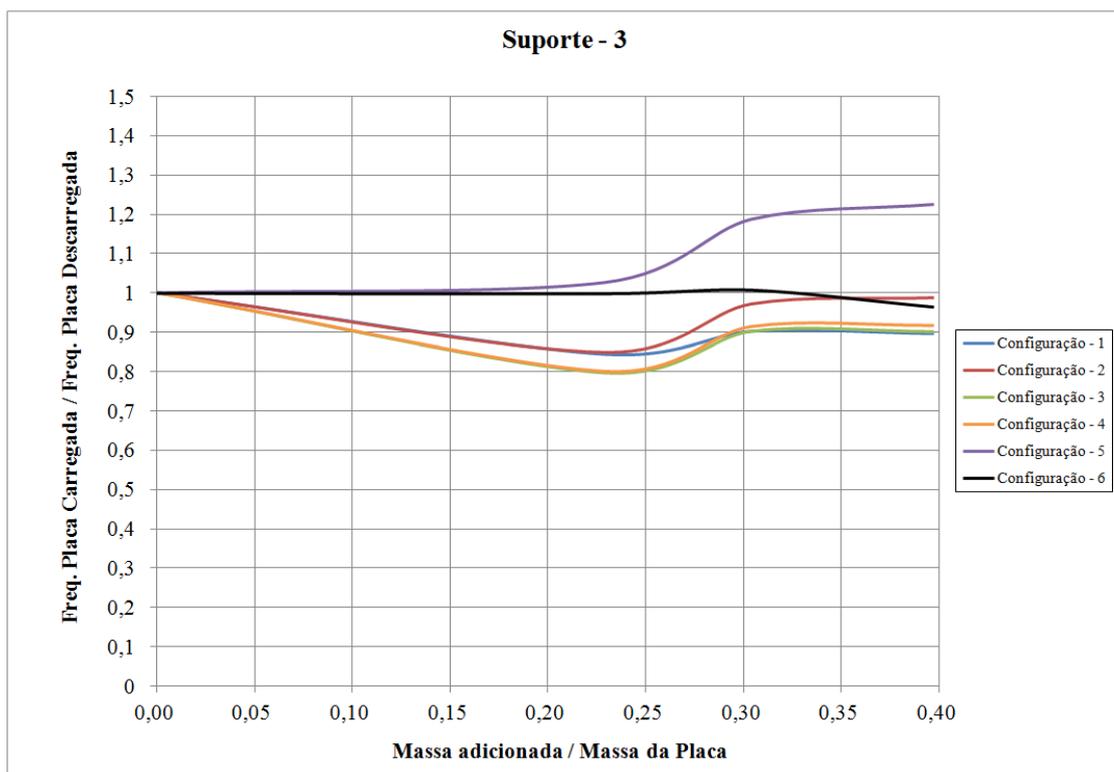


Figura 59 - Modelo 2: Suporte – 3 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

Na Figura 60 e na Figura 61 é apresentado de forma consolidada o comportamento de cada tipo de configuração para cada incremento de massa adicionada em cada porcentagem de área de apoio. Como é possível observar, a configuração 5 com o suporte 3 foi a que se apresentou menos suscetível ao aumento de massa, inclusive, no modelo 2, ela tem um aumento significativo de rigidez com o aumento da massa. Já no modelo 1 a que mais "sentiu" o aumento de massa foi a configuração 1 com o suporte 3 e no modelo 2 a configuração 3 com suporte 1.

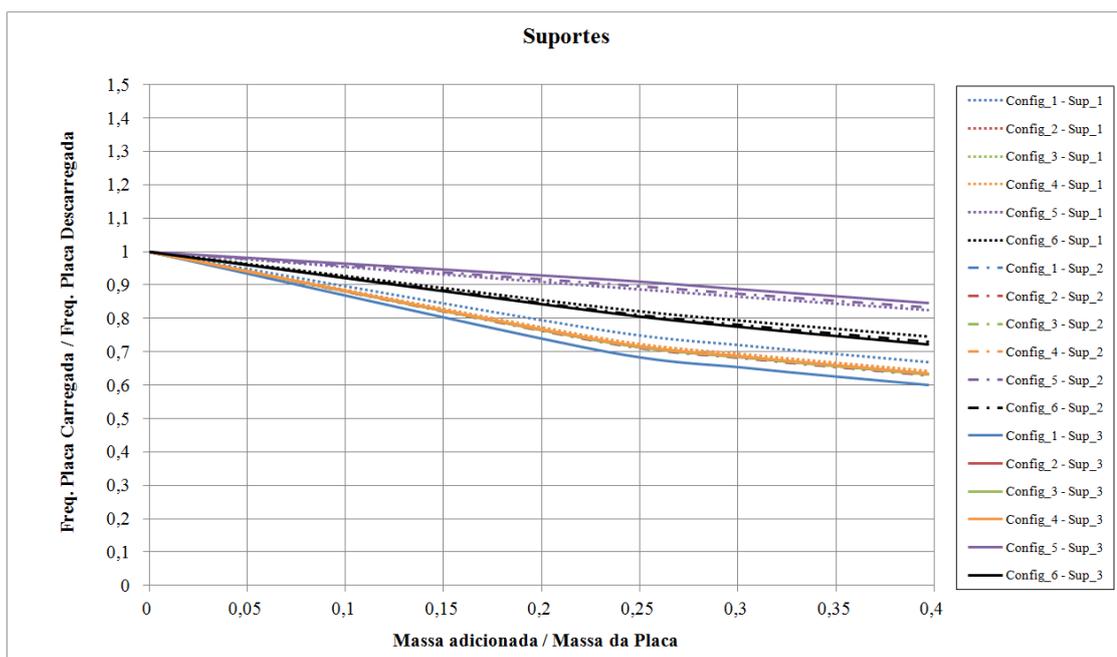


Figura 60 - Modelo 1: Suportes –1,2 e 3 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

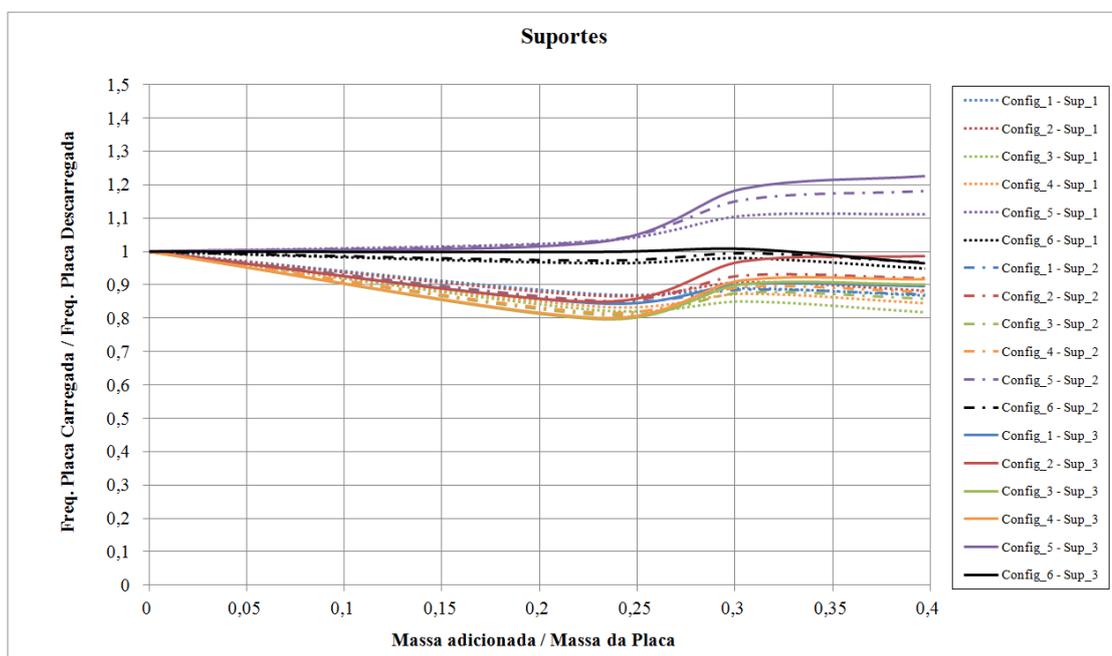


Figura 61 - Modelo 2: Suportes –1,2 e 3 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

6.8.2 Massa adicionada

Na Figura 62 e Figura 63 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada condição de área de apoio quando a massa adicionada corresponde a 22,9% da massa da placa (Massa 1). Na Figura 64 e Figura 65 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada condição de área de apoio quando a massa adicionada corresponde a 30,4% da massa da placa (Massa 2). Na Figura 66 e Figura 67 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada condição de área de apoio quando a massa adicionada corresponde a 39,8% da massa da placa (Massa 3).

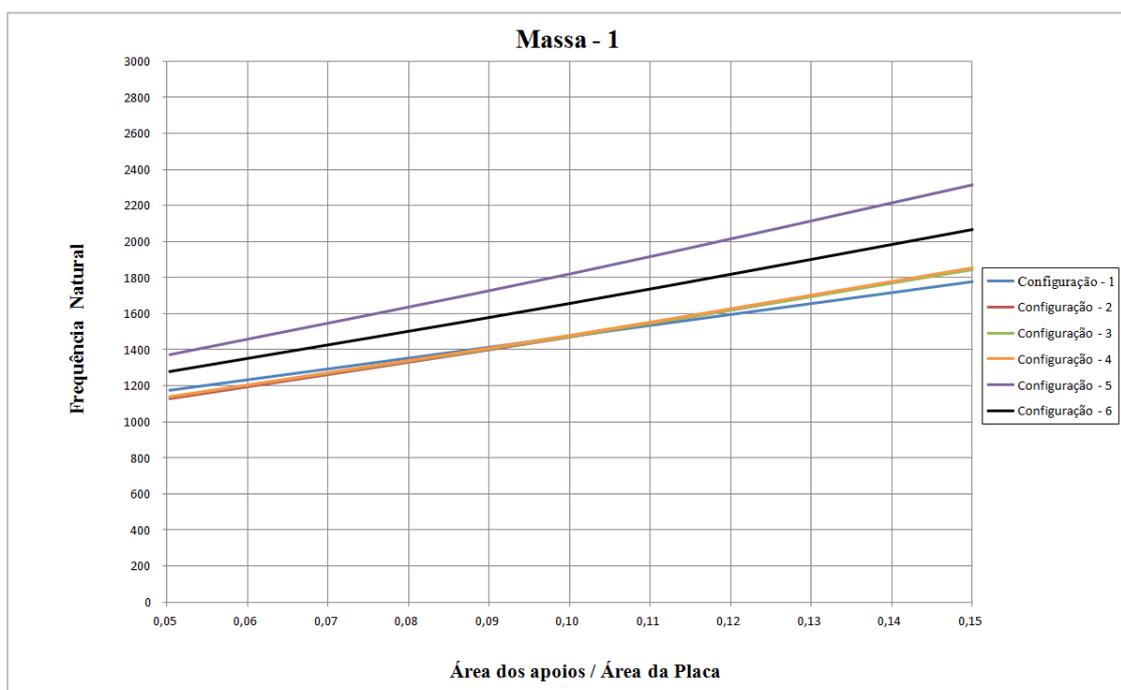


Figura 62 - Modelo 1: Massa - 1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

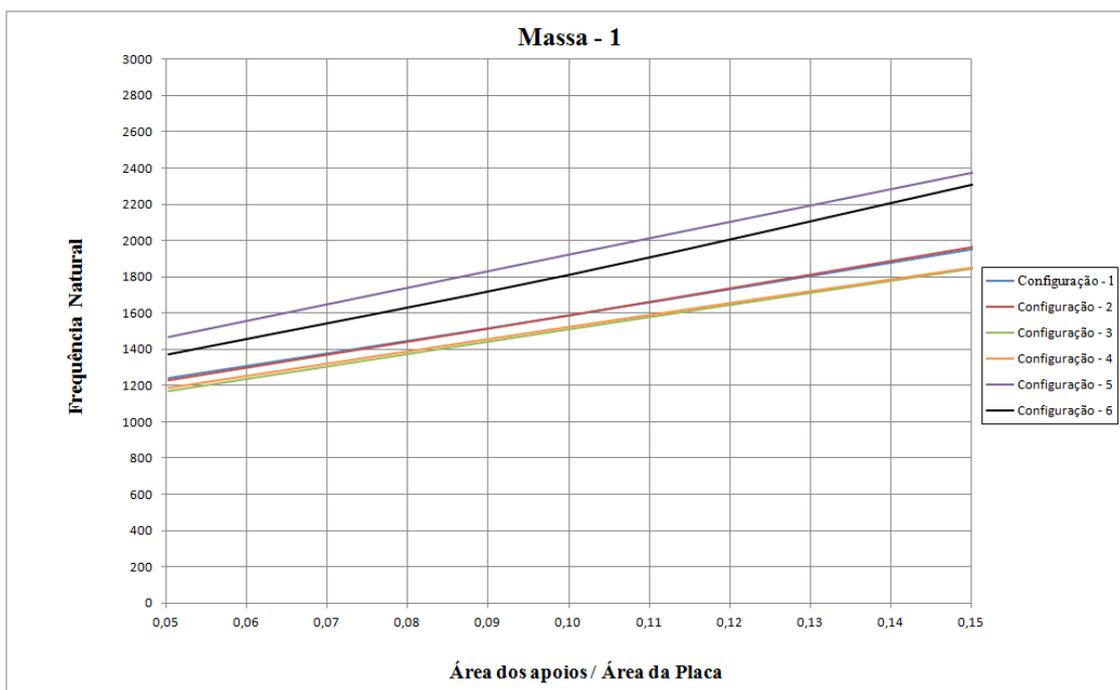


Figura 63 - Modelo 2: Massa - 1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

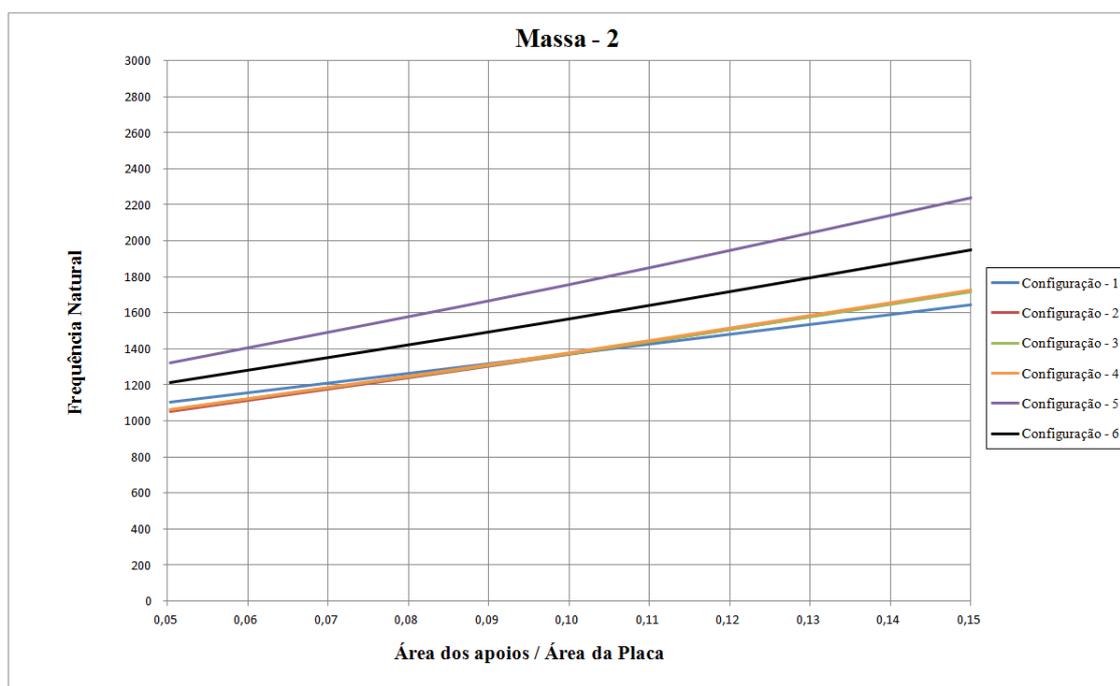


Figura 64 - Modelo 1: Massa - 2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

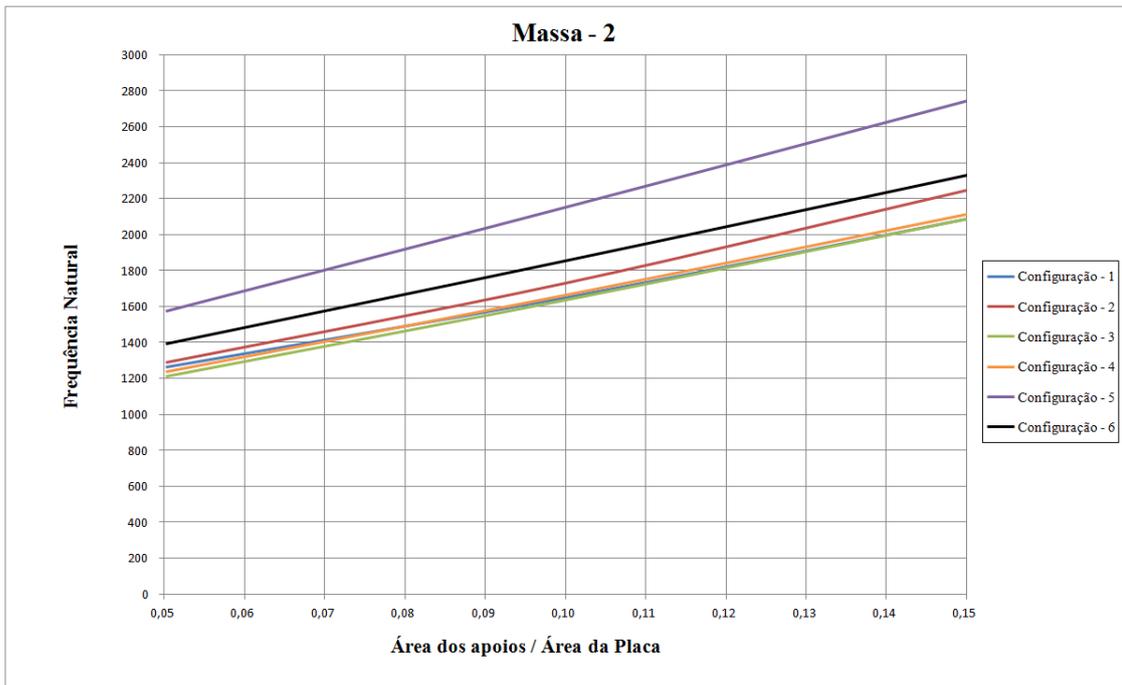


Figura 65 - Modelo 2: Massa - 2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
 Fonte: Autor

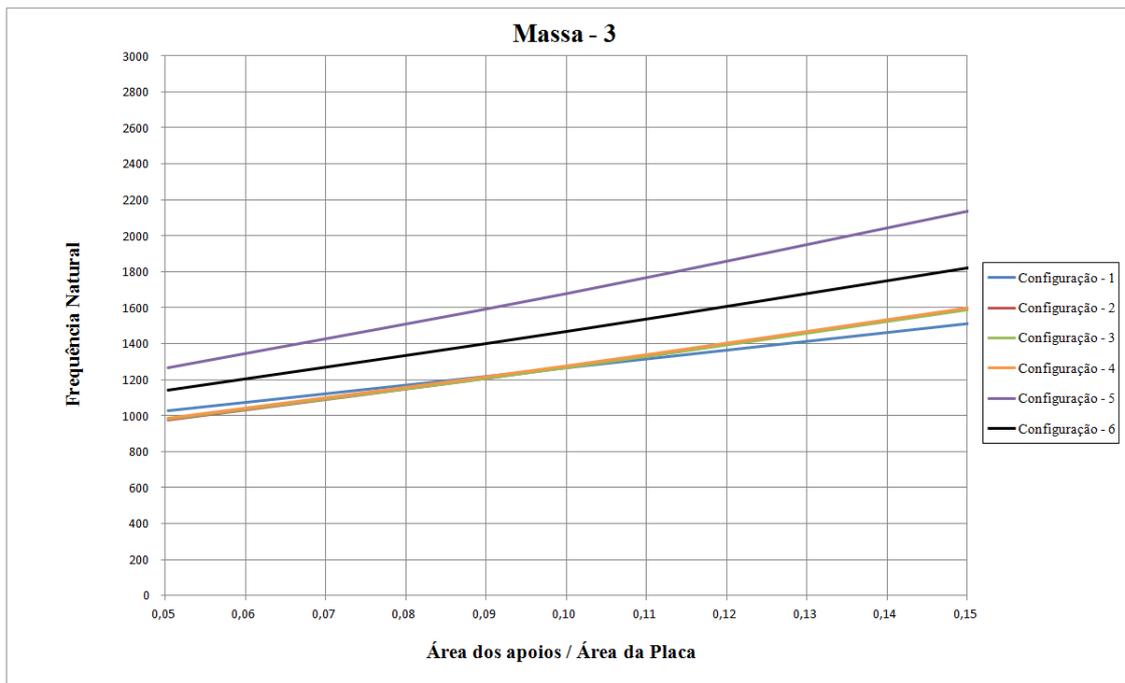


Figura 66 - Modelo 1: Massa - 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
 Fonte: Autor

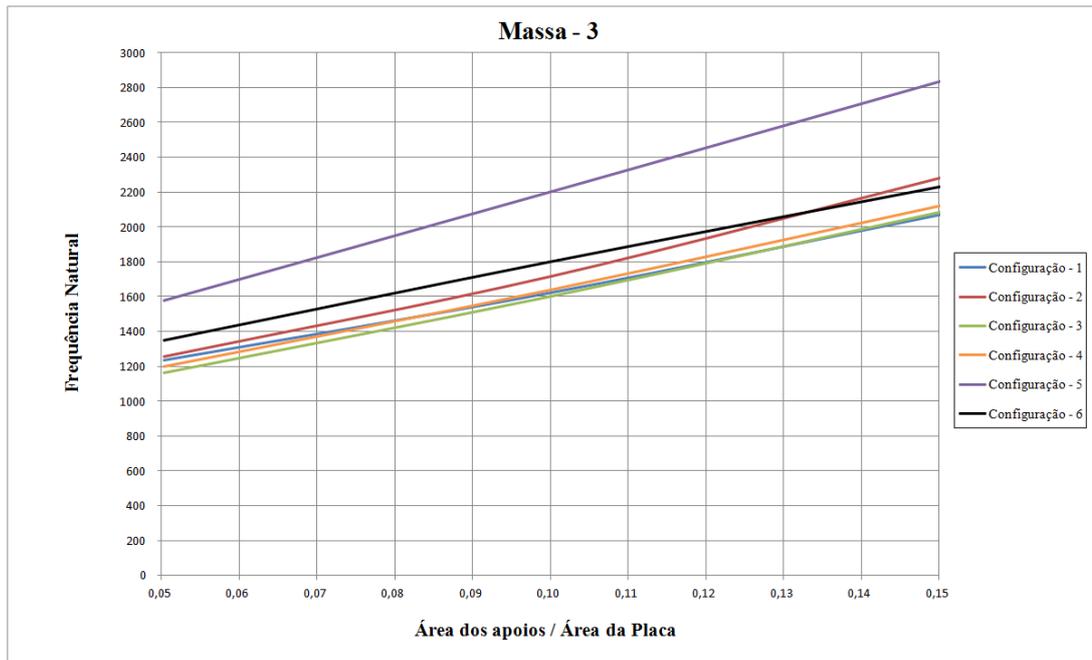


Figura 67 - Modelo 2: Massa - 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

Na Figura 68 e Figura 69 é apresentada de forma consolidada a evolução da primeira frequência natural em função da razão de área de apoio para cada configuração e razão de carregamento. Como é possível observar, para o modelo 1, a configuração 5 com a massa 1 foi a que apresentou a maior resposta ao aumento de área. Já no modelo 2 isso ocorreu também na configuração 5, porém com a massa 3. A que menos respondeu para o modelo 1 foi configuração 1 como a massa 3 e para o modelo 2 foram as configurações 3 e 4 ambas com a massa 1.

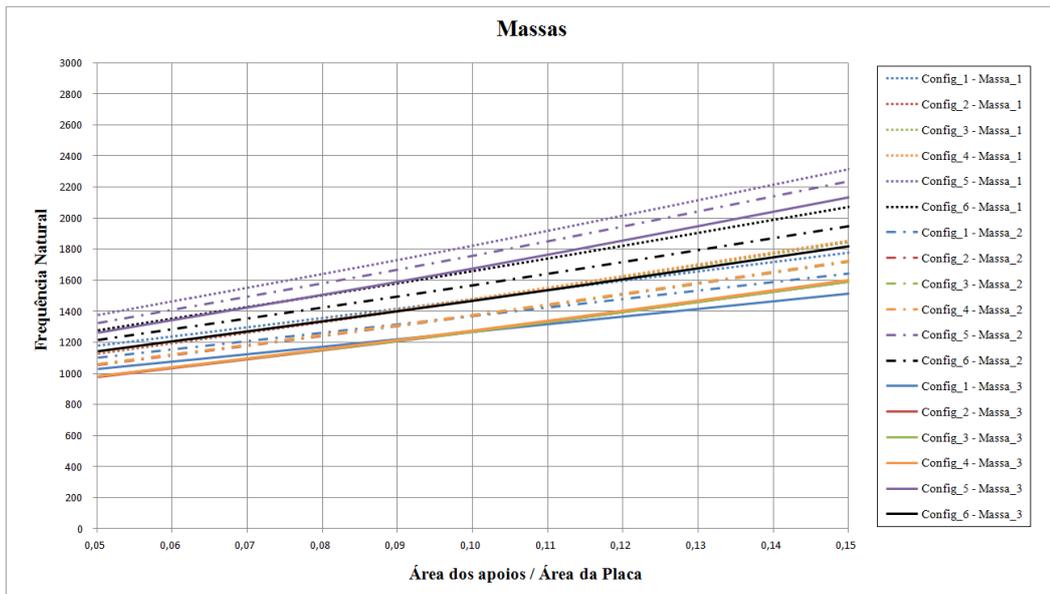


Figura 68 - Modelo 1: Massas -1,2 e 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
 Fonte: Autor

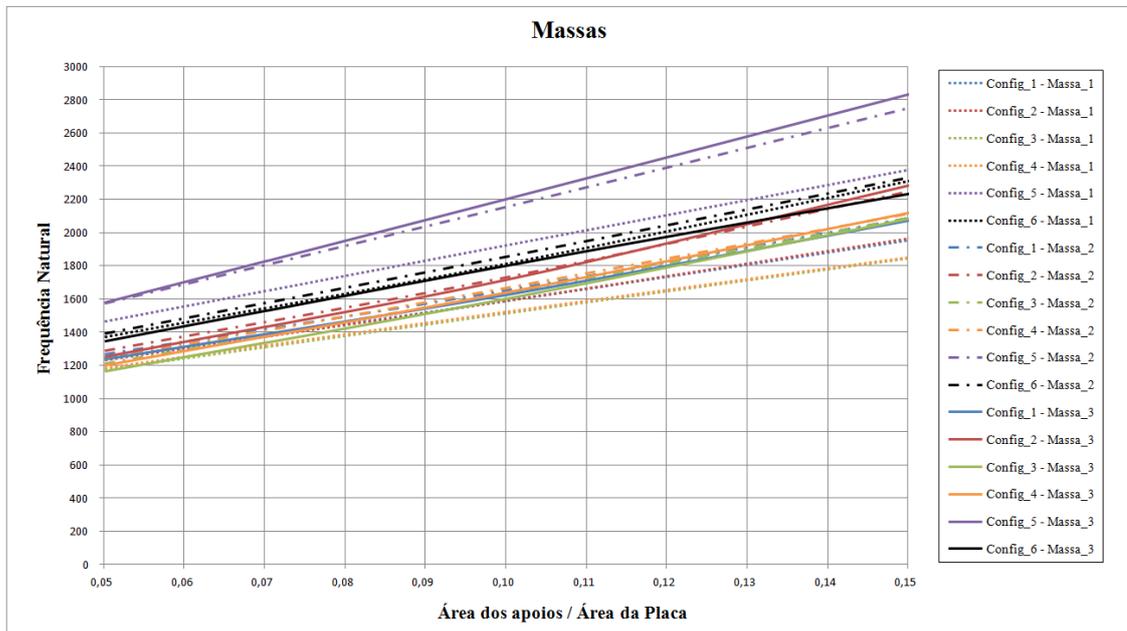


Figura 69 - Modelo 2: Massas -1,2 e 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
 Fonte: Autor

7 ENSAIO EXPERIMENTAL

Os ensaios foram realizados por um laboratório especializado. Foi utilizado um excitador eletrodinâmico da marca ETS Solutions, modelo M232A/GT400M com capacidade de 20kN. O controlador é da marca VR, modelo VT9500 Revolution, o qual foi utilizado com software VibrationView na versão 11. Os acelerômetros empregados nos ensaios foram das marcas ETS modelo J14100 (controle), Endevco modelo 256-10 (monitoramento) e Endevco modelo 25B (monitoramento). Mais informações sobre os acelerômetros estão disponíveis no ANEXO B - Folheto de especificação técnica dos acelerômetros.

7.1 Objetivo do Ensaio

A intenção do teste é excitar harmonicamente o conjunto dentro da faixa de frequência de interesse e obter as respostas dinâmicas desta excitação. Em outras palavras, a resposta dinâmica irá expor as frequências e amplitudes de ressonância do conjunto.

7.2 Cenário do Ensaio

Na Figura 70 são mostrados os conjuntos utilizados nos testes, ou seja, os suportes, massas e as chapas. Na Figura 73 é apresentada uma imagem geral do ambiente de teste.

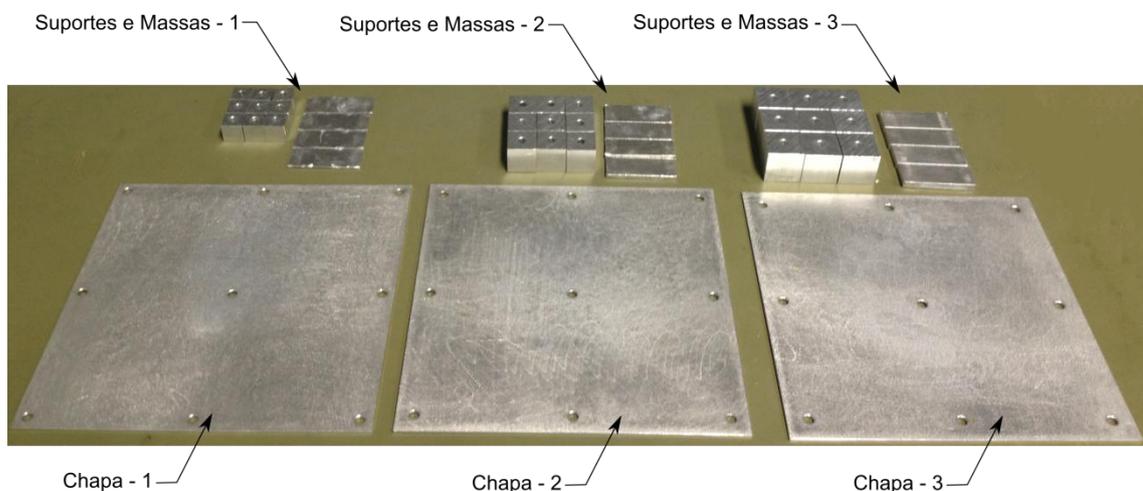


Figura 70 - Conjuntos de testes
Fonte: Autor

Tabela 18 – Medidas das peças e conjuntos fabricados

Item	Massa Total (g)	Área Total (mm ²)
Placa 1	88,6	22534,5
Placa 2	90	22540,5
Placa 3	90	22528,5
Conjunto Suporte 1	-	1126,0
Conjunto Suporte 2	-	2244,4
Conjunto Suporte 3	-	3386,3
Conjunto 1 (Massa 1+Acelerômetro)	20,96	-
Conjunto 2 (Massa 2+Acelerômetro)	30,21	-
Conjunto 3 (Massa 3+Acelerômetro)	39,36	-

Fonte: Autor

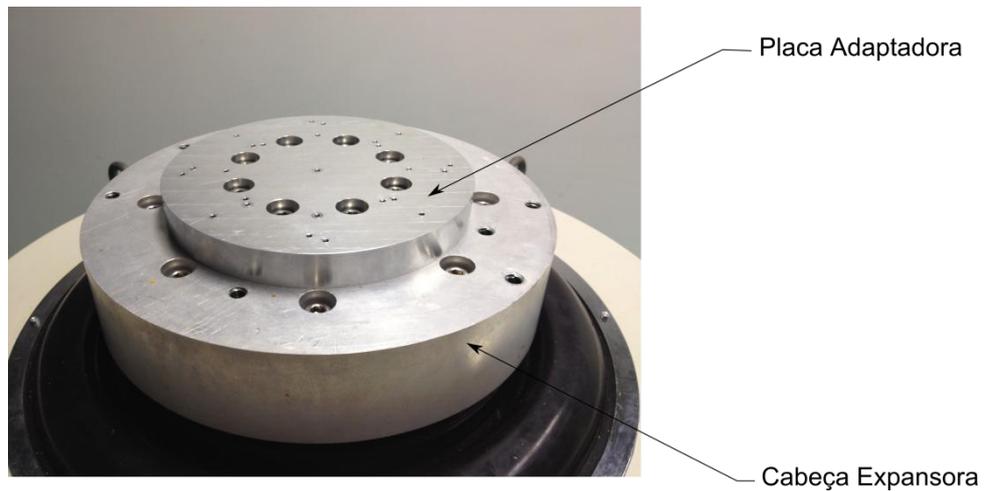


Figura 71 – Cabeça expansora + placa adaptadora

Fonte: Autor

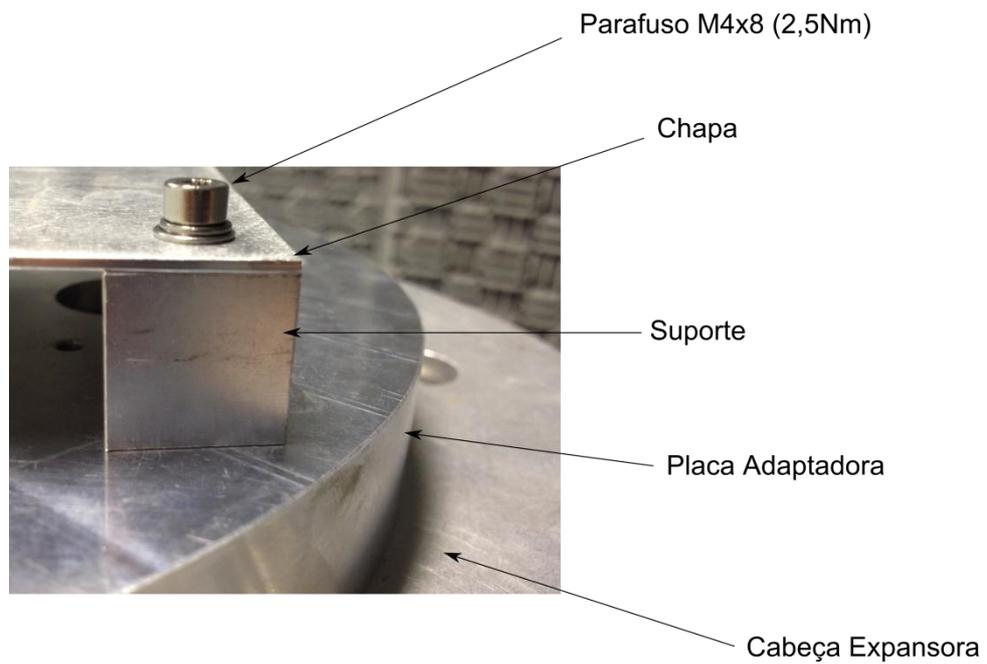


Figura 72 - Detalhe da montagem
Fonte: Autor

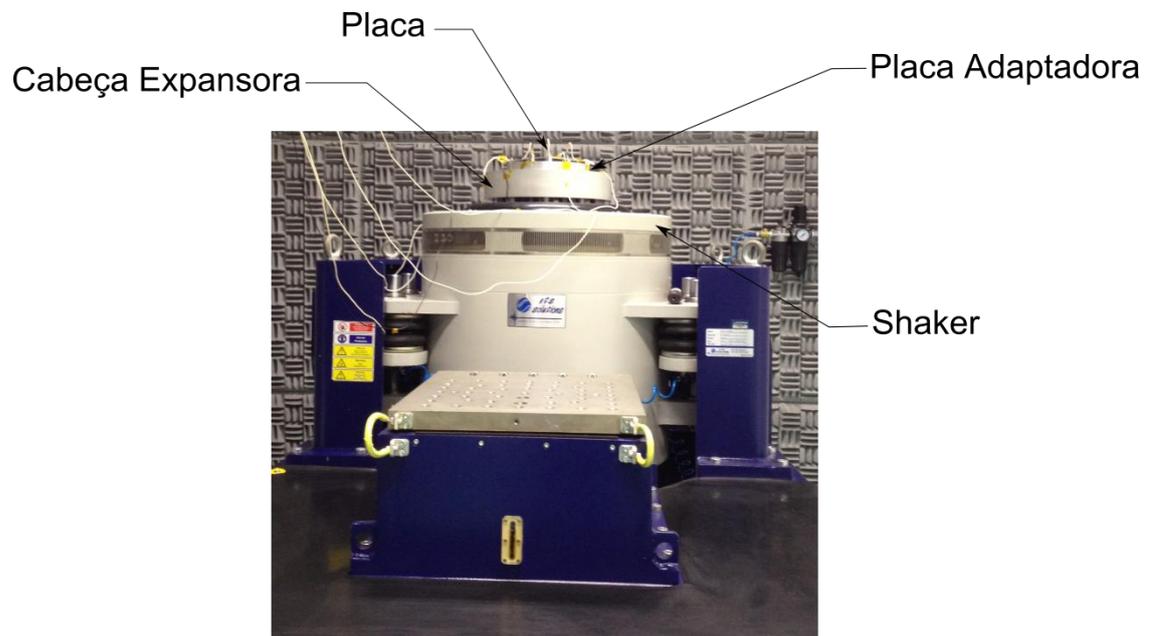


Figura 73 – Montagem do teste
Fonte: Autor

A massa é colada com adesivo cianocrialato sobre uma fita de poliamida com adesivo a base de silicone. O objetivo desta fita é não causar danos nas superfícies em contato. O acelerômetro também é colado e utiliza o mesmo procedimento. A Figura 74 apresenta essa montagem.

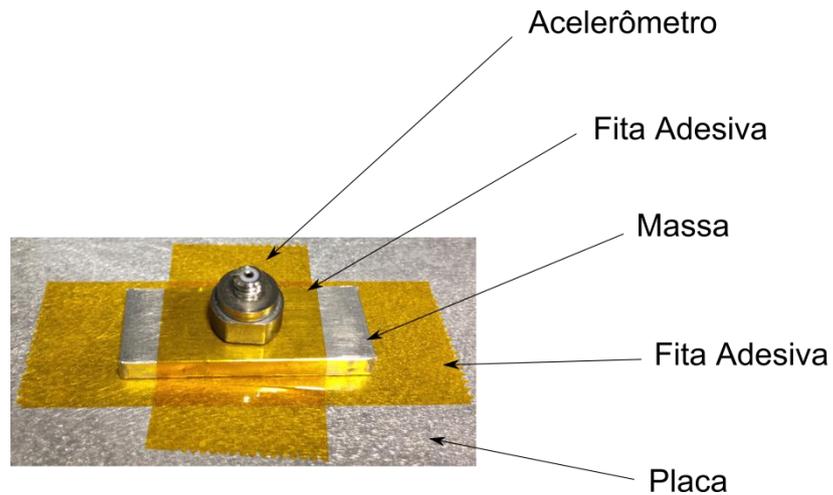


Figura 74 - Detalhe da Montagem das massas e acelerômetros
Fonte: Autor

7.3 Parâmetros do Ensaio

A excitação utilizada para a realização do ensaio é comumente conhecida como assinatura e é amplamente utilizada para caracterização de equipamentos. Ela também é utilizada como uma forma de averiguação de danos quando aplicada antes e depois de ensaios mais severos como vibração aleatória e choque. Nesse caso, são comparadas a assinatura inicial com final para verificar a ocorrência de danos estruturais. As características do ensaio realizado podem ser vistos na Tabela 19 e na Figura 75.

Tabela 19 – Especificação do ensaio de assinatura

Eixo de Vibração	Faixa de Frequência	Aceleração
Z	10 – 3000Hz	1g
Taxa de varredura da frequência		2 oitavas/minuto

Fonte: Autor

Ensaio de Vibração Harmônica - Assinatura

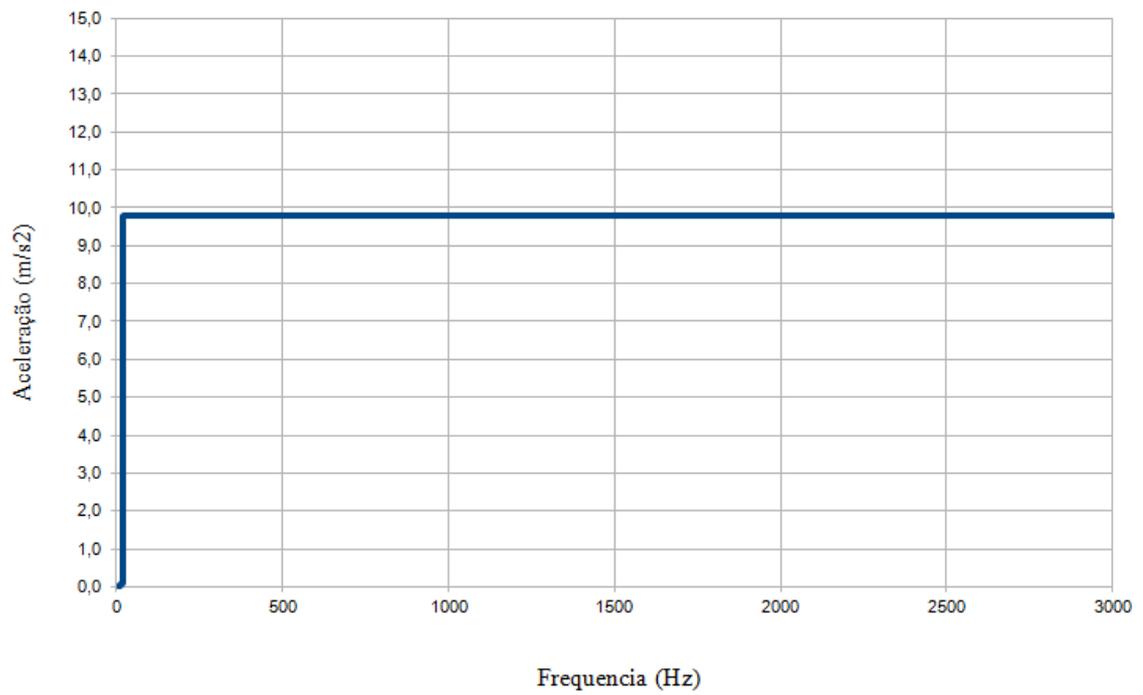


Figura 75 - Vibração harmônica – Assinatura

Fonte: Autor

7.4 Instrumentação

Foram utilizados 4 canais de monitoramento e 1 para o controle. O acelerômetro de controle tem seus dados coletados pelo canal 1 e os acelerômetros de monitoramento utilizam a sequência 2, 3, 4 e 5.

8 RESULTADOS E ANÁLISE DO ENSAIO EXPERIMENTAL

Os resultados obtidos nos ensaios estão ordenados por configuração e serão apresentados a seguir.

8.1 Placa adaptadora

Antes de iniciar os ensaios com as placas foi efetuado um ensaio na placa adaptadora a fim de verificar a influência de possíveis ressonâncias. A instrumentação da placa adaptadora pode ser vista na Figura 76.

O resultado do ensaio mostrou duas pequenas ressonâncias, uma em torno de 1000Hz e outra em torno de 2500Hz como pode ser visto no resultado do ensaio apresentado na Figura 77. Como essas duas frequências estão dentro da faixa de frequência do ensaio, elas irão interferir em todos os demais testes e, por isso devem ser desconsideradas. Foi adotado o acelerômetro que apresentou o primeiro pico de ressonância para a escolha da primeira frequência natural.

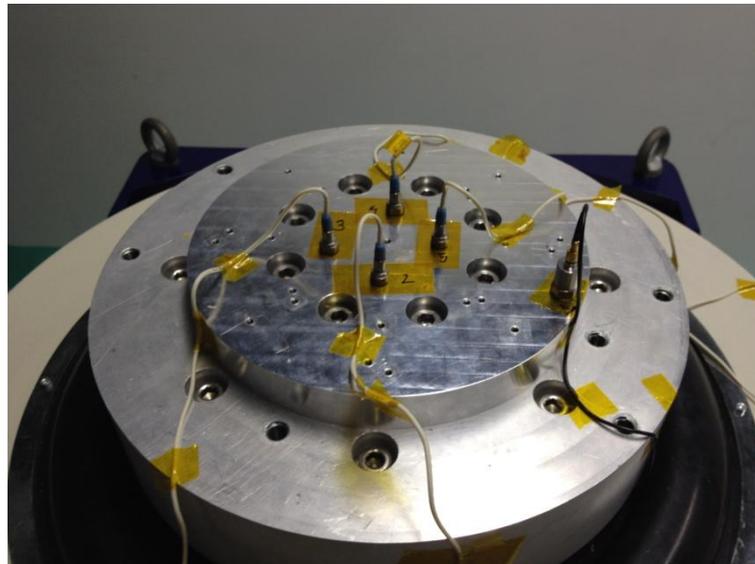


Figura 76 - Ensaio placa adaptadora
Fonte: Autor

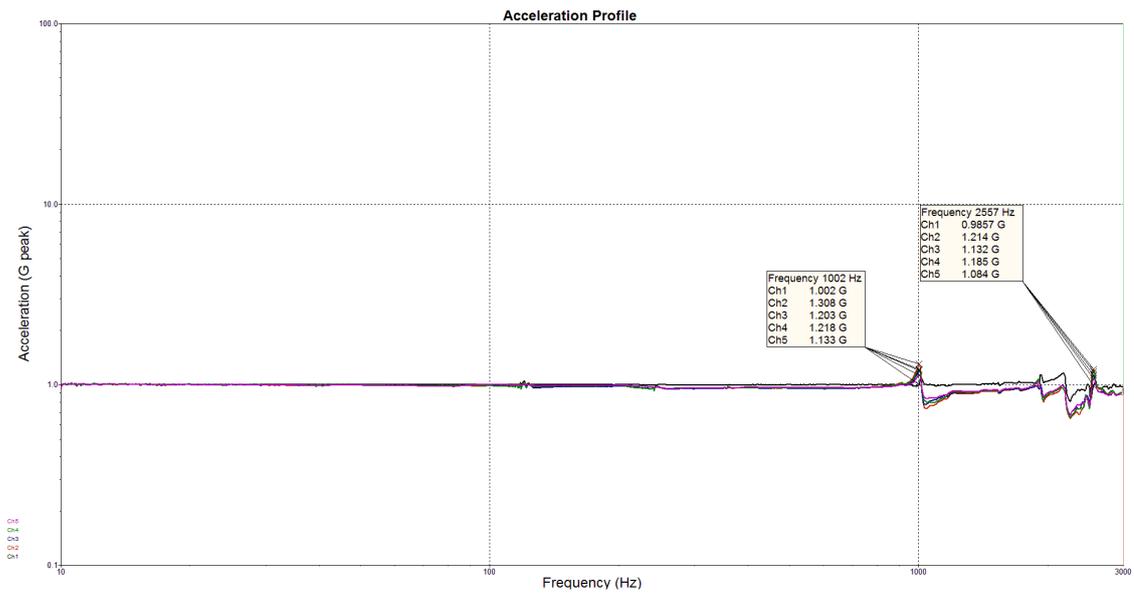


Figura 77 - Ensaio placa adaptadora
Fonte: Autor

8.2 Configuração 0 (Placa descarregada)

O primeiro teste realizado foi com a placa “descarregada”, ou seja, apenas com os acelerômetros Endevco 25B que tem massa inferior a 0,45g. Foram realizados 3 testes, um para cada conjunto de suporte. A instrumentação utilizada nos testes é apresentada na Figura 78 e os resultados de cada montagem são apresentados da Figura 79 à Figura 81. Os resultados consolidados são apresentados na Tabela 20.

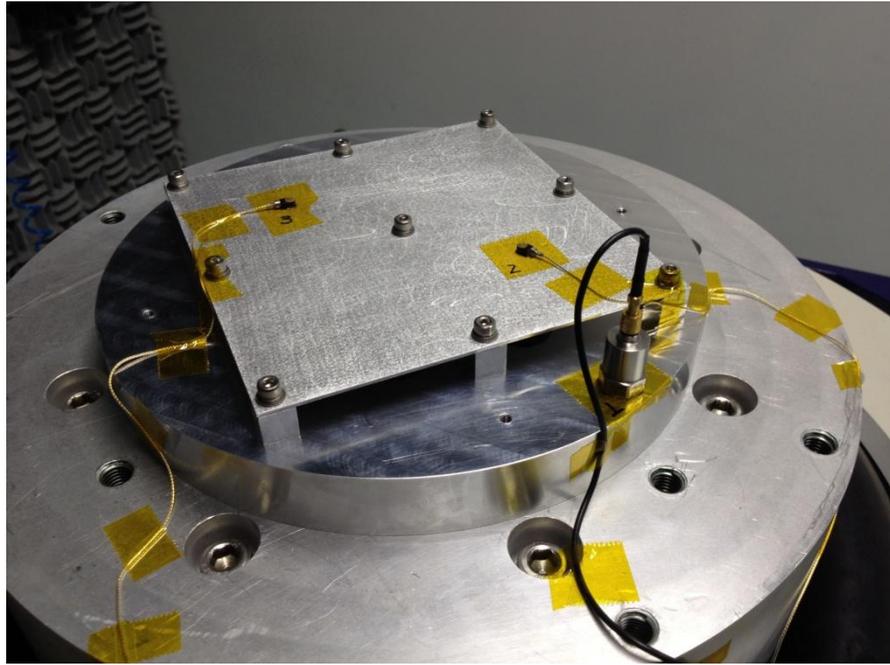


Figura 78 - Instrumentação configuração – 0
Fonte: Autor

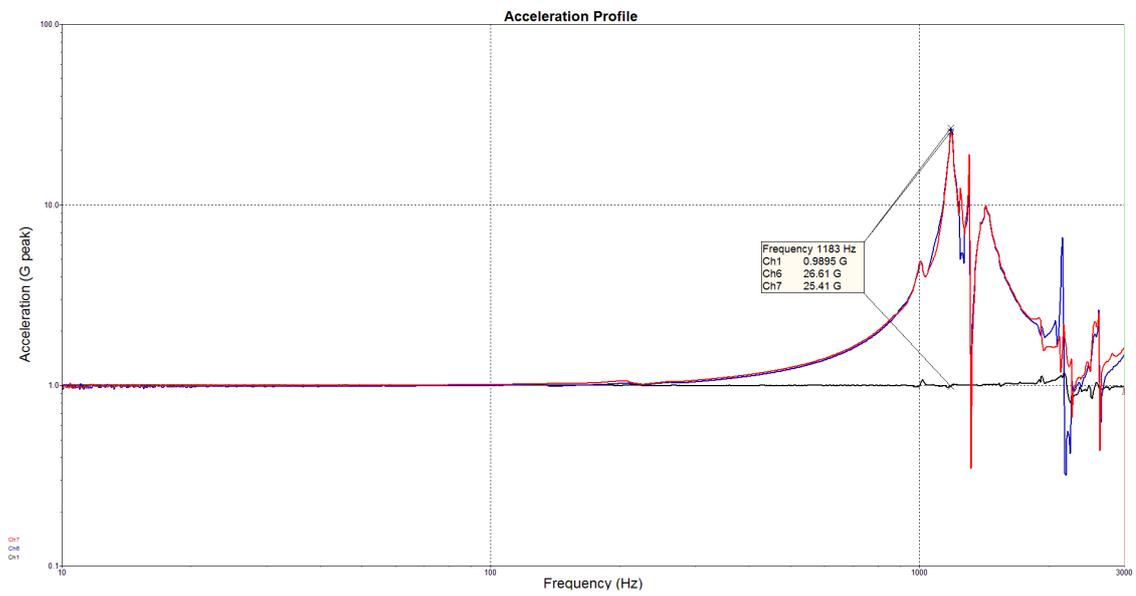


Figura 79 - D0-S1-M0
Fonte: Autor

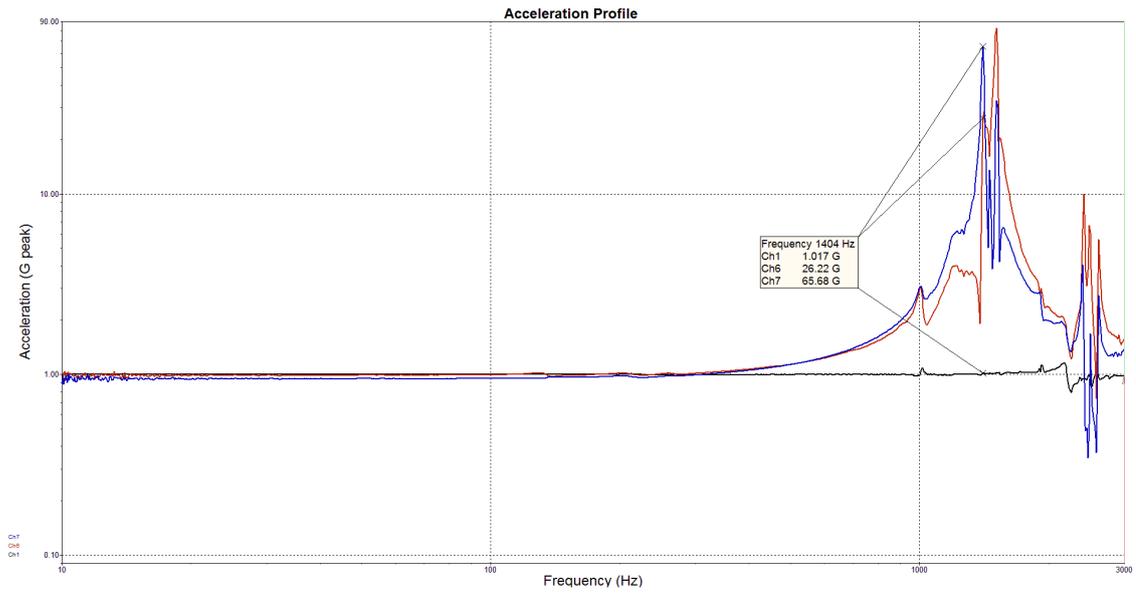


Figura 80 - D0-S2-M0
 Fonte: Autor

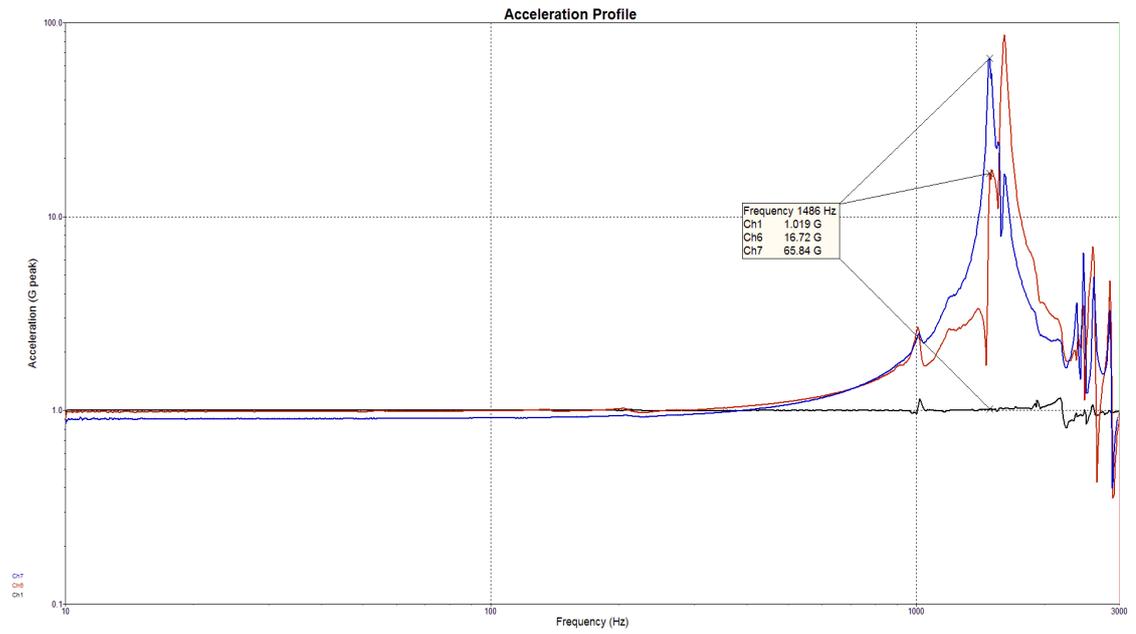


Figura 81 - D0-S3-M0
 Fonte: Autor

Tabela 20 - Variação da frequência natural da placa “descarregada”

Configuração - 0		Frequência (Hz)
D0	S1M0	1183
	S2M0	1404
	S3M0	1486

Fonte: Autor

8.3 Configuração 1

A instrumentação utilizada nos testes é apresentada na Figura 82 e os resultados do ensaio para cada montagem são apresentados da Figura 83 à Figura 91. Na Tabela 21 são apresentadas as primeiras frequências naturais obtidas para cada montagem. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos no ensaio experimental.

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da área de apoio, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 92. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa com massa adicionada / frequência placa descarregada).

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da massa adicionada, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 93. Cada curva representa uma porcentagem de massa adicionada (0, 23, 34 e 44%). No eixo das abscissas está a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação à área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas está a frequência.

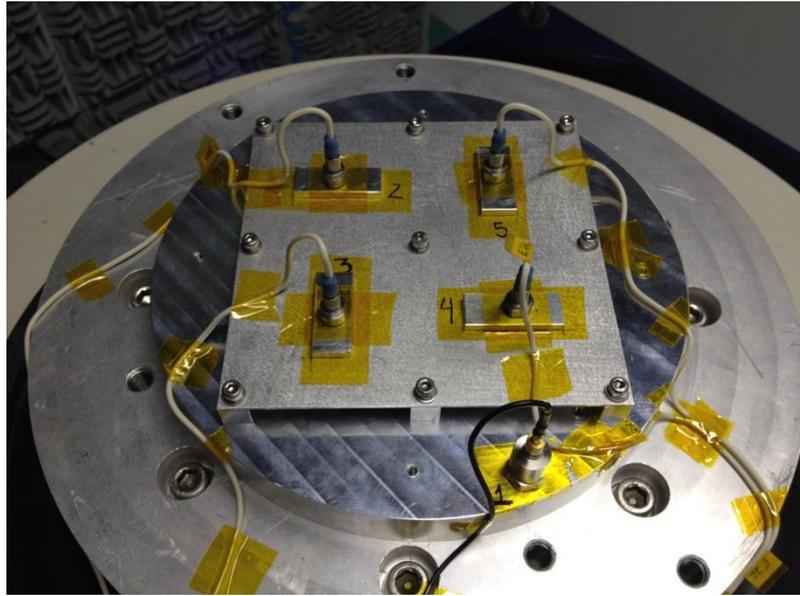


Figura 82 - Instrumentação configuração – 1
Fonte: Autor.

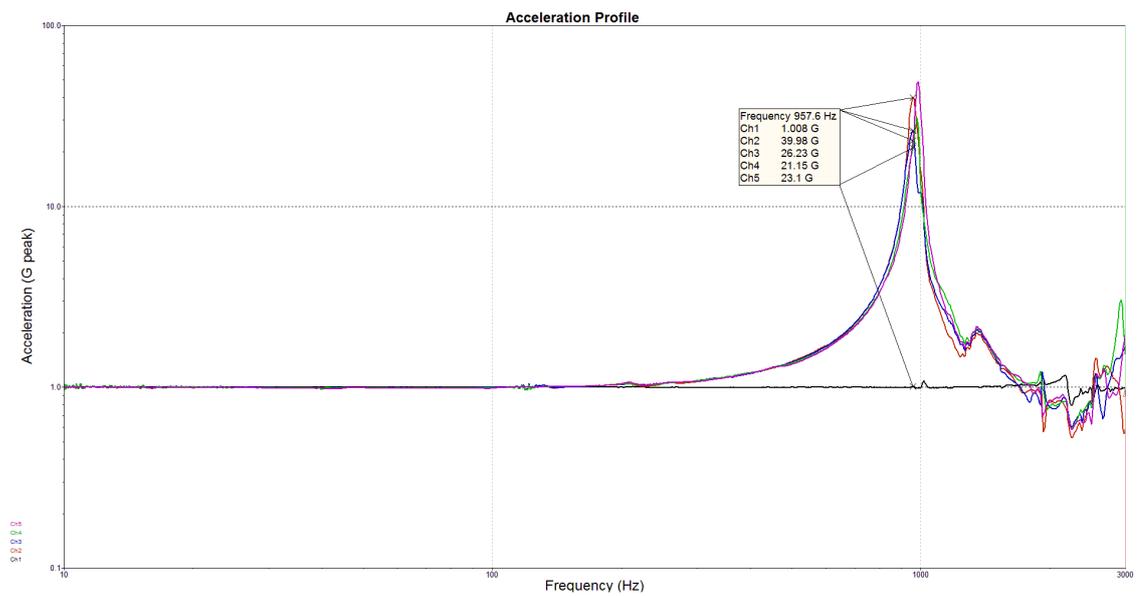


Figura 83 - D1-S1-M1
Fonte: Autor

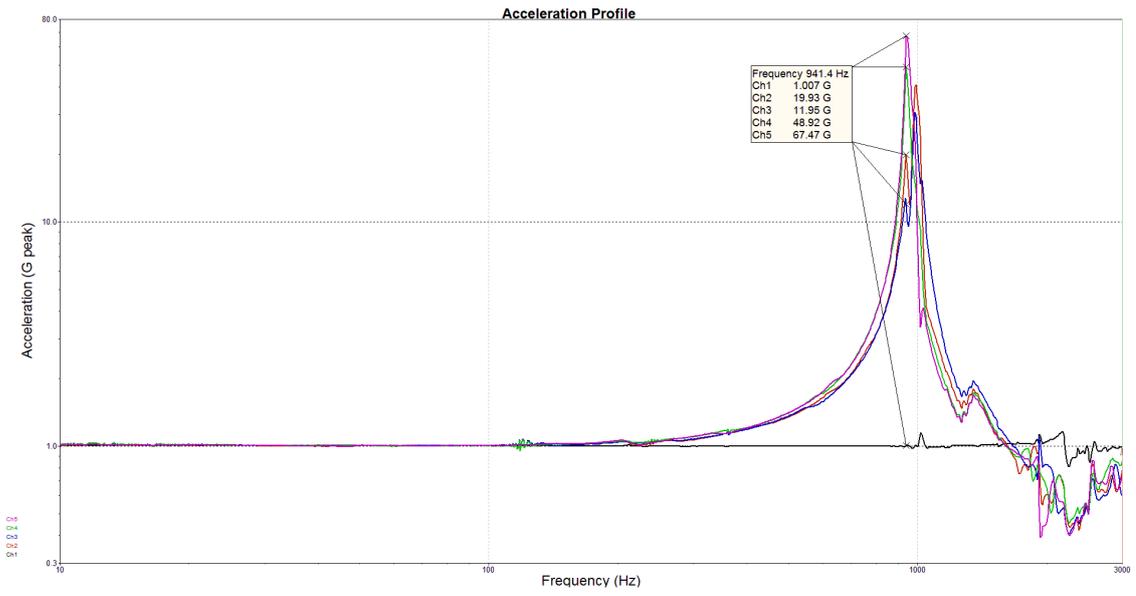


Figura 84 - D1-S1-M2
 Fonte: Autor

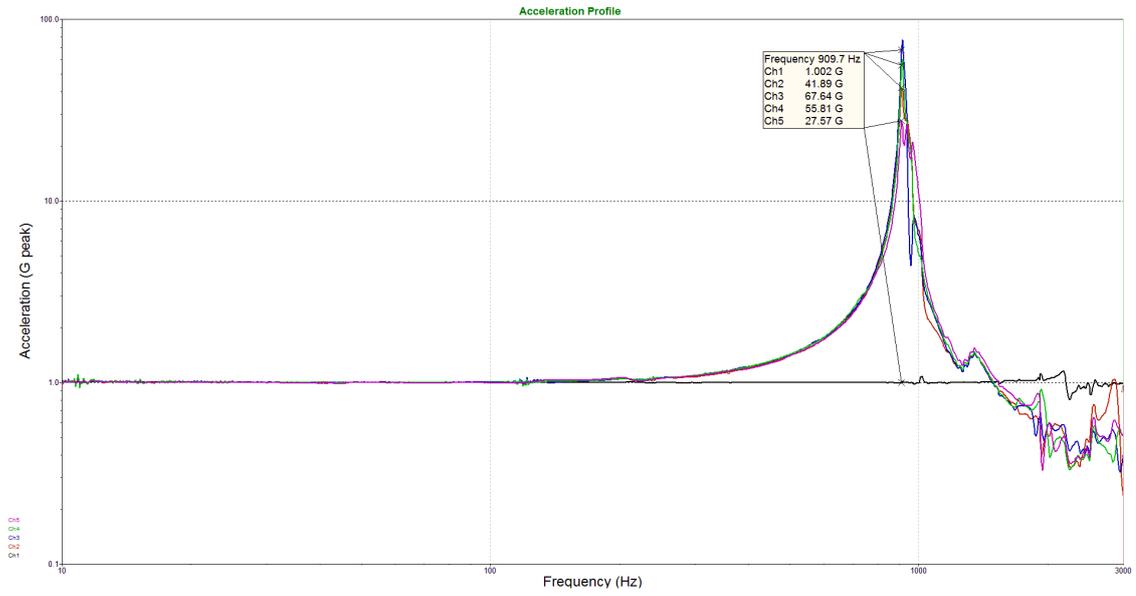


Figura 85 - D1-S1-M3
 Fonte: Autor

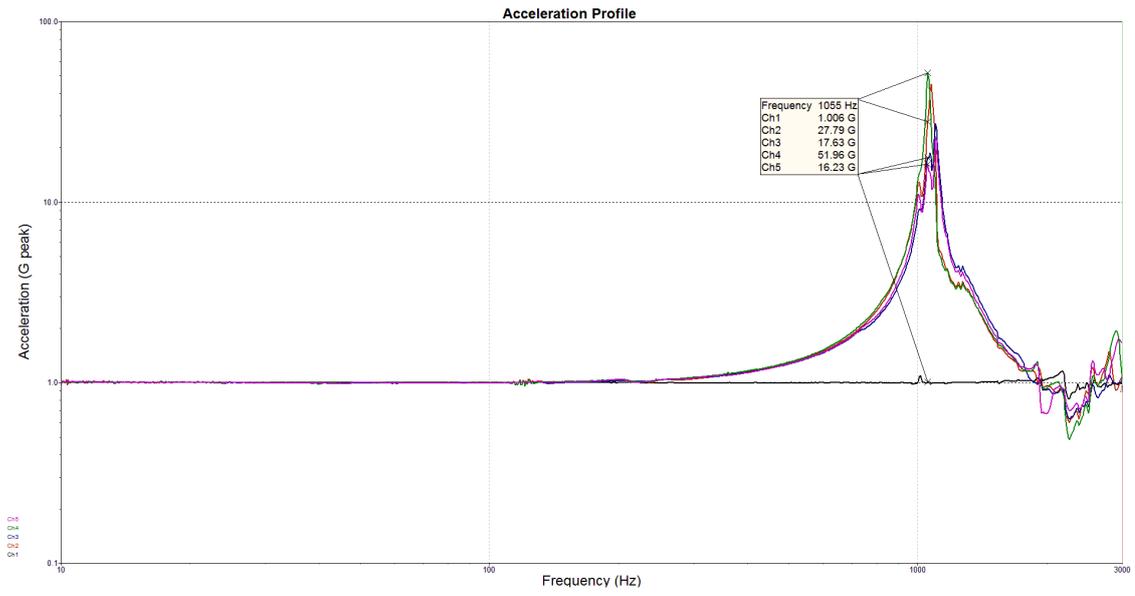


Figura 86 - D1-S2-M1
 Fonte: Autor

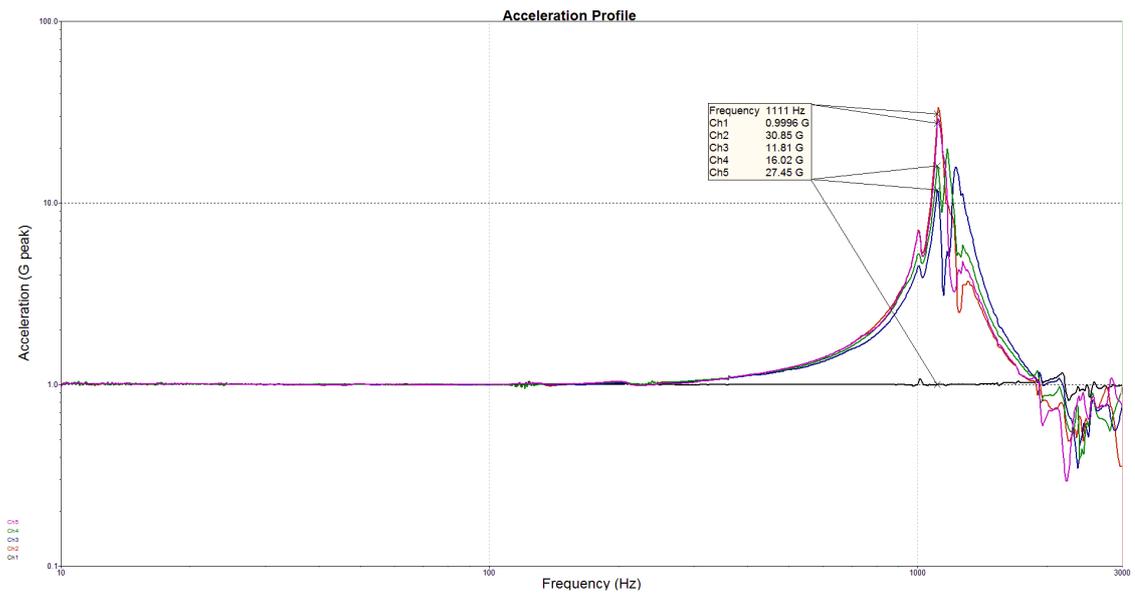


Figura 87 - D1-S2-M2
 Fonte: Autor

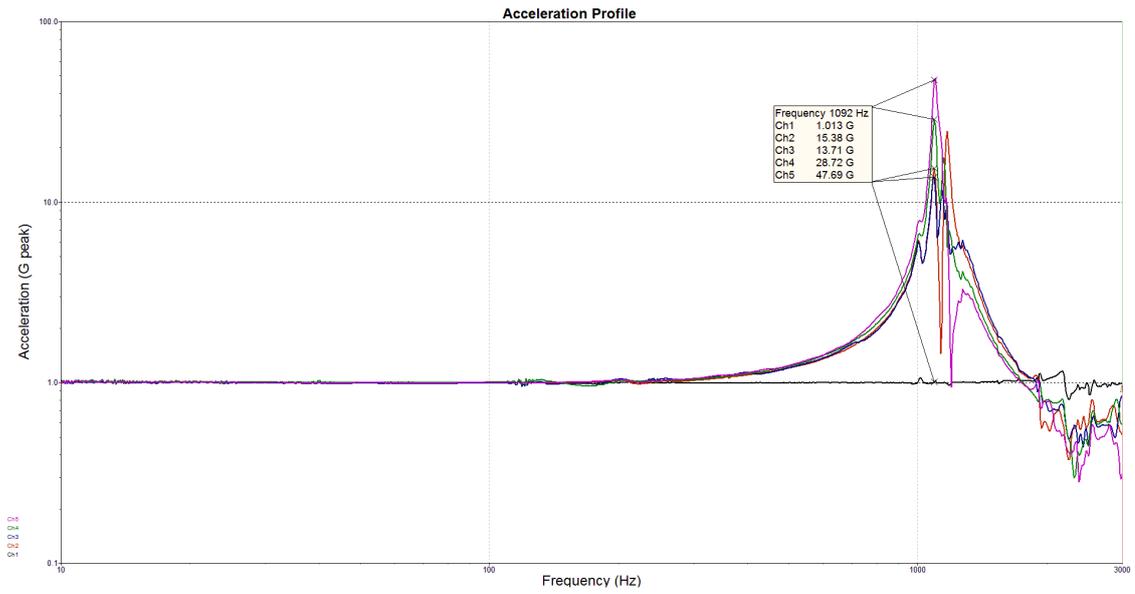


Figura 88 – D1-S2-M3
 Fonte: Autor

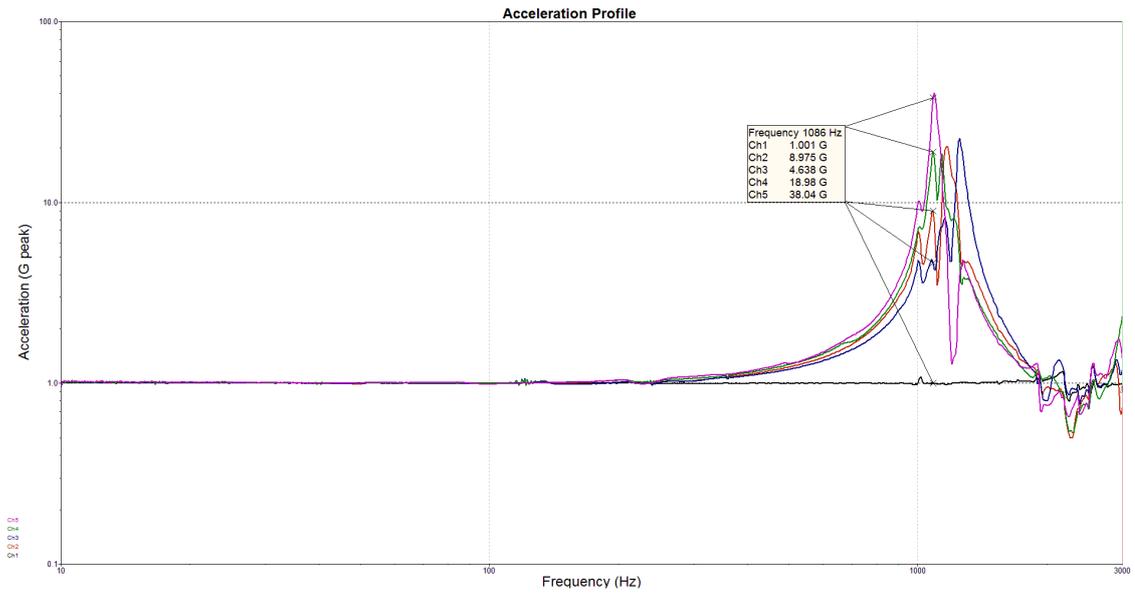


Figura 89 - D1-S3-M1
 Fonte: Autor

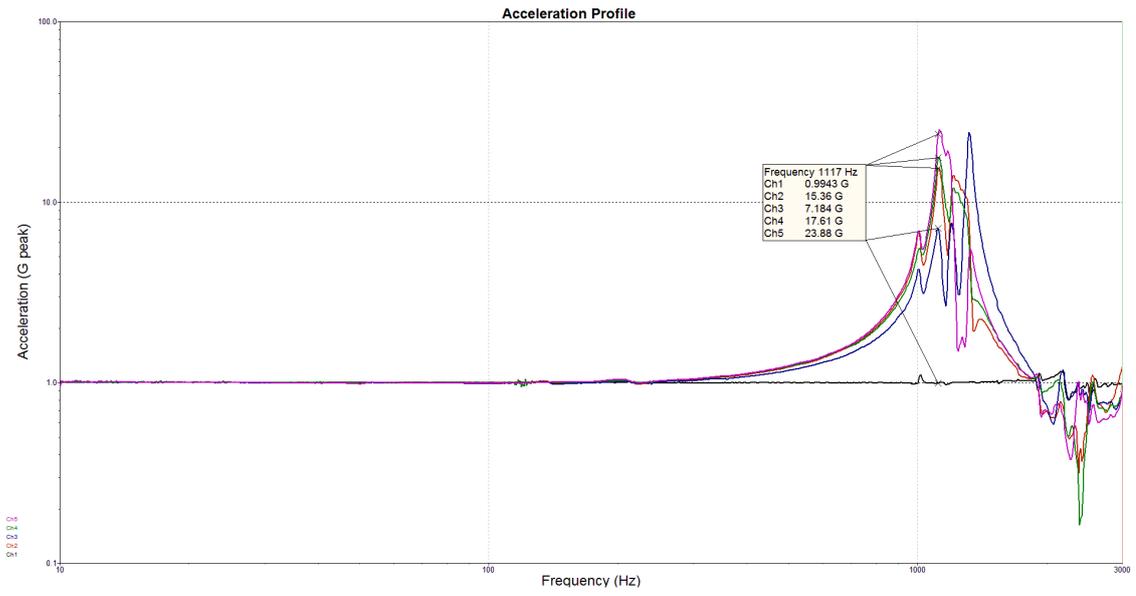


Figura 90 - D1-S3-M2
 Fonte: Autor

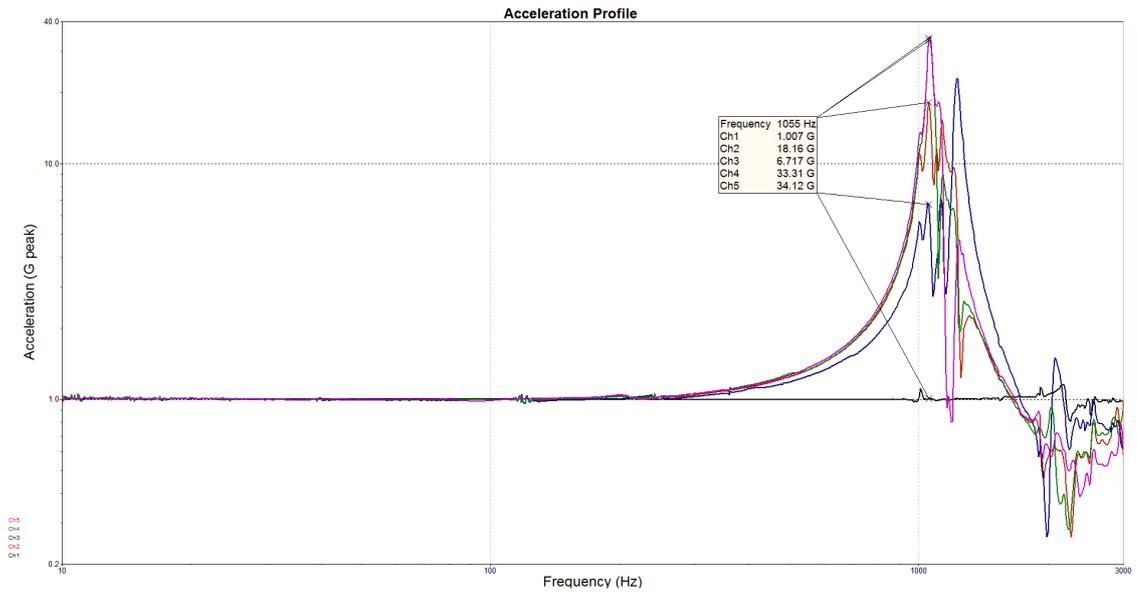


Figura 91 - D1-S3-M3
 Fonte: Autor

Tabela 21 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 1

Configuração - 1		Frequência (Hz)
D1	S1M1	957,6
	S1M2	941,4
	S1M3	909,7
	S2M1	1055
	S2M2	1111
	S2M3	1092
	S3M1	1086
	S3M2	1117
	S3M3	1055

Fonte: Autor

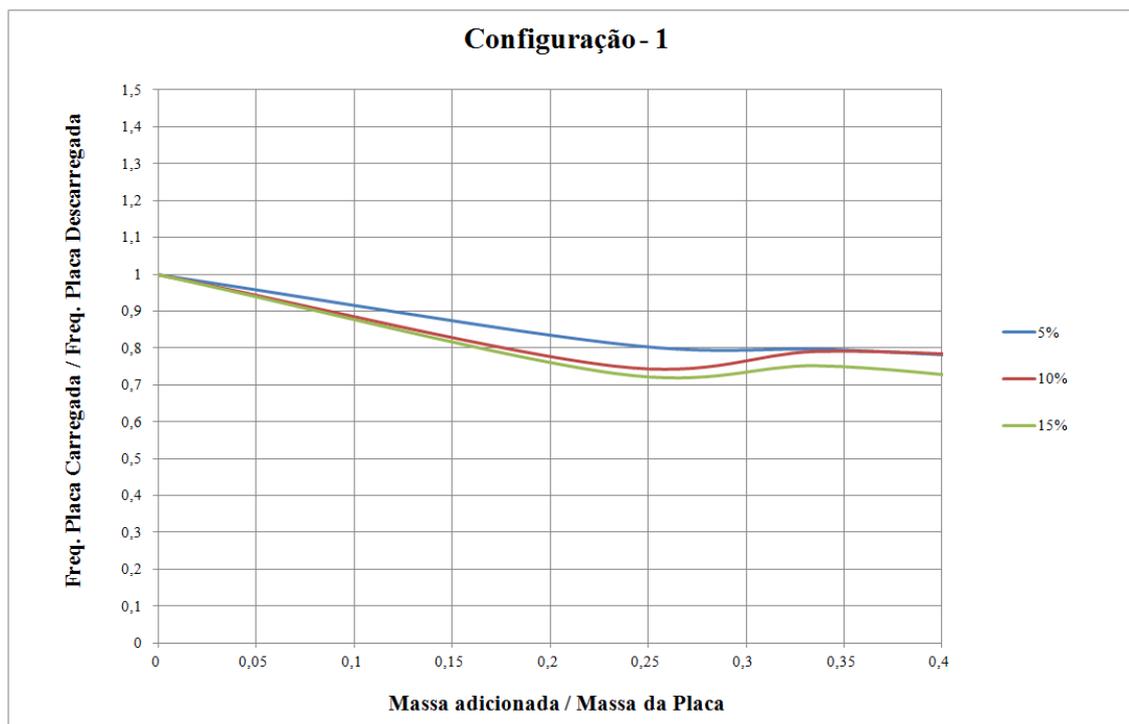


Figura 92 - Configuração - 1 - Razão de frequência x Razão de massa

Fonte: Autor

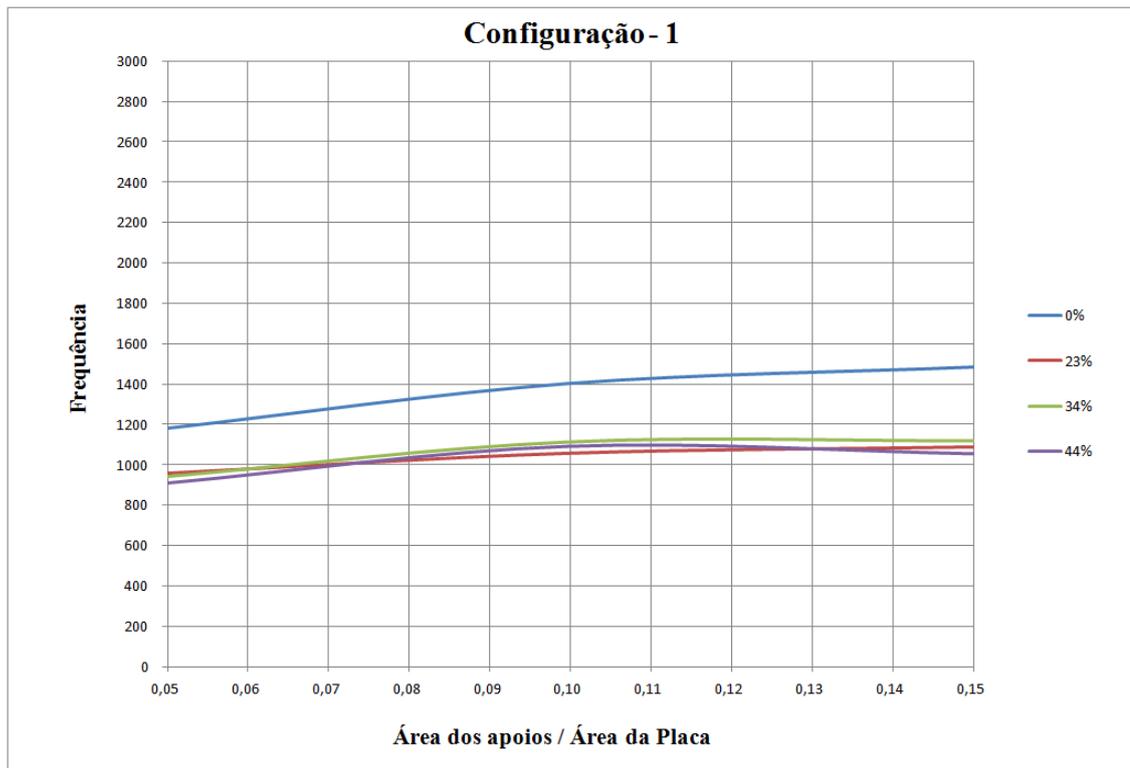


Figura 93 - Configuração -1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área

Fonte: Autor

8.4 Configuração 2

A instrumentação utilizada nos testes é apresentada na Figura 94 e os resultados do ensaio para cada montagem são apresentados da Figura 146 à Figura 154 e podem ser vistas no APÊNDICE C - Resposta dos acelerômetros. Na Tabela 22 é apresentada a primeira frequência natural adotada para cada montagem. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos no ensaio experimental.

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da massa adicionada, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 95. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa com massa adicionada / frequência placa descarregada).

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da área de apoio, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 96. Cada curva representa uma

porcentagem de massa adicionada (0, 23, 34 e 44%). No eixo das abscissas esta a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação a área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas esta a frequência.

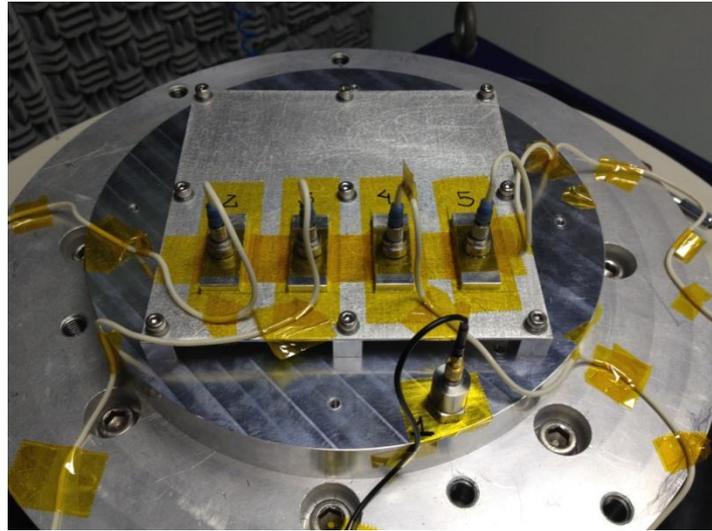


Figura 94 - Instrumentação configuração – 2
Fonte: Autor

Tabela 22 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 2

Configuração - 2		Frequência (Hz)
D2	S1M1	894,2
	S1M2	925,4
	S1M3	859,2
	S2M1	1061
	S2M2	1061
	S2M3	1049
	S3M1	1137
	S3M2	1055
	S3M3	1098

Fonte: Autor

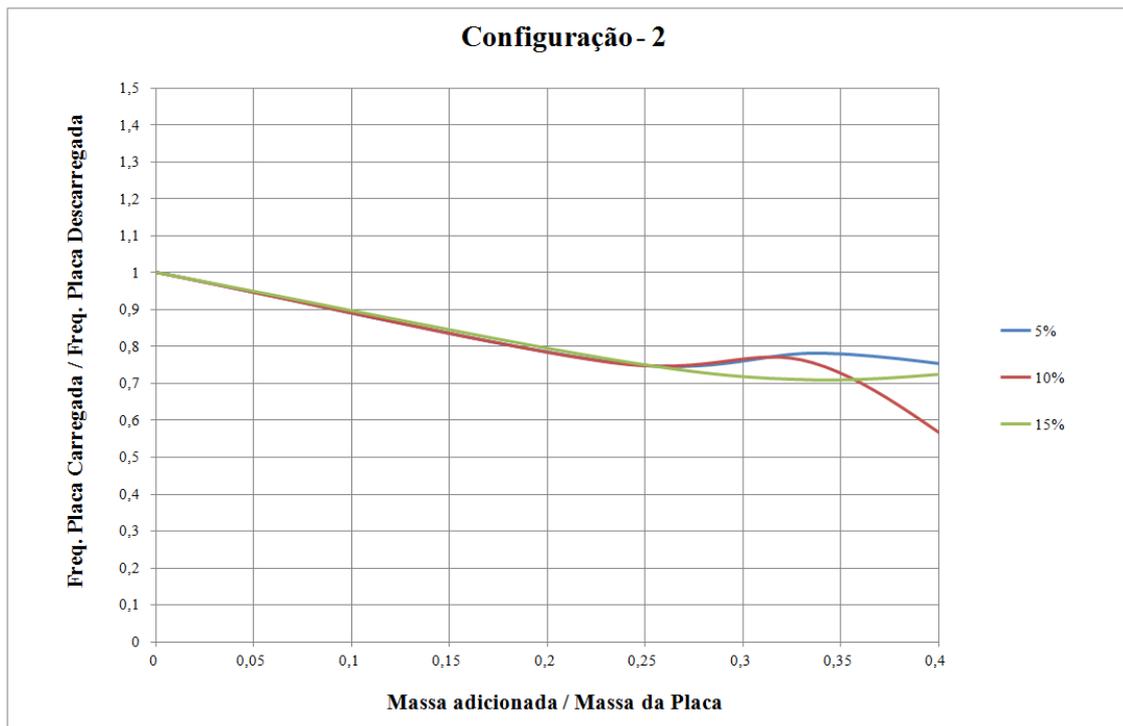


Figura 95 - Configuração - 2 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

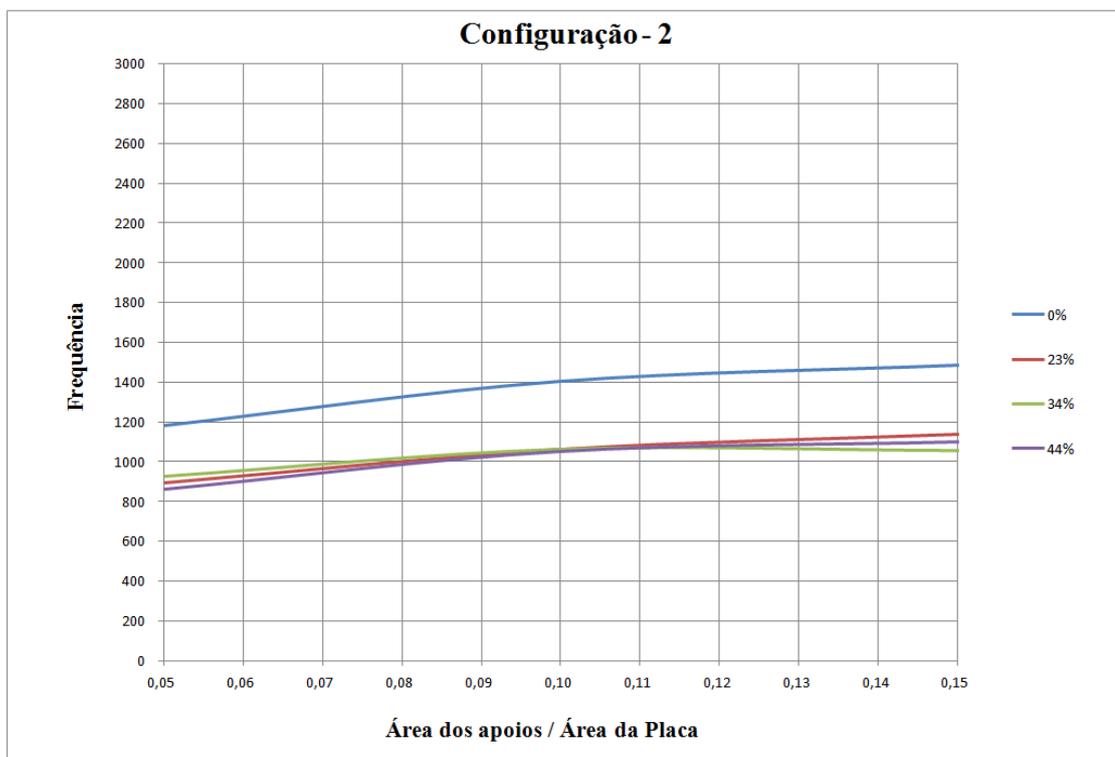


Figura 96 - Configuração - 2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

8.5 Configuração 3

A instrumentação utilizada nos testes é apresentada na Figura 97 e os resultados do ensaio para cada montagem são apresentados da Figura 155 à Figura 163 e podem ser vistas no APÊNDICE C - Resposta dos acelerômetros. Na Tabela 23 é apresentada a primeira frequência natural adotada para cada montagem. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos no ensaio experimental.

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da massa adicionada, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 98. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa com massa adicionada / frequência placa descarregada).

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da área de apoio, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 99. Cada curva representa uma porcentagem de massa adicionada (0, 23, 34 e 44%). No eixo das abscissas esta a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação a área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas esta a frequência.

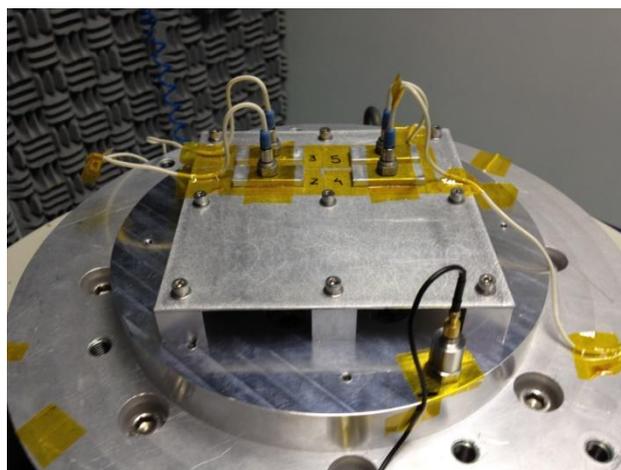


Figura 97 - Instrumentação configuração – 3
Fonte: Autor

Tabela 23 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 3

Configuração - 3		Frequência (Hz)
D3	S1M1	864,1
	S1M2	884,1
	S1M3	844,6
	S2M1	996,7
	S2M2	1143
	S2M3	1190
	S3M1	1117
	S3M2	1124
	S3M3	930,7

Fonte: Autor

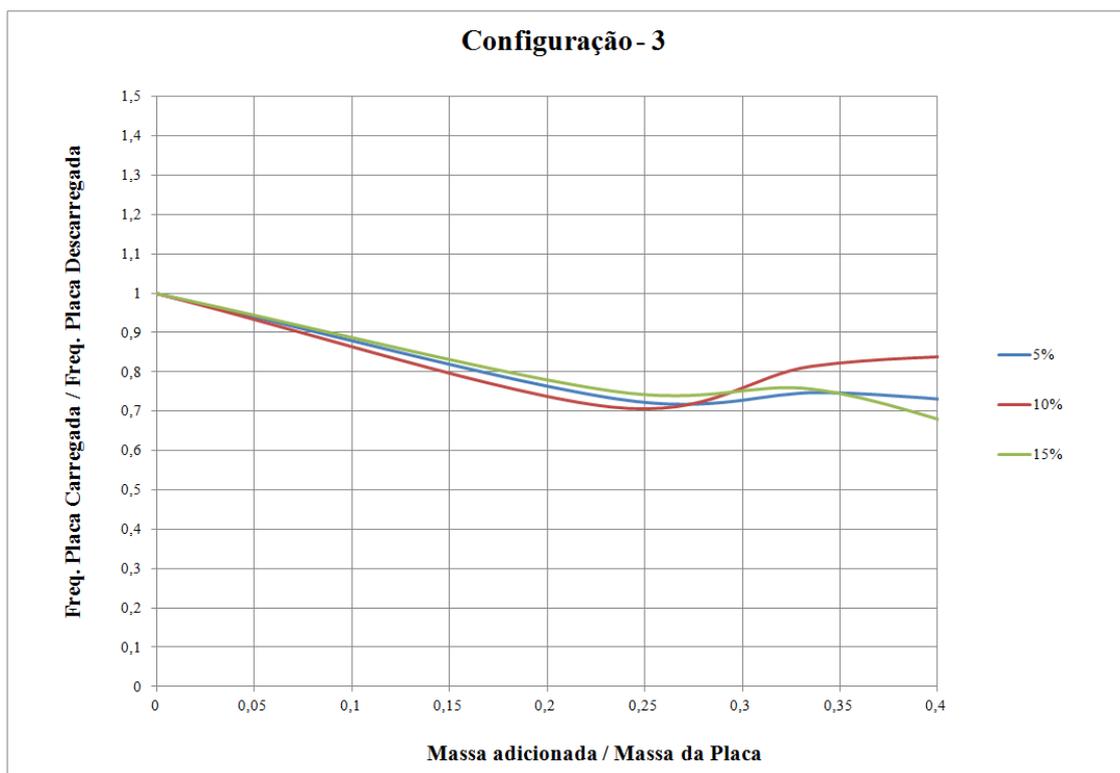


Figura 98 - Configuração – 3 - Razão de frequência x Razão de massa

Fonte: Autor

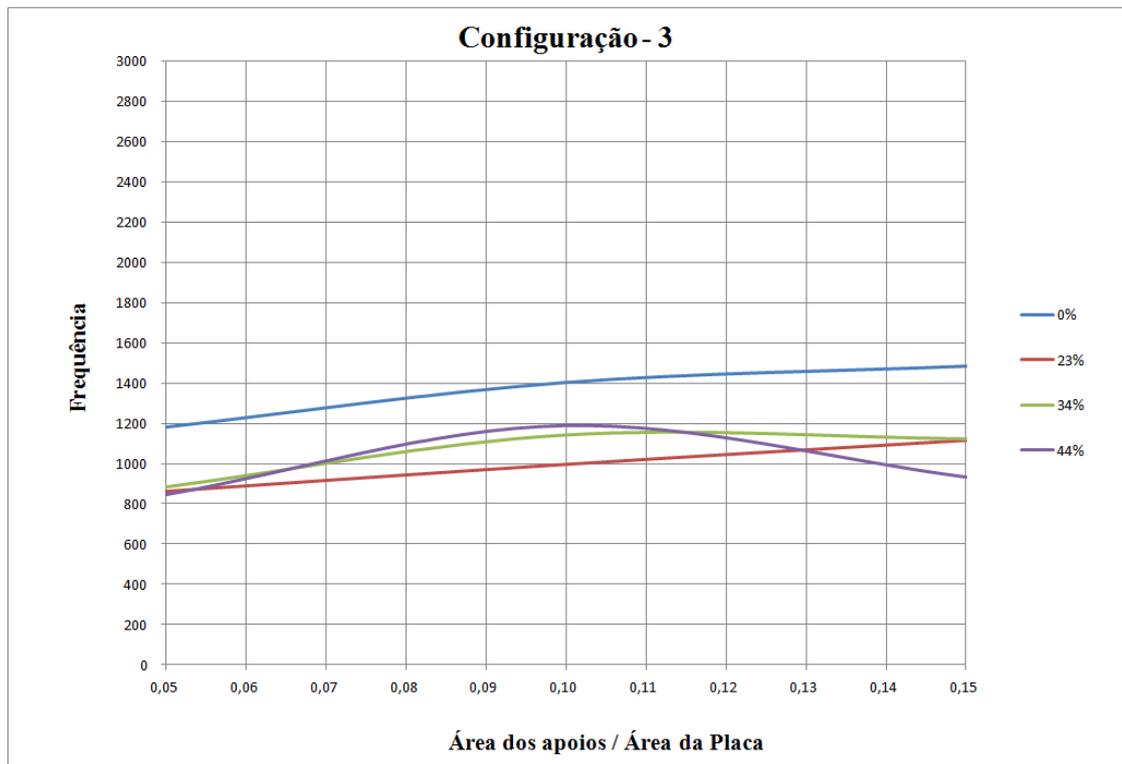


Figura 99 - Configuração -3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área

Fonte: Autor

8.6 Configuração 4

A instrumentação utilizada nos testes é apresentada na Figura 100 e os resultados do ensaio para cada montagem são apresentados da Figura 155 à Figura 172 e podem ser vistas no APÊNDICE C - Resposta dos acelerômetros. Na Tabela 24 é apresentada a primeira frequência natural adotada para cada montagem. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos no ensaio experimental.

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da massa adicionada, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 101. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa com massa adicionada / frequência placa descarregada).

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da área de apoio, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 102. Cada curva representa uma

porcentagem de massa adicionada (0, 23, 34 e 44%). No eixo das abscissas esta a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação a área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas esta a frequência.

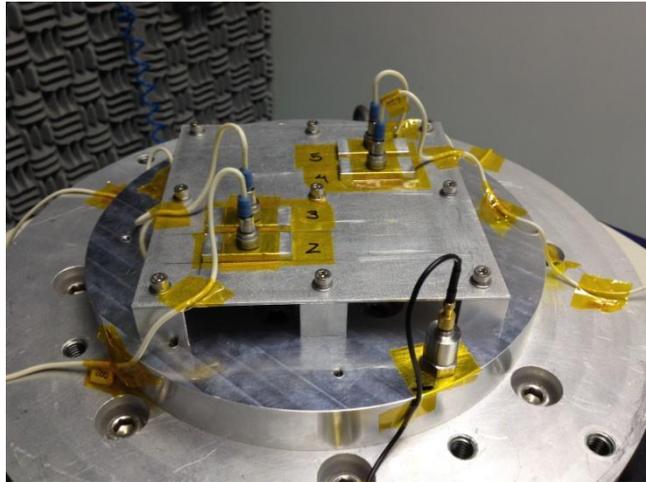


Figura 100 - Instrumentação configuração – 4
Fonte: Autor

Tabela 24 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 4

Configuração - 4		Frequência (Hz)
D4	S1M1	859,2
	S1M2	884,1
	S1M3	811,5
	S2M1	920,1
	S2M2	946,8
	S2M3	957,6
	S3M1	991
	S3M2	1055
	S3M3	1037

Fonte: Autor

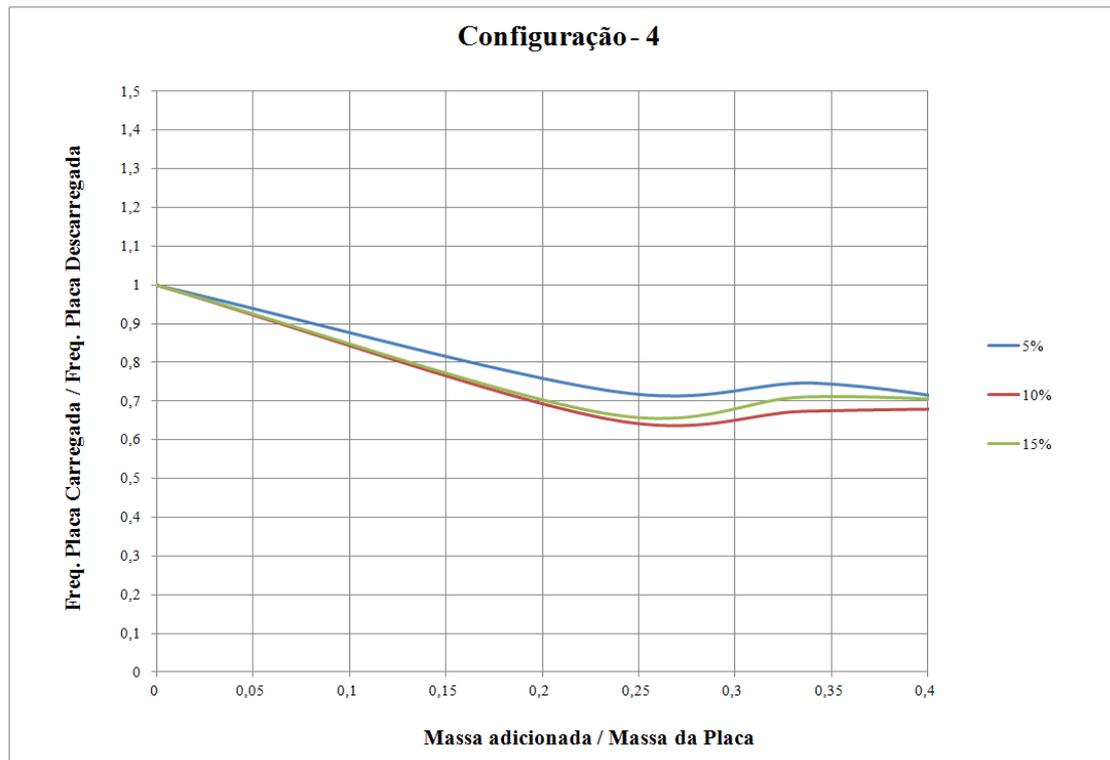


Figura 101 - Configuração - 4 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

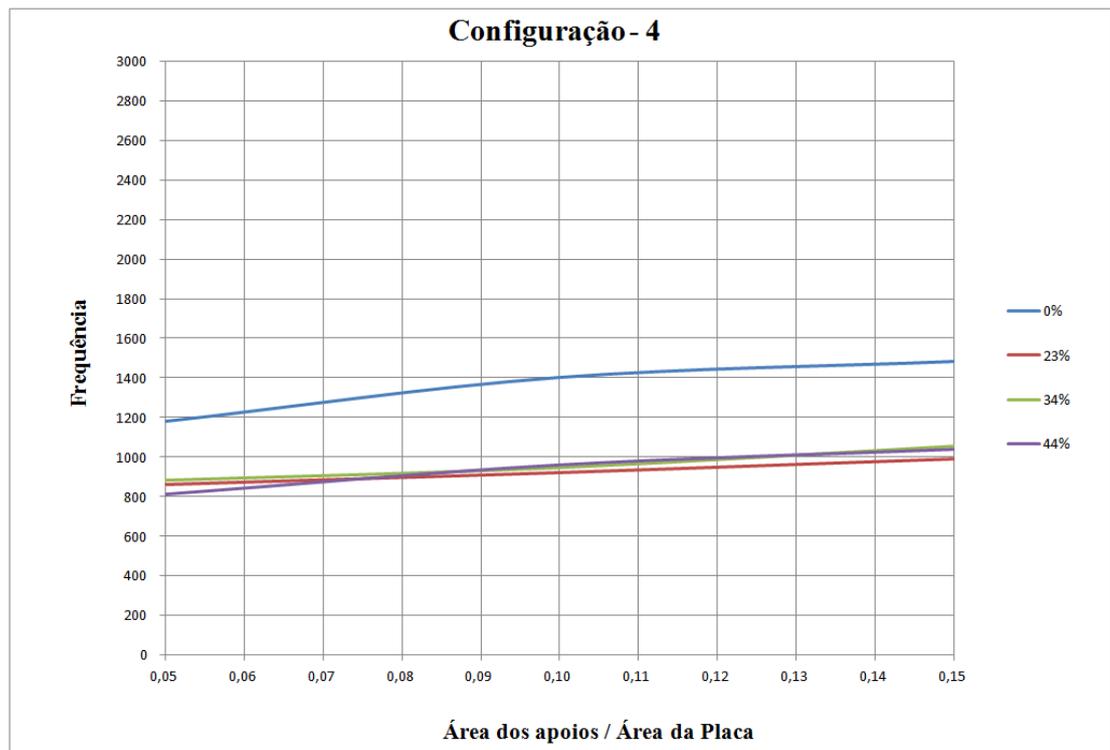


Figura 102 - Configuração - 4 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

8.7 Configuração 5

A instrumentação utilizada nos testes é apresentada na Figura 103 e os resultados do ensaio para cada montagem são apresentados da Figura 173 à Figura 181 e podem ser vistas no APÊNDICE C - Resposta dos acelerômetros. Na Tabela 25 é apresentada a primeira frequência natural medida para cada montagem. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos no ensaio experimental.

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da massa adicionada, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 104. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa com massa adicionada / frequência placa descarregada).

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da área de apoio, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 105. Cada curva representa uma porcentagem de massa adicionada (0, 23, 34 e 44%). No eixo das abscissas esta a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação a área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas esta a frequência.

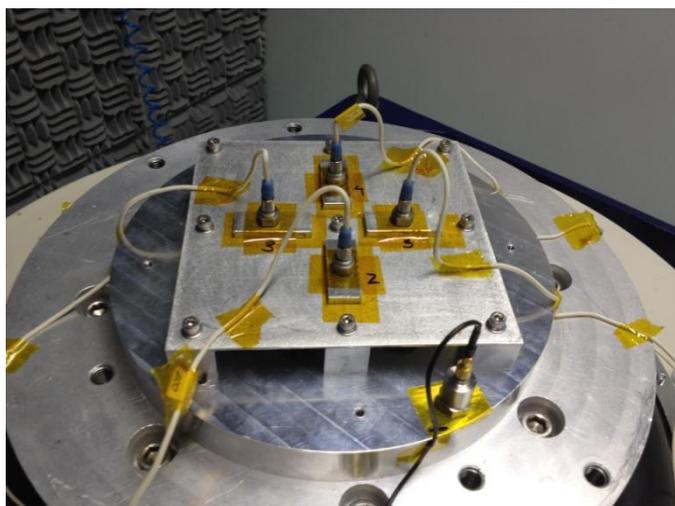


Figura 103 - Instrumentação configuração – 5
Fonte: Autor

Tabela 25 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 5

Configuração - 5		Frequência (Hz)
D5	S1M1	1073
	S1M2	1111
	S1M3	1196
	S2M1	1183
	S2M2	1372
	S2M3	1404
	S3M1	1176
	S3M2	1364
	S3M3	1495

Fonte: Autor

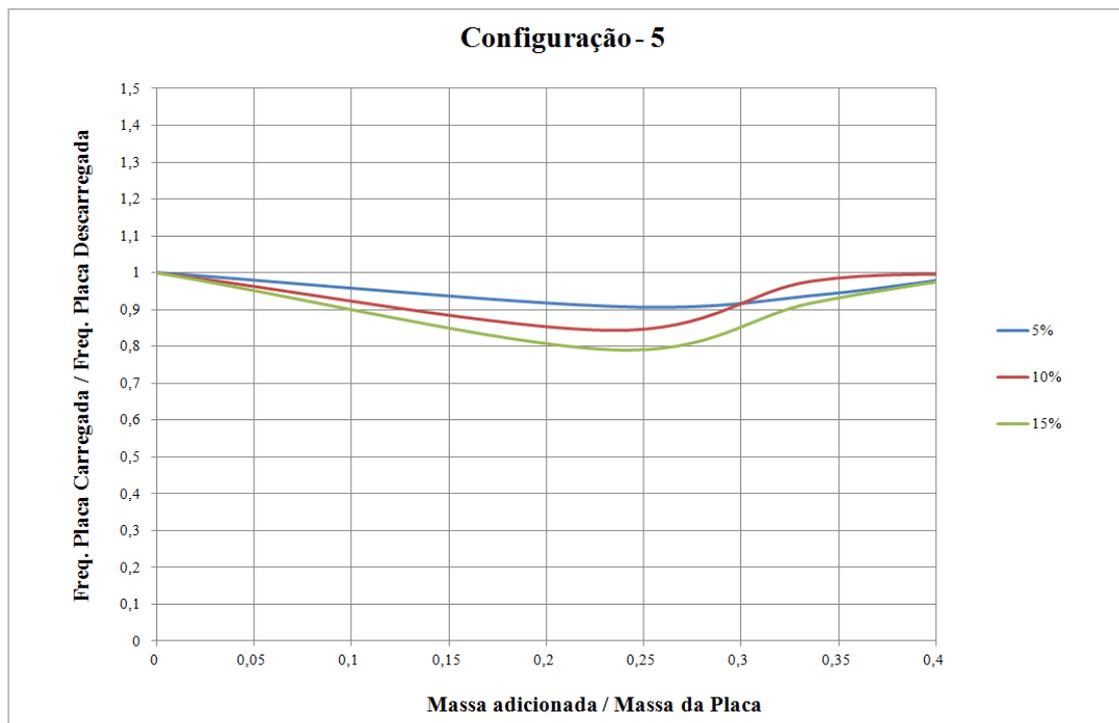


Figura 104 - Configuração – 5 - Razão de frequência x Razão de massa

Fonte: Autor

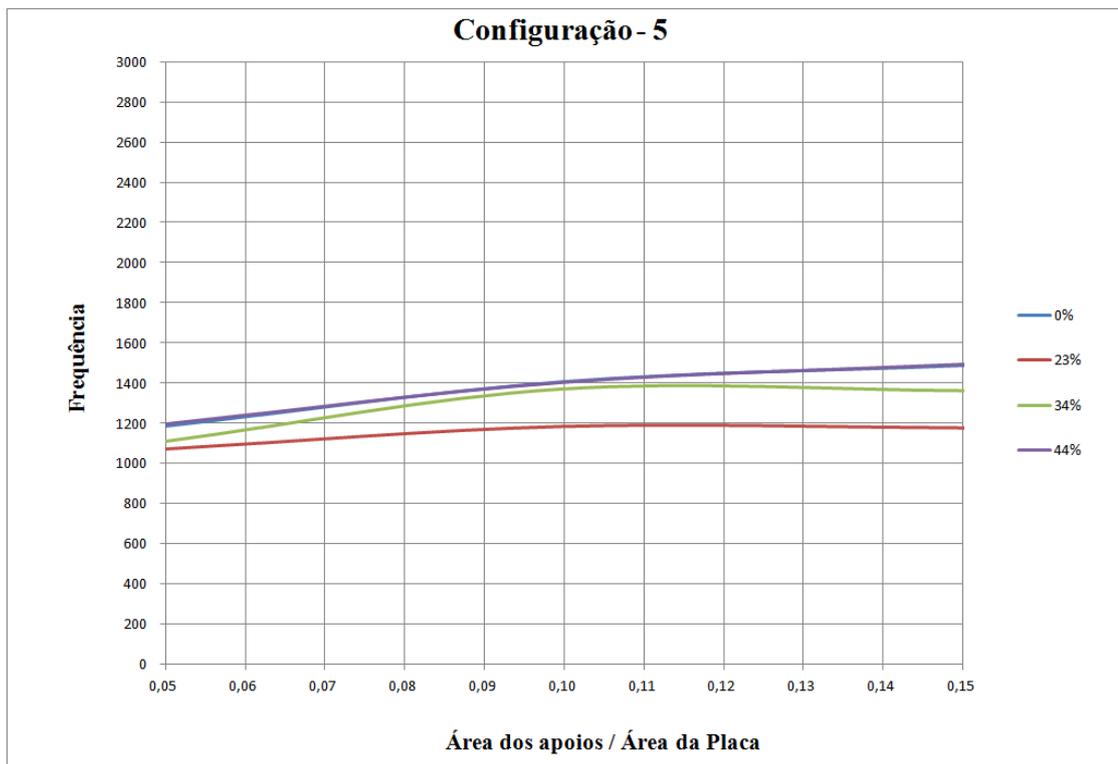


Figura 105 - Configuração -5 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

8.8 Configuração 6

A instrumentação utilizada nos testes é apresentada na Figura 103 e os resultados do ensaio para cada montagem são apresentados da Figura 173 à Figura 172 e podem ser vistas no APÊNDICE C - Resposta dos acelerômetros. Na Tabela 26 é apresentada a primeira frequência natural medida para cada montagem. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos no ensaio experimental.

Para analisar como a primeira frequência natural da placa é modificada em função da massa adicionada, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 107. Cada curva corresponde a um tipo de fixação (5, 10 e 15%). No eixo das abscissas encontra-se a razão de massa, ou seja, a porcentagem de massa adicionada na placa em relação à massa da placa (massa adicionada / massa da placa). No eixo das ordenadas encontra-se a razão de frequência (frequência placa com massa adicionada / frequência placa descarregada).

Para verificar como a primeira frequência natural da placa varia em função da área de apoio, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 108. Cada curva representa uma

porcentagem de massa adicionada (0, 23, 34 e 44%). No eixo das abscissas esta a razão de área, ou seja, a porcentagem de área utilizada como apoio em relação a área da placa (soma das áreas dos suportes / área da placa). No eixo das ordenadas esta a frequência.

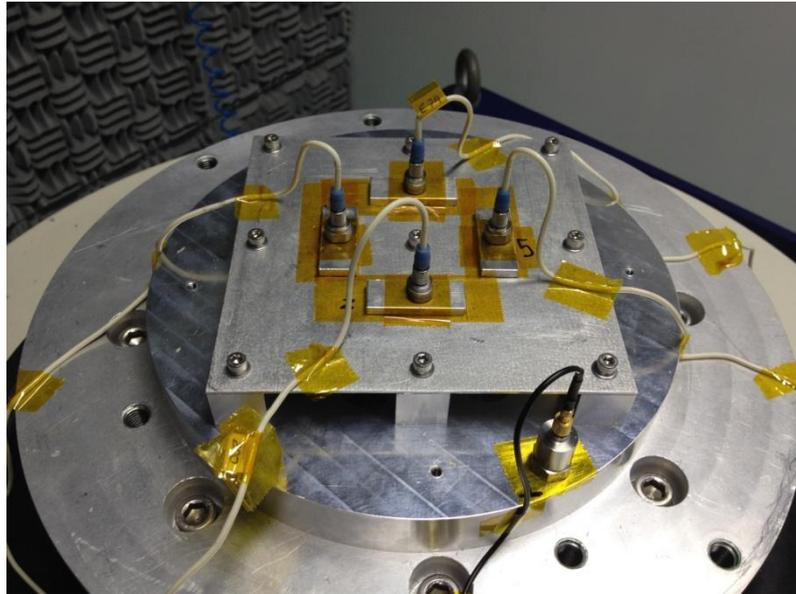


Figura 106 - Instrumentação configuração – 6
Fonte: Autor

Tabela 26 - Variação da frequência natural da placa - Configuração 6

Configuração - 6		Frequência (Hz)
D6	S1M1	991
	S1M2	996,7
	S1M3	968,6
	S2M1	1098
	S2M2	1137
	S2M3	1067
	S3M1	1150
	S3M2	1105
	S3M3	1086

Fonte: Autor

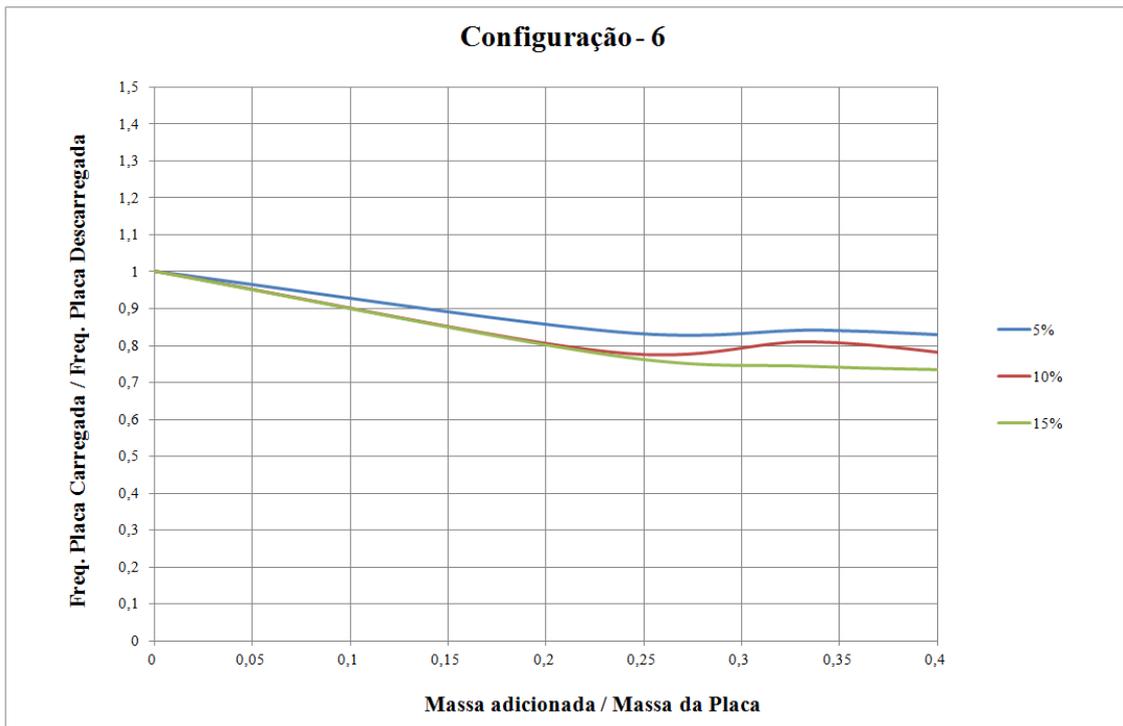


Figura 107 - Configuração – 6 - Razão de frequência x Razão de massa
 Fonte: Autor

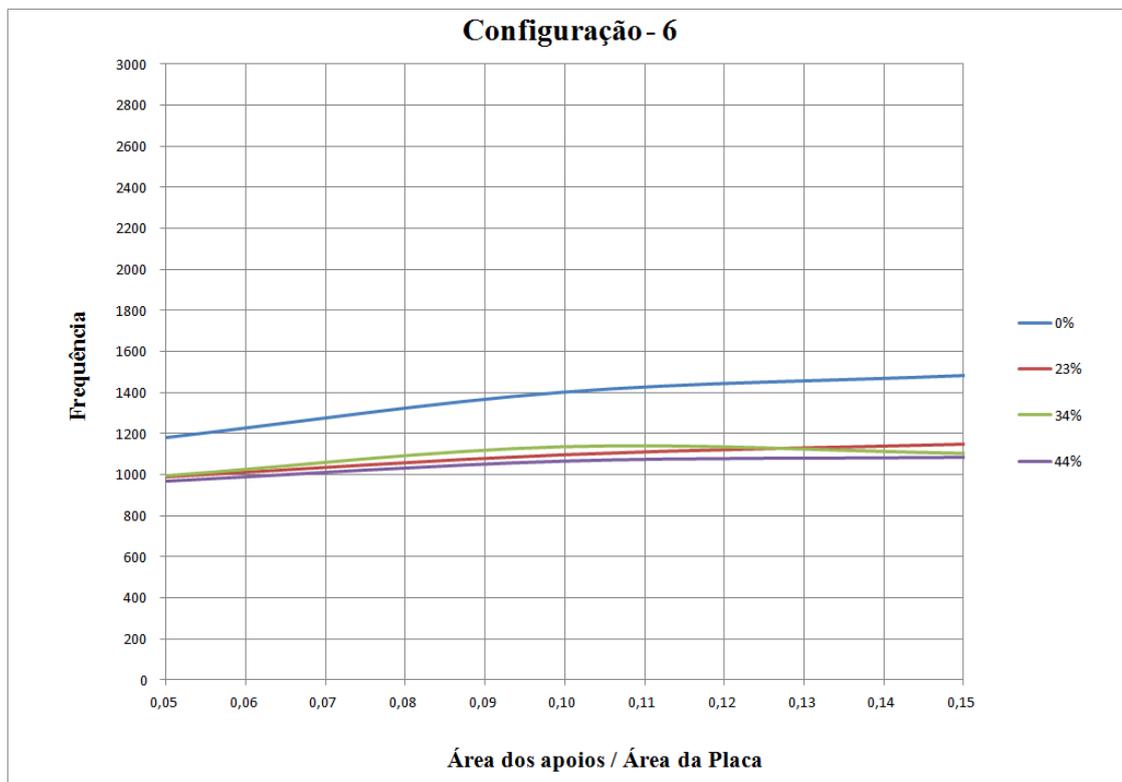


Figura 108 - Configuração -6 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
 Fonte: Autor

8.9 Comparação entre configurações

Neste capítulo é feita a comparação entre as configurações para cada tipo de área de apoio e de massa adicionada. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos no ensaio experimental.

8.9.1 Área de apoio

Na Figura 109 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada incremento de massa adicionada quando a área de apoio corresponde a 5% da área de massa (suporte 1). Na Figura 110 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada incremento de massa adicionada quando a área de apoio corresponde a 10% da área de massa (suporte 2). Na Figura 111 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada incremento de massa adicionada quando a área de apoio corresponde a 15% da área de massa (suporte 3).

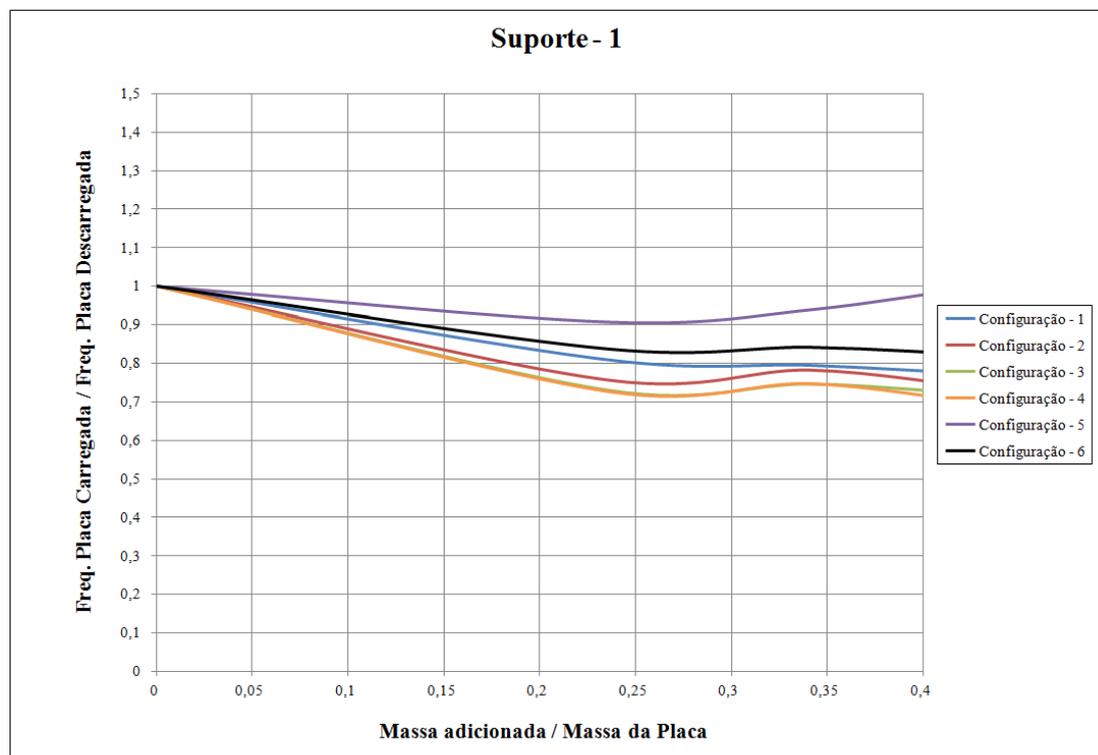


Figura 109 - Suporte - 1 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

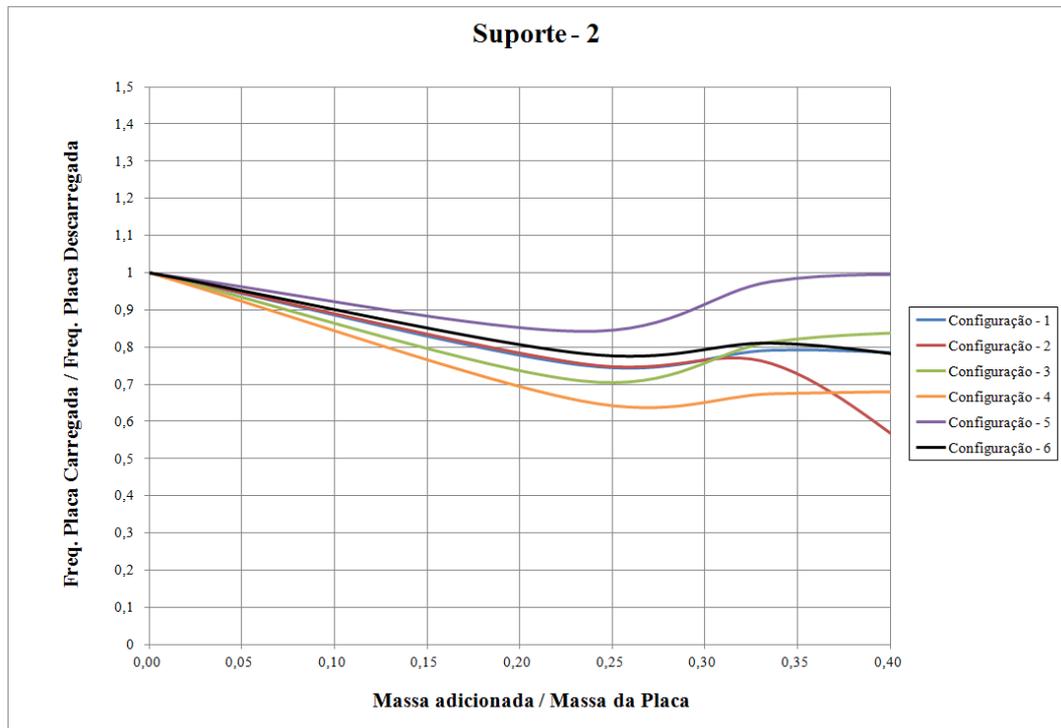


Figura 110 - Suporte – 2 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

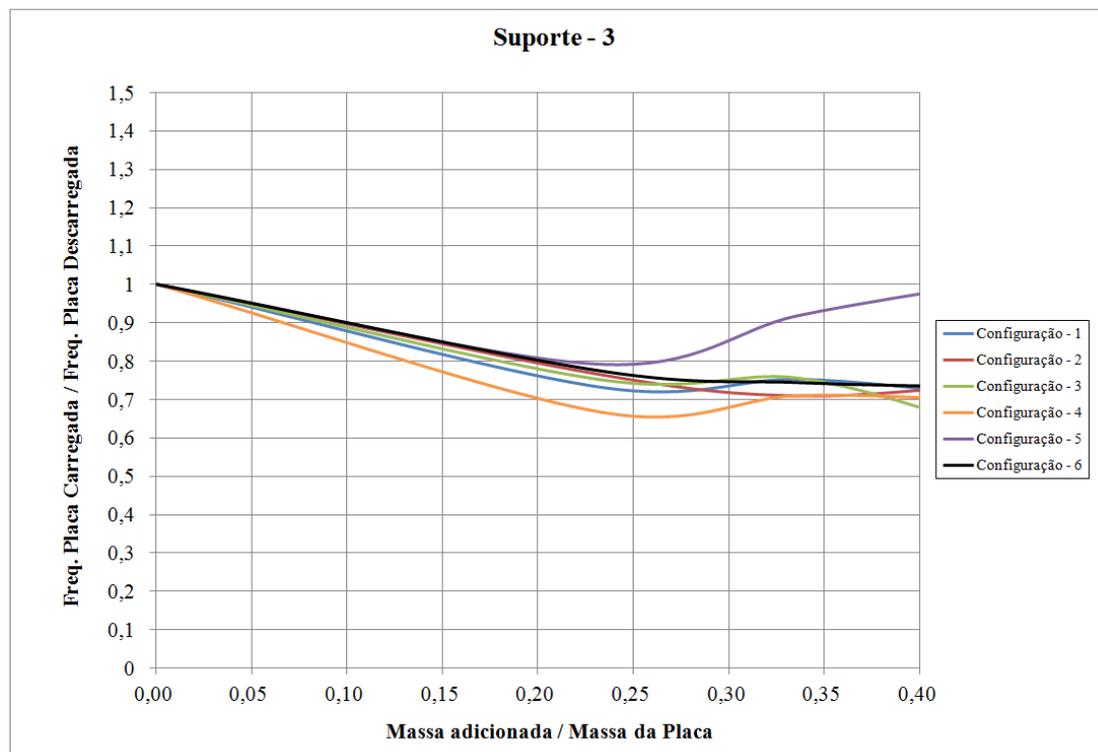


Figura 111 - Suporte – 3 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

Na Figura 112 é apresentado de forma consolidada o comportamento de cada tipo de configuração para cada incremento de massa adicionada em cada porcentagem de área de apoio. Como é possível observar, a configuração 5 com o suporte 1 foi, até a razão de massa de 30%, menos suscetível ao aumento de massa. Porém, após essa razão de massa, a mesma configuração, mas com o suporte 2 foi a que apresentou a maior frequência natural, pois a massa adicionada contribuiu de forma mais acentuada para a rigidez da placa do que as outras montagens. Já a configuração 4 com o suporte 2 foi a mais sensível com relação a adição de massa.

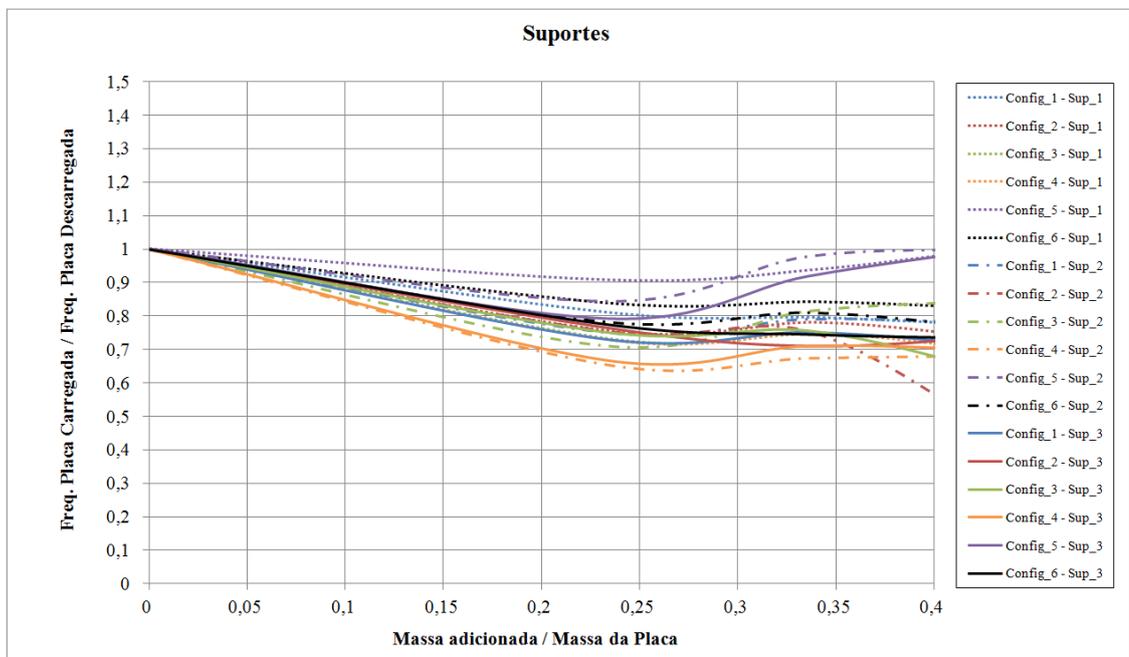


Figura 112 - Suportes -1,2 e 3 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

8.9.2 Massa adicionada

Na Figura 113 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada condição de área de apoio quando a massa adicionada corresponde a 23% da massa da placa (Massa 1). Na Figura 114 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada condição de área de apoio quando a massa adicionada corresponde a 34% da massa da placa (Massa 2). Na Figura 115 é apresentado o comportamento de cada tipo de configuração para cada condição de área de apoio quando a massa adicionada corresponde a 44% da massa da placa (Massa 3).

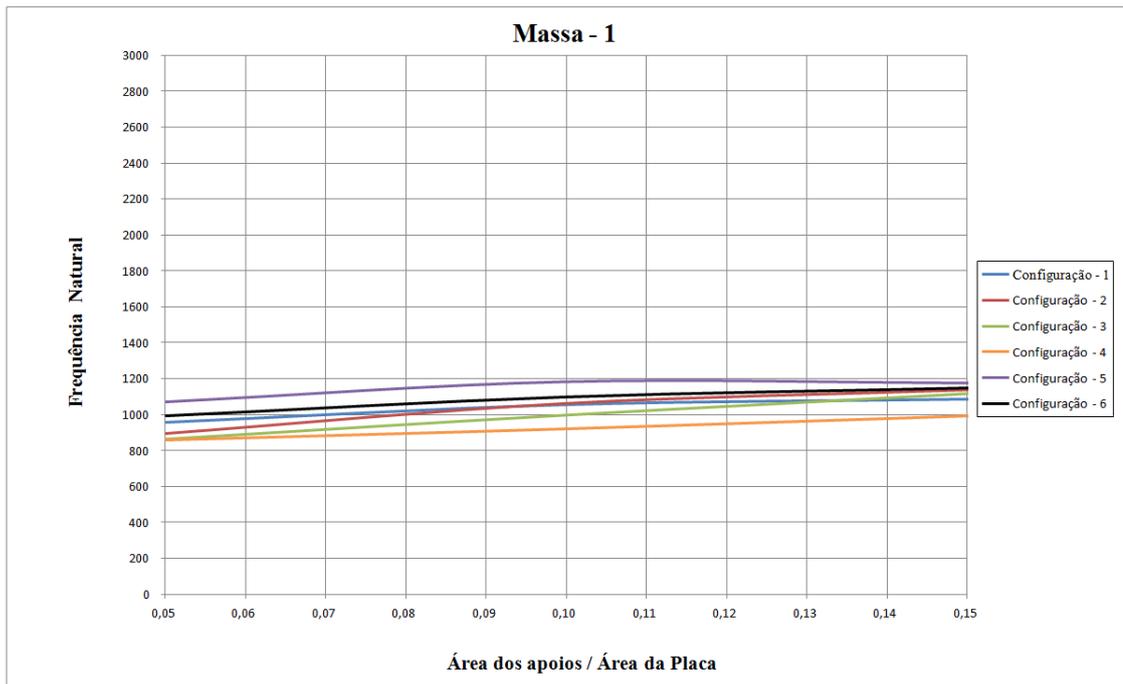


Figura 113 - Massa - 1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

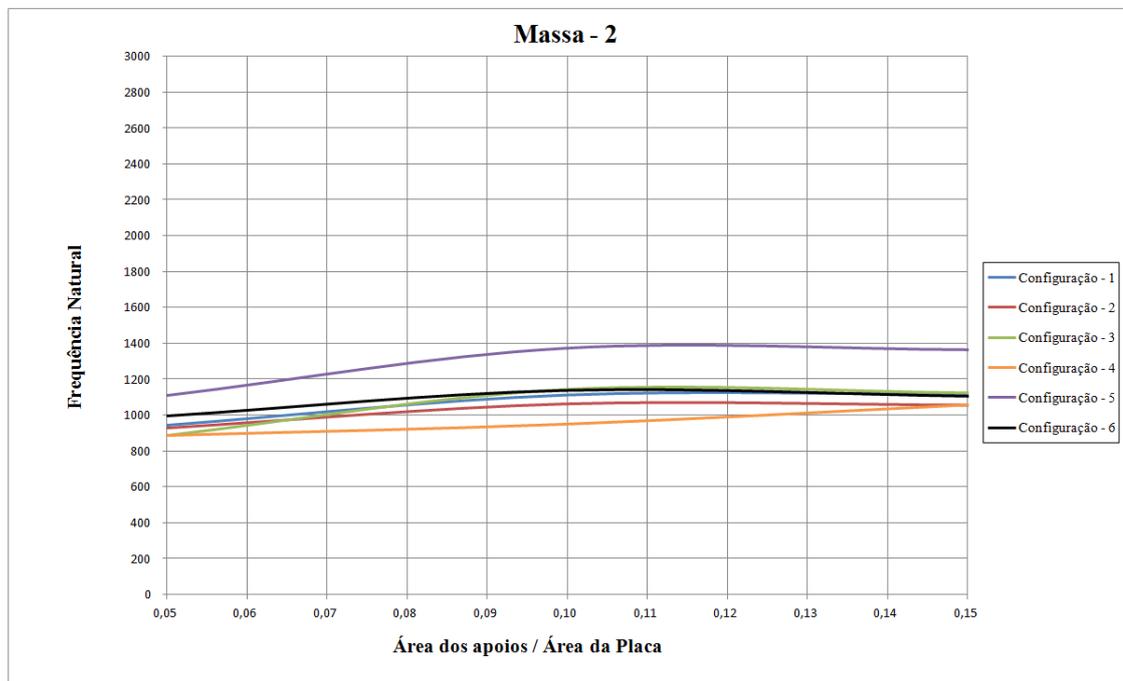


Figura 114 - Massa - 2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

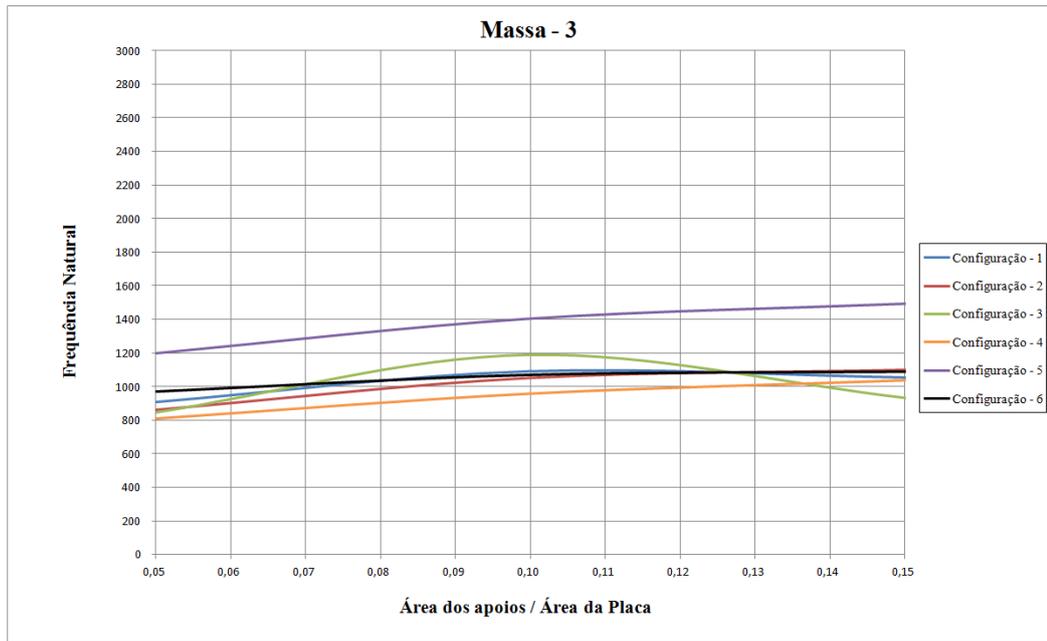


Figura 115 - Massa - 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
 Fonte: Autor

Na Figura 116 é apresentada de forma consolidada a evolução da primeira frequência natural em função da razão de área de apoio para cada configuração e razão de carregamento. É possível observar que a configuração 5 com a massa 3 foi a que respondeu de maneira mais sensível ao aumento da área dos suportes. Já a configuração 4 com a massa 1 foi a que menos respondeu a esse parâmetro.

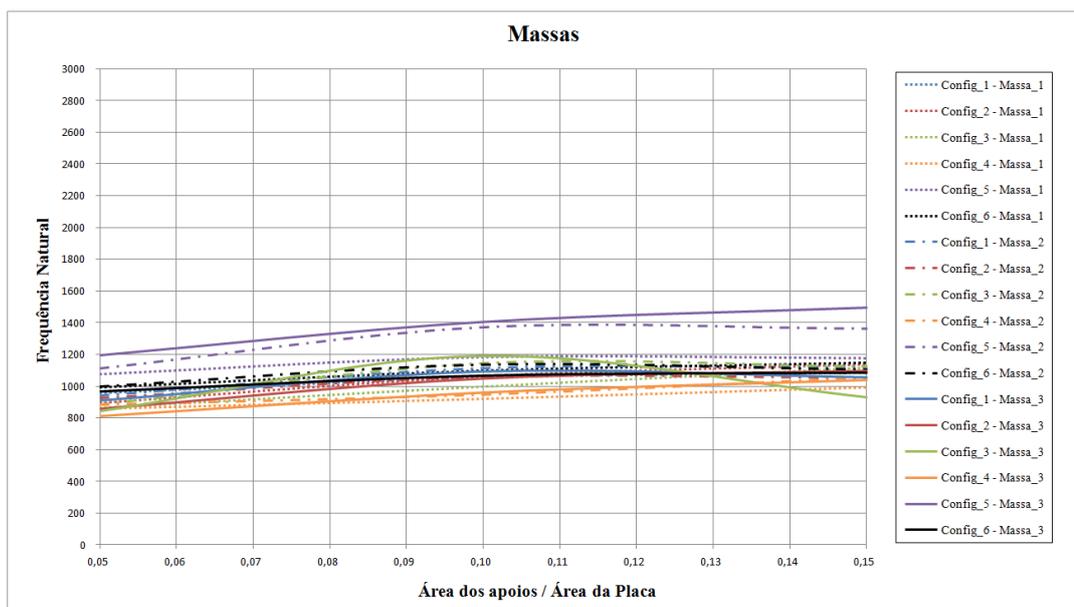


Figura 116 - Massas -1,2 e 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
 Fonte: Autor

9 COMPARAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos nas simulações serão comparados com os obtidos através dos ensaios experimentais. A seguir é feita a análise geral dos resultados. As curvas dos gráficos que serão apresentados foram geradas através da interpolação de *splines* cúbicas utilizando como pontos de controle os pares ordenados discretos obtidos no ensaio experimental.

9.1 Comparação dos modelos

A comparação entre os modelos foi realizada em gráficos consolidados para cada configuração com relação a massa adicionada e a área de apoio.

9.1.1 Massa adicionada

Da Figura 117 à Figura 122 são apresentados os comportamentos de cada tipo de configuração para cada modelo e carregamento quando a condição de área de apoio varia.

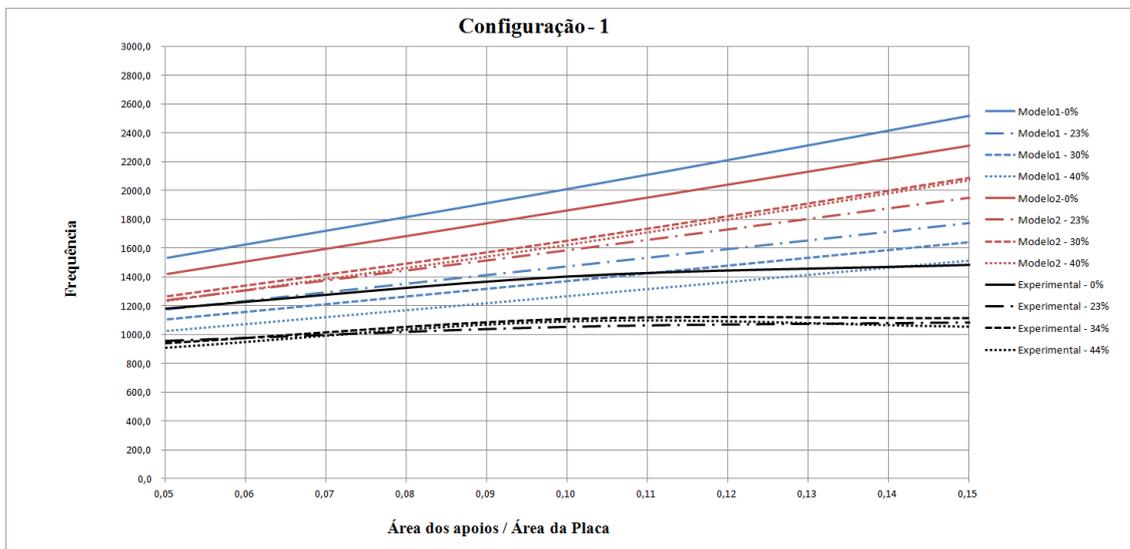


Figura 117 - Modelos: Configuração - 1 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

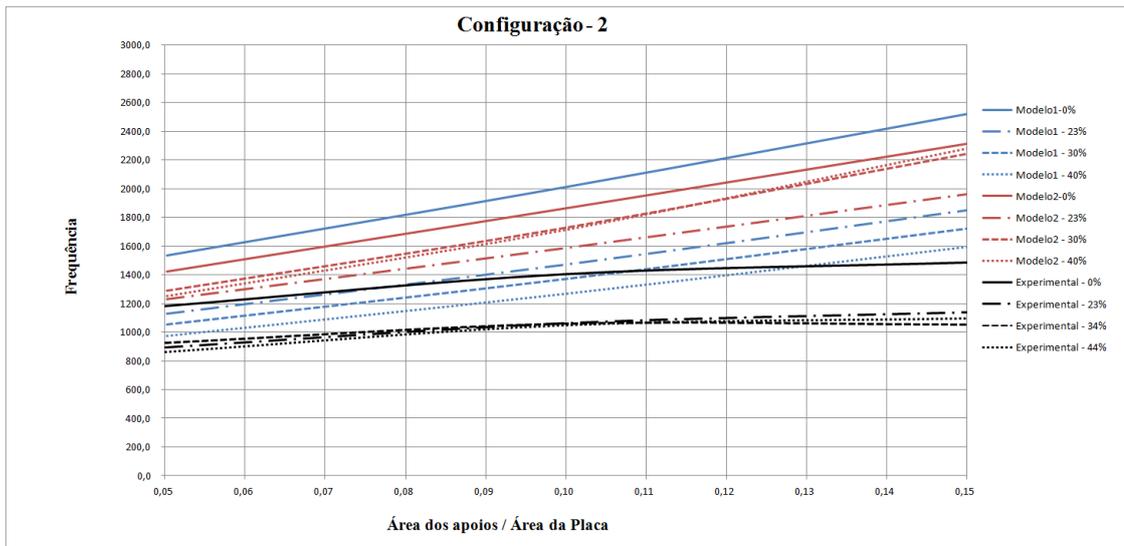


Figura 118 - Modelos: Configuração - 2 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
 Fonte: Autor

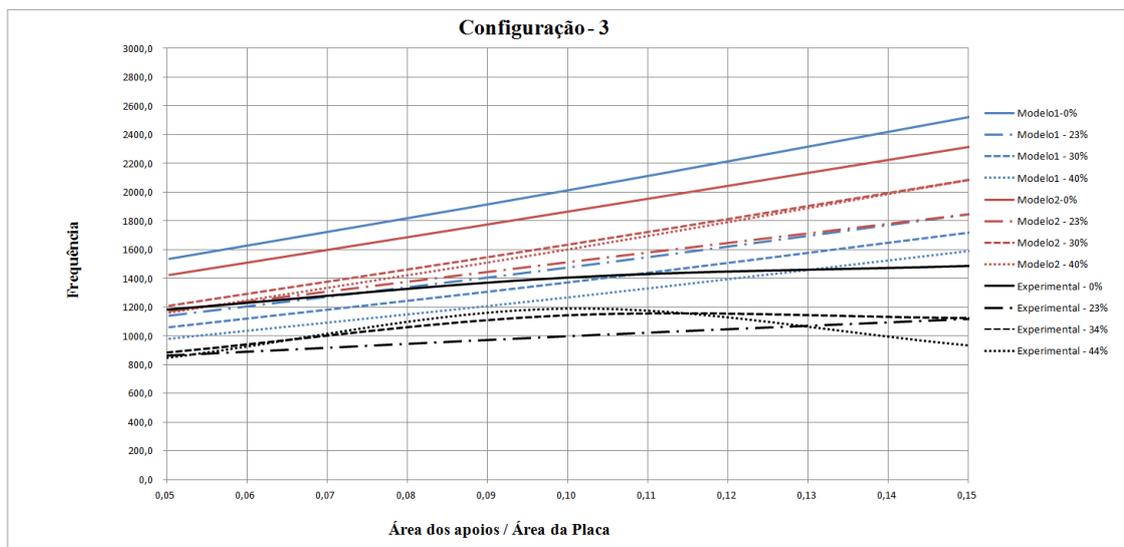


Figura 119 - Modelos: Configuração - 3 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
 Fonte: Autor

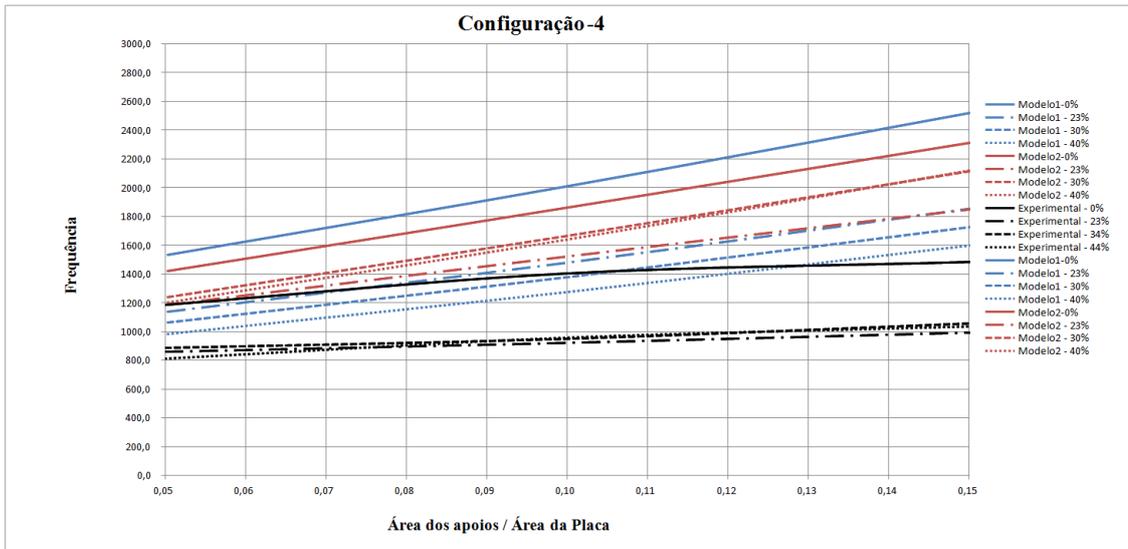


Figura 120 - Modelos: Configuração - 4 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
 Fonte: Autor

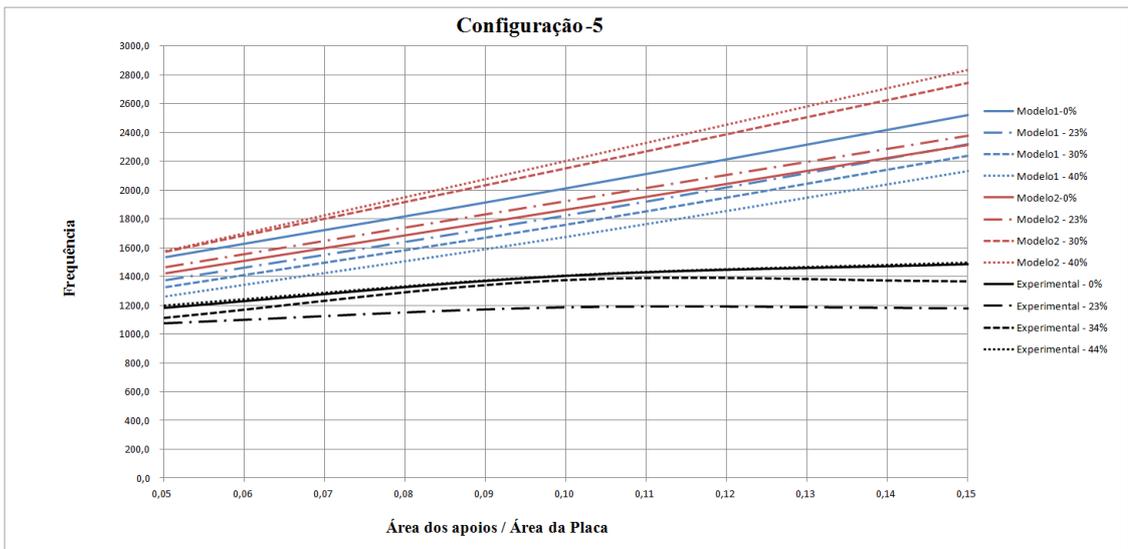


Figura 121 - Modelos: Configuração - 5 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
 Fonte: Autor

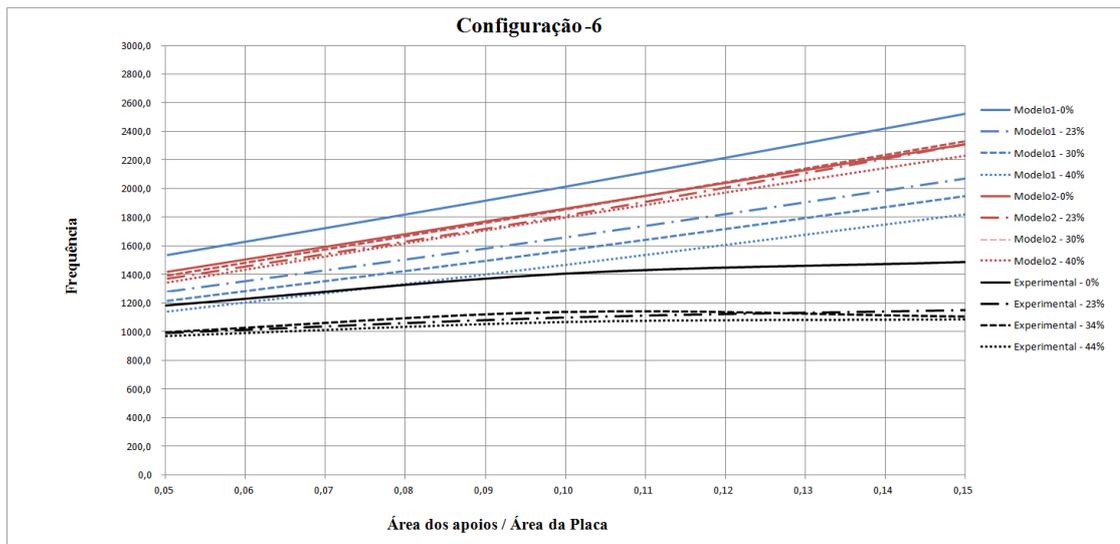


Figura 122 - Modelos: Configuração - 6 - Primeira Frequência Natural x Razão de Área
Fonte: Autor

As frequências naturais dos modelos numéricos apresentaram comportamento linear com o aumento da área de apoio, enquanto que no ensaio experimental não. Muito provavelmente, a presença de amortecimento no ensaio experimental é a razão desse comportamento. No modelo 1, em todos os casos, as placas mais pesadas são menos sensíveis ao aumento da área de apoio. No modelo 2 e no ensaio experimental a placa descarregada respondeu com maior sensibilidade ao aumento da área enquanto as placas com, aproximadamente 30 e 40% de razão de massa se alternam em seguida. Já as placas com carregamento de 23% foram a que menos sentiram o aumento da área de apoio. Isso provavelmente ocorre pelo fato de no modelo 1 não ter sido considerada a rigidez que a massa adicionada fornece à placa. Rigidez esta que esta presente no modelo 2 e, obviamente, no ensaio experimental. Destaca-se a configuração 5 entre as demais, pois ela apresentou uma característica diferente onde o comportamento da placa mais pesada foi bem próximo ao da placa descarregada. Isso significa que a placa não "sentiu" o aumento de massa, em outras palavras, toda massa adicionada contribuiu para o aumento da rigidez da placa.

9.1.2 Área de apoio

Da Figura 123 à Figura 127 são apresentados os comportamentos de cada tipo de configuração para cada modelo e área de apoio quando o carregamento varia.

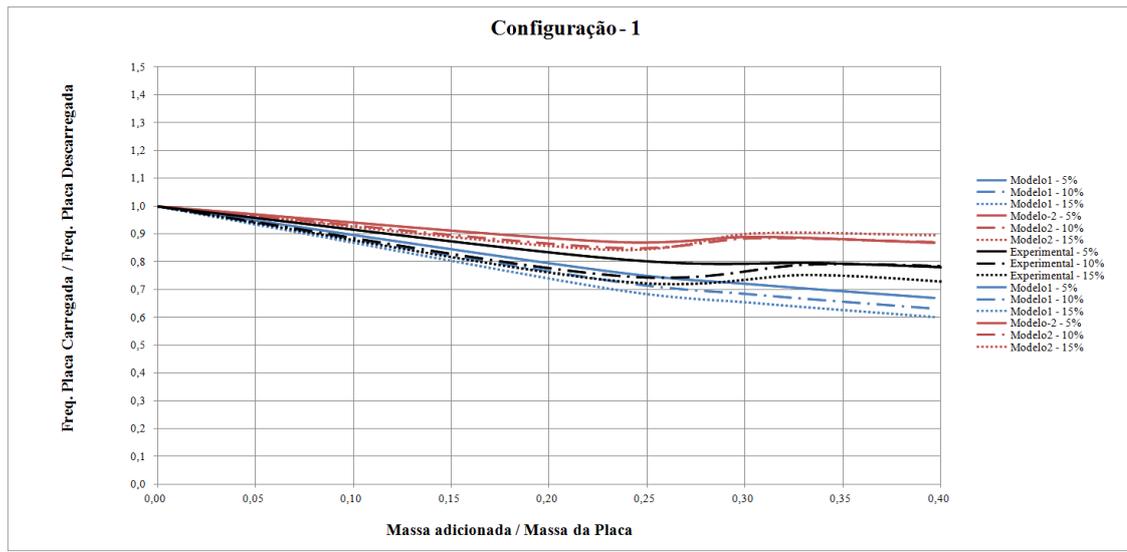


Figura 123 - Modelos: Configuração - 1 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

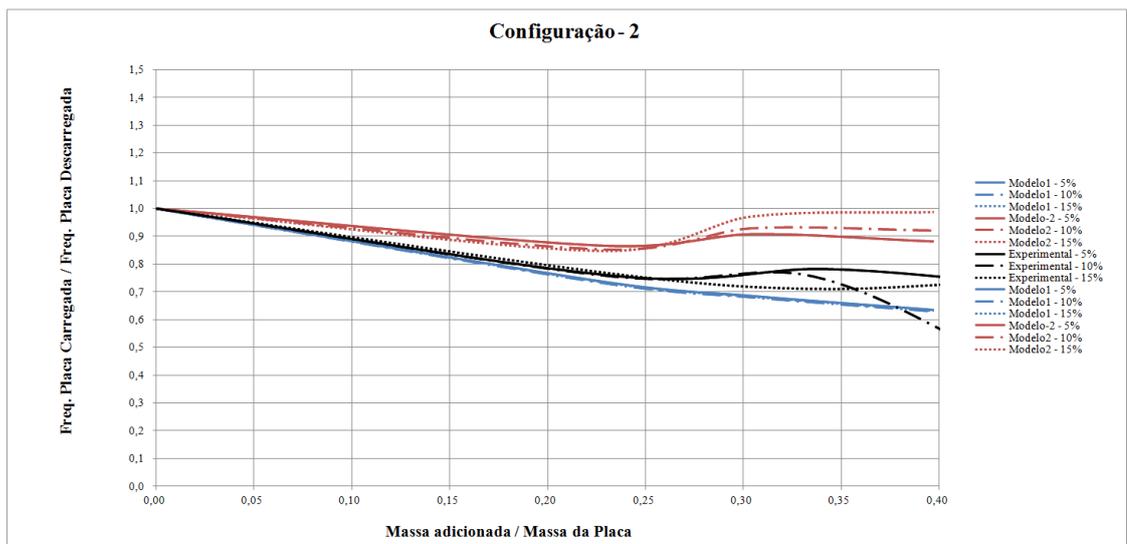


Figura 124 - Modelos: Configuração - 2 - Razão de frequência x Razão de massa
Fonte: Autor

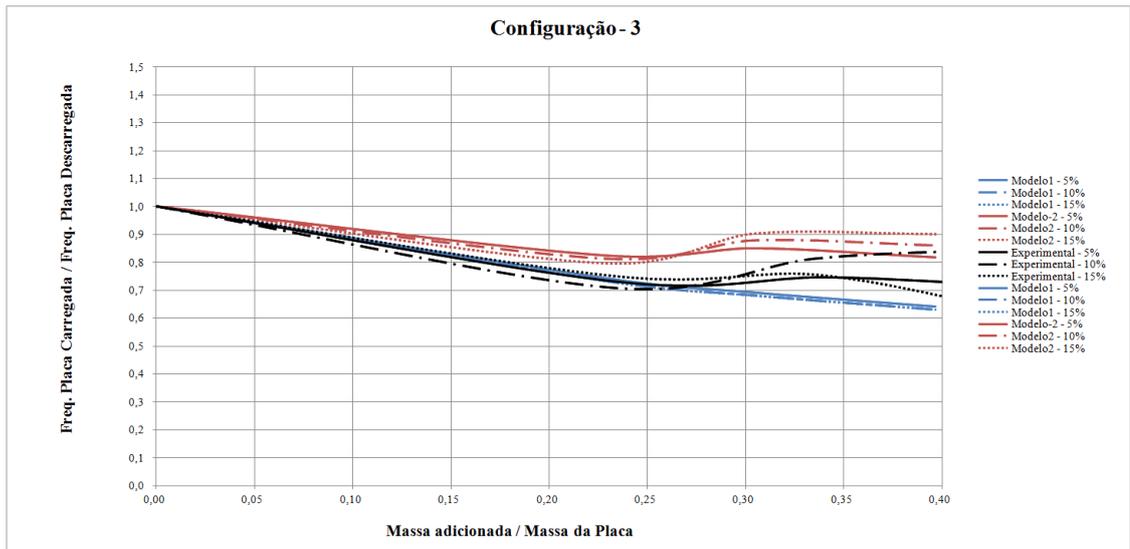


Figura 125 - Modelos: Configuração - 3 - Razão de frequência x Razão de massa
 Fonte: autor

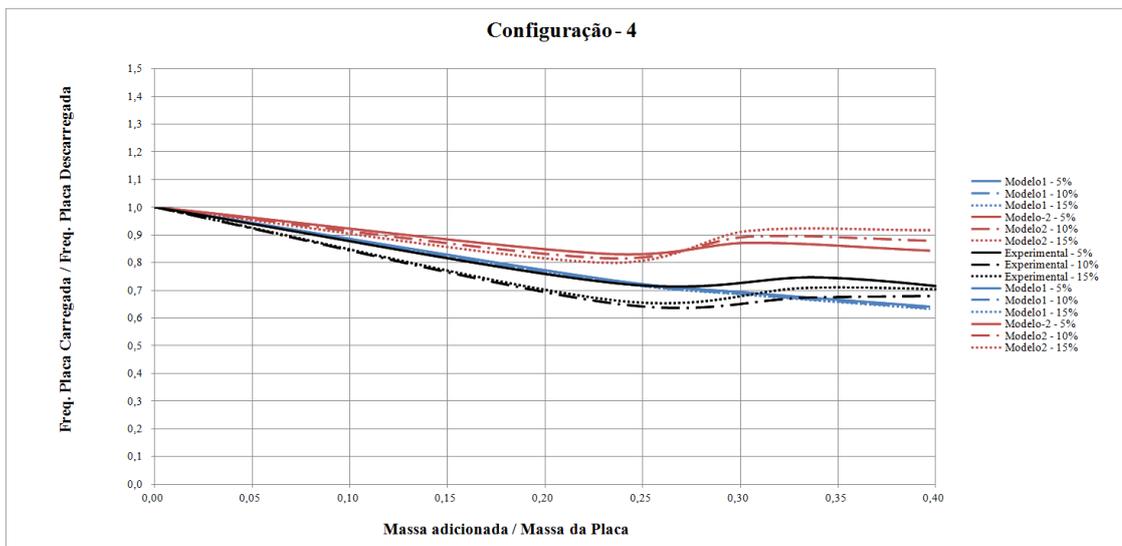


Figura 126 - Modelos: Configuração - 4 - Razão de frequência x Razão de massa
 Fonte: Autor

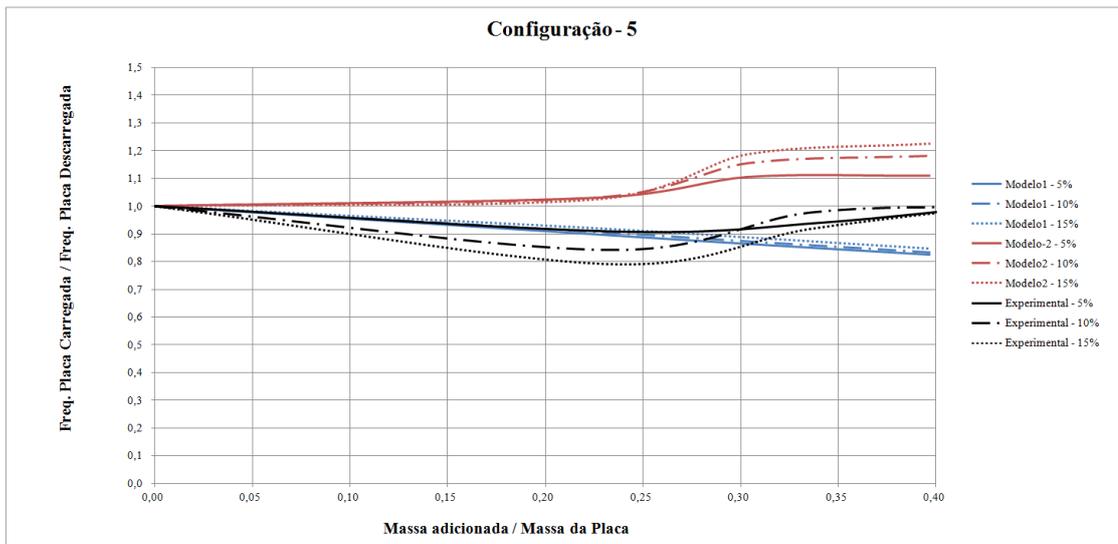


Figura 127 - Modelos: Configuração - 5 - Razão de frequência x Razão de massa

Fonte: Autor

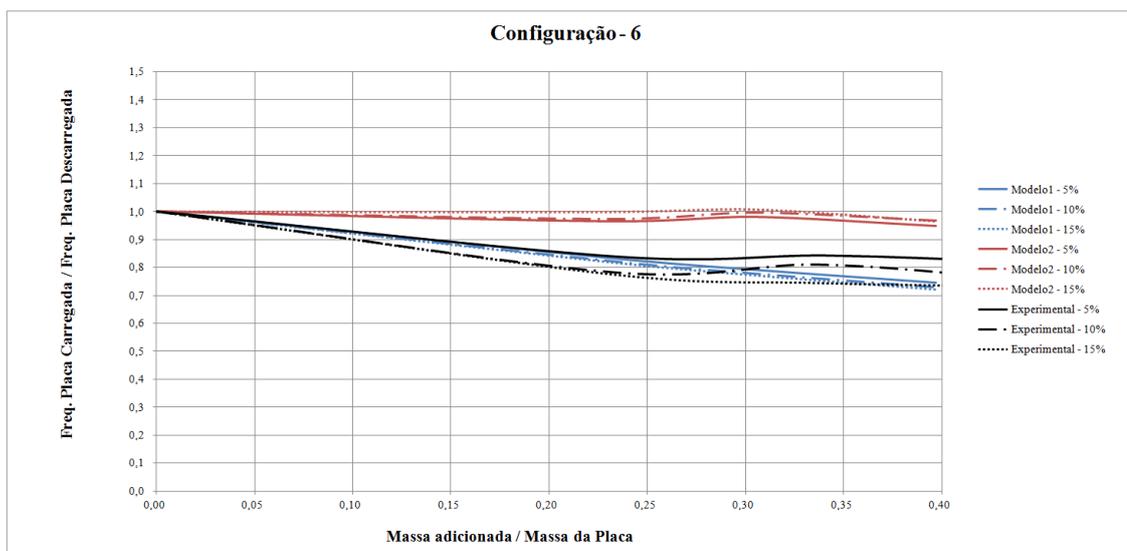


Figura 128 - Modelos: Configuração - 6 - Razão de frequência x Razão de massa

Fonte: Autor

No modelo 1, em todos os casos, as placas apresentam comportamento linear e as maiores áreas de apoio são menos sensíveis ao aumento da razão de massa. No modelo 2 e no ensaio experimental ocorreram inversões dessa sensibilidade quando a razão de massa passou a ser aproximadamente 27%. Como dito anteriormente, esse comportamento se dá pela presença da rigidez da massa. Destaca-se a configuração 5 entre as demais, pois ela apresentou uma característica diferente onde, a partir da razão de massa de 27%, a razão de frequência da placa continua subindo para qualquer razão de área de apoio e massa.

9.2 Análise dos resultados

Em todos os casos estudados, tanto nos modelos 1 e 2 quanto no ensaio experimental, a configuração 5 apresentou um comportamento totalmente diferenciado com relação às demais. Isso indica que, certamente, existe uma região e orientação para cada tipo de geometria de massa que, se posicionadas de forma conveniente, irão aumentar ou diminuir a rigidez da placa e, conseqüentemente, a sua frequência natural. Porém, a importância prática dessa conclusão seria saber o quanto é significativa do ponto de vista de recurso, para o projeto estrutural, essa modificação na frequência natural. Por exemplo, o que seria mais efetivo quando se quer aumentar a rigidez da placa, aumentar a área de apoio ou modificar a distribuição das massas montadas sobre ela?

Para verificar o quão significativa é a mudança no posicionamento das massas quando comparada com um aumento da área de apoio, foi escolhido o caso da distribuição 4 montada com uma razão de área de 5%. A Tabela 27 mostra a variação, para cada modelo, ocorrida na frequência quando a razão de área passa de 5% para 15%, ou seja, a área de apoio da placa é triplicada. É possível observar que os modelos numéricos superestimaram esse parâmetro, enquanto que o valor no experimento se apresentou, apesar de significativo, bem mais modesto. Na Tabela 28 é apresentada a variação da frequência natural quando se opta por manter a área de apoio e modificar a distribuição sobre a placa. Neste caso, as simulações apresentaram valores menores que o experimento.

O que fica evidente, do ponto de vista prático e real, é que a modificação na distribuição, neste caso, foi mais significativa do que triplicar a razão de área da placa. Outro ponto importante é que, tanto o modelo 1 como o modelo 2, apontaram direções contrárias a esse fato, ou seja, para os modelos foi mais significativo o aumento da razão de área, enquanto que para o experimento o mais significativo foi a modificação na distribuição.

Tabela 27 - Variação da frequência natural da placa com a variação da área de apoio

Config.	Mod-1 (Hz)	Dif. (%)	Mod-2 (Hz)	Dif (%)	Exp. (Hz)	Dif. (Hz)
D4-S1-M3	984,2	62,8	1199,1	77,1	811,5	27,8
D4-S3-M3	1601,9		2123,7		1037	

Fonte: Autor

Tabela 28 - Variação da frequência natural da placa com a variação da distribuição

Config.	Mod-1 (Hz)	Dif. (%)	Mod-2 (%)	Dif. (%)	Exp. (Hz)	Dif. (%)
D4-S1-M3	984,2	28,3%	1199,1	31,6%	811,5	47,4%
D5-S1-M3	1262,9		1577,8		1196	

Fonte: Autor

A Figura 129 apresenta o quadro geral com os valores experimentais para todas as configurações onde é feita a comparação entre triplicar a razão de área e modificar a distribuição para a configuração 5. É possível verificar que em média, aumentar a razão da área de apoio, implicou em um aumento de 19% da frequência natural enquanto que modificar o posicionamento dos componentes para a configuração 5 gerou um aumento de 25% da frequência natural.

Configuração - 1			
Área de apoio (3x)		Mudança p/ Config-5	
D1-S1-M1	13,4%	D1-S1-M1	12,1%
D1-S3-M1		D5-S1-M1	
D1-S1-M2	18,7%	D1-S1-M2	18,0%
D1-S3-M2		D5-S1-M2	
D1-S1-M3	16,0%	D1-S1-M3	31,5%
D1-S3-M3		D5-S1-M3	

Configuração - 2			
Área de apoio (3x)		Mudança p/ Config-5	
D2-S1-M1	27,2%	D2-S1-M1	20,0%
D2-S3-M1		D5-S1-M1	
D2-S1-M2	14,0%	D2-S1-M2	20,1%
D2-S3-M2		D5-S1-M2	
D2-S1-M3	27,8%	D2-S1-M3	39,2%
D2-S3-M3		D5-S1-M3	

Configuração - 3			
Área de apoio (3x)		Mudança p/ Config-5	
D3-S1-M1	29,3%	D3-S1-M1	24,2%
D3-S3-M1		D5-S1-M1	
D3-S1-M2	27,1%	D3-S1-M2	25,7%
D3-S3-M2		D5-S1-M2	
D3-S1-M3	10,2%	D3-S1-M3	41,6%
D3-S3-M3		D5-S1-M3	

Configuração - 4			
Área de apoio (3x)		Mudança p/ Config-5	
D4-S1-M1	15,3%	D4-S1-M1	24,9%
D4-S3-M1		D5-S1-M1	
D4-S1-M2	19,3%	D4-S1-M2	25,7%
D4-S3-M2		D5-S1-M2	
D4-S1-M3	27,8%	D4-S1-M3	47,4%
D4-S3-M3		D5-S1-M3	

Configuração - 6			
Área de apoio (3x)		Mudança p/ Config-5	
D6-S1-M1	16,0%	D6-S1-M1	8,3%
D6-S3-M1		D5-S1-M1	
D6-S1-M2	10,9%	D6-S1-M2	11,5%
D6-S3-M2		D5-S1-M2	
D6-S1-M3	12,1%	D6-S1-M3	23,5%
D6-S3-M3		D5-S1-M3	

Figura 129 – Síntese das comparações entre triplicar a área de apoio e mudar a distribuição

Fonte: Autor

10 CONCLUSÃO

Nesse estudo foi colocada como questão central se a distribuição de massas sobre uma placa poderia servir de recurso do ponto de vista de projeto estrutural quando se pretende aumentar ou diminuir a frequência natural de uma placa para, por exemplo, atender a regra da oitava. Já era conhecido do trabalho de Kopmaz, O., Telli, S. (2002) que o quando o posicionamento de uma massa montada sobre uma placa é modificado, a frequência natural dessa placa também será, porém o quão significativo seria modificar a distribuição quando, por exemplo, comparado a aumentar a área de apoio não foi investigado.

Para responder esses questionamentos, foram adotadas 6 diferentes distribuições de massa com 3 níveis de carregamento e 3 níveis de área de apoio. Foram construídos 2 modelos de elementos finitos onde foram realizadas as simulações e também foram realizados ensaios experimentais.

O resultado desse estudo mostrou que, sim, é possível utilizar a distribuição de massa como recurso de projeto. Inclusive, no modelo experimental, a modificação da distribuição de massa mostrou ser mais efetiva do que triplicar a razão de área de apoio. Esse fato é muito importante, pois aumentar a razão da área de apoio implica na maioria das vezes em aumento de massa, o que é extremamente crítico para equipamentos de aplicação espacial.

A provável razão do aumento da frequência com a modificação da distribuição é que as massas atuaram mecanicamente como nervuras enrijecendo a placa e, quando colocadas nos lugares adequados tenderam a contribuir mais com o aumento da rigidez do que com a massa adicionada. Esse é um ponto que se mostrou extremamente importante do ponto de vista do modelamento, pois no modelo 1 a massa foi modelada como sendo não estrutural o que fez com que o comportamento dinâmico fosse diferente do modelo 2 e do modelo experimental. Nesse ponto, cabe uma observação com relação ao que Cifuentes (1994) disse sobre a o modelamento da massa ser mais importante na estimativa da frequência do que sua rigidez e também a informação que Amy, Anglietti e Richardson (2009a) apresentaram onde, negligenciar a rigidez implica em um resultado conservador. Primeiro, o modelamento da rigidez afetou consideravelmente o comportamento dinâmico das placas e, segundo, o resultado conservador apontado é referente às amplitudes locais quando se estuda a placa isolada, porém quando essa placa é montada em um chassi vale a regra da oitava e essa afirmação sobre o que é mais conservador perde o sentido, pois o que atenuará as amplitudes é o quanto desacoplada estão as frequências do chassi e da placa.

Com relação às simulações, esse estudo mostrou a dificuldade de se fazer um modelo convincente. Frequências superiores já eram esperadas como apontou o estudo de Alibiglu, Shakeri e Kari (2007), porém, além de serem superiores, mostraram ter uma variação bem acentuada com diferenças que foram de 13% até mais de 100% com relação ao experimento. Foi observado que essa diferença entre os modelos e o experimento se mostrou maior quando a razão de área era maior. Isso pode ser devido ao amortecimento ser mais significativo na presença de maiores áreas de apoio e vai de encontro ao relatado por Ergut e Altintas (2012). O objetivo do trabalho não foi validar o modelo numérico e sim estudar o efeito das várias configurações, portanto não se teve como compromisso obter valores reais das propriedades dos materiais e, sim utilizar os disponíveis em tabelas. Contudo, os trabalhos de Amy, Anglietti e Richardson (2010) e de Lee et al. (2008) destacam a importância na aderência do modelo das reais propriedades dos materiais e das geometrias envolvidas. Outro ponto extremamente importante na aderência do modelo é a condição de contorno que, pela dificuldade de modelamento, tem melhor resultado quando ajustada por aproximação.

Apesar das diferenças entre os modelos e o experimento, em todos os casos a configuração 5 se mostrou a mais rígida. O efeito da rigidez da massa se mostrou importante, pois a massa acabou atuando como uma nervura na placa. Obviamente, em um caso de aplicação real deve-se observar as tensões que irão atuar no componente para verificar se são adequadas para sua aplicação. Outro ponto, é que em casos reais as geometrias, massas e quantidades dos componentes são muito maiores e estão presentes restrições tanto do ponto de vista elétrico no arranjo do circuito como térmico na definição das áreas de apoio para condução do calor. Portanto, apesar desse trabalho apontar a distribuição de massas como um recurso significativo de projeto, é necessário aprimorar o estudo incorporando não só as restrições, mas também a grande variedade de componentes existentes.

Recomenda-se como atividades futuras uma proposta de otimização, para entender melhor como distribuir as massas sobre a placa. O trabalho de Wang, Yang e Yu (2010) apresenta uma abordagem de otimização, mas do ponto de vista do posicionamento dos suportes apenas. A validação do modelo também é algo importante a ser feito, de forma a se entender quais parâmetros tem mais peso para haver uma boa correlação com o experimento.

REFERÊNCIAS

ALIBIGLU, A.; SHAKERI, M.; KARI, M.R. Free vibrations of rectangular composite plates with localized patch mass. In: INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR STRUCTURAL MECHANICS IN REACTOR TECHNOLOGY, 19, 2007, Toronto. **Papers...** Raleigh: SMiRT, 2007. Disponível em: <http://www.iasmirt.org/transactions/19/B02_5.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2015.

ALMEIDA, F. E. **Isolamento passivo de vibrações aleatórias atuantes sobre equipamentos eletrônicos aeronáuticos embarcados**. 2006. 146 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – UNESP, Guaratingueta, 2006. Disponível em: <<http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/cp026864.pdf>>. Acesso em: 10 mar. 2015.

ALVES FILHO, A. **Elementos finitos: a base da tecnologia CAE**. 3. ed. São Paulo: Érica, 2005.

_____. **Elementos finitos: a base da tecnologia CAE: análise dinâmica**. 2. ed. São Paulo: Érica, 2012.

AMY, R. A.; ANGLIETTI, G. S.; RICHARDSON, G. Sensitivity analysis of simplified printed circuit board finite element models. **Microelectronics Reliability**, v.49, n.7, p. 791-799, jul. 2009a. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0026271409001127>>. Acesso em: 10 mar. 2015.

_____. Simplified modelling of printed circuit boards for spacecraft applications. **Acta Astronautic**, v. 65, n. 1-2, p. 192-201, jul.-ago. 2009b. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576509000381>>. Acesso em: 10 mar. 2015.

_____. Accuracy of simplified printed circuit board finite element models. **Microelectronics Reliability**, v. 50, n. 1, p. 86-97, jan. 2010. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0026271409003515> >. Acesso em: 10 mar. 2015.

BAZÁN, F. S. V. **Autovalores de polinômios matriciais: sensibilidade, computação e aplicações**. Rio de Janeiro: IMPA, 2003. Disponível em: <http://wwwimpa.br/opencms/pt/biblioteca/cbm/24CBM/24_CBM_03_01.pdf >. Acesso em: 10 mar. 2015.

BORESI, A. P.; SCHMIDT, R. J.; SIDEBOTTOM, O. M. **Advanced mechanics of materials**. 5th ed. John Wiley & Sons: New York, 1993.

CHAI, G. B. Free Vibrations of rectangular isotropic plates with and without a concentrated mass. **Computers & structures**, v. 48, n.03, p. 529–533, aug. 1993. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0045794993903317>>. Acesso em: 10 mar. 2015

_____. Frequency analysis of rectangular isotropic plates carrying a concentrated mass. **Computers & structures**, v. 56, n.1, p. 39-48, jul. 1995. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0045794994005339>>. Acesso em: 10 mar. 2015

CHANDRUPATLA, T. R.; BELEGUNDU. A. D. **Introduction to finite elements in engineering**. 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

CIFUENTES, A. O. Estimating the dynamic behavior of printed circuit boards. **IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology-Part B: Advanced Packaging**. v.17, n.1, p. 69-75, feb. 1994. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=296433>>. Acesso em: 10 mar. 2015

DASSAULT SYSTÈMES. Abaqus 6.10. Theory Manual.

ERGUT, A.; ALTINTAS, G., Effect of application area distributions of mass, force, and support on free and forced vibrations behavior of viscoelastically supported plates. **Journal of vibration and control**, v.0, n.0, p. 1-9, may 2012. Disponível em: <<http://jvc.sagepub.com/content/early/2012/05/22/1077546312446362.full.pdf+html>>. Acesso em: 10 mar. 2015

FREIRE, Paulo. Isto é Paulo Freire. **Folha de São Paulo**. São Paulo, 2 maio 1997. Cotidiano. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/fsp/1997/5/03/cotidiano/16.html>>. Acesso em: 10 mar. 2015

GONÇALVES J. C. G. **Cálculo de valores próprios de estruturas pelo método de Lanczos**. 1987. 180 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Estrutural) - Faculdade do Porto, Porto, 1986. Disponível em: <<http://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/11661/2/Texto%20integral.pdf>>. Acesso em: 10 mar. 2015

HARRIS, C. M.; PIERSOL A. G. **Harris' shock and vibrations handbook**. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 2002.

INMAN, DANIEL. J. **Engineering vibration**. 2nd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2001.

INPE. **Plano Diretor 2011-2015**. São José dos Campos: INPE, 2011.

KELLY, S. G. **Fundamentals of mechanical vibrations**. 2nd. ed, New York: McGraw-Hill, 2000.

KOPMAZ, O.; TELLI, S. Free vibrations of a rectangular plate carrying a distributed mass. **Journal of Sound and vibration**, v.251, n.1, p. 39-57, mar. 2002. Disponível em: <http://ac.els-cdn.com/S0022460X0193977X/1-s2.0-S0022460X0193977X-main.pdf?_tid=a8ab4dc6-c76c-11e4-91a0-00000aacb360&acdnat=1426023202_8373a98756b1e38a9090a9a826b16222>. Acesso em: 10 mar. 2015

LEE, Y. C. et al. Finite element model verification for packaged printed circuit board by experimental modal analysis. **Microelectronics Reliability**, v. 48, n. 11-12, p. 1837-1846, nov.-dez. 2008. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0026271408002965>>. Acesso em: 10 mar. 2015

LEISSA, A. W. The historical bases of the Rayleigh and Ritz methods. **Journal of Sound and vibration**, v. 287, n.4-5, p. 961-978, nov. 2005. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X05000362>>. Acesso em: 10 mar. 2015

LIU, G. R.; QUEK S. S. **The finite element method: a practical course**. Oxford : Butterworth-Heinemann, 2003.

LOW, K. H., et al. Comparisons of experimental and theoretical frequencies for rectangular plates with various boundary conditions and added masses. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 40, n. 11, p. 1119-1131 nov. 1998. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740398000137>>. Acesso em: 10 mar. 2015

LOW, K. H. An equivalent center weight factor method for predicting fundamental frequencies of plates carrying multiple masses from experimental test data. **Journal of Sound and vibration**, v. 168, n. 1, p. 123-139, nov. 1993. Disponível em: <http://ac.els-cdn.com/S0022460X83713659/1-s2.0-S0022460X83713659-main.pdf?_tid=73e1af36-c771-11e4-9319-00000aab0f27&acdnat=1426025261_e3cd24d2469a422ca0d754cf7bde8b79>. Acesso em: 10 mar. 2015

MATWEB. Propriedades da liga de alumínio 5052H34 em: <www.matweb.com>. Acesso em 10 mar 2015

MEIROVITCH, L. **Fundamentals of vibration**. International Edition. New York: McGRAW-HILL, 2001.

MONTGOMERY, D. C. **Design and analysis of experiments**. New York: John Wiley & Sons, 1991.

RAO, Singiresu. **Vibrações mecânica**. 4. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2008.

SAKRI, M.I. et al. Estimation of fatigue life electronic packages subjected to random vibration load. **Defense Science Journal**, v. 59, n. 1, p. 58-62, jan. 2009. Disponível em: <<http://publications.drdo.gov.in/ojs/index.php/dsj/article/viewFile/1486/626>>. Acesso em: 10 mar. 2015

SILVA, C. W. **Vibration and shock handbook (mechanical engineering)**. Boca Raton: CRC, 2005.

STEINBERG, D.S. **Vibration analysis for electronic equipment**. New York: John Wiley & Sons, 2000.

SZILARD, R. **Theories and applications of plates analysis: classical, numerical and engineering methods**. New York: John Wiley & Sons, 2004.

WANG, D., YANG, Z. G., YU, Z. G. Minimum stiffness location of point support for control of fundamental natural frequency of rectangular plate by Rayleigh-Ritz method. **Journal of vibration and control**, v. 329, n. 14, p. 2792-2808, jul. 2010. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X10000957>>. Acesso em: 10 mar. 2015

WONG, W. O. The effects of distributed mass loading on plate vibration behavior. **Journal of Sound and vibration**, v. 252, n. 3, p. 577-583, may 2002. Disponível em: <http://ac.els-cdn.com/S0022460X01939471/1-s2.0-S0022460X01939471-main.pdf?_tid=7a33b7f8-c776-11e4-9719-00000aabb0f26&acdnat=1426027419_28aa61ae55499c65f9ec7ca7cae99e92>. Acesso em: 10 mar. 2015

YU, D., et al. Dynamic responses of PCB under product level free drop impact. **Microelectronics Reliability**, v. 50, n. 7, p. 1028-1038, jul. 2010. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0026271410001095>>. Acesso em: 10 mar. 2015

APÊNDICE A - Modos de vibar

Da Figura 130 à Figura 139 são apresentados os quatro primeiros modos de vibrar para cada condição de apoio e massa de cada modelo.

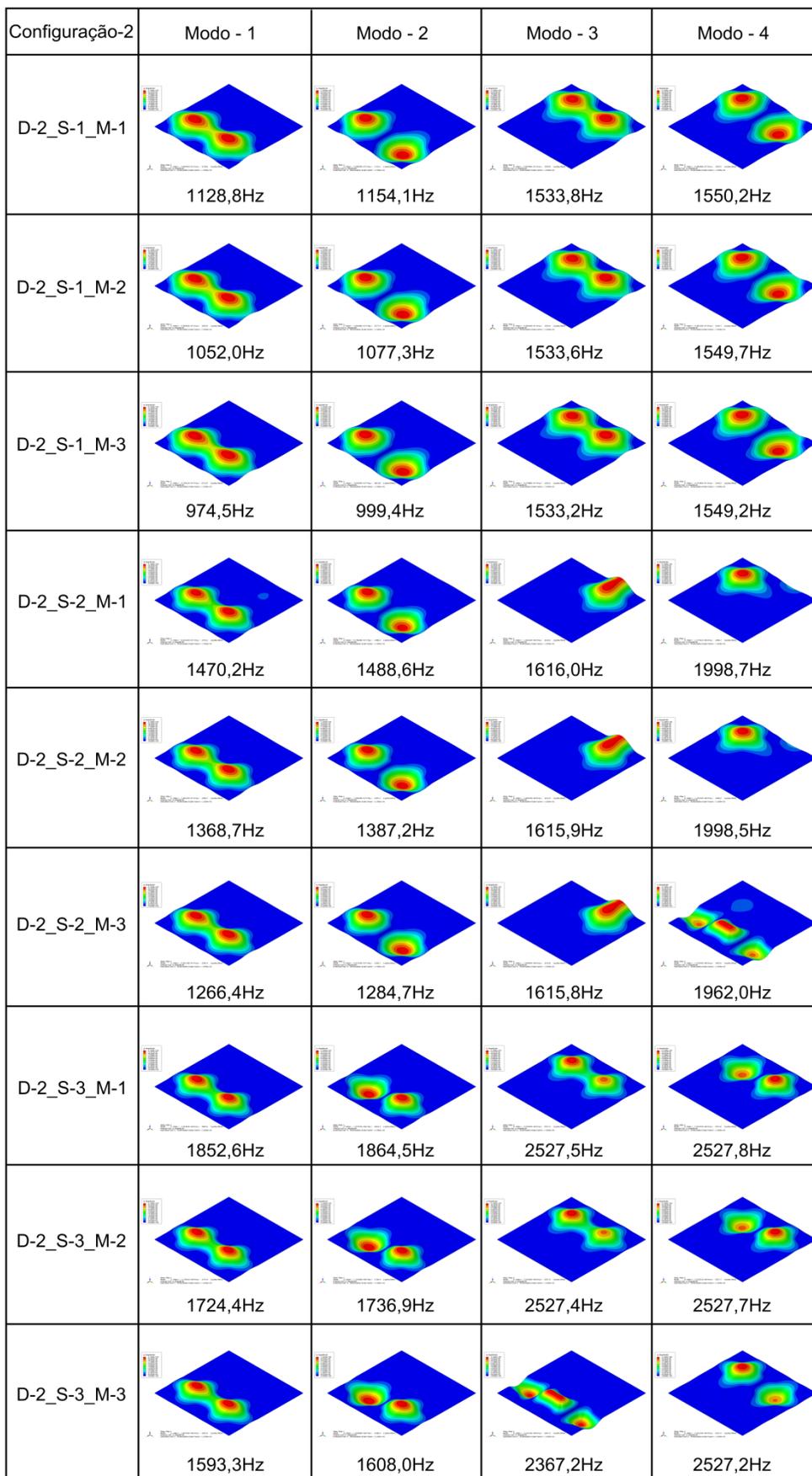


Figura 130 - Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 2-variações de apoio e massa
Fonte: Autor

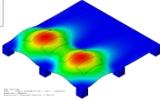
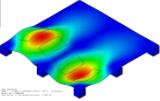
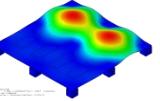
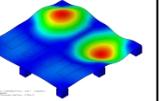
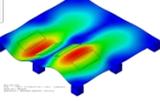
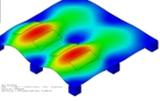
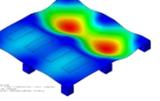
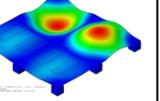
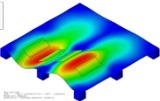
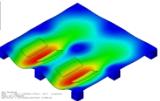
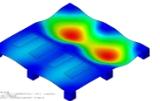
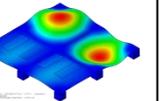
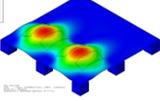
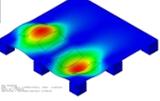
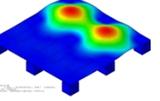
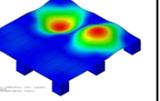
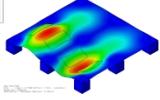
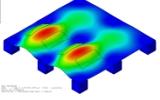
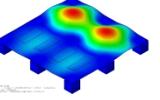
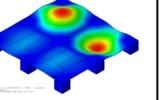
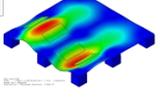
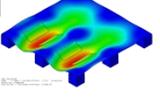
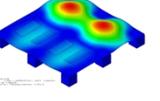
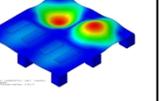
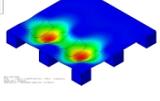
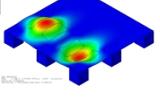
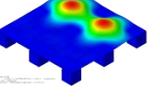
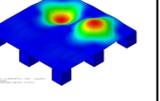
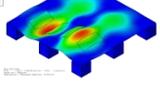
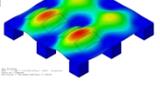
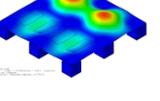
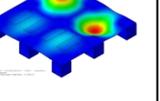
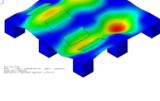
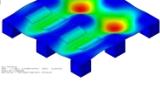
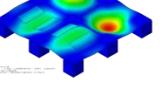
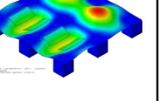
Configuração-2	Modo - 1	Modo - 2	Modo - 3	Modo - 4
D-2_S-1_M-1	 1231,5Hz	 1241,6Hz	 1426,8Hz	 1441,7Hz
D-2_S-1_M-2	 1290,3Hz	 1344,3Hz	 1442,0Hz	 1470,5Hz
D-2_S-1_M-3	 1253,4Hz	 1327,4Hz	 1447,3Hz	 1474,9Hz
D-2_S-2_M-1	 1586,6Hz	 1596,2Hz	 1865,7Hz	 1890,2Hz
D-2_S-2_M-2	 1728,6Hz	 1780,6Hz	 1879,6Hz	 1896,1Hz
D-2_S-2_M-3	 1713,9Hz	 1773,2Hz	 1886,9Hz	 1902,3Hz
D-2_S-3_M-1	 1965,0Hz	 1974,8Hz	 2321,2Hz	 2326,1Hz
D-2_S-3_M-2	 2250,1Hz	 2285,3Hz	 2336,5Hz	 2339,9Hz
D-2_S-3_M-3	 2287,2Hz	 2303,6Hz	 2359,0Hz	 2364,5Hz

Figura 131 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa config. 2-variações de apoio e massa
Fonte: Autor

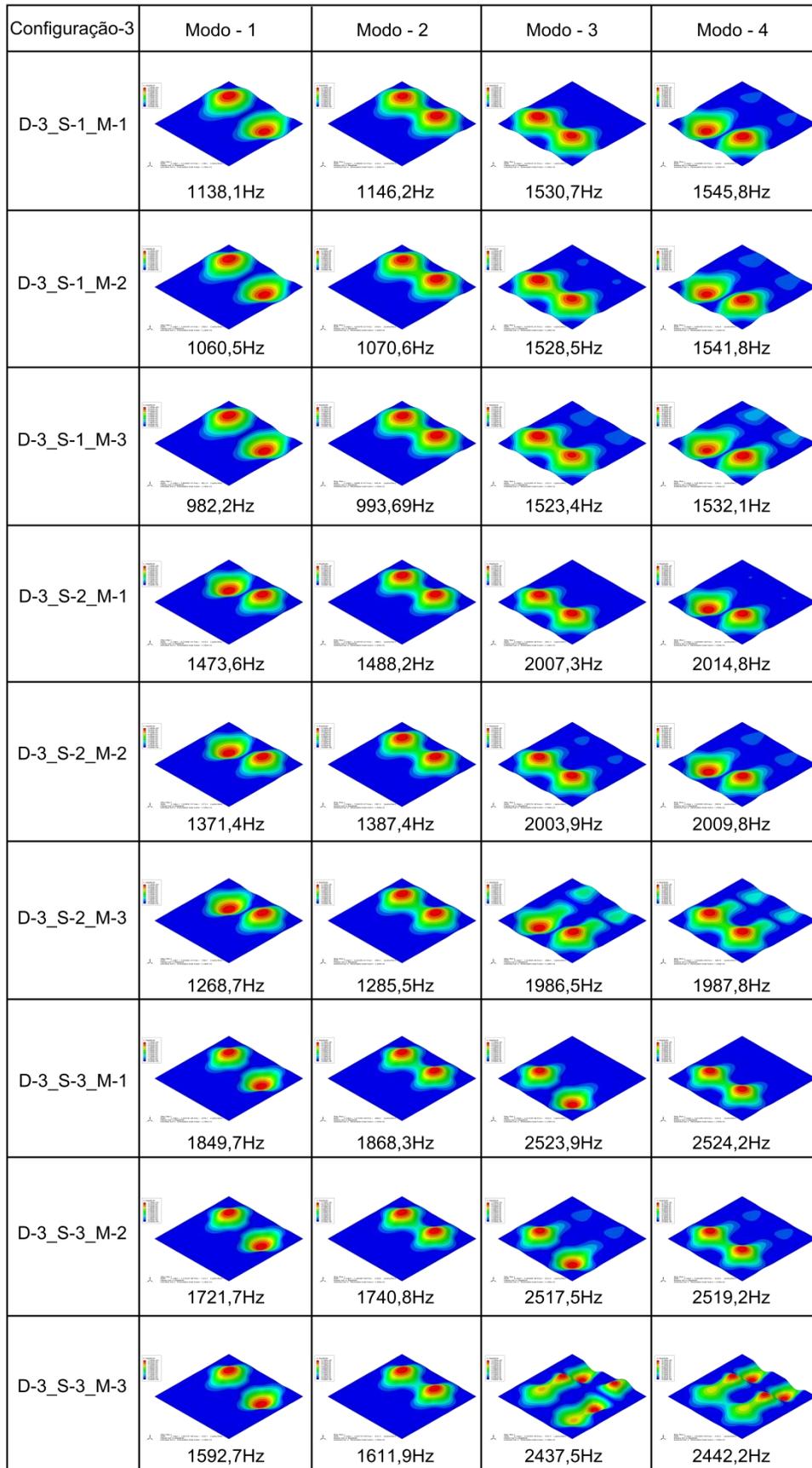


Figura 132 - Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 3-variações de apoio e massa
Fonte: Autor

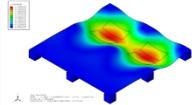
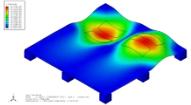
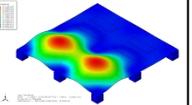
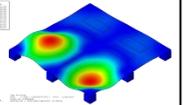
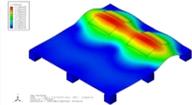
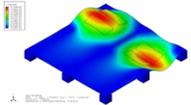
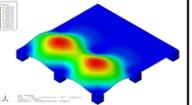
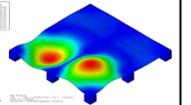
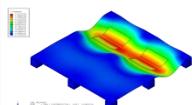
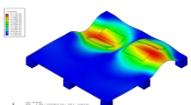
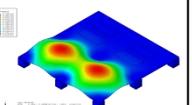
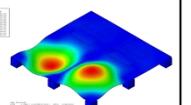
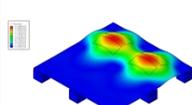
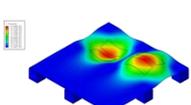
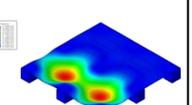
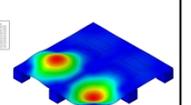
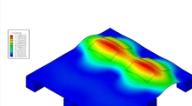
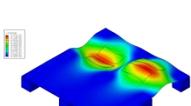
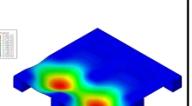
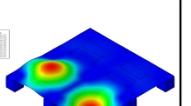
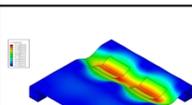
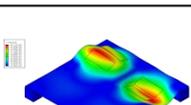
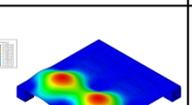
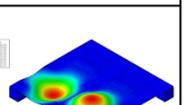
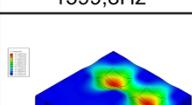
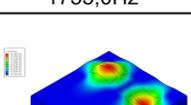
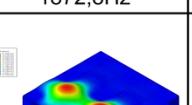
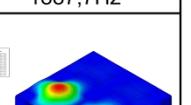
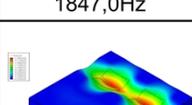
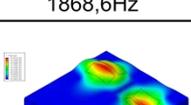
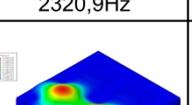
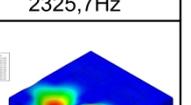
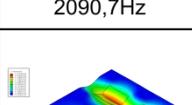
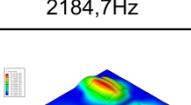
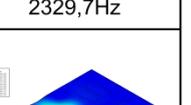
Configuração-3	Modo - 1	Modo - 2	Modo - 3	Modo - 4
D-3_S-1_M-1	 1171,8Hz	 1221,3Hz	 1426,6Hz	 1449,3Hz
D-3_S-1_M-2	 1208,7Hz	 1334,9Hz	 1433,7Hz	 1457,2Hz
D-3_S-1_M-3	 1162,7Hz	 1321,2Hz	 1436,5Hz	 1460,0Hz
D-3_S-2_M-1	 1510,7Hz	 1547,0Hz	 1865,6Hz	 1879,4Hz
D-3_S-2_M-2	 1633,4Hz	 1748,2Hz	 1970,6Hz	 1885,4Hz
D-3_S-2_M-3	 1599,8Hz	 1755,0Hz	 1872,8Hz	 1887,7Hz
D-3_S-3_M-1	 1847,0Hz	 1868,6Hz	 2320,9Hz	 2325,7Hz
D-3_S-3_M-2	 2090,7Hz	 2184,7Hz	 2324,3Hz	 2329,7Hz
D-3_S-3_M-3	 2088,1Hz	 2228,1Hz	 2325,9Hz	 2331,5Hz

Figura 133 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa config. 3-variações de apoio e massa
Fonte: Autor

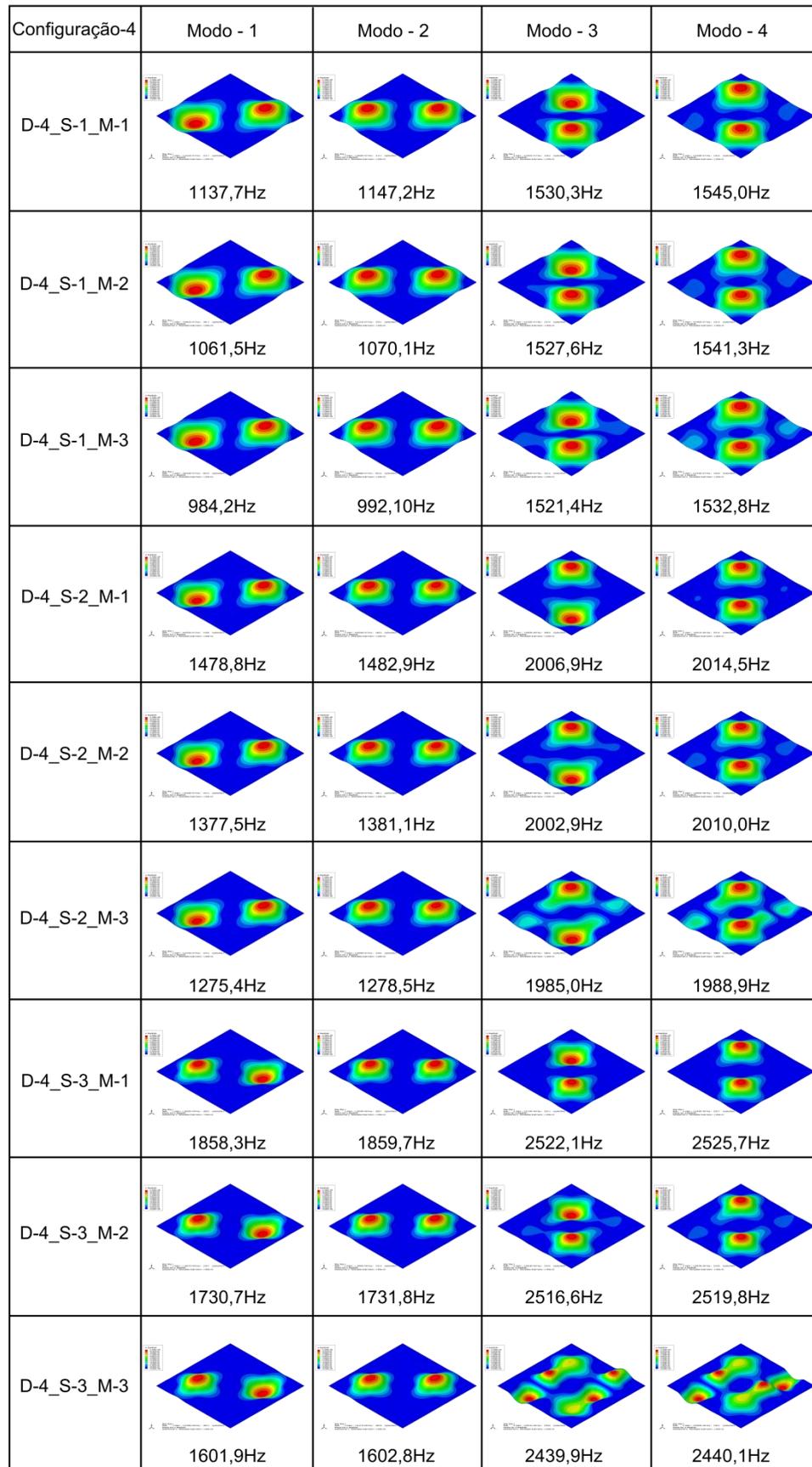


Figura 134 - Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 4-variações de apoio e massa
Fonte: Autor

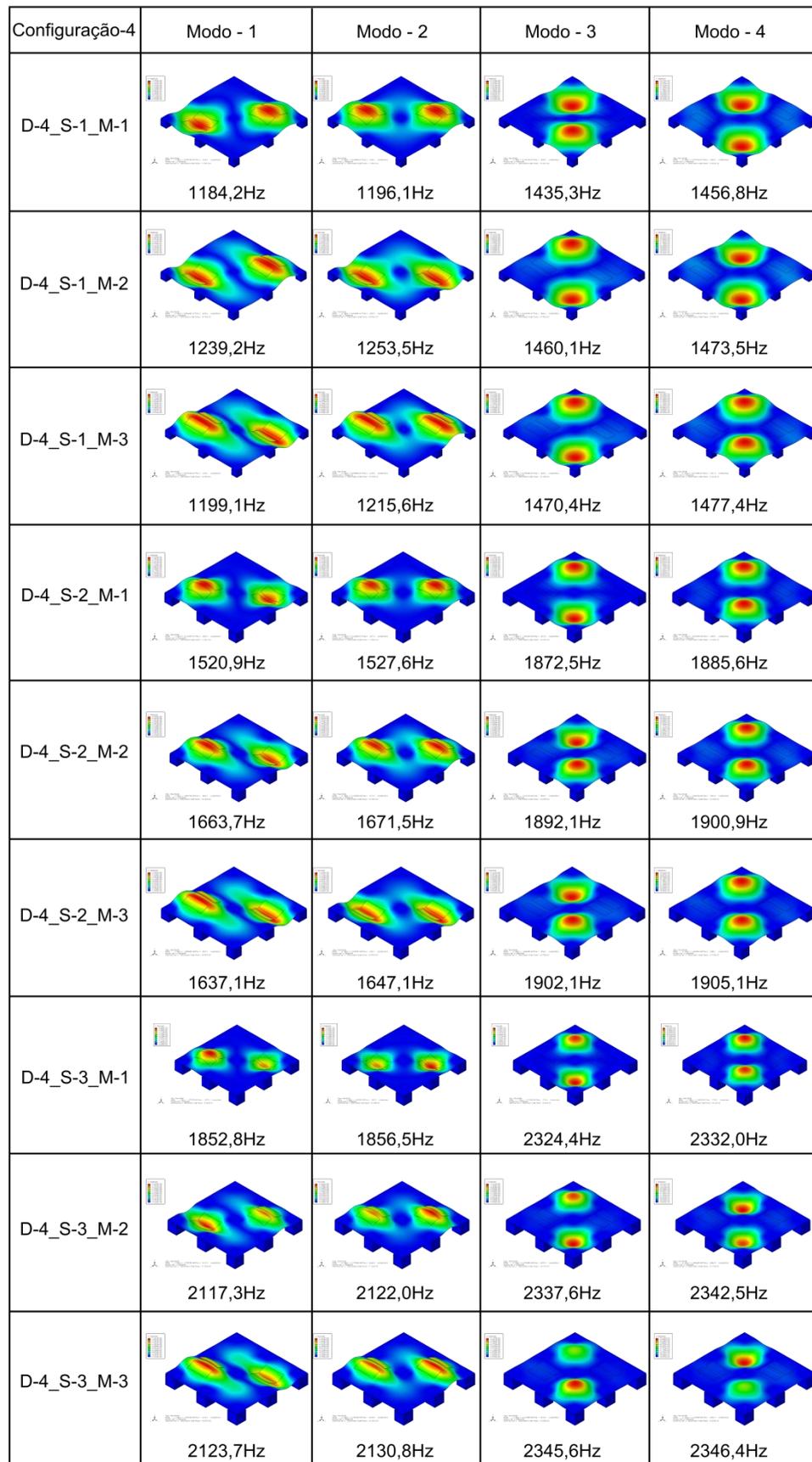


Figura 135 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa config. 4-variações de apoio e massa
Fonte: Autor

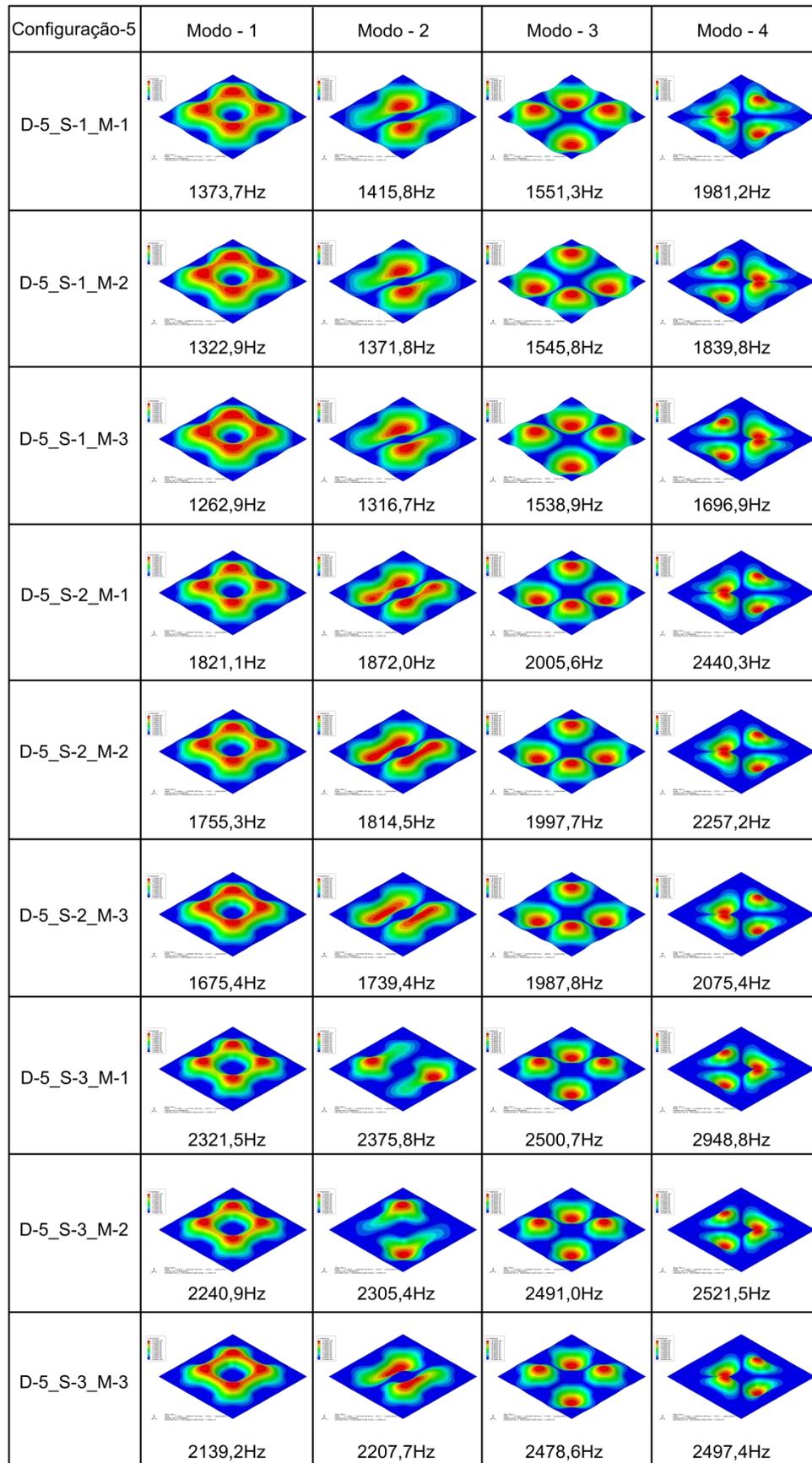


Figura 136 - Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 5-variações de apoio e massa
Fonte: Autor

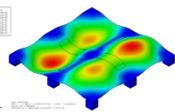
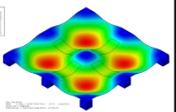
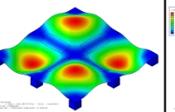
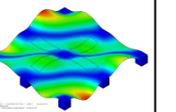
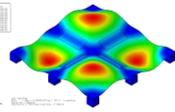
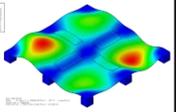
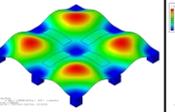
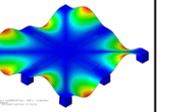
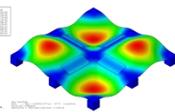
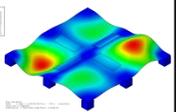
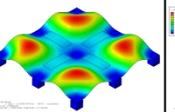
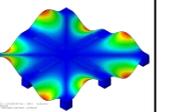
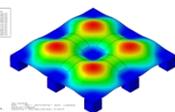
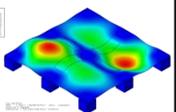
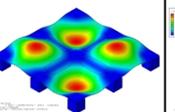
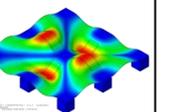
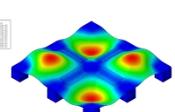
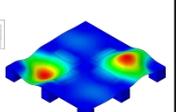
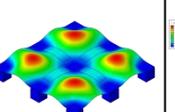
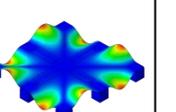
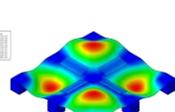
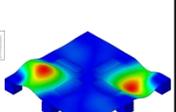
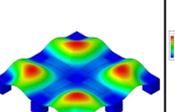
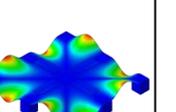
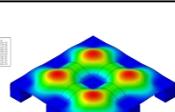
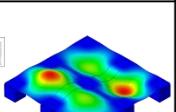
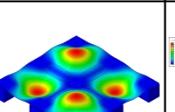
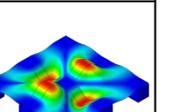
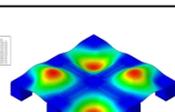
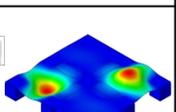
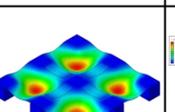
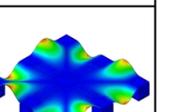
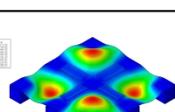
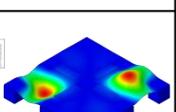
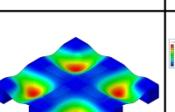
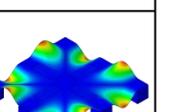
Configuração-5	Modo - 1	Modo - 2	Modo - 3	Modo - 4
D-5_S-1_M-1	 1465,2Hz	 1475,0Hz	 1515,0Hz	 2206,7Hz
D-5_S-1_M-2	 1571,7Hz	 1677,3Hz	 1785,1Hz	 2387,2Hz
D-5_S-1_M-3	 1577,8Hz	 1750,2Hz	 1893,0Hz	 2409,1Hz
D-5_S-2_M-1	 1920,9Hz	 1938,2Hz	 2006,9Hz	 2711,5Hz
D-5_S-2_M-2	 2150,4Hz	 2241,9Hz	 2323,6Hz	 3021,6Hz
D-5_S-2_M-3	 2199,9Hz	 2346,2Hz	 2453,1Hz	 3033,5Hz
D-5_S-3_M-1	 2379,6Hz	 2424,4Hz	 2523,2Hz	 3196,2Hz
D-5_S-3_M-2	 2751,8Hz	 2787,8Hz	 2824,2Hz	 3680,7Hz
D-5_S-3_M-3	 2839,7Hz	 2909,8Hz	 2970,0Hz	 3688,4Hz

Figura 137 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa config. 5-variações de apoio e massa
Fonte: Autor

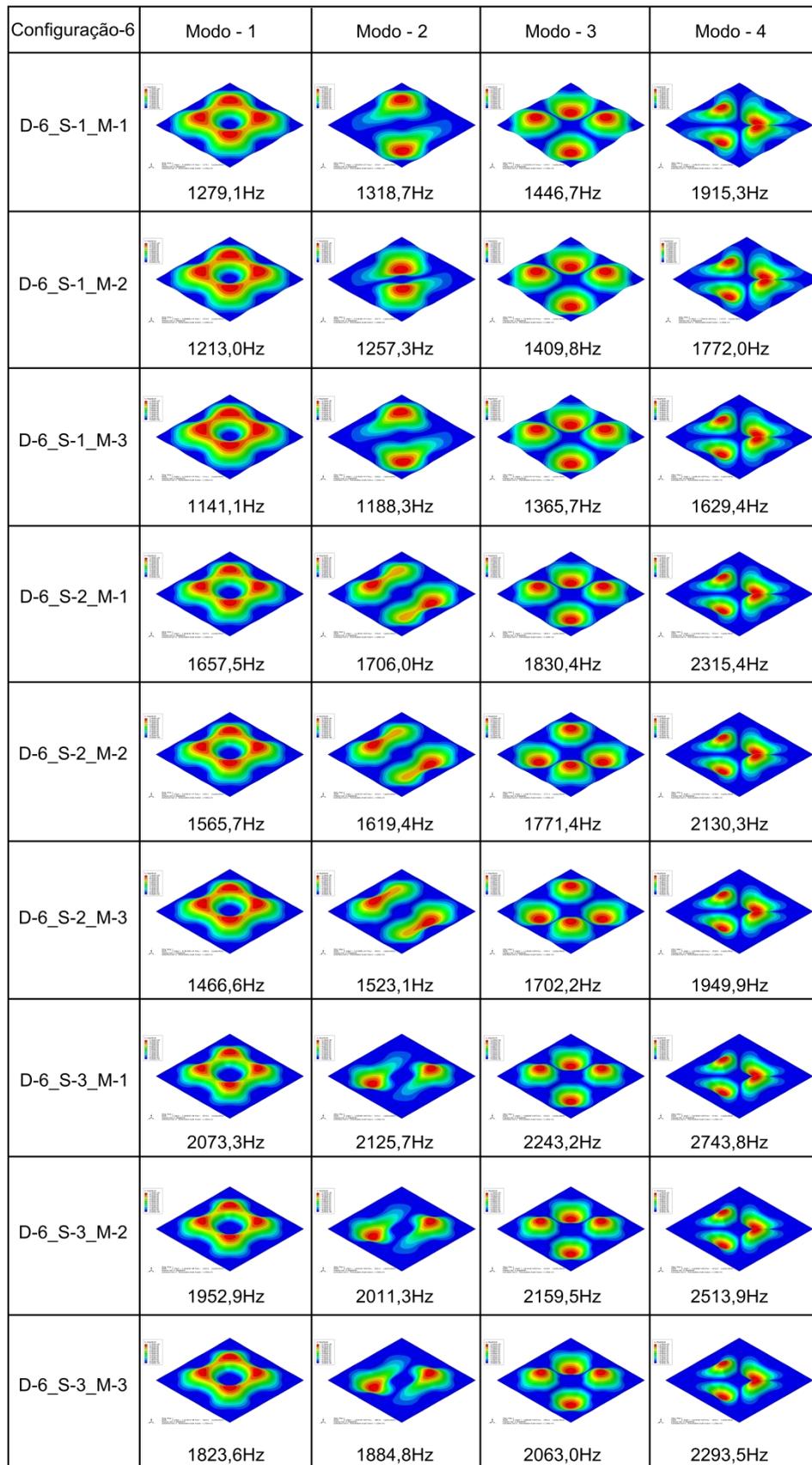


Figura 138 - Modelo 1: Modos de vibrar da placa config. 6-variações de apoio e massa
Fonte: Autor

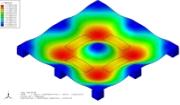
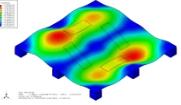
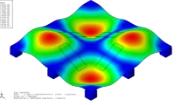
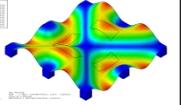
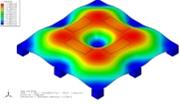
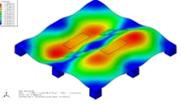
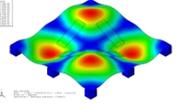
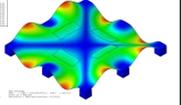
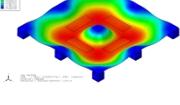
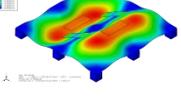
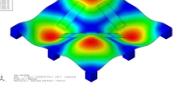
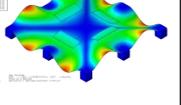
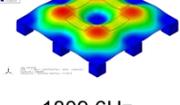
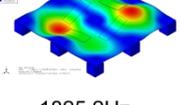
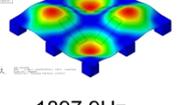
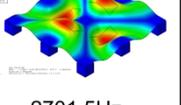
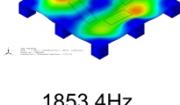
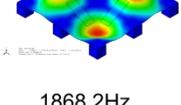
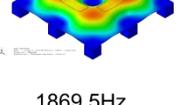
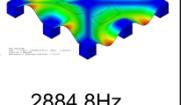
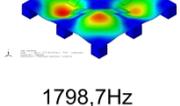
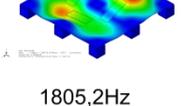
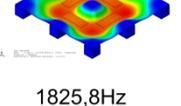
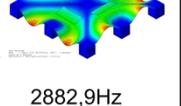
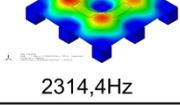
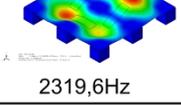
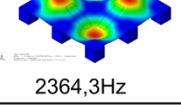
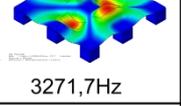
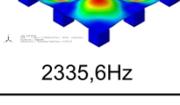
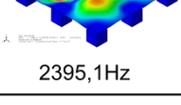
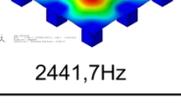
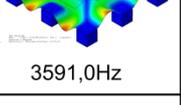
Configuração-6	Modo - 1	Modo - 2	Modo - 3	Modo - 4
D-6_S-1_M-1	 1370,0Hz	 1385,8Hz	 1470,9Hz	 2189,0Hz
D-6_S-1_M-2	 1392,5Hz	 1396,1Hz	 1452,8Hz	 2286,7Hz
D-6_S-1_M-3	 1346,0Hz	 1355,0Hz	 1407,9Hz	 2283,7Hz
D-6_S-2_M-1	 1809,6Hz	 1825,2Hz	 1897,9Hz	 2701,5Hz
D-6_S-2_M-2	 1853,4Hz	 1868,2Hz	 1869,5Hz	 2884,8Hz
D-6_S-2_M-3	 1798,7Hz	 1805,2Hz	 1825,8Hz	 2882,9Hz
D-6_S-3_M-1	 2314,4Hz	 2319,6Hz	 2364,3Hz	 3271,7Hz
D-6_S-3_M-2	 2335,6Hz	 2395,1Hz	 2441,7Hz	 3591,0Hz
D-6_S-3_M-3	 2235,4Hz	 2336,3Hz	 2385,8Hz	 3606,2Hz

Figura 139 - Modelo 2: Modos de vibrar da placa config. 6-variações de apoio e massa
Fonte: Autor

APÊNDICE B - Desenhos

Nesta seção são apresentados os desenhos de montagem para cada distribuição ensaiada, onde é possível verificar o posicionamento das massas sobre a placa.

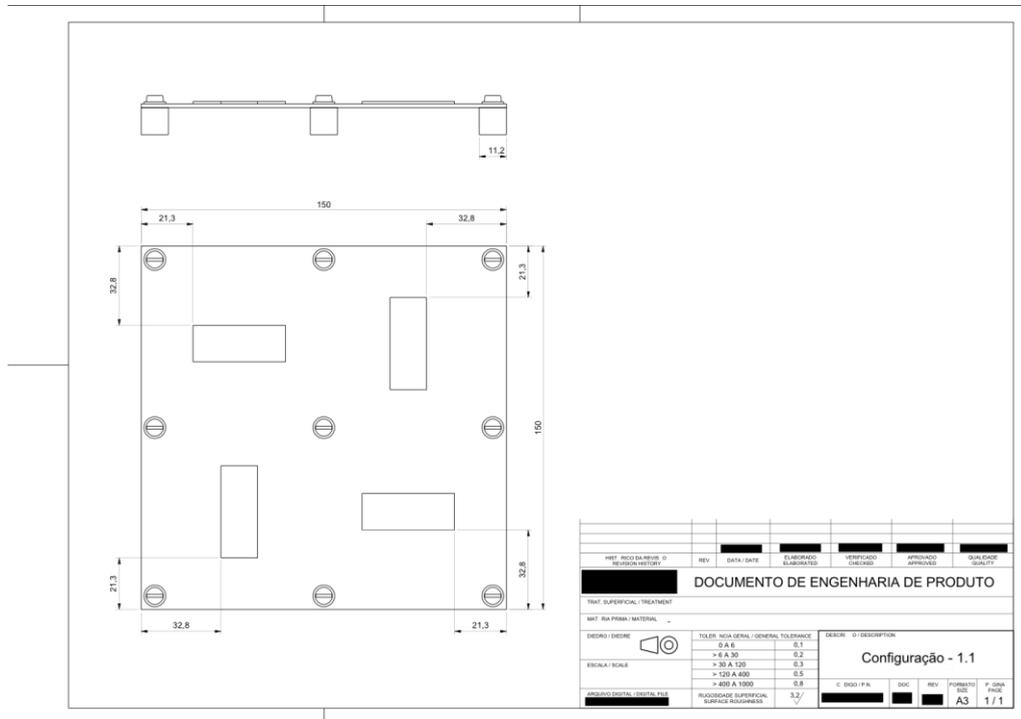


Figura 140 - Desenho de detalhe da configuração 1 suporte 1
 Fonte: Autor

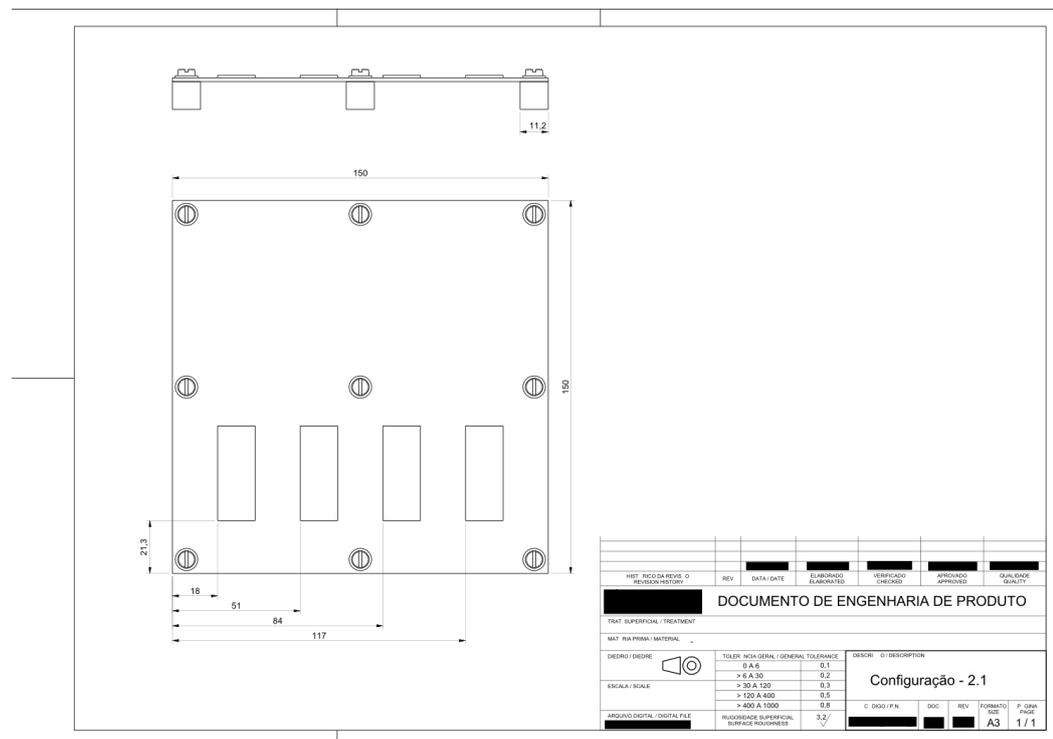


Figura 141 - Desenho de detalhe da configuração 2 suporte 1
 Fonte: Autor

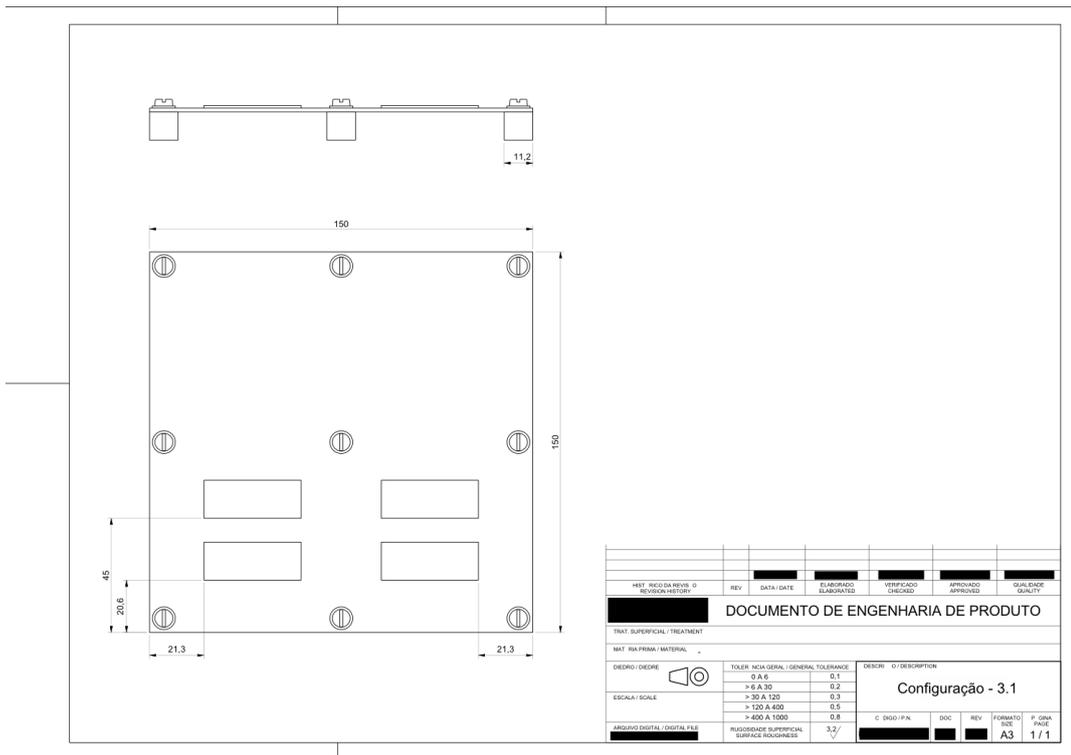


Figura 142 - Desenho de detalhe da configuração 3 suporte 1
Fonte: Autor

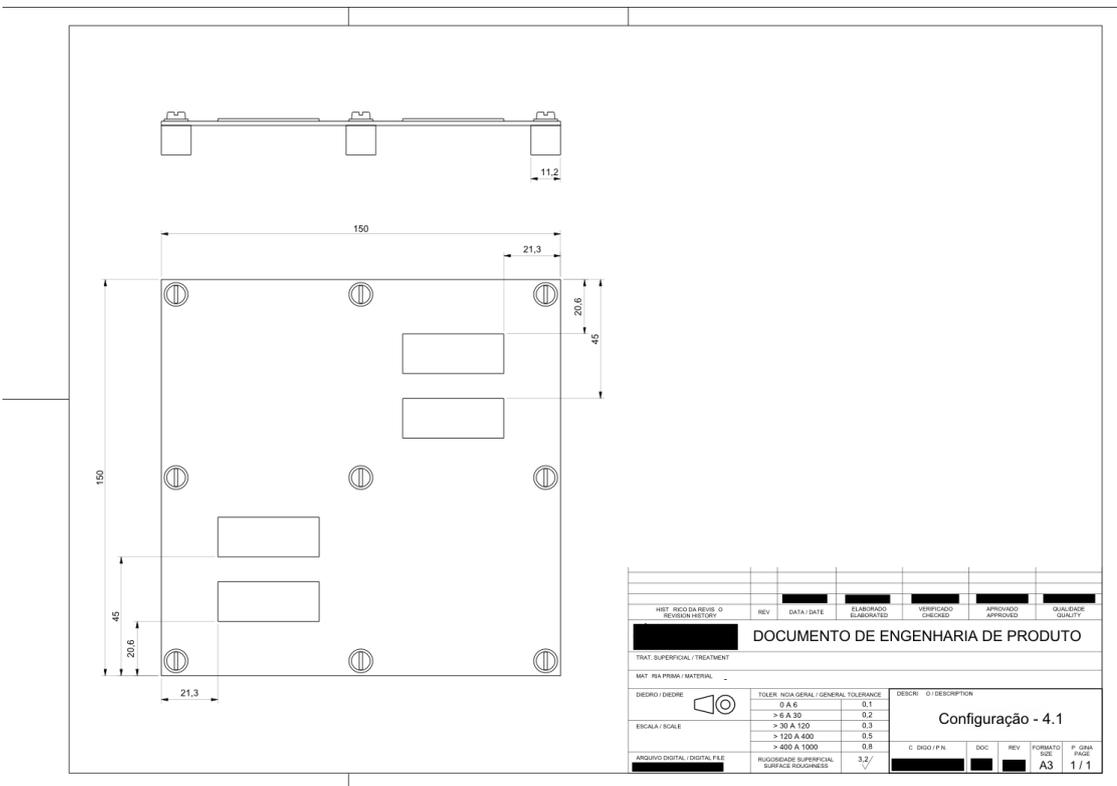


Figura 143 - Desenho de detalhe da configuração 4 suporte 1
Fonte: Autor

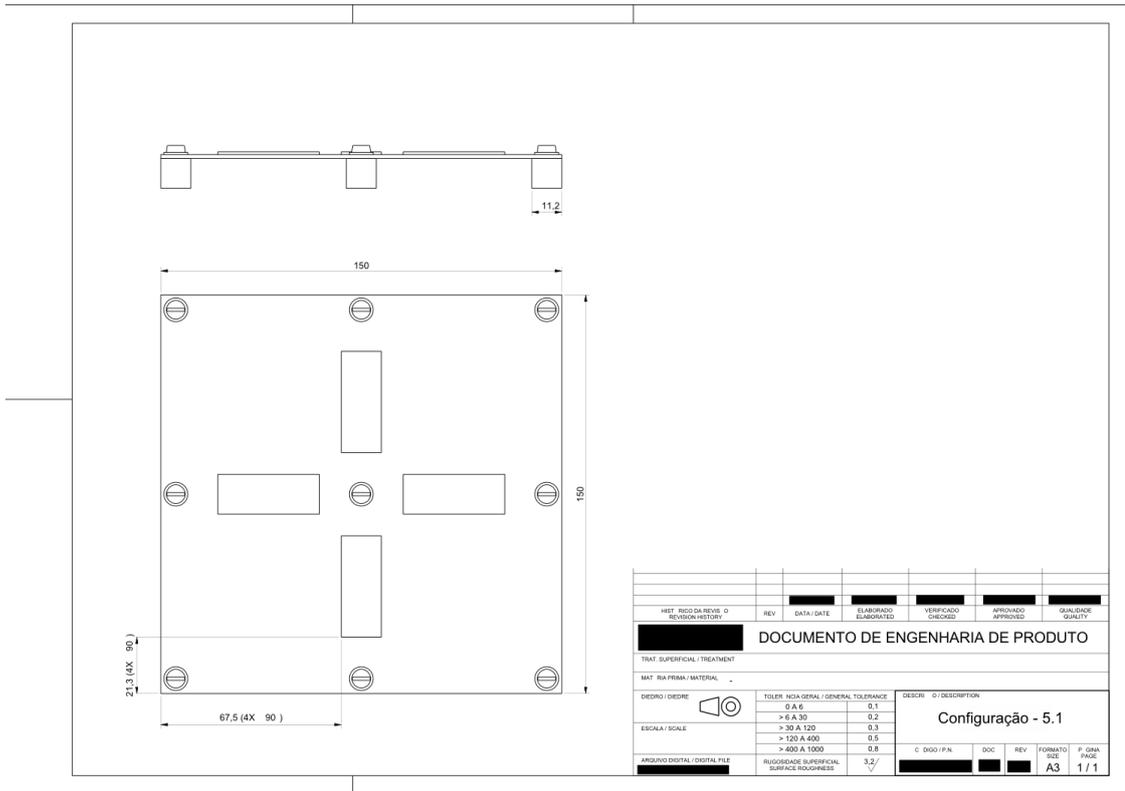


Figura 144 - Desenho de detalhe da configuração 5 suporte 1
Fonte: Autor

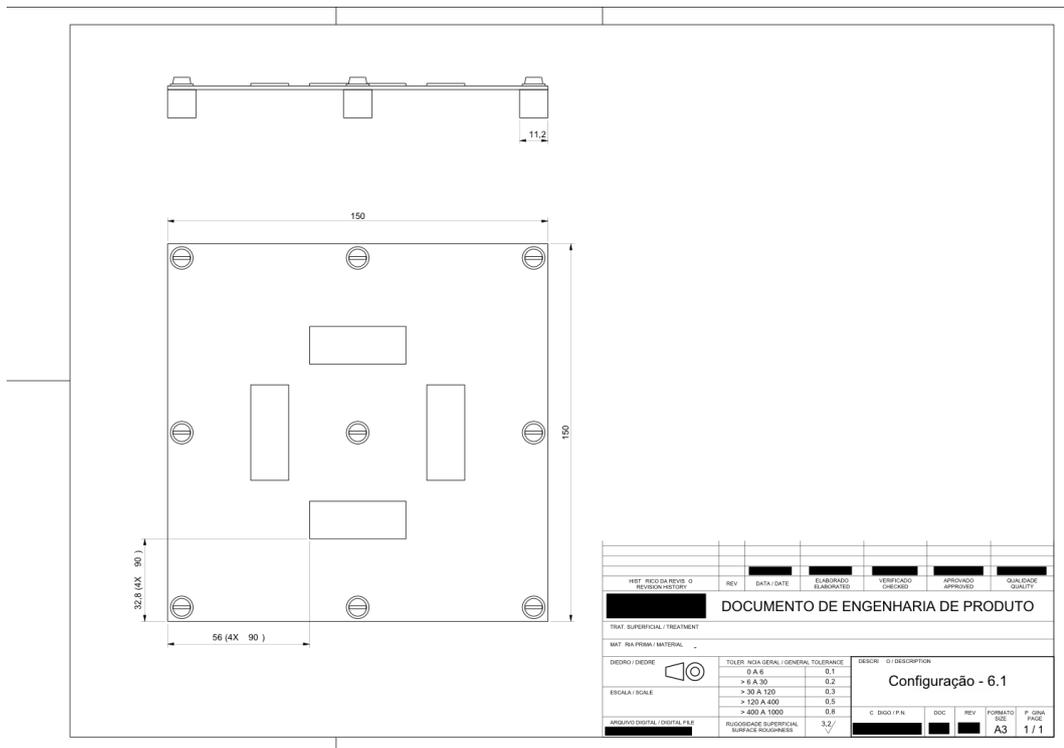


Figura 145 - Desenho de detalhe da configuração 6 suporte 1
Fonte: Autor

APÊNDICE C - Resposta dos acelerômetros

Nesta seção encontram-se as respostas dos acelerômetros nos ensaios de vibração para cada montagem de cada configuração.

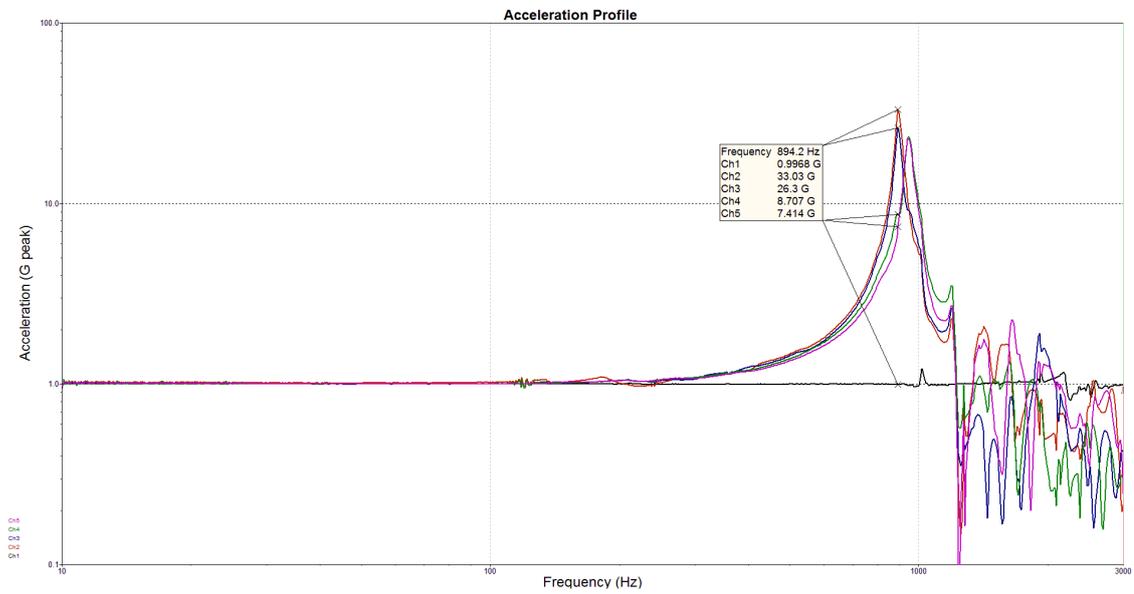


Figura 146 - D2-S1-M1
Fonte: Autor

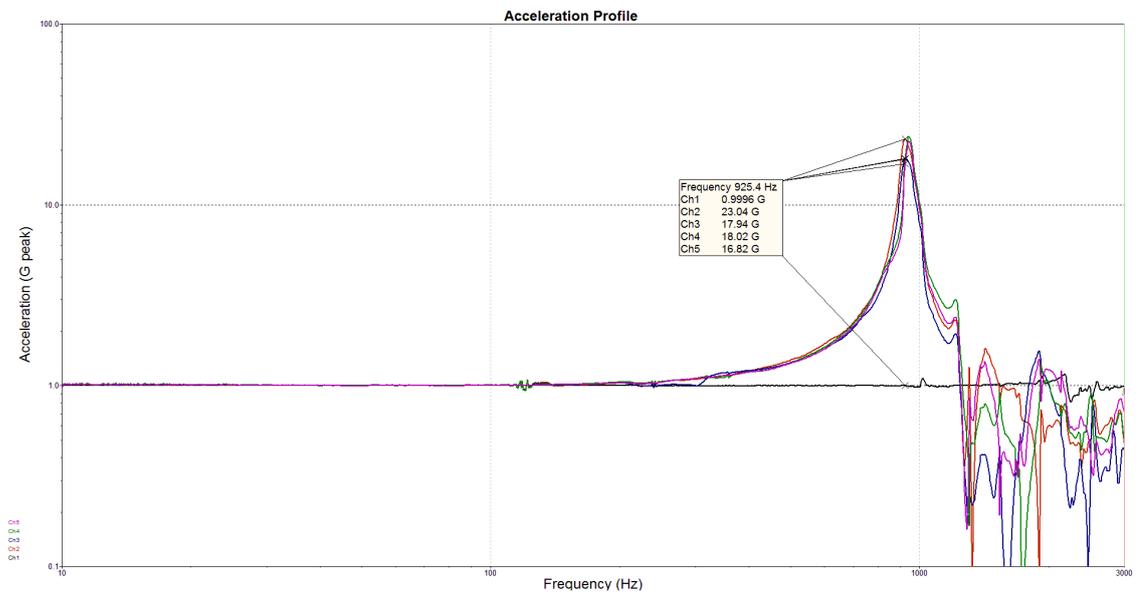


Figura 147 - D2-S1-M2
Fonte: Autor

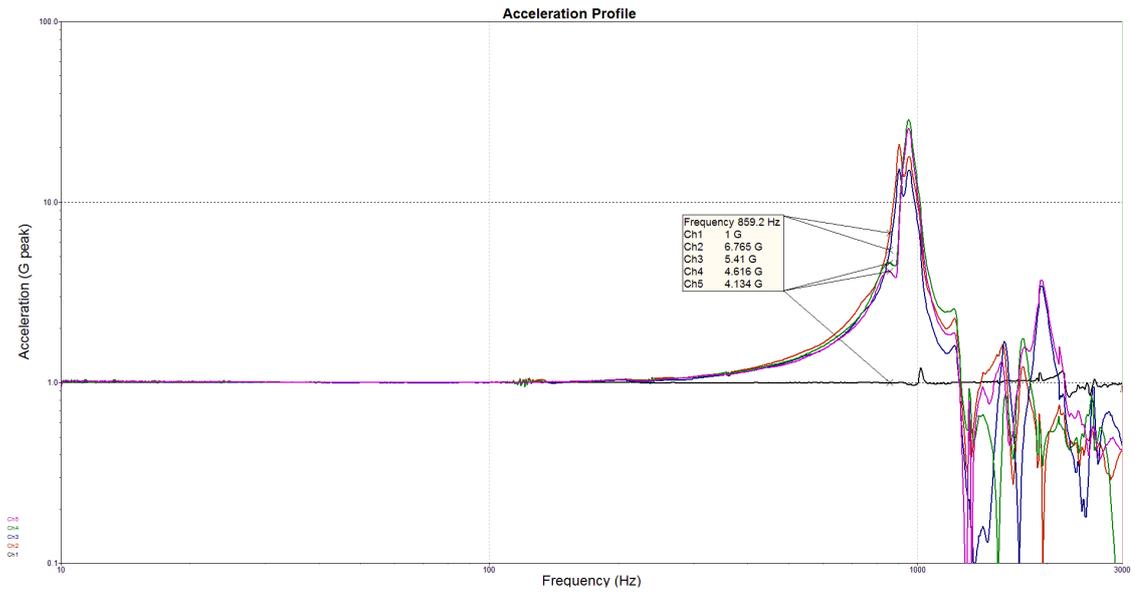


Figura 148 - D2-S1-M3
 Fonte: Autor

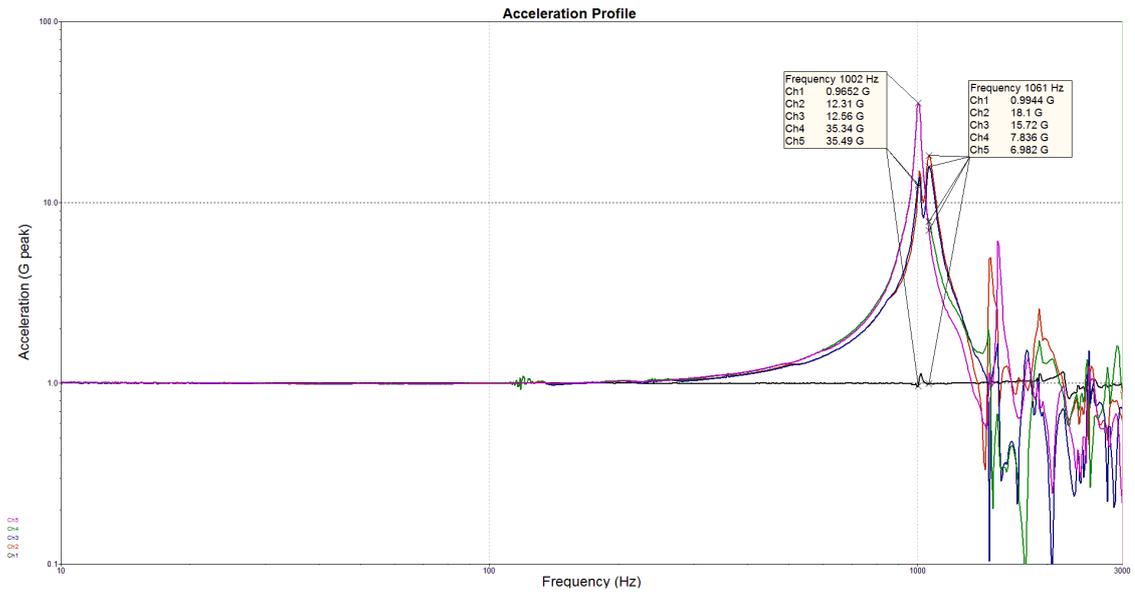


Figura 149 - D2-S2-M1
 Fonte: Autor

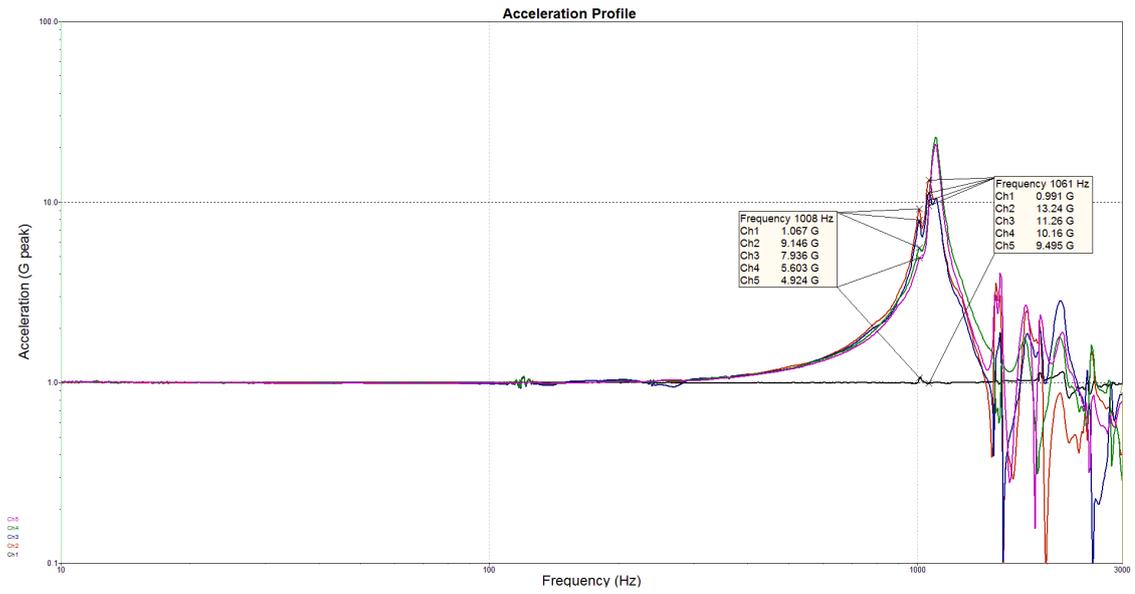


Figura 150 - D2-S2-M2

Fonte: Autor

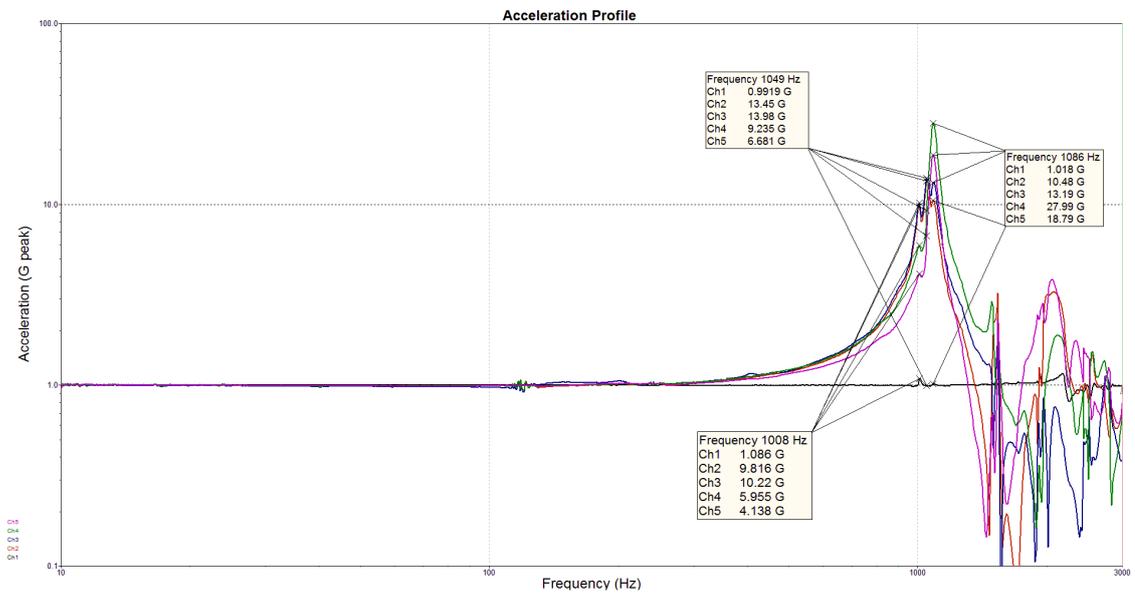


Figura 151 - D2-S2-M3

Fonte: Autor

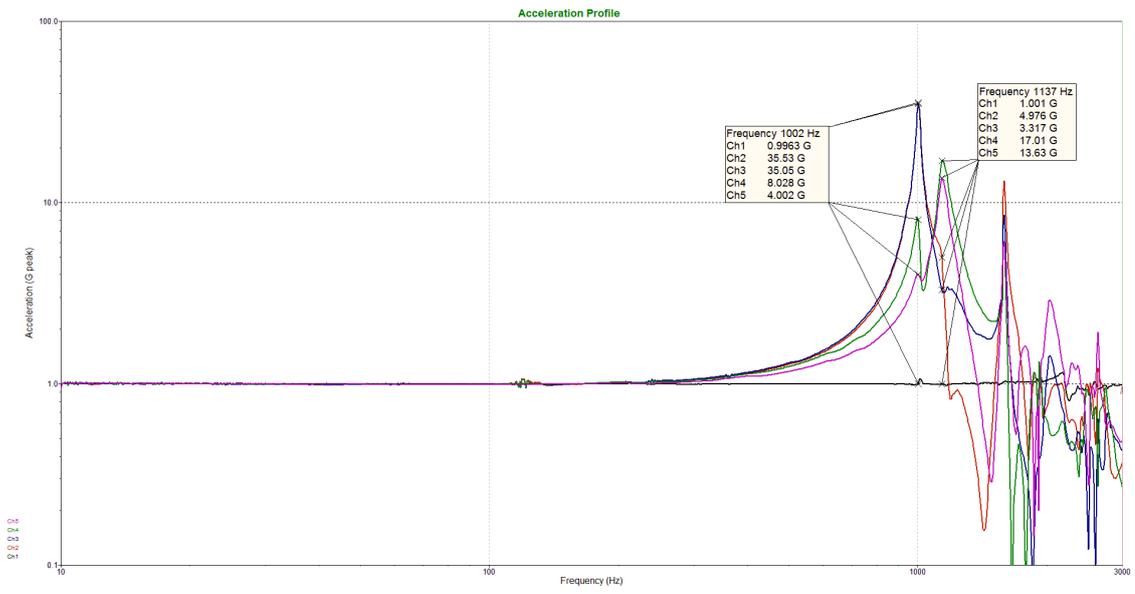


Figura 152 - D2-S3-M1
 Fonte: Autor

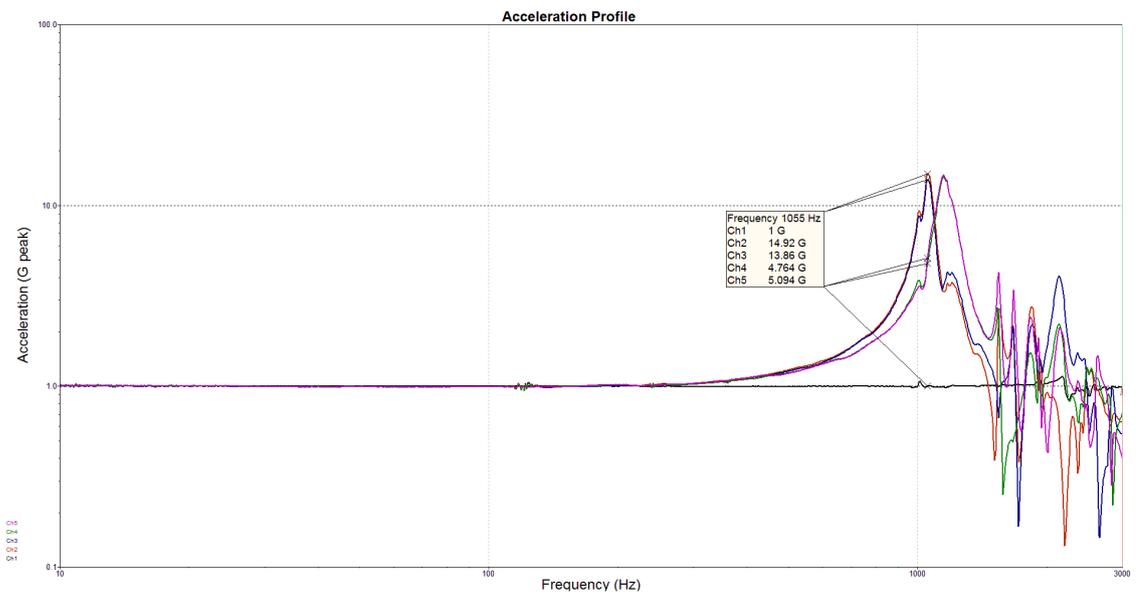


Figura 153 - D2-S3-M2
 Fonte: Autor

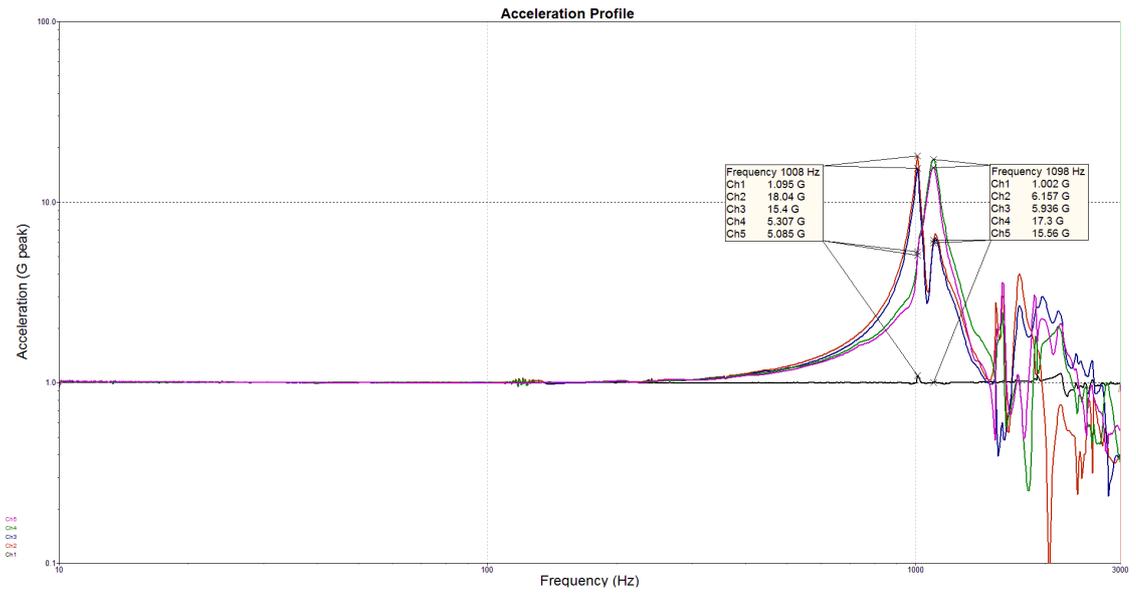


Figura 154 - D2-S3-M3
 Fonte: Autor

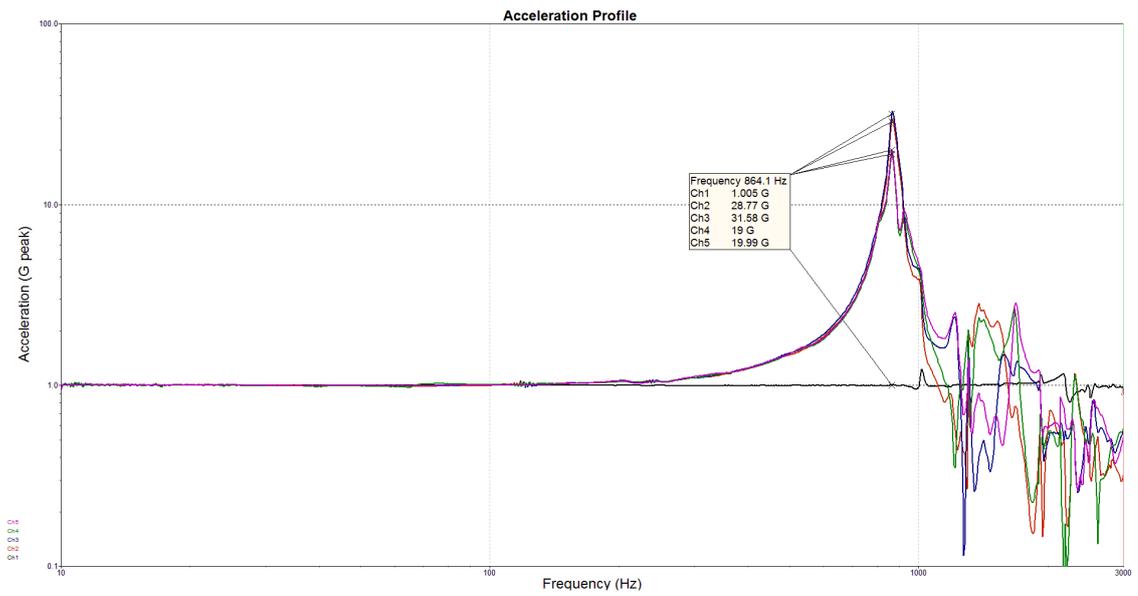


Figura 155 - D3-S1-M1
 Fonte: Autor

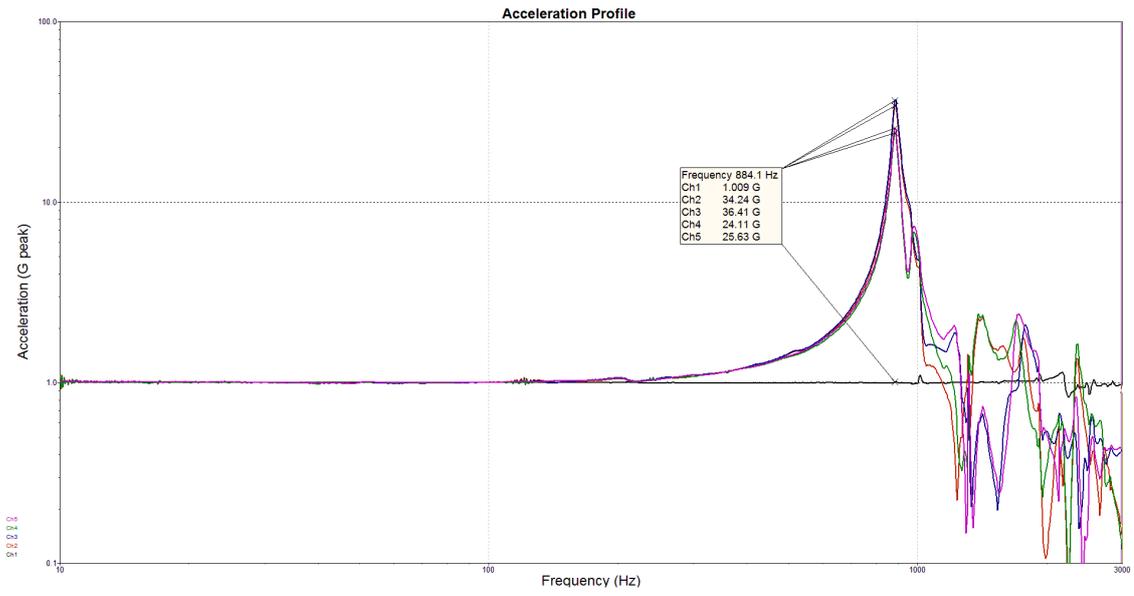


Figura 156 - D3-S1-M2
 Fonte: Autor

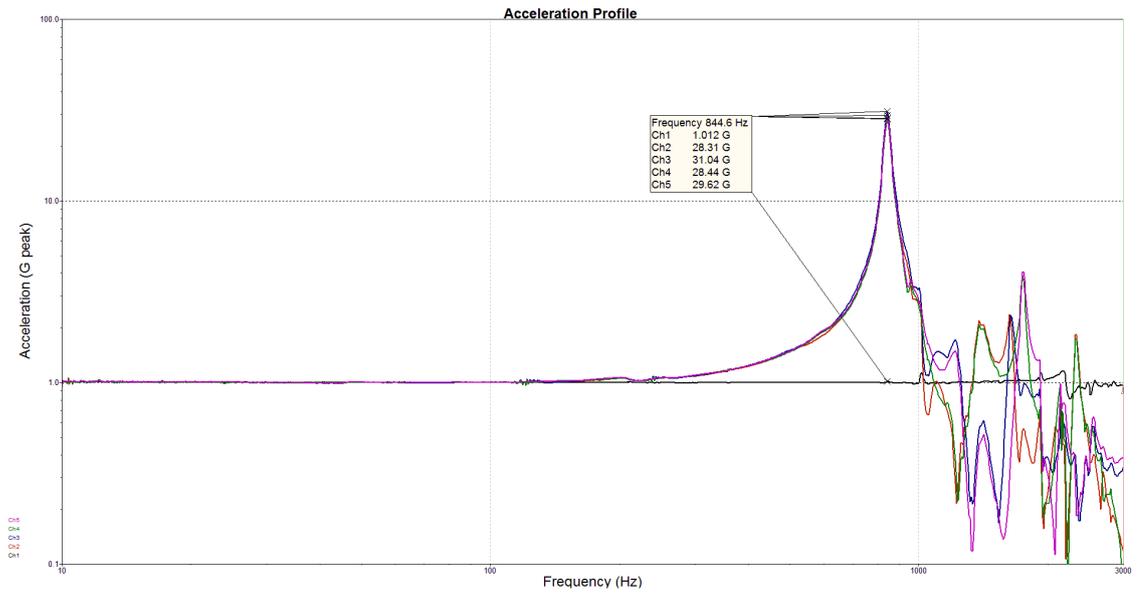


Figura 157 - D3-S1-M3
 Fonte: Autor

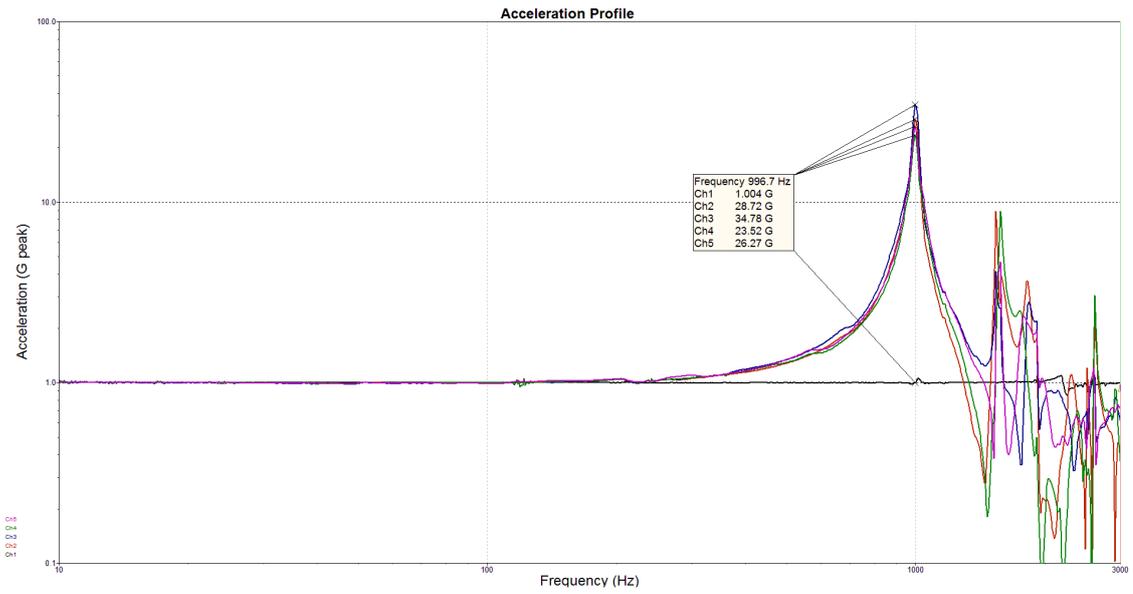


Figura 158 - D3-S2-M1

Fonte: Autor

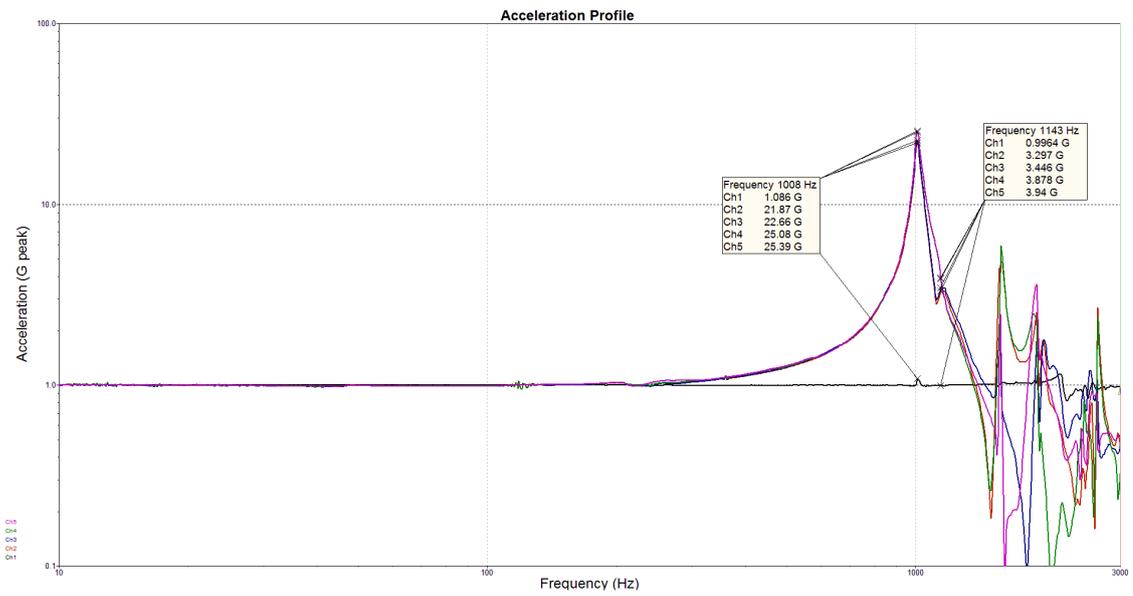


Figura 159 - D3-S2-M2

Fonte: Autor

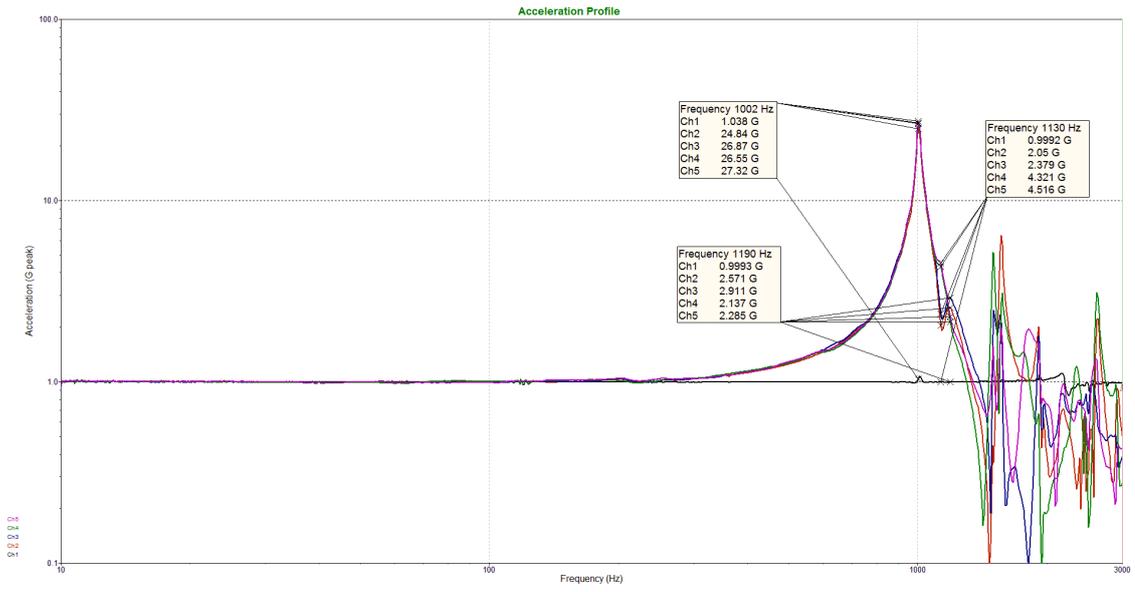


Figura 160 - D3-S2-M3
 Fonte: Autor

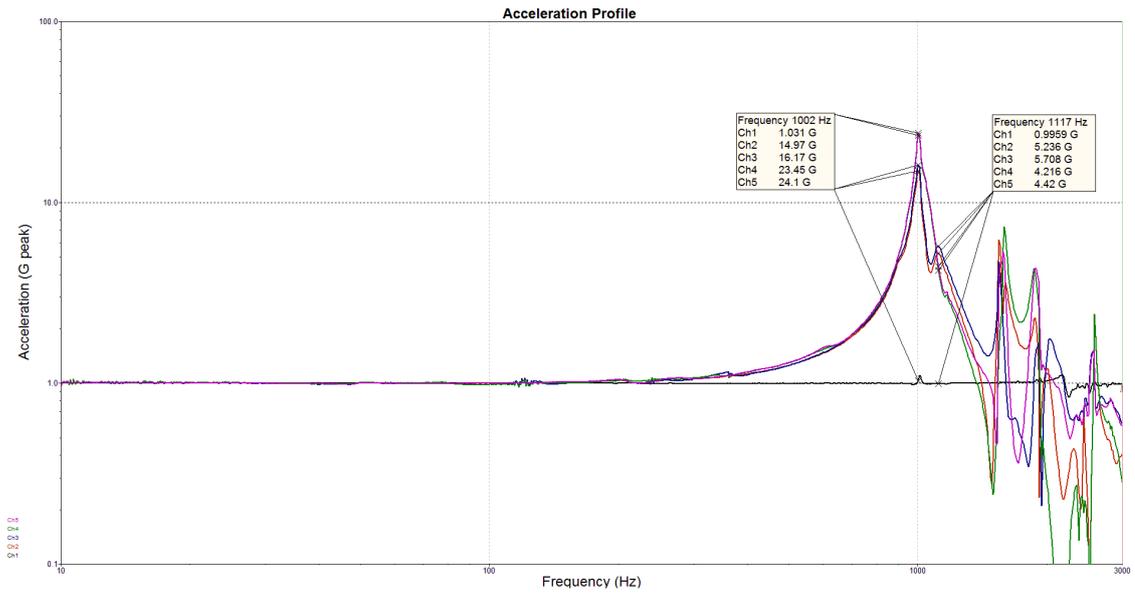


Figura 161 - D3-S3-M1
 Fonte: Autor

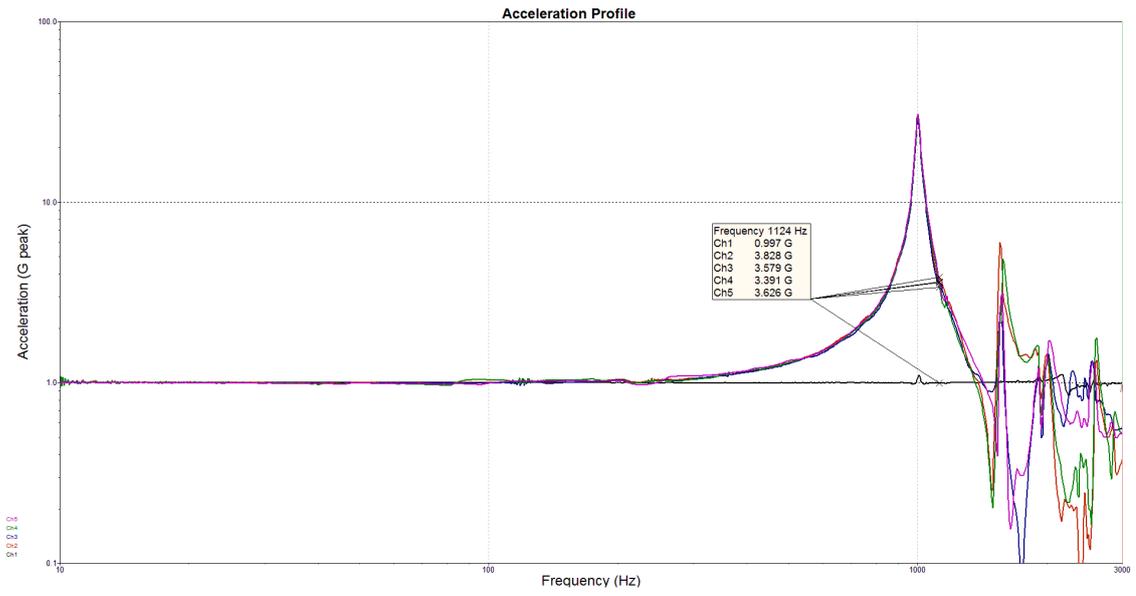


Figura 162 - D3-S3-M2
Fonte: Autor

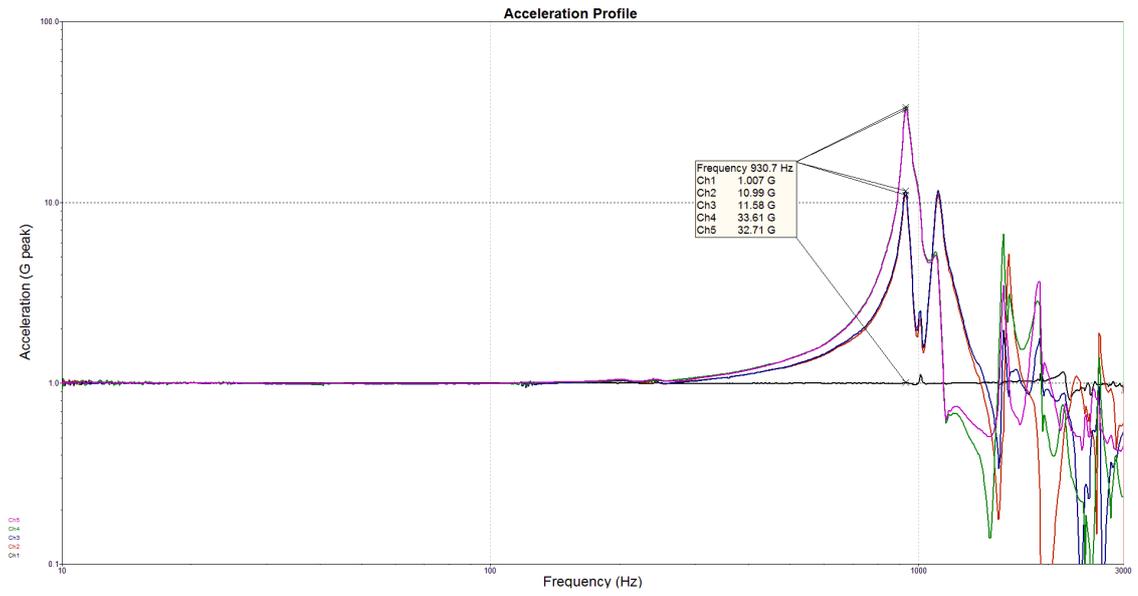


Figura 163 - D3-S3-M3
Fonte: Autor

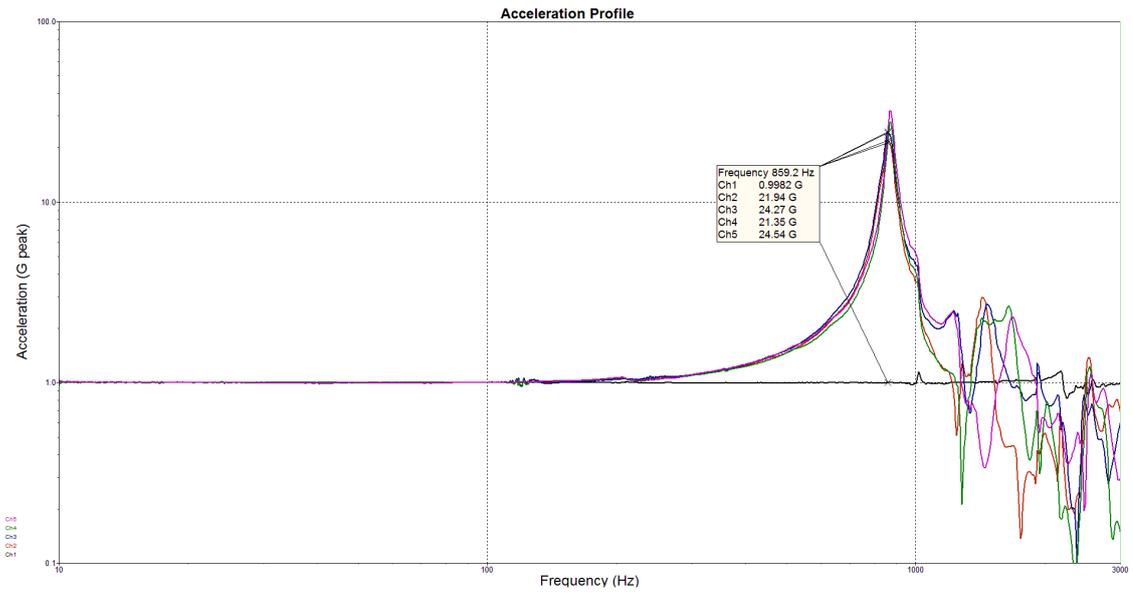


Figura 164 - D4-S1-M1
Fonte: Autor

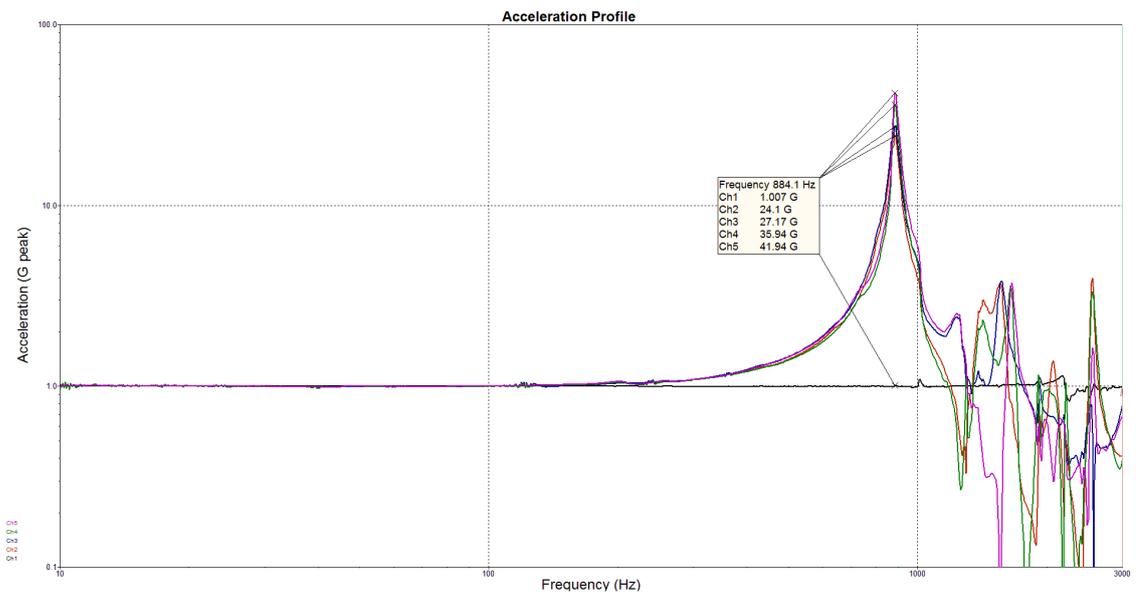


Figura 165 - D4-S1-M2
Fonte: Autor

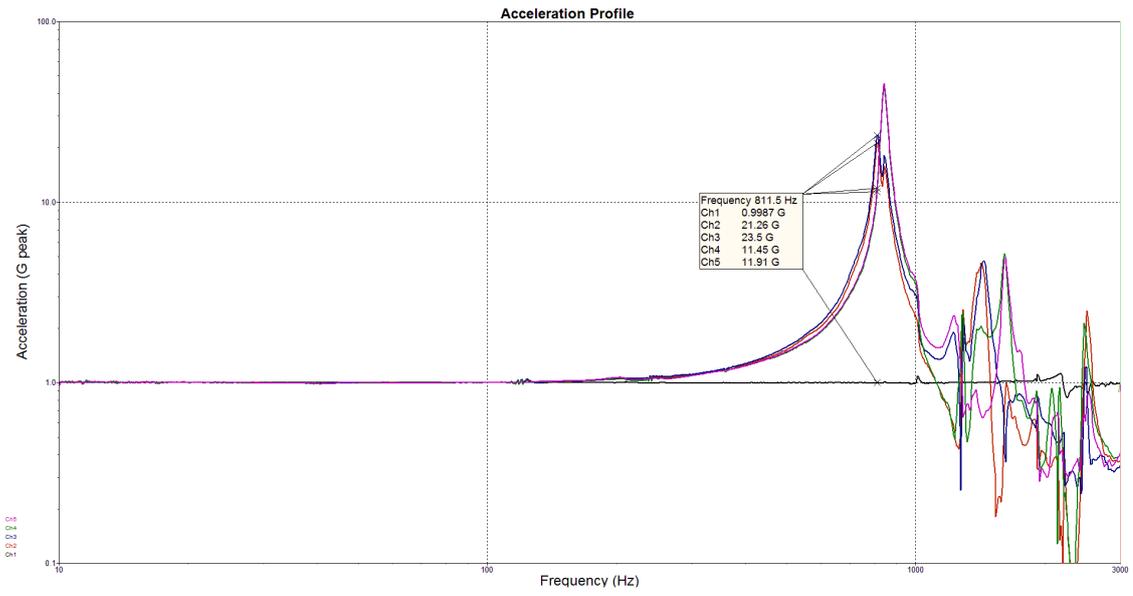


Figura 166 - D4-S1-M3
Fonte: Autor

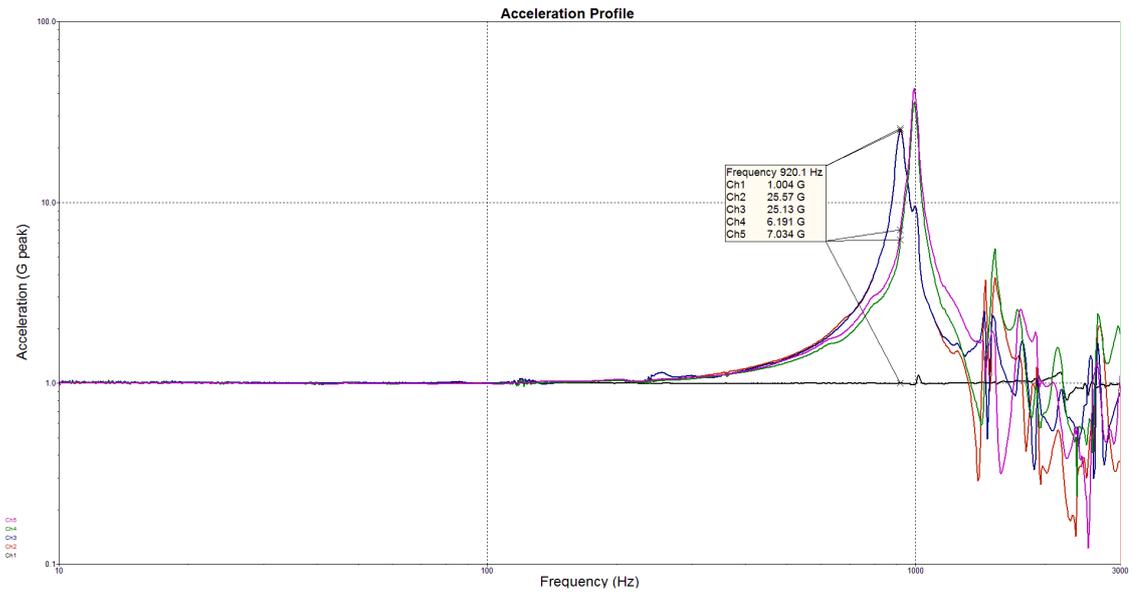


Figura 167 - D4-S2-M1
Fonte: Autor

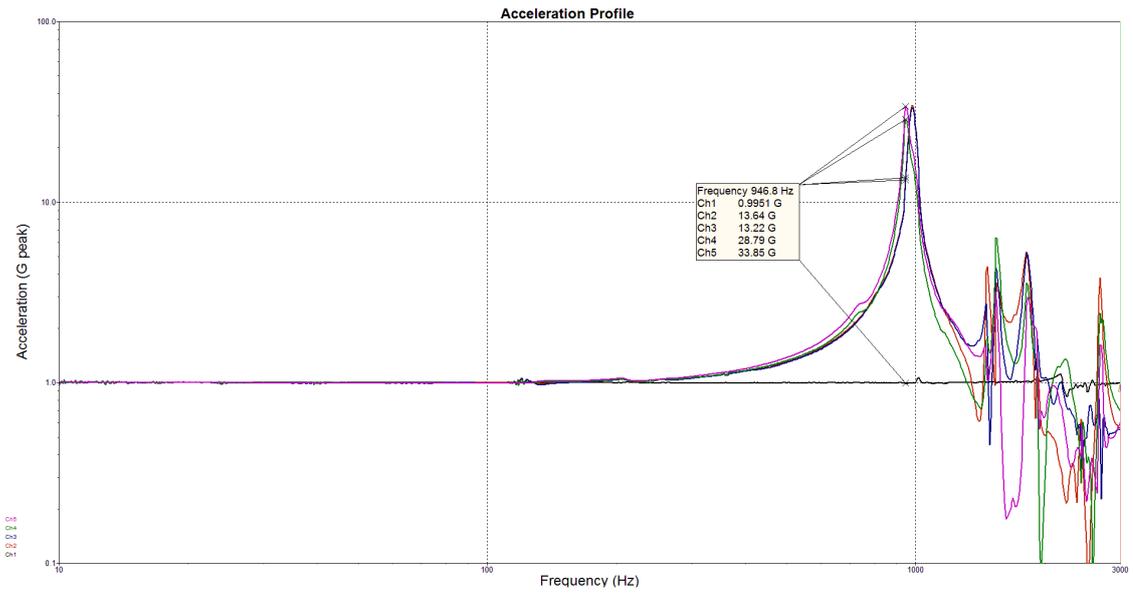


Figura 168 - D4-S2-M2
Fonte: Autor

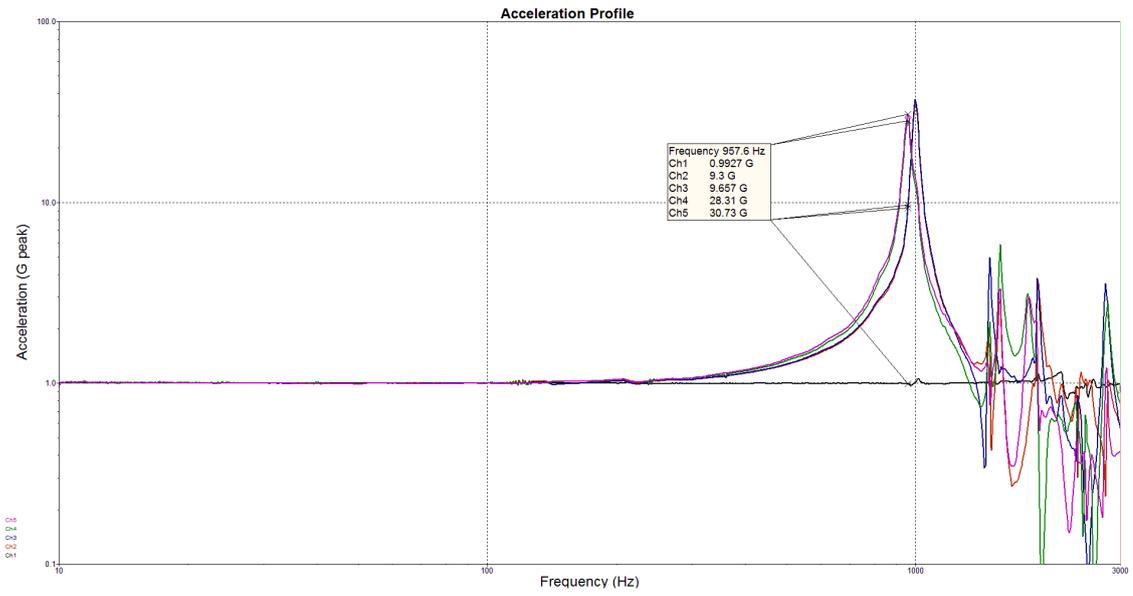


Figura 169 - D4-S2-M3
Fonte: Autor

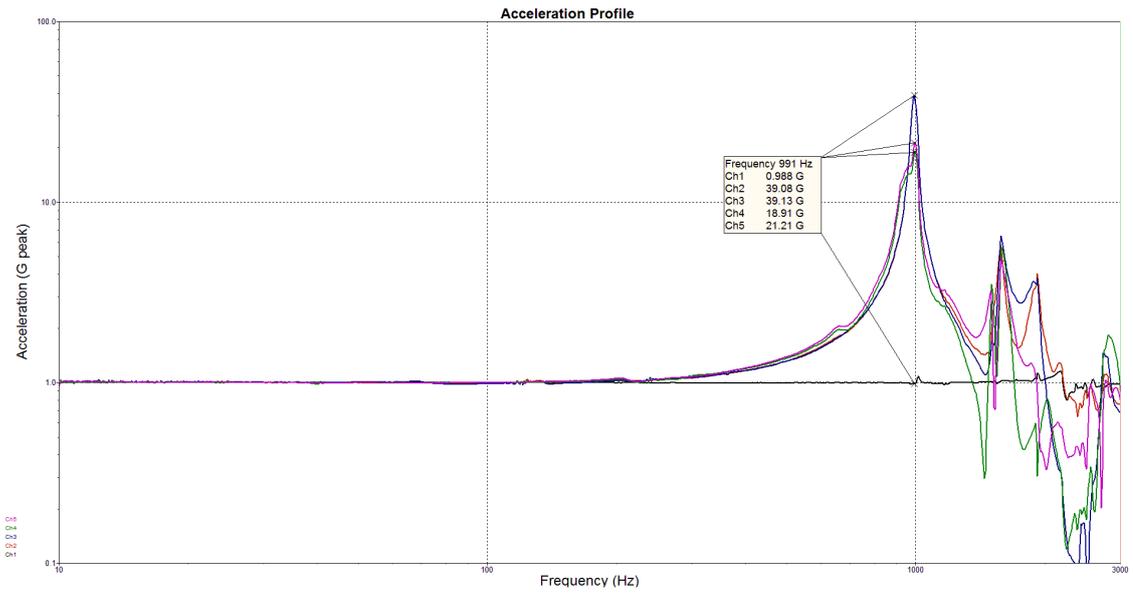


Figura 170 - D4-S3-M1
 Fonte: Autor

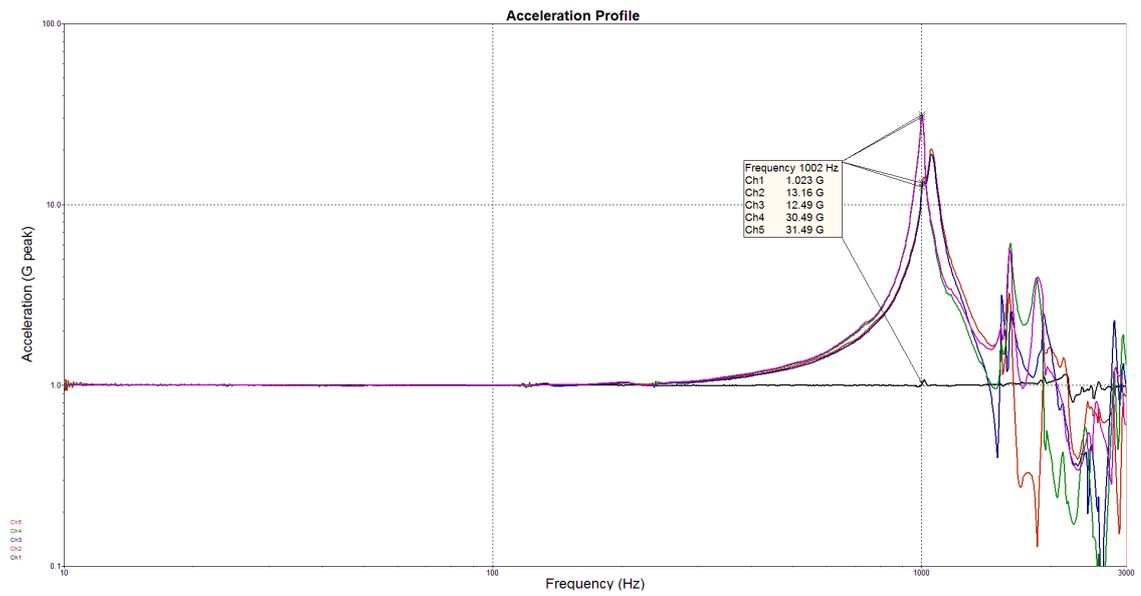


Figura 171 - D4-S3-M2
 Fonte: Autor

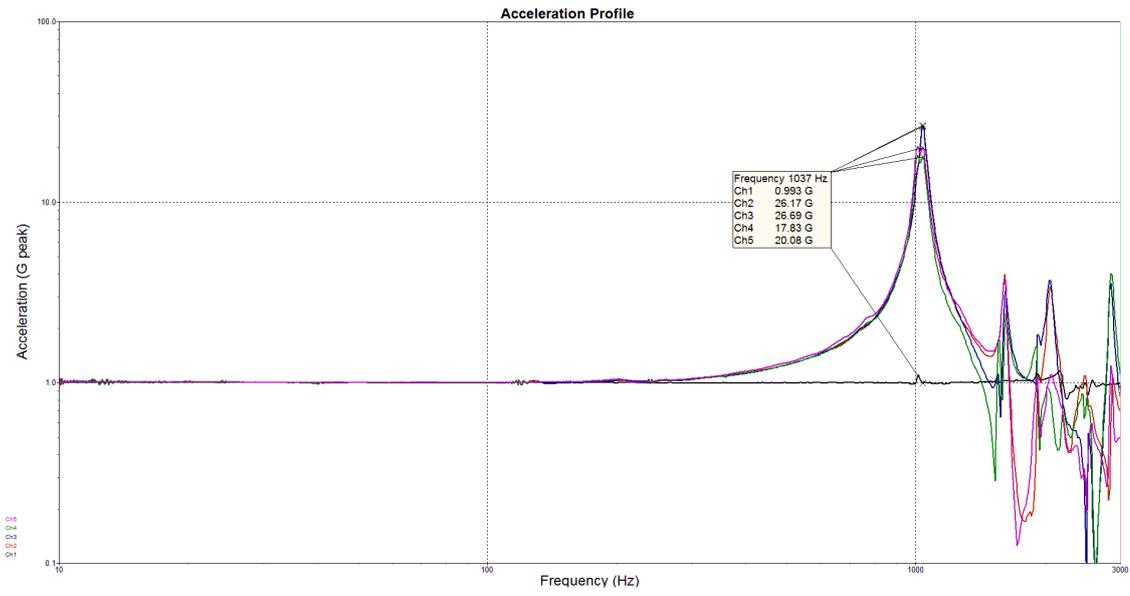


Figura 172 - D4-S3-M3
 Fonte: Autor

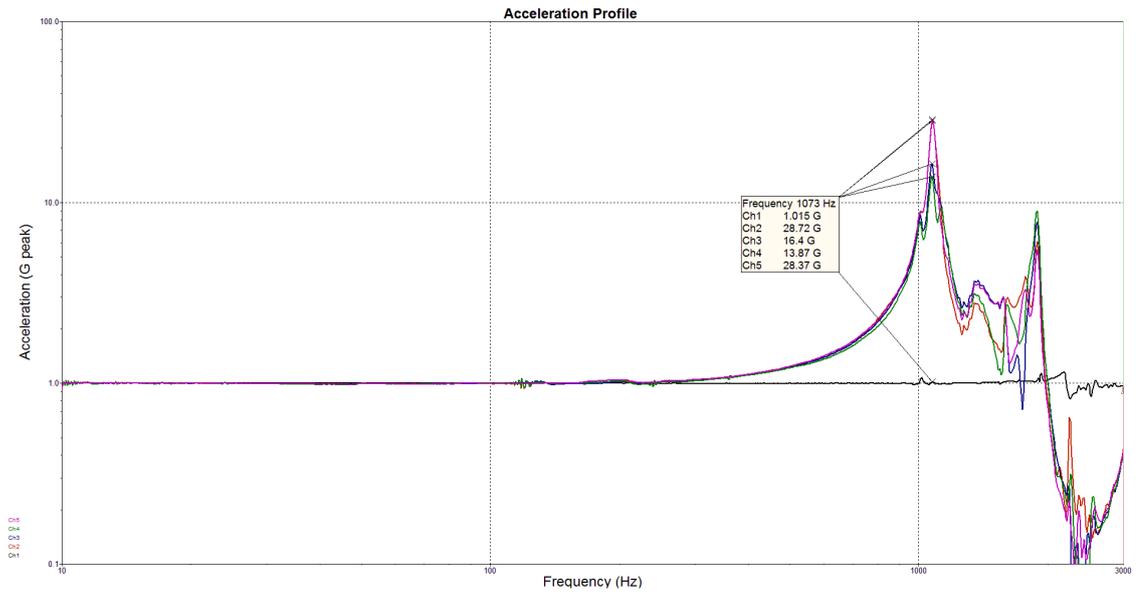


Figura 173 – D5-S1-M1
 Fonte: Autor

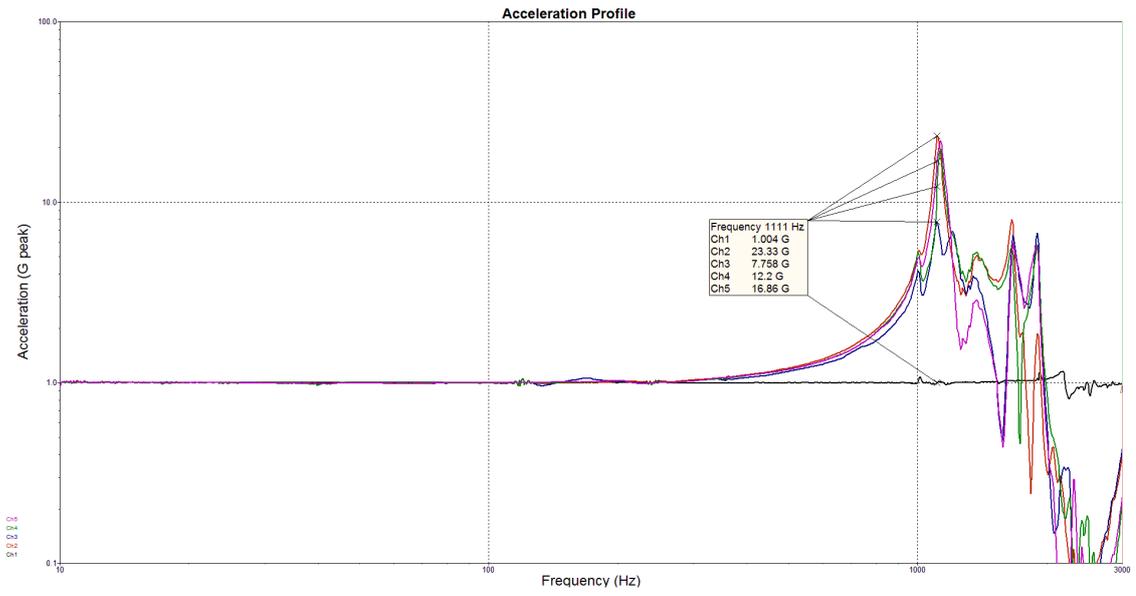


Figura 174 – D5-S1-M2
Fonte: Autor

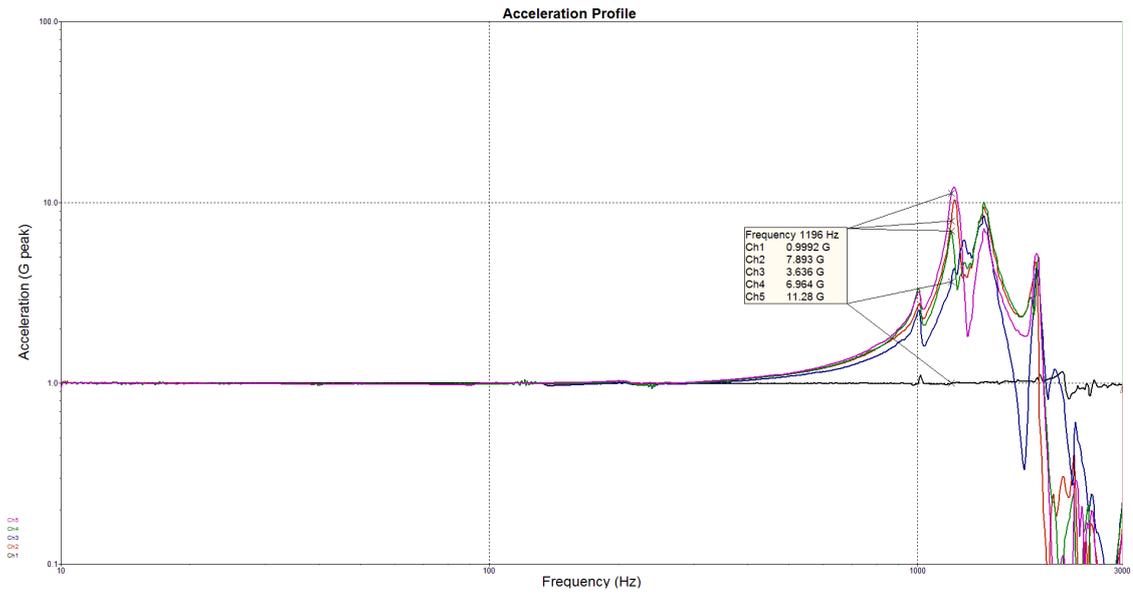


Figura 175 – D5-S1-M3
Fonte: Autor

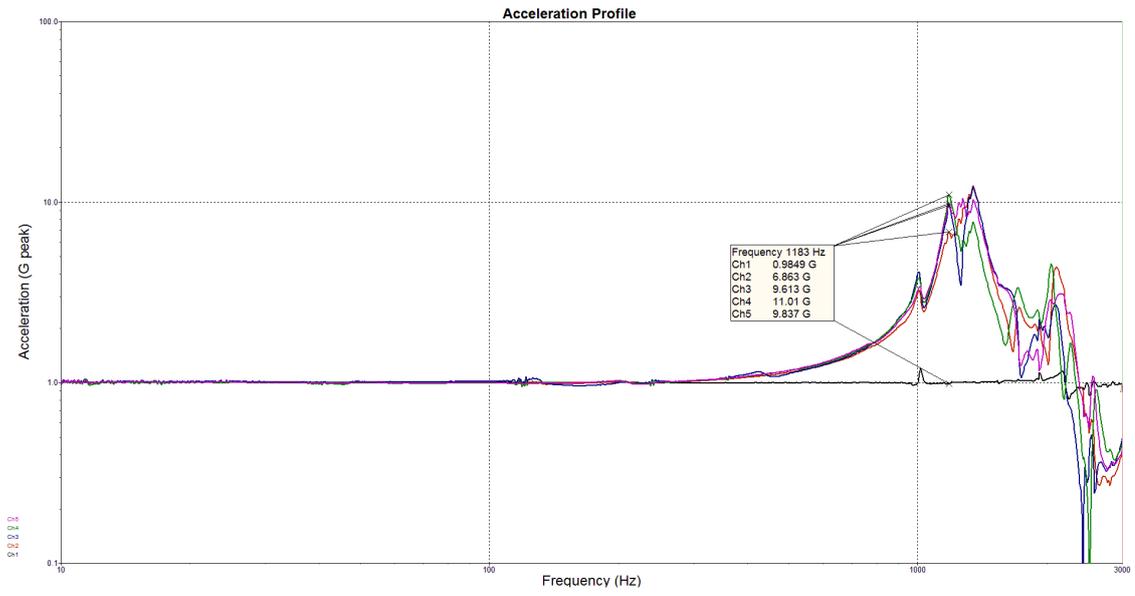


Figura 176 – D5-S2-M1
Fonte: Autor

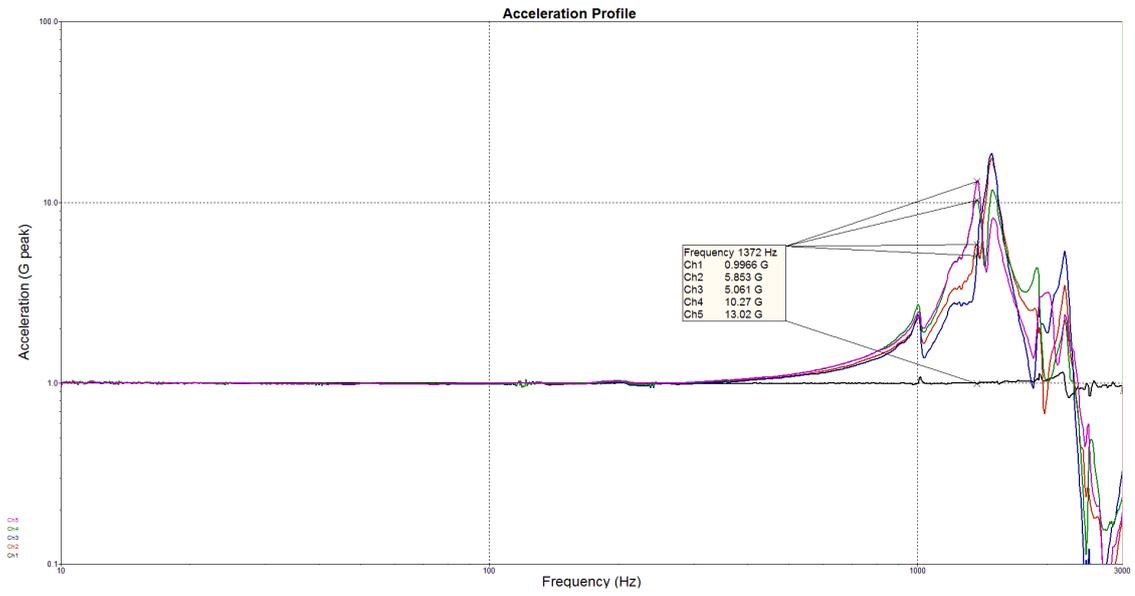


Figura 177 – D5-S2-M2
Fonte: Autor

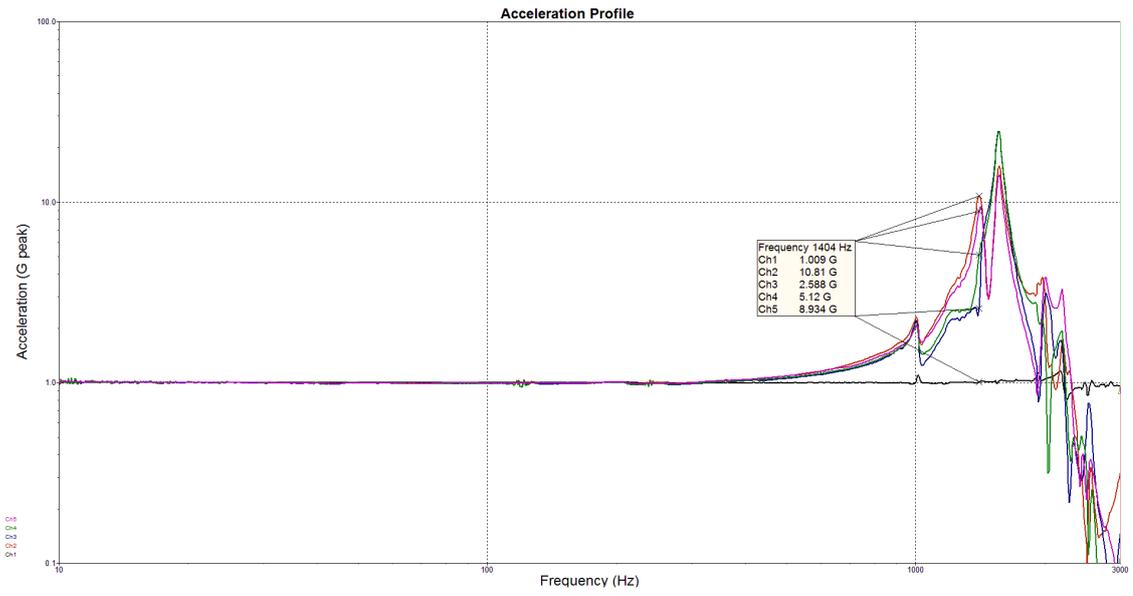


Figura 178 – D5-S2-M3
 Fonte: Autor

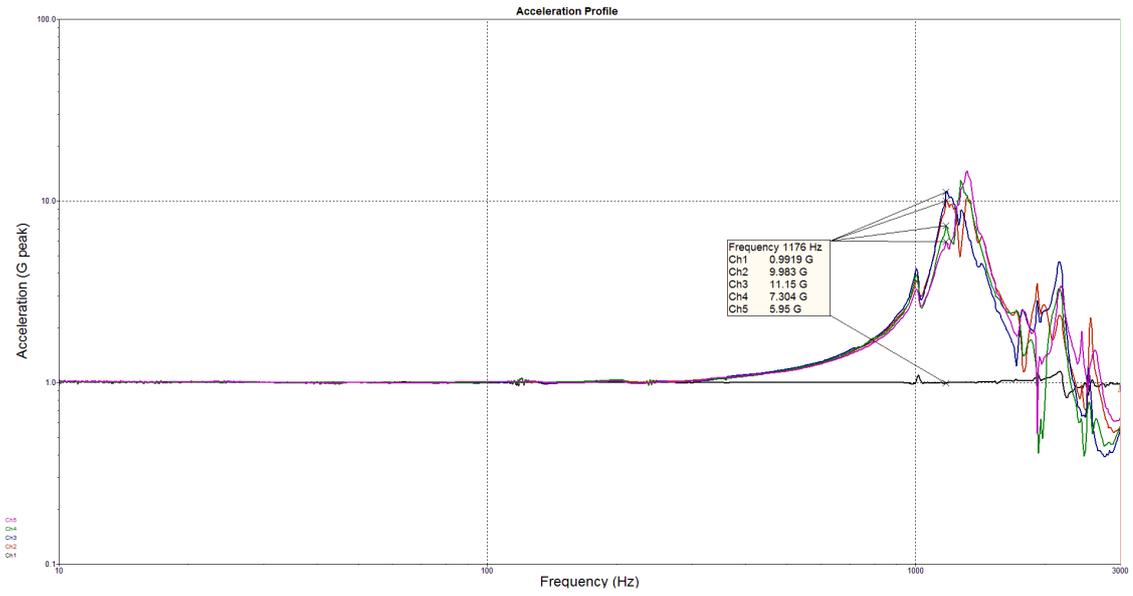


Figura 179 – D5-S3-M1
 Fonte: Autor

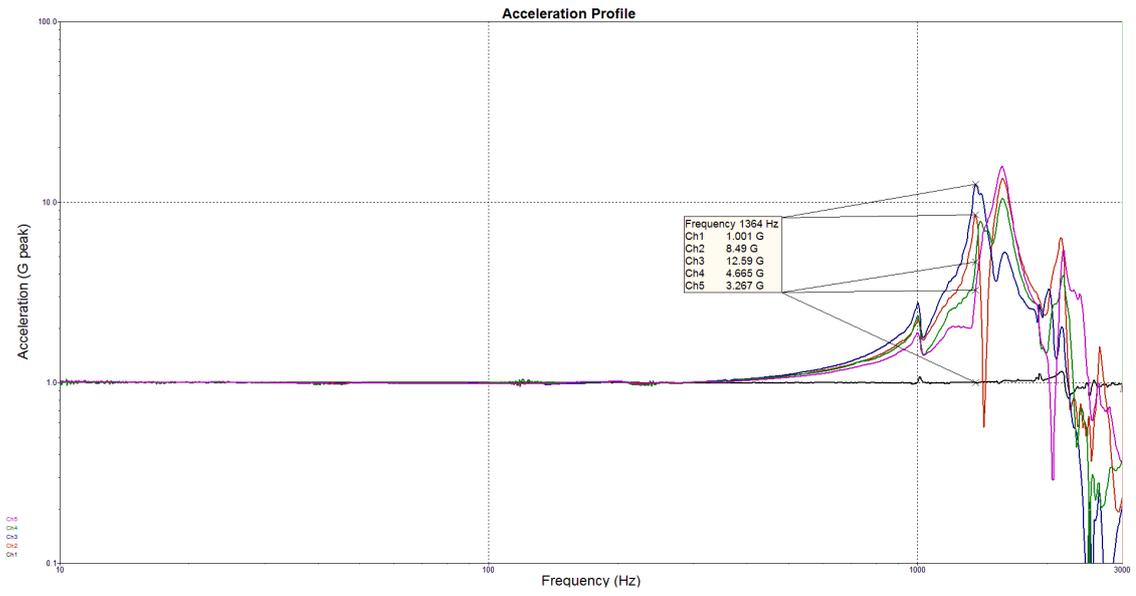


Figura 180 – D5-S3-M2
Fonte: Autor

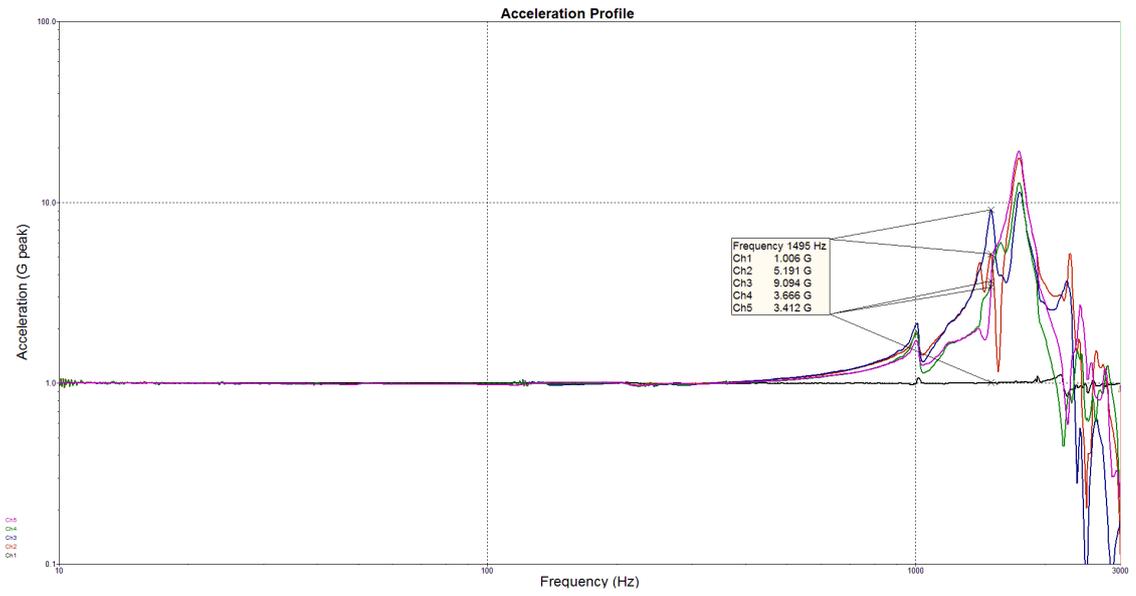


Figura 181 – D5-S3-M3
Fonte: Autor

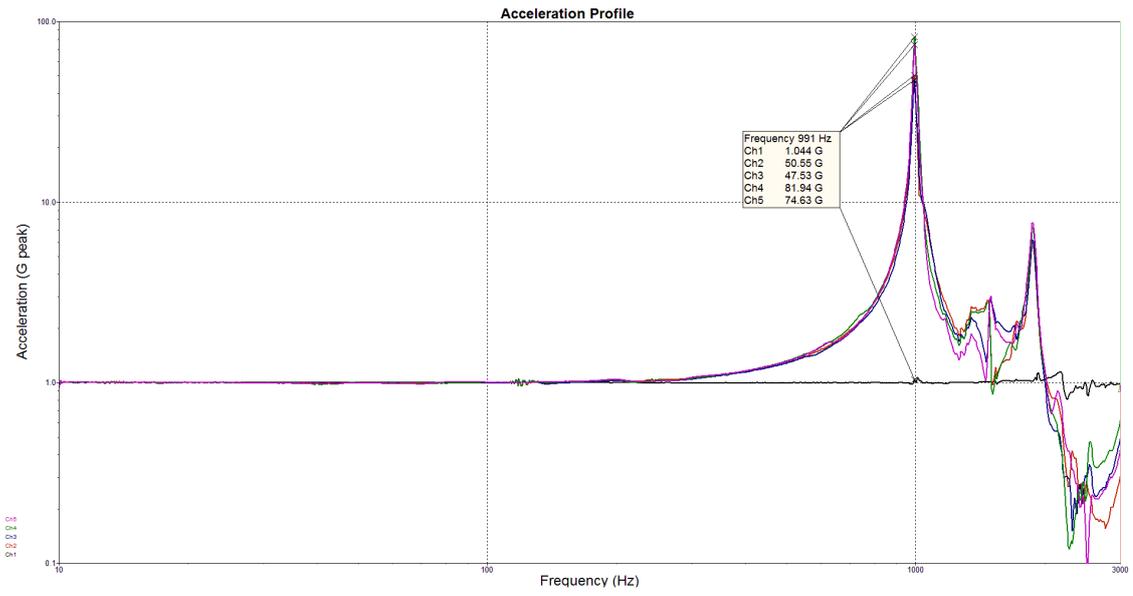


Figura 182 – D6-S1-M1
Fonte: Autor

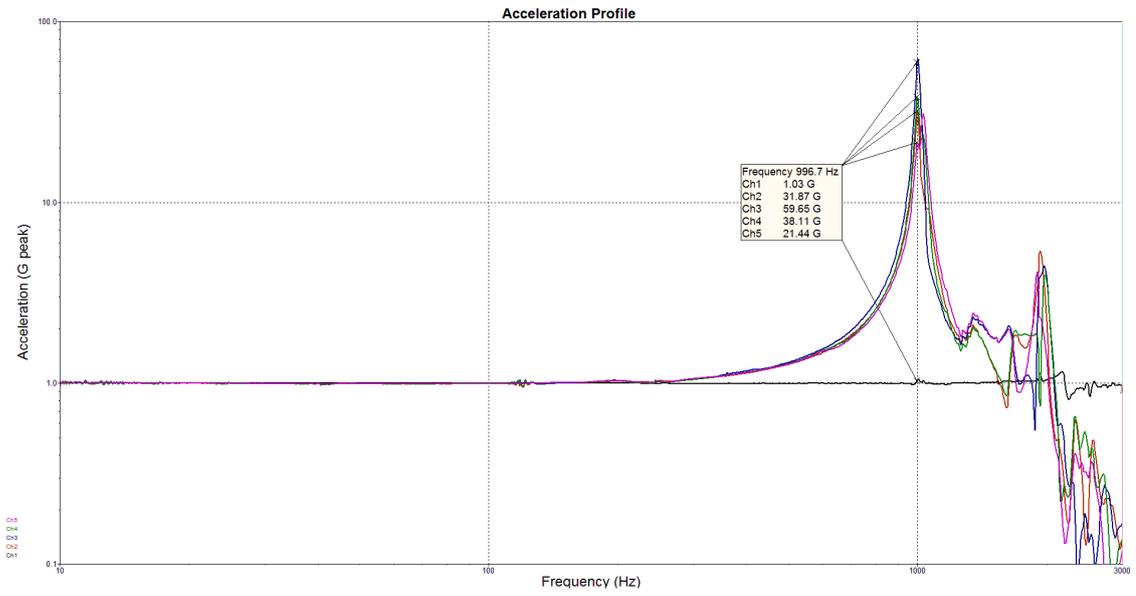


Figura 183 – D6-S1-M2
Fonte: Autor

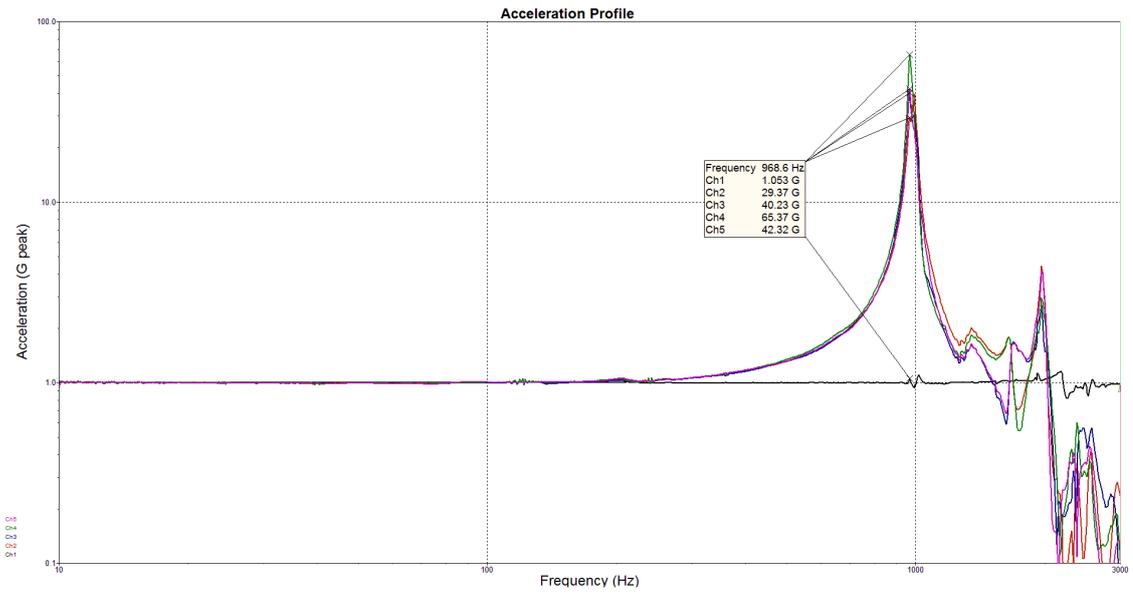


Figura 184 – D6-S1-M3
 Fonte: Autor

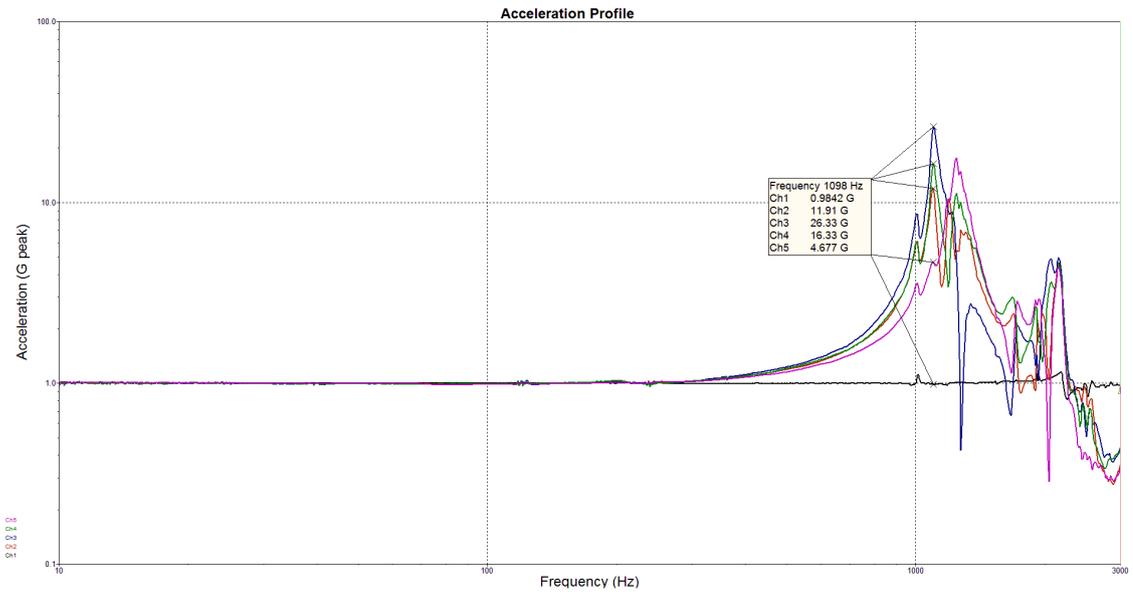


Figura 185 – D6-S2-M1
 Fonte: Autor

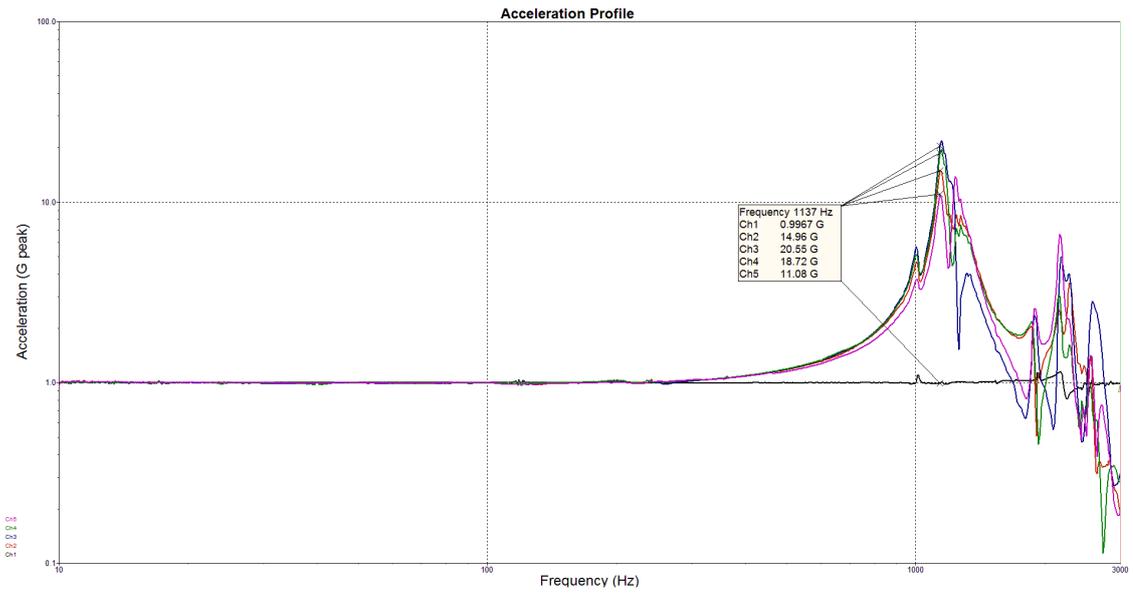


Figura 186 – D6-S2-M2
 Fonte: Autor

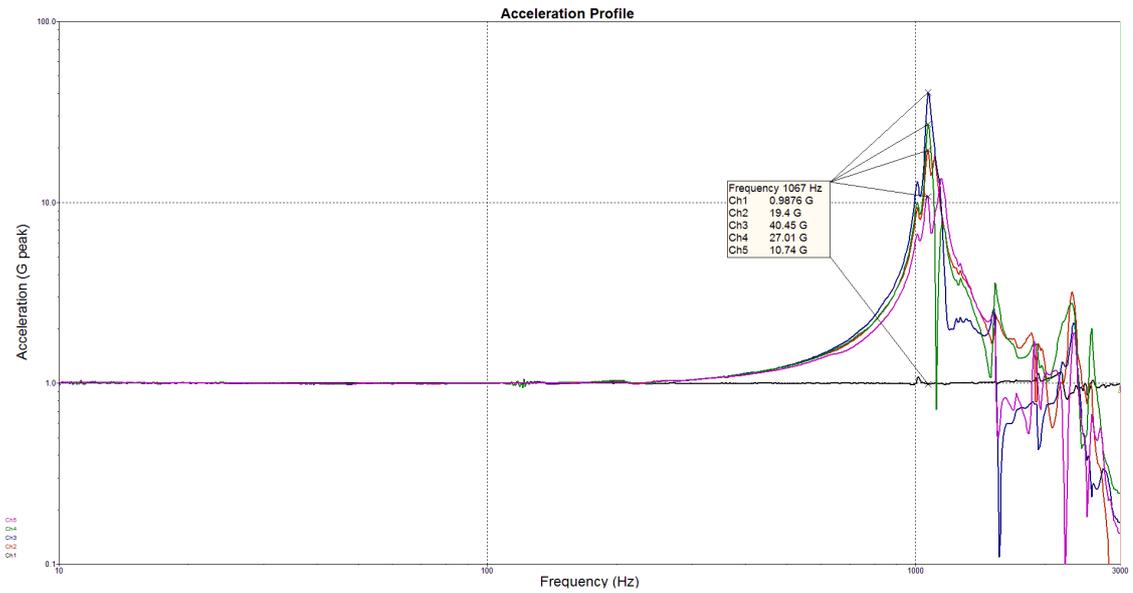


Figura 187 – D6-S2-M3
 Fonte: Autor

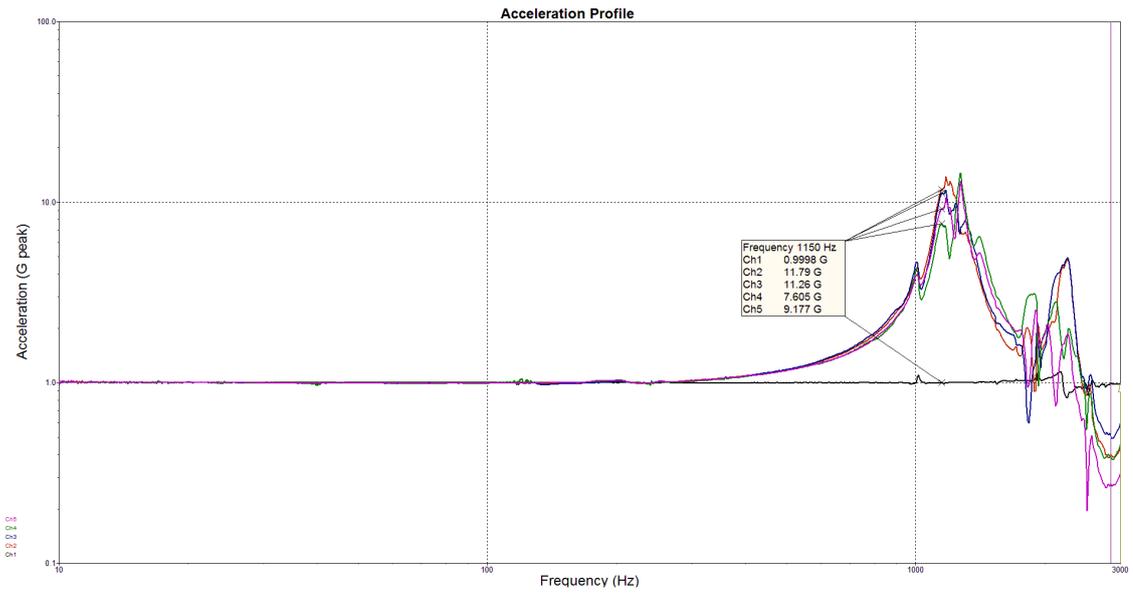


Figura 188 – D6-S3-M1
Fonte: Autor

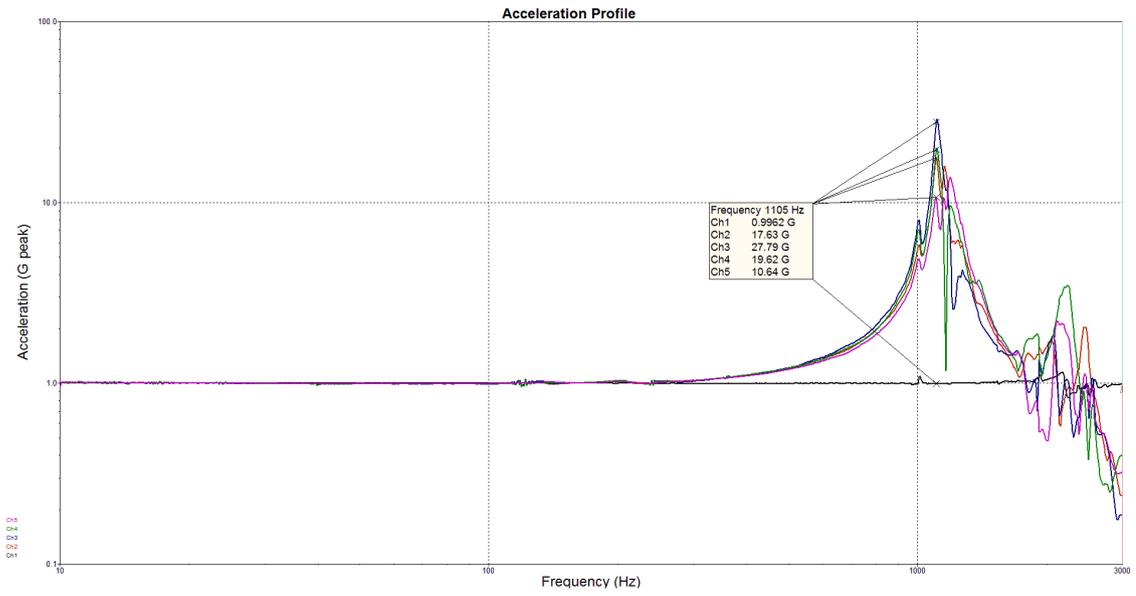


Figura 189 – D6-S3-M2
Fonte: Autor

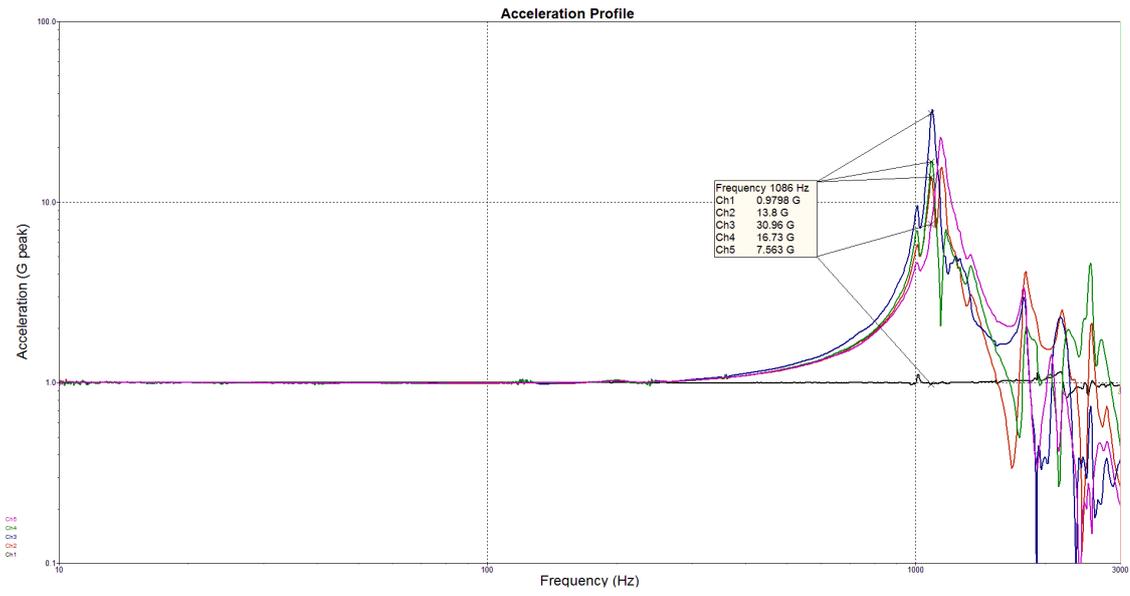


Figura 190 – D6-S3-M3
Fonte: Autor

ANEXO A - Folheto de especificação técnica do componente

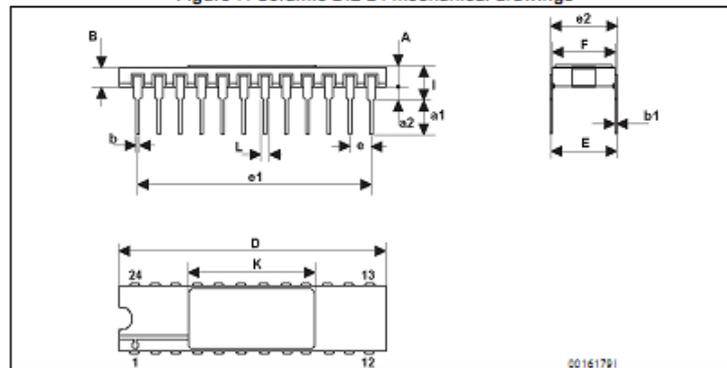
Na Figura 191 é apresentada uma imagem do folheto de especificação técnica do fabricante do componente no qual foi baseada a dimensão da massa utilizada nos modelos numéricos e experimentais deste estudo.

HCC40xxx, HCC45xxx

Package mechanical data

4.6 Ceramic DIL-24 package

Figure 7. Ceramic DIL-24 mechanical drawings



1. The upper metallic lid is not electrically connected to any pins, nor to the IC die inside the package. Connecting unused pins or metal lid to ground or to the power supply does not affect the electrical characteristics.

Table 9. Ceramic DIL-24 mechanical data

Ref	Dimensions					
	Millimeters			Inches ⁽¹⁾		
	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max
A	2.159	1.931	2.387	0.085	0.076	0.094
a1	1.270	1.016	1.524	0.050	0.040	0.060
a2	0.307	0.274	0.340	0.012	0.011	0.013
B	1.270			0.050		
b1	0.457	0.407	0.507	0.018	0.016	0.020
b2	.254	0.229	0.304	0.010	0.009	0.012
C	2.466	2.205	2.727	0.097	0.087	0.107
D	30.48	30.17	30.78	1.200	1.188	1.212
E	15.24	14.98	15.49	0.600	0.590	0.610
e	2.540	2.410	2.670	0.100	0.095	0.105
e3	27.94	27.81	28.06	1.100	1.095	1.105
F	15.11	14.85	15.36	0.595	0.585	0.605
K	12.80	12.60	13.00	0.504	0.496	0.512
K1	12.80	12.60	13.00	0.504	0.496	0.512
L	3.300	3.000	3.800	0.130	0.118	0.150

1. Values in Inches are rounded to three decimal digits.



Figura 191 – Especificação do Componente
Fonte: Catálogo do fabricante.

ANEXO B - Folheto de especificação técnica dos acelerômetros



Model 25B Isotron® accelerometer



Features

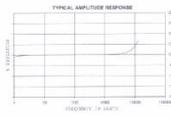
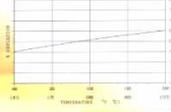
- Low impedance output
- World's smallest Isotron®
- Detachable coaxial cable
- Light weight (0.2 gm)
- Ground isolated

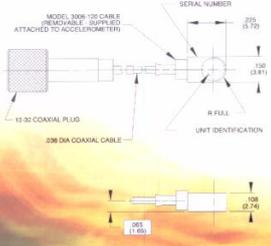
Description

The Endevco® Model 25B Isotron™ is an extremely small, adhesive mounted piezoelectric accelerometer with integral electronics, designed specifically for measuring vibration on very small objects. The unit weighs only 0.2 gm, reducing unwanted mass loading effects. The "I" version of Model 25 offers a flexible, detachable coaxial cable which can be replaced by the user in the field. This feature provides extended service life when repetitive installations or heavy use are expected. As with the "A" version, Model 25B is ideal for measuring vibration in scaled models, small electronic components, and biomedical research. An optional triaxial mounting block (Model 295M16) is available for setting up three-axis measurement.

The Model 25B features Endevco's Piezite® Type sensing element operating in shear mode. The internal electronics inside the accelerometer convert high impedance input into low impedance voltage output through the same cable that supplies the required 4 mA constant current power. Signal ground is isolated from the mounting surface of the unit by a hard anodized surface. A removal tool is included for proper removal in the field. A 4,000 g/s full scale range is available in the 25BM1 version.

Endevco signal conditioners Models 133, 4414B, 2792B, 2793, 2775A are recommended for use with this accelerometer.



MODEL 3068 120 CABLE (REMOVABLE - SUPPLIED ATTACHED TO ACCELEROMETER)

SERIAL NUMBER

295 (9.72)

150 (3.81)

R FULL

UNIT IDENTIFICATION

10-32 COAXIAL PLUG

0.26 DIA COAXIAL CABLE

0.95 (1.65)

100 (2.54)

STANDARD TOLERANCE INCHES (MILLIMETERS)

XX = ±.0005 (0.00127)

XXX = ±.0010 (0.00254)



MEGGITT
smart engineering for extreme environments



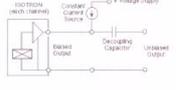
Model 25B Isotron® accelerometer



SPECIFICATIONS

The following performance specifications conform to ISA-IRP-37.2 (1964) and are typical values, referenced at +25°F (+24°C), 4 mA, and 100 Hz, unless otherwise noted. Calibration data, traceable to National Institute of Standards and Technology (NIST), is supplied.

DYNAMIC CHARACTERISTICS	Units	Value
RANGE	g	±1000
VOLTAGE SENSITIVITY	mV/g	5
Typical	mV/g	4
Minimum	mV/g	4
FREQUENCY RESPONSE		See Typical Amplitude Response
RESPONSE FREQUENCY	kHz	50
AMPLITUDE RESPONSE [2]		
45%	Hz	2 to 8000
+1dB	Hz	1 to 12 000
TEMPERATURE RESPONSE		See Typical Curve
TRANSVERSE SENSITIVITY	%	< 5
AMPLITUDE LINEARITY	%	< 2 to 5
OUTPUT CHARACTERISTICS		Acceleration directed into the base of the unit produces positive output
OUTPUT POLARITY		+15.5 to +11.5
DC OUTPUT BIAS VOLTAGE	Vdc	< 600
OUTPUT IMPEDANCE	Ω	< 600
FULL SCALE OUTPUT VOLTAGE	V	+5.0
RESIDUAL NOISE	equiv. g rms	1.0/100
GROUNDING		Signal ground isolated from mounting surface
POWER REQUIREMENT		
SUPPLY CURRENT [1]	mA	4.3 to 4.5
VOLTAGE	Vdc	+18 to +24
WINDUP TIME	sec	< 3
ENVIRONMENTAL CHARACTERISTICS		
TEMPERATURE RANGE	°F/F	-25 to +125/°C to +125/°C
FREQUENCY		Follow manual, nonresonant
SINUSOIDAL VIBRATION LIMIT	g pk	500
SHOCK LIMIT	g pk	2000
BASE STRAIN SENSITIVITY	equiv. g pk/strain	0.002
ELECTROMAGNETIC SENSITIVITY	equiv. g megagauss	0.03
PHYSICAL CHARACTERISTICS		See Outline Drawing
DIMENSIONS	mm (in)	0.2 (0.01)
WEIGHT	gm (oz)	0.2 (0.007)
CASE MATERIAL		Aluminum Alloy, Hard Anodized
MOUNTING [3]		Adhesive
CALIBRATION		
SUPPLIED		
SENSITIVITY	mV/g	
TRANSVERSE SENSITIVITY	%	
FREQUENCY RESPONSE		20 Hz to 12 kHz
ACCESSORIES		
Model 3068-300 (10 ft)	CABLE ASSEMBLY [4]	
PN 3183B	REMOVAL TOOL	
OPTIONAL ACCESSORIES		
Model 295M16	TRIAxIAL MOUNTING BLOCK	
PN 31849	ADHESIVE MOUNTING KIT	
PN 5217	10-32 TO BNC ADAPTOR	
NOTES		



20 Hz to 12 kHz

100Hz (with filter)

Constant Current Source

5-Volt/50mA Supply

Isolated Output

Decoupling Capacitor

Unshielded Output

Continual product improvement operations for Endevco means the right to modify these specifications without notice. Endevco maintains a program of constant surveillance over all products to ensure a high level of reliability. This program includes attention to reliability factors during product design, the support of stringent Quality Control requirements, and constant customer action procedures. These measures, together with conservative specifications have made the same Endevco systems work with reliability.

ENDDEVCO CORPORATION, ALL RIGHTS RESERVED. ACTING DIRECTOR: VILMO RIGGS, 800 AVON CARRIAGEWAY, CA SAFETY USA, 9800 BUCKLEY, CREEK, WASHINGTON, WA 98148-1701, www.endevco.com, Email: sales@endevco.com



MEGGITT
smart engineering for extreme environments

Figura 193 - Especificações do acelerômetro Endevco 25B
Fonte: Catálogo do fabricante.



Sensor Performance-Calibration Certificate

Model: 14100 IEPE Voltage Output Sensor

Serial No: SN-J0089-Y

Dynamic:

Voltage Sensitivity:	10.39	mV/ms ²
or:	101.87	mV/g
<small>(Measurement Condition: 160 Hz, 100 ms⁻² at 23 °C)</small>		
Resolution:	0.001	m/s ²
Transverse Sensitivity: <small>(at 30 Hz, 100 ms⁻²)</small>	<5	%
Frequency Range <small>(± 5%)</small>	1.0-4000	Hz
<small>(± 10%)</small>	0.5-5000	Hz
Amplitude Range:	± 500	m/s ² peak
Undamped Natural Frequency:	26	kHz
Mounted Resonance Frequency:	20	kHz
Amplitude Non-Linearity:	1	%

Environmental:

Max. Shock:	10000	m/s ² peak
Max. Acceleration:	4000	m/s ² peak
Humidity:	Welded Sealed	
Temperature Range:	-40~+120	°C

Physical:

Connector:	M5 Male thread
Material:	Stainless Steel
Weight:	65 g
Sensing Element:	Piezo-ceramic
Sensing Construction:	Planar Shear
Mounting Thread:	M5
Mounting Surface Flatness:	<3 μm
Mounting Torque:	3 N.m

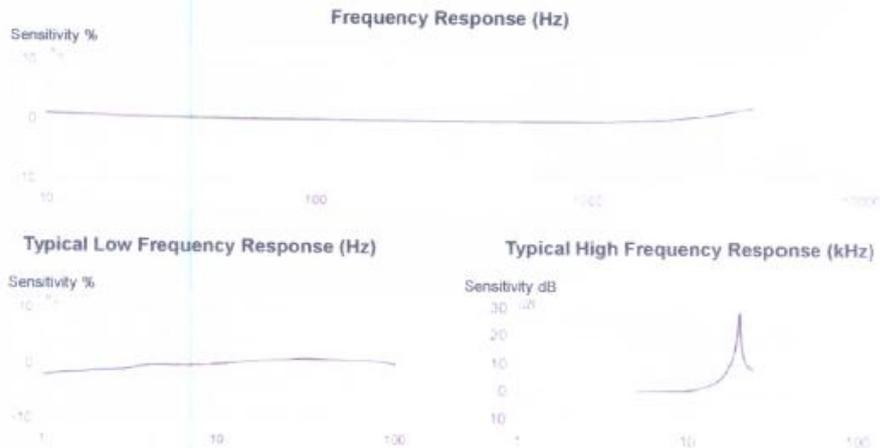
Polarity is positive on the center of the connector for acceleration directly from the mounting surface into the body of the accelerometer.

Bias Voltage:	8-10	V
Excitation Voltage	18-30	V
Constant Current	2-20	mA
Time Constant	<1	s
Output Resistance	<100	Ω
Noise (2 Hz~20 kHz)	10	μV rms
Earth Insulation Resistance <small>(Body to mount surface)</small>	0	Ω

Mounting Technique: Examine the mounting surface for cleanliness and smoothness. If necessary, matching mounting surface. Fasten a M5 mounting stud. Take care not to exceed the recommended mounting torque and the stud does not bottom in the mounting hole. A thin film of grease between the accelerometer and the mounting surface helps achieve good contact and improve mounting stiffness.

Warning: If working temperature of cable is beyond the range of -40~60 °C, please replace it with high-temperature cable.

Date: 2011/08/16



No.8 Zi Jin South Road, Suzhou National New Hi-tech Industrial Park, Suzhou, Jiangsu, China 215101
 TEL: +86-512-66576316 FAX: +86-512-66576317
 Email: sales@etssolution.com Http://www.etssolution.com

Figura 194 – Especificações do acelerômetro ETS-14100
 Fonte: Catálogo do fabricante.